

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 27****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

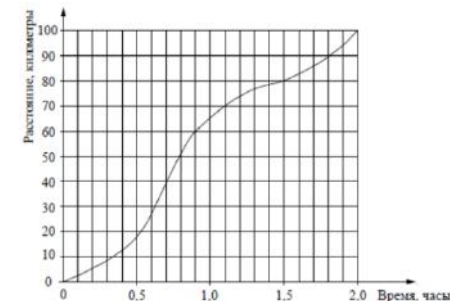
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

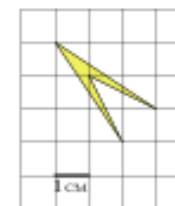
Часть 1

1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

2. На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



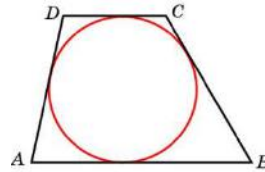
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



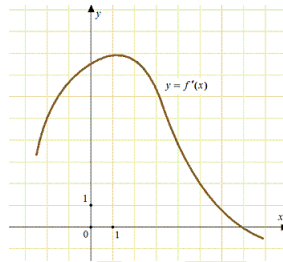
4. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

5. Найдите корень уравнения $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

6. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите ее среднюю линию.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $AB = 3$, $AD = 5$, $AA_1 = 12$. Найдите площадь сечения параллелепипеда, проходящего через точки A , B и C_1 .

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$

при $x = 3$

10. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

11. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$ на отрезке $[5; 11]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$

14. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ со стороной основания $\sqrt{3}$ и боковым ребром 1.

а) Докажите, что плоскости ACA_1 и B_1CE_1 перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми BF_1 и CD_1 .

15. Решите неравенство:

$$\log_{0,5}^2(8 + 2x - x^2) - 7\log_2(8 + 2x - x^2) < -12.$$

16. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AD , P — точка пересечения отрезка BM с диагональю AC .

а) Докажите, что прямая DP проходит через середину стороны AB .

б) Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BM в точке Q . Найдите отношение $PM : BQ$, если $AB : AC = 1 : 3$.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 20% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1| \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19. На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

а) Может ли оказаться, что на доске написано число 240?

б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 16?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 16, может быть на доске?