

Непрерывность.

1. В ряд расположено 80 шариков, 40 из них белые, остальные — черные. Первый и последний шарик — белые. Докажите, что можно выбрать n первых шариков (меньше 80), так, что черных и белых среди этих шариков поровну.
2. В столовой стоит очередь из 100 человек. Каждый хочет купить либо чай с сахаром, либо без. Первый уже купил чай с сахаром, второй сейчас купит без. Верно ли, что в какой-то момент количество людей, уже купивших чай с сахаром равно числу людей, которые будут покупать чай без сахара?
3. Матч Торпедо — Вымпел закончился со счетом 8:5. Докажите, что в какой-то момент число мячей, уже забитых Торпедо, было равно числу мячей, которые оставалось забить Вымпелу до конца матча.
4. В двух кучках лежали фишки с числами «+1» и «-1». Сумма в фишек в первой кучке была равна -50, а во второй 50. Саша перекидывала фишки по одной из одной кучки в другую. В итоге в первой стало 50, а во второй -50. Докажите, что был момент, когда в двух кучках сумма была 0.
5. За круглым столом сидит чётное количество гномов в колпаках с помпонами, причём у любых двух рядом сидящих гномов количество помпонов отличается не более, чем на 1. Докажите, что найдётся пара гномов, сидящих друг напротив друга, у которых количество помпонов на колпаках отличается не более, чем на 1.
6. В некоторых клетках квадрата 10×10 стоят числа 1 и -1 , причём сумма всех чисел по модулю не превосходит 20. Докажите, что есть квадрат 5×5 , сумма чисел по модулю в котором не превосходит 5.