

# I. «Взаимосвязь функции и ее производной»



МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
"Гимназия"

## № 1 (1 балл).

Найдите наибольшее значение функции  $y = 2^{-10-8x-x^2}$

## № 2 (2 балла).

Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-119 + 22x - x^2}$

## № 3 (3 балла).

Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_3(x^2 - 12x + 765) - 2$ .

## № 4 (4 балла).

Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{4x} - 4e^x + 8$  на отрезке  $[-2; 2]$

## № 5 (4 балла).

Прямая  $y = -20x - 400$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 6x^2 - 200x + 1000$ . Найдите **ординату** точки касания.

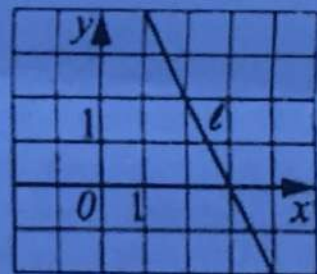
## № 6 (4 балла).

Прямая  $y = 6x + 27$  является касательной к графику функции  $y = x^2 - 6x + c$ . Найдите значение  $c$ .

## № 7 (4 балла).

На рисунке изображена прямая  $l$ , которая является касательной к графику функции  $y = ax^2 + bx + c$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

Найдите значение коэффициента  $c$ .



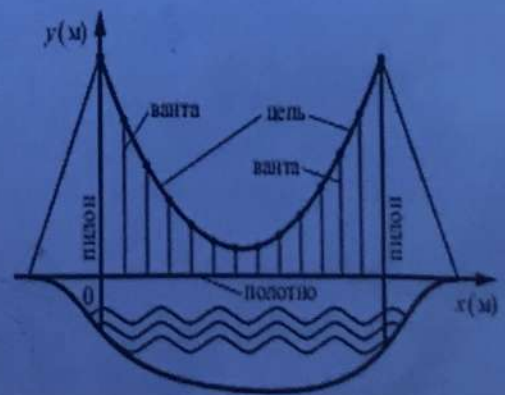
## № 8 (4 балла).

Прямая  $y = kx + 56$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 4x + 110$ . Найдите значение коэффициента  $k$ .

# II. «Задачи с физической формулировкой»

**№ 1 (1 балл).** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $OY$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $OX$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение

$y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 30 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



**№ 2 (2 балла).** Водолазный колокол, в котором содержится воздух в количестве  $\nu = 3$  моль, занимающий объем  $V_1 = 75$  литров, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$  литров. Работа  $A$  (в Дж), совершаемая при сжатии воздуха, определяется выражением:  $A = \alpha \cdot \nu \cdot T \cdot \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 5,75$  – постоянная, а  $T = 300$  К – температура воздуха. До какого наименьшего объема  $V_2$  (литров) может сжаться воздух, если вода совершает при этом работу не более, чем 10350 Дж?

**№ 3 (3 балла).** Астероид вытянутой формы летит со скоростью 9000 км/с относительно Игоря, который неподвижно стоит на Земле. Длина астероида, которую наблюдает Игорь в телескоп, может быть найдена по формуле  $l = l_n \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_n$  – длина неподвижного относительно Игоря астероида,  $v$  км/с – скорость астероида,  $c = 300000$  км/с – скорость света. Игорь уверен, что наблюдаемая им длина астероида равна 0,29991 км. Чему тогда равна длина неподвижного относительно Игоря такого же астероида? Ответ дайте в километрах.

**№ 4 (4 балла).** Масса радиоактивного вещества  $m$  с течением времени меняется по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $T$  – период полураспада этого вещества,  $m_0$  – масса вещества в момент наблюдения,  $t$  – время, прошедшее от начала наблюдения. Через 6 минут после начала опыта масса вещества была 176 г, а через 54 мин. после начала опыта масса вещества была равна 5,5 г. Определите период полураспада  $T$  этого изотопа (ответ выразите в минутах)

**№ 5 (4 балла).** При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $p \cdot V^k = const$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объём газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = \frac{5}{3}$ ) из начального состояния, в котором  $const = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^3$ , газ начинают сжимать. Какой наибольший объём  $V$  может занимать газ при давлениях  $p$  не ниже  $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ? Ответ выразите в кубических метрах.

**№ 6 (4 балла).** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 50$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 60 до 80 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 120 до 150 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

**№ 7 (4 балла).** Для системы  $N$  материальных точек справедлив второй закон Ньютона  $F = m_1 a_1 + \dots + m_N a_N$ , где  $F$  – сила в ньютонах,  $m_i$  – масса  $i$ -ой точки в кг,  $a_i$  – ускорение  $i$ -ой точки в  $\text{м/с}^2$ . Пусть система состоит из 3 материальных точек с массами  $m_1 = m_2 = 0,5 m_3$  и ускорениями  $a_1 = a_2 = a_3$ . Во сколько раз увеличится сила  $F$  при увеличении ускорения 3-ей точки в 4 раза?

**№ 8 (4 балла).** Эсминец “Тихий” плывет с постоянной скоростью  $v_0 = 33$  узла ( $1 \text{ узел} = 1 \text{ морская миля в час}$ ). В момент времени  $t = 0$  часов он выпускает торпеду, которая до попадания в цель разгоняется с постоянным ускорением  $a = 66$  узлов в час. Расстояние в морских милях от места пуска торпеды до торпеды определяется

из формулы  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите время с момента пуска (в часах), за которое торпеда поразит неподвижную цель, если расстояние от цели до места пуска торпеды равно 0,6732 морских миль.

*(Пояснение. Десятичную дробь, полученную в дискриминанте удобней представить в виде обыкновенной дроби)*

### III. «Текстовые задачи»

**№ 1 (1 балл).** Ирине нужно подписать 555 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток меньше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Даша подписала 65 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за пятый день, если вся работа была выполнена за 15 дней.

**№ 2 (2 балла).** У Ильи дома есть часы со стрелками. Илья уходит на работу в 8 часов 00 минут утра. Домой Илья возвращается в 5 часов 30 минут вечера. Сколько раз за время отсутствия Ильи часовая и минутная стрелки успевают поравняться?

**№ 3 (3 балла).** Велосипедист ехал сначала 3 минуты с горы, а затем 5 минут в гору. Обратный путь он проделал за 16 минут двигаясь с горы и в гору с теми же скоростями, что и прежде. ВО СКОЛЬКО РАЗ скорость велосипедиста при движении с горы больше, чем скорость в гору?

**№ 4 (4 балла).** Летом катер идёт по течению реки в  $1\frac{2}{3}$  раза быстрее, чем против течения. Весной скорость течения становится на 1 км/ч больше. Поэтому весной этот же катер идёт по течению в 2 раза быстрее, чем против течения. Найдите скорость течения летом.

**№ 5 (4 балла).** Два поезда движутся навстречу друг другу – один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд прошел мимо него за 12 секунд. Какова длина первого поезда? Ответ дайте в метрах.

**№ 6 (4 балла).** Смешав 30-процентный и 90-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 42-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 52-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

**№ 7 (4 балла).** Алексей, Михаил, Иван, Тимур и Кирилл купили 1000 лотерейных билетов на общую сумму 30000 рублей. На эту покупку Алексей и Иван дали в сумме 8100 рублей, Михаил дал 15% общей суммы, Тимур дал 0,3 общей суммы, а оставшуюся часть общей суммы внёс Кирилл. Ребята договорились в случае выигрыша поделить деньги пропорционально внесённому в общую сумму вкладу. В итоге они выиграли в сумме 2000000 рублей. Сколько рублей должен получить Кирилл?

**№ 8 (4 балла).** Два велосипедиста стартуют одновременно из одной точки круговой трассы в разных направлениях. Скорость первого велосипедиста в полтора раза больше, чем скорость второго. Через час после старта они встретились в пятый раз (считайте, что в первый раз они встретились уже после старта). Найдите скорость первого велосипедиста, если длина трассы 6 км. Ответ дайте в км/ч.

$x^2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801