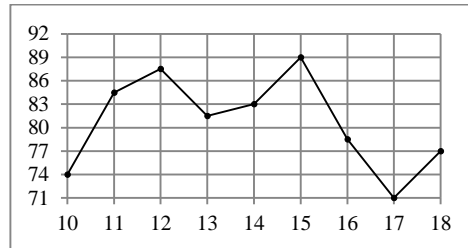


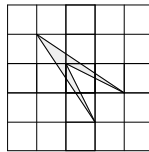
Вариант IX

- 1 Установка двух счетчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счетчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счетчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установку счетчиков окупится?

- 2 На рисунке точками показана среднесуточная влажность воздуха с 10 по 18 февраля 2011 года в процентах. Определите по рисунку наименьшую среднесуточную влажность воздуха (в процентах) за указанный период.



- 3 На клетчатой решетке с единичным размером клеток изображен четырехугольник. Найдите его площадь.

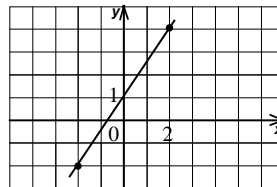


- 4 В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Ответ округлите до сотых.

- 5 Найдите корень уравнения $(2x-1)^2 = (1-x)^2$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

- 6 Основания трапеции равны 2 и 3. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей этой трапеции.

- 7 Прямая, изображенная на рисунке, является графиком одной из первообразных функции $y = f(x)$. Найдите $f(2)$.



- 8 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем этой призмы, если объем отсеченной треугольной призмы 9,5

- 9 Найдите значение выражения $\log_2 15 \cdot \log_{15} 16$.

- 10 При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

- 11 Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час со скоростью 50 км/ч, затем два часа со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 13) а) Решите уравнение $\arcsin\left(\frac{1}{2}x\right)\sqrt{-x^2+5x-4} = \ln\left(\frac{1}{1+|x-1|}\right)$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{e}{\pi}; \frac{\pi}{e}\right]$.
- 14) Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4.
- а) Постройте сечение куба, проходящее через точку B_1 перпендикулярно прямой BD_1 .
- б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости сечения.
- 15) Решите неравенство $\frac{\log_{2x}(x+7) \cdot \log_{|x-1|}(x+2)}{4^{|x^2-4x+1,5|} - 8} \leq 0$.
- 16) Основание AC остроугольного равнобедренного треугольника ABC равно 24. Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 12,5. Точки K и L лежат на сторонах AB и BC соответственно, притом $AK:KB = CL:LB = 3:1$.
- а) Докажите, что в четырехугольник $AKLC$ можно вписать окружность.
- б) Пусть точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC , а S — точка пересечения прямых AL и CK . Найдите длину отрезка SO .
- 17) Федор является владельцем двух заводов в разных городах, и на заводах производятся абсолютно одинаковые товары. За t^2 рабочих часов в неделю на первом заводе производится $2t$ единиц товара. А на заводе, расположенном во втором городе, за t^2 часов работы в неделю производится t единиц товара. Федору необходимо производить a единиц товара каждую неделю, при этом за каждый час работы (на каждом из заводов) Федор платит рабочему b рублей. Определите для каждого возможного значения параметра a наименьшую сумму, которую придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих, если известно, что на первом заводе в неделю производится от 100 до 200 единиц товара включительно.
- 18) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых данная система $\begin{cases} |x^2 + y^2 - 7| = 2y - 1, \\ y = (x + 5)a - 1. \end{cases}$ имеет ровно три различных решения.
- 19) а) Существует ли такое натуральное трехзначное число \overline{abc} , которое при делении на 3, на 5 и на 7 дает в остатке 1 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо?
- б) Существует ли такое натуральное трехзначное число \overline{abc} , которое при делении на 12 и на 17 даёт равные ненулевые остатки и у которого средняя цифра является средним арифметическим двух крайних цифр?
- в) Найдите все возможные цифры, на которые может оканчиваться натуральное трехзначное число \overline{abc} , если оно является простым, цифры числа попарно различны, а кроме того, последняя цифра равна сумме первых двух.