

## Разнойой

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр «2019»?
2. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99, в десятичной записи которого участвуют только четные цифры
3. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел? (Укажите все варианты и докажите, что других нет.)
4. На занятии кружка 10 школьников решали 10 задач. Все школьники решили разное количество задач, каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из десяти школьников, Боря, решил задачи с первой по пятую, и не решил с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?
5. У каждого жителя города Тьмутаракань есть свои тараканы, не у всех поровну. Два таракана являются **товарищами**, если у них общий хозяин(в частности, каждый таракан сам себе товарищ). Что больше: среднее количество тараканов, которыми владеет житель города, или среднее количество товарищей у таракана?
6. При каких натуральных  $n$  для всякого натурального  $k \geq n$  найдется число с суммой цифр  $k$ , кратное  $n$ ?
7. Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?
8. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император нет. На празднике император задает каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнает, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса). Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.

## Разнойой

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр «2019»?
2. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99, в десятичной записи которого участвуют только четные цифры
3. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел? (Укажите все варианты и докажите, что других нет.)
4. На занятии кружка 10 школьников решали 10 задач. Все школьники решили разное количество задач, каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из десяти школьников, Боря, решил задачи с первой по пятую, и не решил с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?
5. У каждого жителя города Тьмутаракань есть свои тараканы, не у всех поровну. Два таракана являются **товарищами**, если у них общий хозяин(в частности, каждый таракан сам себе товарищ). Что больше: среднее количество тараканов, которыми владеет житель города, или среднее количество товарищей у таракана?
6. При каких натуральных  $n$  для всякого натурального  $k \geq n$  найдется число с суммой цифр  $k$ , кратное  $n$ ?
7. Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?
8. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император нет. На празднике император задает каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнает, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса). Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.