

## Отборочная олимпиада

1. Имеется 19 гирек весом 1 г, 2 г, 3 г, ..., 19 г. Девять из них — железные, девять — бронзовые и одна — золотая. Известно, что общий вес всех железных гирек на 90 г больше, чем общий вес бронзовых. Найдите вес золотой гирьки.
2. Пусть  $H$  — точка пересечения высот остроугольного треугольника  $ABC$ . Оказалось, что  $BH = AC$ . Найдите возможные значения угла  $ABC$ .
3. В клетках квадрата  $13 \times 13$  расставлены нули и единицы. Оказалось, что в любом квадрате  $2 \times 2$  сумма чисел четна, а в любом кресте из 5 клеток сумма чисел нечетна. Докажите, что сумма чисел в углах нашего квадрата  $13 \times 13$  делится на 4.
4. У Толи есть семь различных по массе монет (и он знает какая монета самая тяжелая, какая вторая по массе и т.д.). Лёня может указать на три монеты, и Толя скажет ему, какая из них средняя по весу. Как за  $n$  вопросов Лёне найти среднюю по весу монету среди всех семи монет?  
(а) (2 балла)  $n = 9$ ;  
(б) (5 баллов)  $n = 6$ .
5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составлены девять (не обязательно различных) девятизначных чисел; каждая из цифр использована в каждом числе ровно один раз. На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться сумма этих девяти чисел?
6. Имеются четыре краски и бесконечно много квадратных плиточек со стороной длины 1. Разрешается окрашивать стороны плиточек так, чтобы цвета всех сторон у каждой плиточки были разные, и приклеивать плиточки друг к другу сторонами одного цвета. Для каких  $m$  и  $n$  из этих плиточек можно склеить прямоугольник размера  $m$  на  $n$ , у которого каждая сторона покрашена одним цветом и цвета всех сторон разные?