

Вариант 6



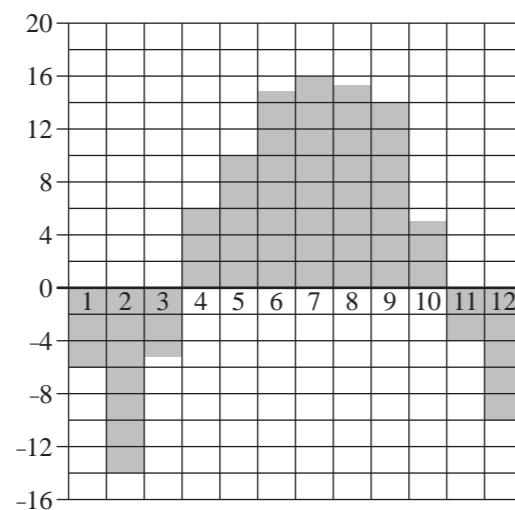
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ №1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

- 1 В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1400 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 3 недели?

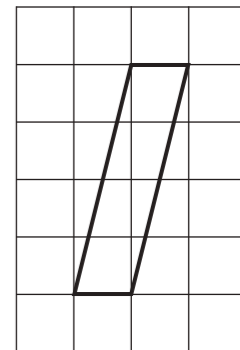
Ответ: _____.

- 2 На диаграмме показана среднемесячная температура в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что новая электробритва прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,81. Найдите вероятность того, что она прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

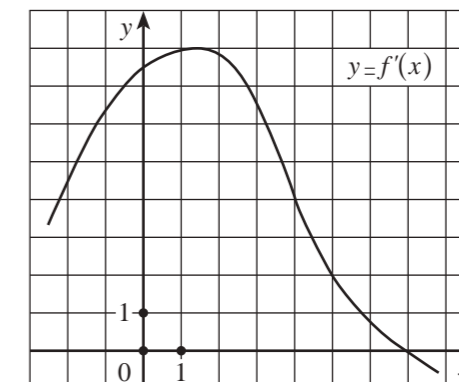
- 5 Найдите корень уравнения $(x - 2)^3 = -64$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите центральный $\angle AOB$, если он на 25° больше вписанного $\angle ACB$, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 6$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 Высота конуса равна 5 см, образующая равна 13 см. Найдите объём конуса, делённый на π .

Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $5^{0,16} \cdot 125^{0,28}$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$, где $l_0 = 10$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^8$ км/с — скорость света, V — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 8 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 11 Васе надо решить 435 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 8 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 15 дней.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 40x - 7$ на отрезке $[0, 5]$.

Ответ: _____.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ №2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin 2x = 2 \cos x - \sin x + 1$.
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

- а) Пусть P — точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKP$ — квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 15 Решите неравенство $\log_{0,1} \frac{3x+1}{x+1} > -1$.

- 16 Дан треугольник ABC . На стороне BC взята точка D так, что $CD : DB = 1 : 2$. На стороне AB взята точка M так, что $AM : MB = 1 : 1$. CM пересекается с AD в точке O .

- а) Докажите, что точка O делит отрезок AD в отношении $3 : 1$, считая от вершины A .
б) Найдите CO , если $AB = 29$, $AC = 20$, $BC = 21$.

- 17 31 декабря 2015 года Сергей взял в банке 3 524 488 руб. в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

- 18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + a^2} = x^2 + 2x - a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19 За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причём каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не более чем $\frac{5}{16}$ от общего числа детей, евших бутерброды, а мальчиков, евших конфеты, было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа детей, евших конфеты.

- а) Могло ли за столом быть 13 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?
- б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?
- в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Вариант 7



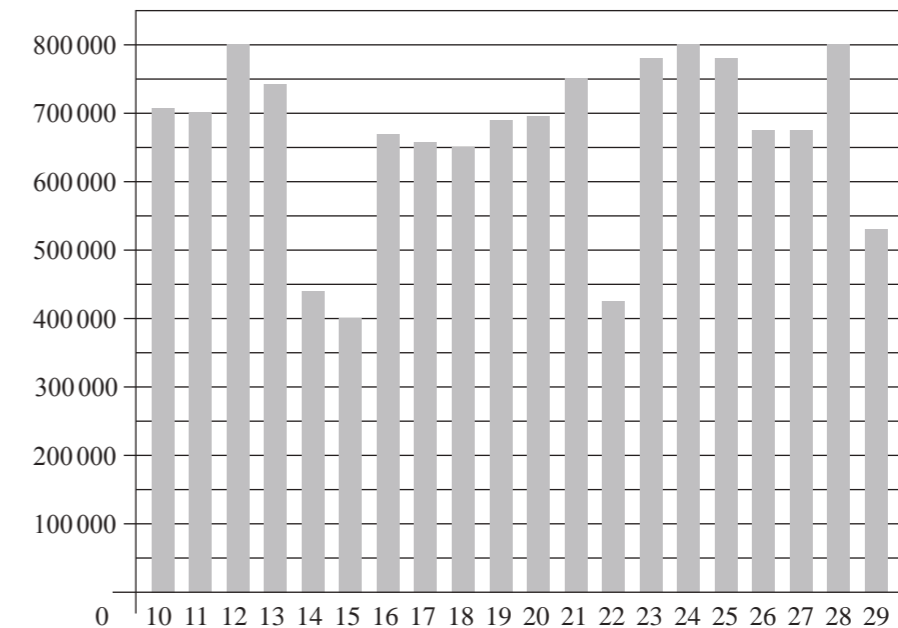
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ №1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1 Килограмм яблок стоит 85 руб. Лена купила 2 кг 400 г яблок. Сколько рублей сдачи она получит с 1000 руб.?

Ответ: _____.

2 На диаграмме показано количество посетителей сайта «Новости первого канала» во все дни с 10 по 29 июля 2016 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта было наибольшим с 10 по 15 июля.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь сектора круга радиуса $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$, центральный угол которого равен 45° .

Ответ: _____.

- 4 На фортепьянном концерте выступают пианисты из разных музыкальных школ Казани — по одному от каждой из заявленных школ. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что пианист из 8-й музыкальной школы будет выступать после пианиста из 15-й музыкальной школы и после пианиста из 2-й музыкальной школы? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

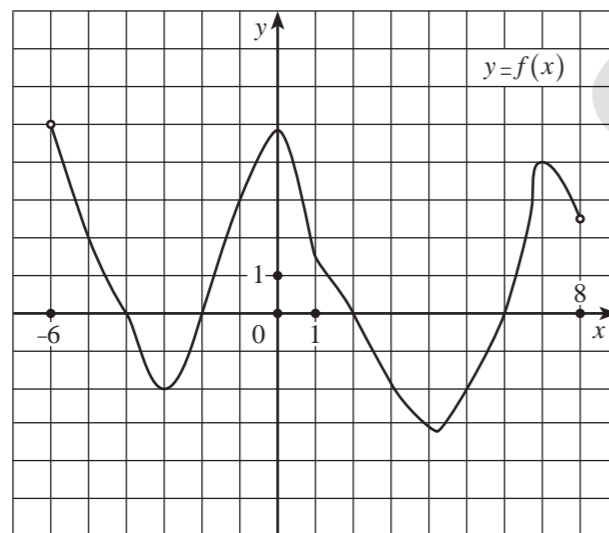
- 5 Решите уравнение $\sqrt{15+3x} = 6$.

Ответ: _____.

- 6 Периметр треугольника равен 18 см, а радиус вписанной окружности равен 3 см. Найдите площадь этого треугольника (в см^2).

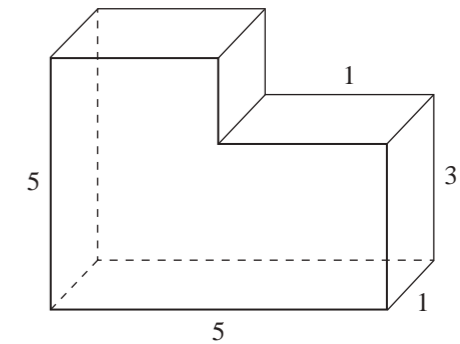
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите $2\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$.

Ответ: _____.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \delta ST^4$, где $\delta = 2,28 \cdot 10^{-6}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{40} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $14,592 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$.

Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 100 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $(x+15)e^{x-16}$.

Ответ: _____.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ №2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $25^{x+1} - 2 \cdot 5^{x+2} + 5 = 0$.

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2; \log_3 \frac{2}{3}\right]$.

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB=4$. Через точки K и C проведена плоскость α , параллельная прямой $B_1 D_1$.

а) Докажите, что $\frac{A_1 P}{PB_1} = \frac{3}{1}$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.

15 Решите неравенство $\log_2 \log_4 x + \log_4 \log_2 x \leq 1$.

16 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

а) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.

б) Найдите отношение $BH : ED$, если угол $BCD = 135^\circ$.

17 В первые классы поступает 43 человека: 23 мальчика и 20 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 21. После распределения посчитали процент мальчиков в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей? В ответе укажите количество мальчиков в большем классе.

18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^3 + x^2 - 16a^2 x + 4x + a}{x^3 - 16a^2 x} = 1$$

имеет единственное решение.

19 Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три группы так, чтобы в каждой группе было хотя бы одно число. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли быть одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли быть одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из получаемых трёх средних арифметических.