

Тренировочные задачи

Показательные уравнения и неравенства

1. Решите уравнение:

a) $2^x = 32$;

$$6) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 9;$$

B) $4^{x+2} = 64$;

$$\Gamma) \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-3} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

a) 5; 6) -2; в) 1; г) $\frac{7}{4}$

2. Решите уравнение:

a) $3^{x^2-3x+2} = 1;$

$$6) 2^{7-3x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4};$$

B) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{2}\right)^{7x-3}$;

$$\Gamma) \left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4,5^{x-2}.$$

$$\text{a) } 1, 2; 6) \left(\frac{2}{3}; B \right) \left(1; T \right) - \frac{3}{1}$$

3. Решите уравнение:

a) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36;$

6) $\sqrt{8^{x-3}} = \sqrt[3]{4^{2-x}};$

B) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{64}{27};$

$$\Gamma) \frac{1}{8} \sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1,25}.$$

$$\text{a) } 4; 6) \left(\frac{35}{13}; 8 \right) - 3; 1) 2$$

4. Решите уравнение:

$$\text{a) } 0,125 \cdot 2^{4x-16} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}} \right)^{-x};$$

$$6) \frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{-1};$$

B) $5^{\frac{6x+3}{x}} = \sqrt[4]{125^{2x+1}}$;

$$\Gamma) 25 \cdot 0,2^{x+0,5} = \sqrt{5} \cdot 0,04^x.$$

$$(a) \left(\frac{3}{8}, 6 \right); (b) \left(2, -\frac{1}{2} \right); (c) \left(4, -1 \right)$$

5. Решите уравнение:

a) $2^{x+2} + 2^x = 5$;

6) $4^{x+1} + 4^x = 320$;

B) $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539;$

Г) $3 \cdot 5^{x+3} + 2 \cdot 5^{x+1} = 77$.

$$\overline{(a) \, 0; 6) \, 3; 8) \, 1; 7) \, -1}$$

6. Решите уравнение:

а) $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$;

в) $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$;

б) $0,2^{x-1} - 0,2^{x+1} = 4,8$;

г) $3^{2x-3} - 9^{x-1} + 27^{\frac{2x}{3}} = 675$.

$$\frac{x}{x} (x : \frac{x}{x} (x : 0 (g : z (v$$

7. Решите уравнение:

а) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

в) $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$;

б) $100^x - 11 \cdot 10^x + 10 = 0$;

г) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$.

$$z (x : l (x : l ' 0 (g : z (v$$

8. Решите уравнение:

а) $3^{-x} + 3^{x+3} = 12$;

в) $4^x - 0,25^{x-2} = 15$;

б) $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$;

г) $2^{\sin^2 x} + 5 \cdot 2^{\cos^2 x} = 7$.

$$(\mathbb{Z} \ni u) u x + \frac{x}{x} (x : z (x : (\mathbb{Z} \ni u) \frac{x}{u x} + \frac{x}{x} (g : l - ' z - (v$$

9. Решите уравнение:

а) $3^x = 4^x$;

в) $5^{x+6} - 3^{x+7} = 43 \cdot 5^{x+4} - 19 \cdot 3^{x+5}$;

б) $3^{2x} - 5^x = 15 \cdot 9^x - 15 \cdot 5^x$;

г) $9^x - 2^{x+0,5} = 2^{x+3,5} - 3^{2x-1}$.

$$\frac{x}{x} (x : g - (x : 0 (g : 0 (v$$

10. Решите уравнение:

а) $9^x + 6^x - 2 \cdot 4^x = 0$;

в) $4^x = 2 \cdot 14^x + 3 \cdot 49^x$;

б) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$;

г) $9^{x+2} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} = 0$.

$$z - (x : g \frac{x}{x} \frac{x}{x} (x : \frac{x}{x} ' 0 (g : 0 (v$$

11. Решите уравнение:

а) $8^x - 4 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 9 = 0$;

б) $27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$.

$$z ' l ' 0 (g : \frac{x}{x \wedge x + x} z \frac{x}{x} ' 0 (v$$

12. Решите уравнение:

а) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10$;

б) $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x + \left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x = 14$.

$$z \mp (g : z \mp (v$$

13. Решите уравнение:

а) $2(4^x + 4^{-x}) + 14 = 9(2^x + 2^{-x})$;

б) $9^{x+\frac{1}{2}} + \frac{3}{9^x} + 26 = 16(3^x + 3^{-x})$.

$$\{1 \mp '0 (9 '1 \mp '0 (v$$

14. Решите неравенство:

а) $2^x > 16$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 27$;

в) $4^{2x-5} < \frac{1}{64}$;

г) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2} \leq \frac{1}{625}$.

$$(\infty+:'z] \cap [z-:'\infty-) (\text{я} :(\text{I}:'\infty-) (\text{я} :[\text{g}-:'\infty-) (g :(\infty+:'p) (v$$

15. Решите неравенство:

а) $5^{2x-6} < 1$;

б) $(\sqrt{6})^x \geq \frac{1}{216}$;

в) $0,7^x < 2\frac{2}{49}$;

г) $4^{0,5x^2-3} \geq 8$.

$$(\infty+:'g] \cap [g-:'\infty-) (\text{я} :(\infty+:'z-) (\text{я} :(\infty+:'g-) (g :(\text{g}:'\infty-) (v$$

16. Решите неравенство:

а) $16^x > 0,125$;

б) $3^{x+1} < \frac{9^{4x^2}}{\sqrt{27}}$;

в) $0,2^{\frac{2x-3}{x-2}} \geq 5$;

г) $0,1^{\frac{2x+1}{1-x}} > 1000$.

$$(p :I) (\text{я} :(\text{z}:'\frac{g}{g}) (\text{я} :(\infty+:'\frac{g}{g}) \cap (\frac{g}{1}-:'\infty-) (g :(\infty+:'\frac{p}{g}-) (v$$

17. Решите неравенство:

а) $0,25^{10x} > 64^{\frac{8}{3}-x^2}$;

б) $0,04^{2x} \geq (\sqrt{5})^{x^2+3,75}$.

$$[\frac{g}{1}-:'\frac{g}{g1}-] (g :(\infty+:'p) \cap (\frac{g}{g}-:'\infty-) (v$$

18. Решите неравенство:

а) $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \geq 2,5$;

в) $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$;

г) $2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^{x-2} \leq 9$.

$$[z:'\infty-) (\text{я} :(\infty+:'\frac{z}{6}) (\text{я} :[I:'\infty-) (g :(\text{I}:'\infty-) (v$$

19. Решите неравенство:

а) $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 < 0$;

в) $4^x - 2^x - 2 \geq 0$;

б) $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 > 0$;

г) $25^x - 3 \cdot 5^x - 10 \leq 0$.

$$[1; \infty) \cup (1; (\infty; 1] \cap (\infty; 1] \cap (1; \infty) \cup (1; 1) \cup (1; 1)$$

20. Решите неравенство:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 > 0$;

в) $\left(\frac{1}{36}\right)^x - 5 \cdot 6^{-x} - 6 \leq 0$;

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 6 \left(\frac{1}{3}\right)^x - 27 \leq 0$;

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} - 10 \cdot 3^{-x} + 3 < 0$.

$$(1; 1) \cup (1; (\infty; 1] \cap (\infty; 1] \cup (1; 1) \cup (1; 1)$$

21. Решите неравенство:

а) $2^x + 3 \cdot 2^{2-x} < 7$;

б) $3^x - 5 \cdot 3^{-x} \geq 4$.

$$(\infty; 1] \cup (1; 1) \cup (1; 1) \cup (1; 1)$$

22. Решите неравенство:

а) $9^x + 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 4^x > 0$;

в) $2 \cdot 25^x - 5^{x+1} \cdot 2^x + 2^{2x+1} \leq 0$;

б) $4^{2x+1} - 7 \cdot 12^x + 3^{2x+1} < 0$;

г) $3 \cdot 49^x + 21^x - 2 \cdot 9^x \leq 0$.

$$\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup (\infty; 1) \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup (\infty; 1) \cup (1; 1) \cup (1; 1)$$

23. Решите неравенство:

а) $\frac{1}{2^x - 2} \geq \frac{1}{4 - 2^{x-1}}$;

б) $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \leq 0$.

$$(\infty; 1] \cap (0; \infty) \cup (1; (\infty; 1) \cap (1; 1) \cup (1; 1)$$

24. Решите графически неравенство:

а) $2^x > 3 - x$;

б) $2^x < \frac{3x}{2} + 1$.

$$(1; 0) \cup (1; (\infty; 1) \cup (1; 1)$$

Цель следующих задач — повторение всего курса показательных уравнений и неравенств (в целом на более высоком уровне сложности). По умолчанию требуется решить уравнение или неравенство.

$$25. \left(2 \left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} = 4.$$

6

$$26. \left(\frac{4}{9}\right)^{x+2\sqrt{x}-1} = 2,25^{x+\sqrt{x}-1}.$$

25,0

$$27. 32^{3(x^3-8)} = 8^{19(2x-x^2)}.$$

2, 5, 7, 9

$$28. 2^{x^2+x-6} + 2^{x^2+x-9} = 56.$$

4, 8

$$29. \sqrt{3^{x-54}} - 7 \cdot \sqrt{3^{x-58}} = 162.$$

99

$$30. 3^{x+1} - 5^x + 3^{x-1} - 5^{x-1} = 5^{x-2} - 3^{x-2}.$$

2

$$31. 0,81^{x-1} - 0,9^{2x-3} + 0,01^{x-1,5} - 9 \cdot 0,1^{2x-2} = 0.$$

1, 5

$$32. 0,1^{x+1} + 0,01^x = 0,02.$$

1

$$33. 3 \cdot 5^{x-2} - 2 \cdot 5^{4-x} - 5 = 0.$$

8

$$34. 4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6.$$

1, 5

$$35. 8^x + 18^x - 2 \cdot 27^x = 0.$$

0

$$36. 2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x + 3^{2x+1} = 0.$$

1, 0

$$37. 3^x + \sqrt{3^{x+2} \cdot 7^x} = 3 \cdot 7^x + \sqrt{21^x}.$$

0

$$38. 3^{2x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+x+6} + 3^{2x+12} = 0.$$

2, 8

39. $3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}.$

$$\mathbb{Z}^{\prime}\mathbb{I}$$

40. $2^{x+2} + 8^x = 5 \cdot 4^x.$

$$\mathbb{Z}^{\prime}\mathbb{O}$$

41. $9^{x+1} - 3 \cdot 3^{x+3} - 27 \cdot 3^{x-2} + 27 = 0.$

$$\mathbb{Z}^{\prime}\mathbb{I}-$$

42. $3 \cdot 4^x + (3x - 10) \cdot 2^x + 3 - x = 0.$

$$\mathfrak{E}^{\mathbb{Z}\mathfrak{S}\mathfrak{O}\mathbb{I}}-\mathbb{I}^{\prime}$$

43. $(6 - \sqrt{35})^x + (6 + \sqrt{35})^x = 142.$

$$\mathbb{Z}\mp$$

44. $8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0.$

$$\mathbb{Z}\mp,\mathbb{I},\mathbb{Z}\mp$$

45. $2^{3x} - \frac{8}{2^{3x}} - 6\left(2^x - \frac{1}{2^{x-1}}\right) = 1.$

$$\mathbb{I}$$

46. $4^{\frac{1}{\cos^2 x}} - 2^{\operatorname{tg}^2 x} - 3 = 0.$

$$\mathbb{Z} \ni u^{\prime}u\mathbb{Z}$$

47. $4^{\sin x} - 3 \cdot 2^{\sin x + \cos x} + 2 \cdot 4^{\cos x} = 0.$

$$\mathbb{Z} \ni u^{\prime}u\mathbb{Z} + \mathbb{Z}^{\prime}u\mathbb{Z} + \frac{\mathbb{Z}}{\mathbb{Z}}^{\prime}u\mathbb{Z} + \frac{\mathbb{Z}}{\mathbb{Z}}$$

48. $x^2 \cdot 3^x - 3^{x+1} \leqslant 0.$

$$\left[\mathfrak{E}^{\wedge};\mathfrak{E}^{\wedge}-\right]$$

49. $7^{x-\frac{x^2}{8}} < 7^{1-x} \cdot (\sqrt[8]{7})^{x^2} + 6.$

$$\left(\infty+; \mathbb{Z}^{\wedge}\mathbb{Z}+\mathbb{Z}\right)\cap\left(\mathbb{Z}^{\wedge}\mathbb{Z}-\mathbb{Z};\infty-\right)$$

50. $2^{2x+4} + 2^{2x+1} - 2^{2x+3} > 2^{x+2} + 0,5^{1-x} - 2^{x+1}.$

$$(\infty+; \mathbb{Z}-)$$

51. $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}\right)^{x-2} < 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2^x.$

$$(\infty+; \frac{\mathbb{Z}}{\mathbb{I}})$$

