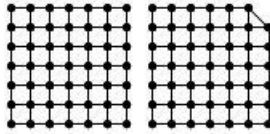


Шахматы и чередование

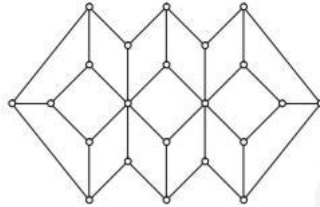
0. (а) Шахматный конь стоит в нижнем левом углу доски. Может ли он сделать 3 хода (по правилам шахмат) в разные клетки, после чего за 1 ход вернуться в левый нижний угол?
- (б) На белой клетке шахматной доски стоит конь. Какого цвета будет клетка, на которой окажется конь после 1 хода (по правилам шахмат)? Через 7 ходов?
- (с) Шахматный конь стоит в нижнем левом углу доски. Может ли он сделать 6 ходов (по правилам шахмат), после чего за 1 ход вернуться в левый нижний угол?
- (д) Шахматный король стоит в левом нижнем углу доски. Через 11 ходов он оказался снова в левом нижнем углу. Мог ли он ни разу не походить по диагонали?

Задачи для самостоятельного решения

1. Лягушонок живёт на одном берегу болота, а комары, которых он ест, живут на другом берегу. Однажды лягушонок несколько раз сходил на обед и вернулся домой, после чего заявил, что пересек болото 15 раз. Могло ли такое быть?
2. (а) Таракан Никодим сидит в чёрной клетке шахматной доски. Каждую минуту он обещает переползти на соседнюю по стороне клетку. Докажите, что через 20 минут он будет сидеть на чёрной клетке.
(б) Через 5 минут таракан сидел в углу доски, а через 30 минут сидел в противоположном углу. Докажите, что таракан Никодим нарушил своё обещание.
3. (а) В каждой клетке квадрата 5×5 стоит по таракану. По сигналу каждый таракан переместился в соседнюю (по стороне) клетку. Может ли оказаться так, что после этого в каждой клетке опять по 1 таракану?
(б) В каждой клетке квадрата 5×6 (5 строк и 6 столбцов) стоит по таракану. По сигналу каждый таракан переместился в соседнюю слева или справа клетку. Может ли оказаться так, что после этого в каждой клетке опять по 1 таракану?
(с) В каждой клетке квадрата 5×5 снова стоит по таракану. По сигналу каждый таракан переместился в соседнюю по диагонали клетку. Может ли оказаться так, что после этого в каждой клетке опять по 1 таракану?
4. В левой нижней точке рисунка сидит таракан Никодим. Каждые полминуты он переползает в точку, соединённую с предыдущей линией. В каких точках таракан может оказаться через целое число минут
 - (а) на левой картинке,
 - (б) на правой картинке?



5. Может ли шахматный конь пройти с поля a1 на поле h8, побывав по дороге на каждом из остальных полей ровно один раз?
6. Схема городов и дорог некоторого государства изображена на рисунке. Можно ли таракан Никодим обойти все города, побывав в каждом из них ровно по одному разу?



7. Два коня стояли в двух углах шахматной доски. Они сделали вместе 77 ходов. Могли ли они в результате прийти в два других угла доски?
8. Таракана Никодима посадили в вершину куба. Ему ничего не остаётся, как каждую минуту переползать на соседнюю по ребру вершину. Может ли он через 15 минут оказаться в той же вершине?

