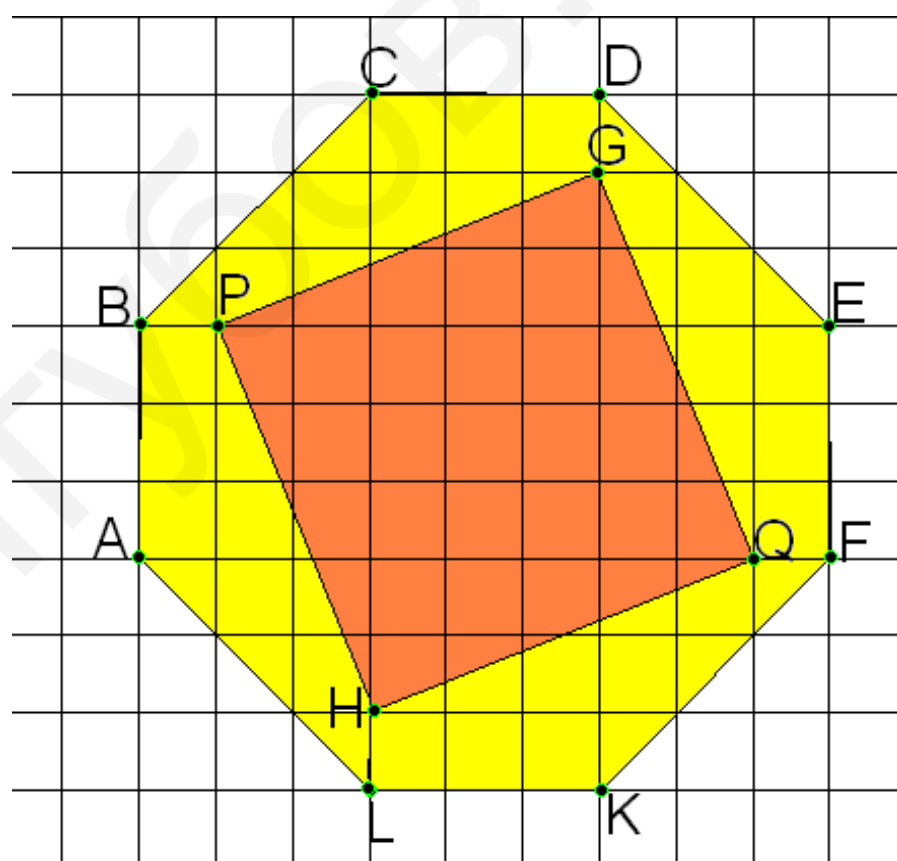


В.В.Воробьев

Сборник тестов по геометрии

для качественной подготовки
к экзаменам
/для 9-11 классов/



2014г.

«Сборник тестов по геометрии»
практические рекомендации
/ для учащихся 9-11 классов / В.В.Воробьёв.-:
Изд-во – 56с.

Введение

В основе пособия «Тесты по геометрии» – тесты, основные геометрические свойства и формулы, основные методы решения.

Особенности данного пособия:

– Имеется достаточное количество справочной информации.

Предлагаемый теоретический материал представлен хаотично с особой целью, чтобы обучающиеся, проанализировав условие задачи, подумали и выбрали нужную информацию для решения соответствующей задачи, используя при этом рациональный способ решения.

– Большую часть задач в тестах можно решить **несколькими способами**. Это очень важно для формирования умений мысленно (или с фиксированием в тетради) строить план решения задачи, и если этот план состоит из более пяти действий, то нужно подумать, и найти другой способ решения с меньшим количеством действий, так как практически все эти задачи можно решить, используя два или три действия.

– В тестах имеется целый ряд задач, при решении которых необходимо использовать **дополнительные построения**. В контрольно измерительных материалах в группе **В** не предлагаются задачи с дополнительными построениями, но такие задачи полезны для осмысления определенных геометрических свойств, и они позволяют находить оригинальные способы решения.

– Пособие содержит как «**данные задачи**» так и «**им обратные**». Это сделано с особой целью показать обучающимся, что используя одно и то же геометрическое свойство при решении «данной задачи» и «ей обратной», методы решения, различны, и при решении обратной задачи необходимо введения неизвестной величины, и как правило, все решение сводится к решению простейшего уравнения.

– Данное пособие можно использовать не только для проверки знаний, но и для более глубокого понимания определенных геометрических свойств, особенно для тех, которым по учебной программе отводится мало времени.

– Этот сборник тестов можно использовать как дополнительное учебное пособие на уроках и во внеурочное время при обобщающем повторении и при подготовке к экзаменам, при индивидуальных занятиях, и как «**Элективный курс**» под названием «**Геометрия в задачах**».

Элективный курс «**Геометрия в задачах**». (всего 10 ч.)

1. Доказательство «особых» геометрических свойств. 1ч.
2. Прямоугольный треугольник и его свойства. Задачи из тестов №1-6; 1ч.
3. Биссектриса треугольника и ее свойства. Задачи из тестов №1-№8; 1ч.
4. Медиана треугольника и ее свойства. Задачи из тестов №1-№10; 1ч.
5. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Задачи из тестов №1-№12; 1ч.
6. Теорема синусов. Теорема косинусов. Задачи из тестов №1-№15; 1ч.
7. Теорема Фалеса и ее следствие. Метод «Центра масс»
Задачи из тестов №1-№15; 1ч.

8. Признаки подобия треугольников и свойства подобных фигур.

Задачи из тестов №1-№15; 1ч.

9. Контрольные тесты. Тесты №16-№20; 2ч.

Тестовый материал, в первую очередь, эффективно применять для проведения серии «обучающих самостоятельных работ», проверки и контроля знаний. На выполнение заданий теста отводится 45 минут, что соответствует продолжительности урока. Обучающиеся должны, используя соответствующий теоретический материал, решить как можно больше задач за урок.

В тестах предлагаются задачи различной сложности:

Расположение задач не зависит от сложности (такое расположение создано специально). Обучающимся необходимо научиться наиболее рационально распределять свои силы и время на решение задач.

Примерные критерии оценивания

Для обучающей самостоятельной работы №1 (тесты №1-№10)

За правильное решение 6-8 задач - «3»

За правильное решение 9-10 задач - «4»

За правильное решение 11 задач - «5»

Для обучающей самостоятельной работы №2 (тесты №11-№15)

За правильное решение 6-7 задач - «3»

За правильное решение 8-11 задач - «4»

За правильное решение 12-14 задач - «5»

Для контрольной работы и других (тесты №16-№20)

За правильное решение 6-8 задач - «3»

За правильное решение 9-12 задач - «4»

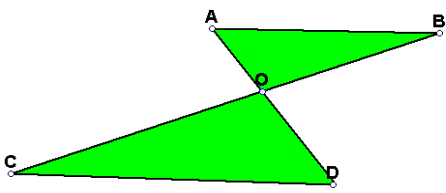
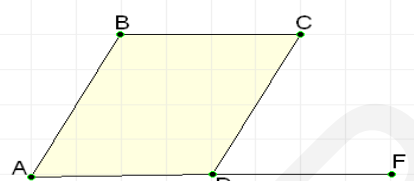
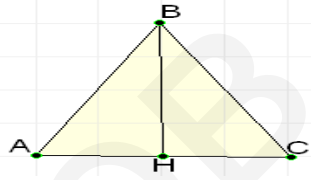
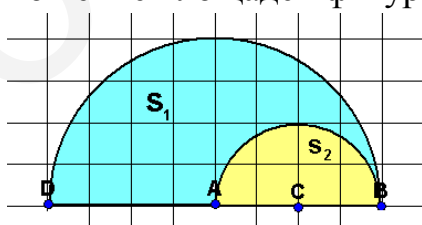
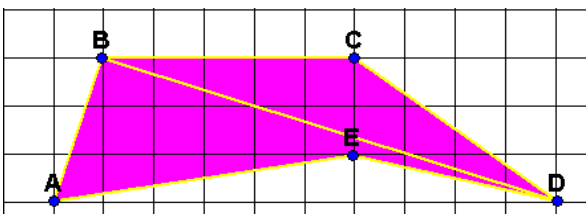
За правильное решение 13-14 задач - «5»

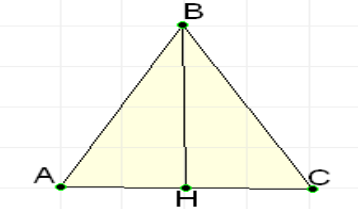
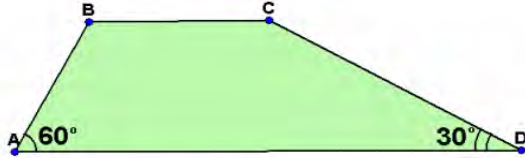
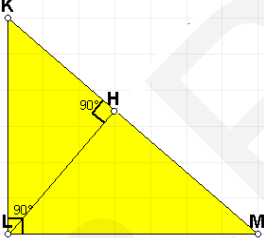
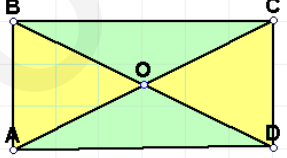
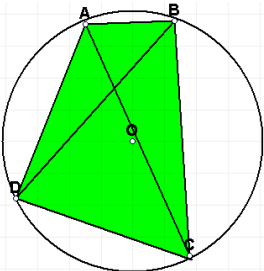
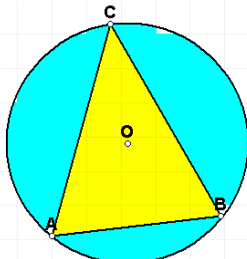
Проведение «тренировочных тестов» направлено на формирование умений и навыков решения задач ГИА и ЕГЭ. Система самостоятельных работ является одним из основных средств реализации деятельностного подхода. Данное пособие может оказать существенную помощь в проведении обучающих самостоятельных работ, используя любые формы работы как индивидуальную, парную или групповую.

СОДЕРЖАНИЕ

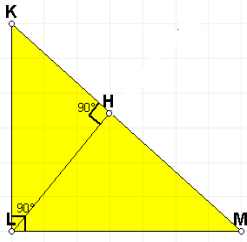
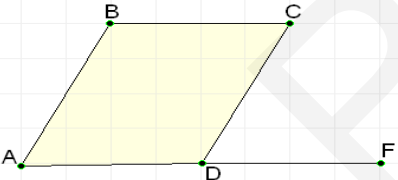
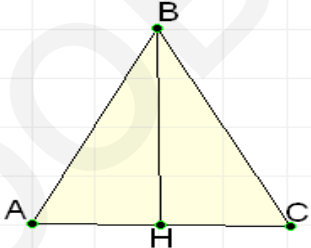
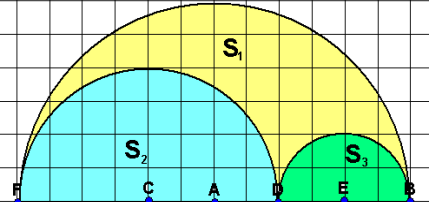
Введение	3
1. Обучающие тесты: задачи, в которых используется не более двух геометриче- ских свойств (по готовым чертежам).	6-25
2. Тесты для самостоятельных и контрольных работ:	26-45
4. Основные методы и приемы решения задач обучающих тестов.	46-52
5. Ответы	53-55
6. Список использованной литературы	56

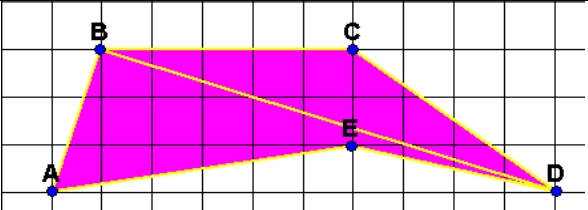
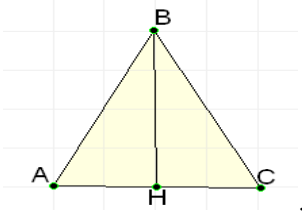
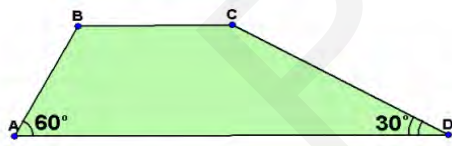
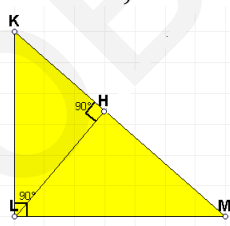
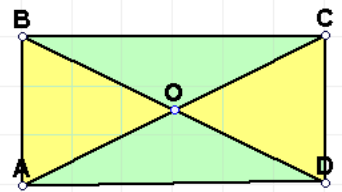
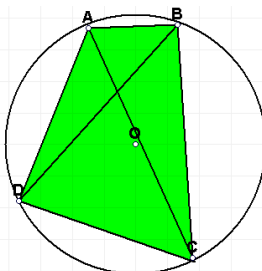
Тест №1

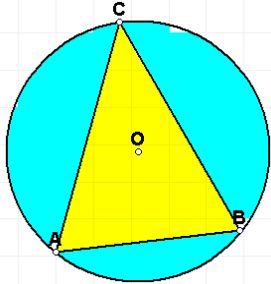
Основные свойства и формулы	Условие задач
<i>Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.</i>	1. Дано: $AB \parallel CD$, $\angle BAO = 42^\circ$, $\angle DCO = 18^\circ$, $\angle COD = ?$ 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$ $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ <i>сумма углов выпуклом n-угольника</i>	2. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle ABC = 142^\circ$, $\angle CDF$ – внешний угол, $\angle CDF = ?$ 
<i>Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.</i>	3. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=13$, $AC=10$, BH – высота, BH –? 
<i>Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то</i> $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL} \right)^2$	4. На рисунке изображены два полукруга с диаметрами соответственно DB и AB. Найдите отношение площадей фигур S_1 и S_2 
<i>Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.</i> $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	5. На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см^2 площадь пятиугольника ABCDE больше площади четырехугольника ABDE. 
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2}d_1d_2$	6. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=40$, $AC=48$, BH – высота, $\cos A = ?$

Если $\triangle ANM \sim \triangle BAC$, то $\frac{S_{\triangle BNM}}{S_{\triangle BAC}} = \left(\frac{BN}{BA}\right)^2$	
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	7. Дано: ABCD – трапеция BC=12, AD=26, AB –? 
Если в трапеции ABCD BC и AD – основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN = \frac{BC + AD}{2}$	1. Дано: KLM – прямоугольный треугольник KL=6, LM=8, r –? 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	2. Дано: ABCD – прямоугольник AC=12, $\sin \angle AOB = 0,4$, $S_{ABCD} = ?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: $\angle CAB = 56^\circ$, $\angle DBC = 42^\circ$, $\angle BCD = ?$ 
$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	11. Дано: $\sin \angle ACB = 0,4$, CO =12, AB=? 

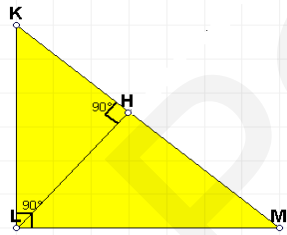
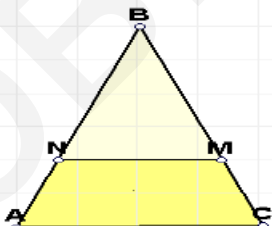
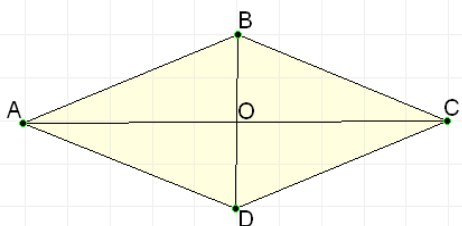
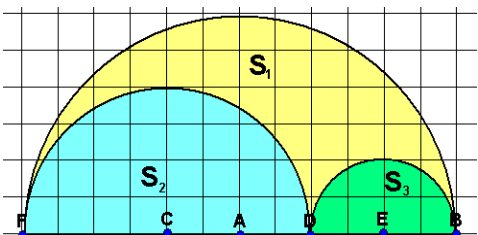
Тест №2

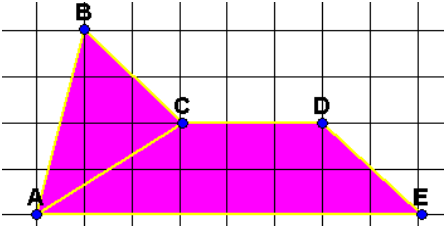
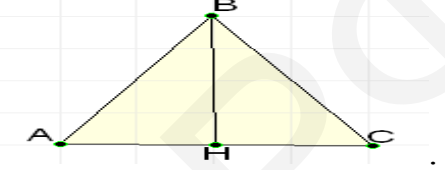
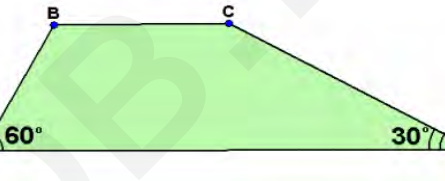
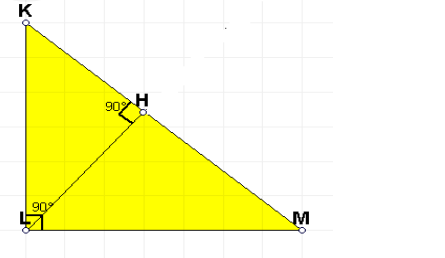
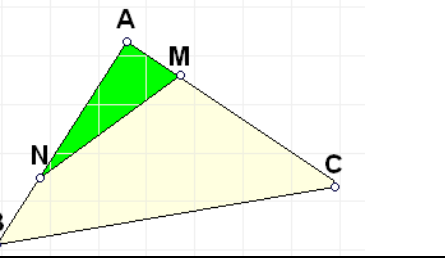
Основные свойства и формулы	Условие задач
<i>Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.</i>	1. Дано: KLM – прямоугольный треугольник $KH=9$, $HM=16$, $LH=?$ 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$ $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ <i>сумма углов выпуклом n-угольника</i>	2. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle CDF = 64^\circ$ $\angle ABC = ?$. 
<i>Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.</i>	3. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=17$, BH – высота, $BH=15$, $AC=?$, 
<i>Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то</i> $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. На рисунке изображены три полукруга с диаметрами соответственно DB, FB и FD. Найдите отношение площадей фигур S_1 и S_3. 
<i>Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.</i>	5. На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см² площадь пятиугольника ABCDE больше площади $\triangle BCD$.

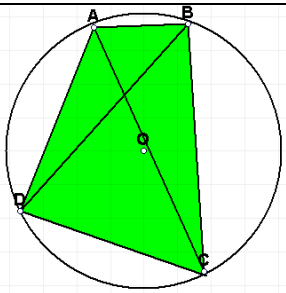
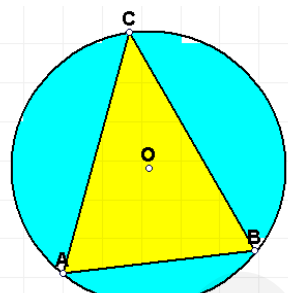
	
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	6. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=34$, $AC=32$, BH – высота, $\text{tg} A = ?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	7. Дано: $ABCD$ – трапеции $BC=2\sqrt{3}$, $AD=6\sqrt{3}$, $CD = ?$ 
Если в трапеции $ABCD$ BC и AD – основания, MN – средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN = \frac{BC + AD}{2}$	8. Дано: KLM – прямоугольный треугольник $KL=9$, $KM=15$, $r = ?$ 
Если в треугольнике ABC BN – биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9. Дано: $ABCD$ – прямоугольник $AC=25$, $\cos \angle AOB = 0,6$, $S_{ABCD} = ?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF – медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O – точка пересечения медиан.	10. Дано: $\angle ABD=36^\circ$, $\angle DAC=42^\circ$, $\angle ADC = ?$ 

$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	11. Дано: $\sin \angle ABC = 0,6$, $CO = 12$, $AC = ?$ 
--	---

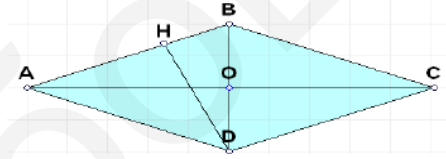
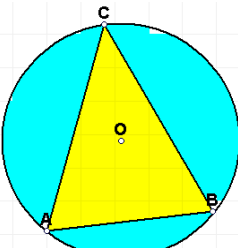
Тест №3

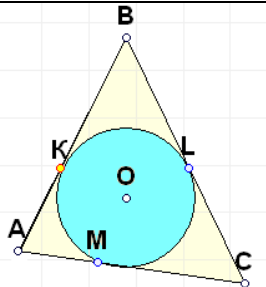
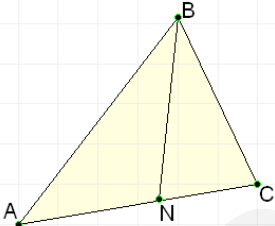
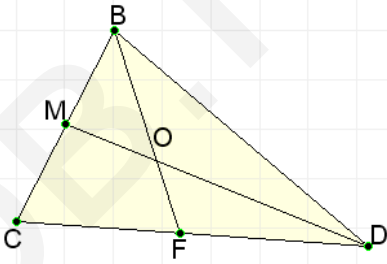
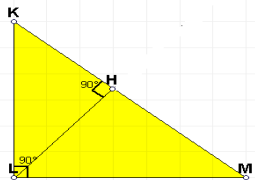
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	1. Дано: $\triangle KLM$ $\angle L = 90^\circ$, $\cos K = 0,8$, $KL = 10$, $LH = ?$ 
Если $\triangle ANM \sim \triangle BAC$, то $\frac{S_{\triangle BNM}}{S_{\triangle BAC}} = \left(\frac{BN}{BA} \right)^2$	2. Дано: $\triangle ABC$ $NM \parallel AC$, $BN:AN = 3:1$, $S_{\triangle ANM} = 81$, $S_{\triangle ANB} = ?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM = 2:1$; $BO:OF = 2:1$. O- точка пересечения медиан. $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ сумма углов выпуклом n-угольника	3. Дано: $ABCD$ – ромб, $S_{\triangle ACD} = 96$, $AC:BD = 4:3$, $AC = ?$ 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL} \right)^2$ $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	4. На рисунке изображены три полукруга с диаметрами соответственно DB, FB и FD. Найдите отношение площадей фигур S_3 и S_2. 

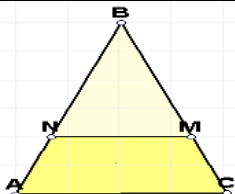
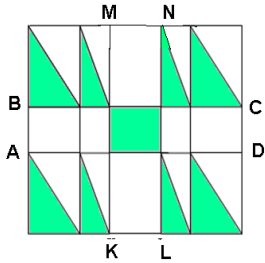
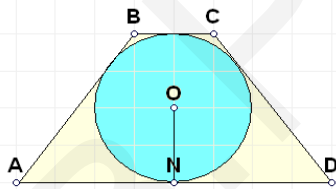
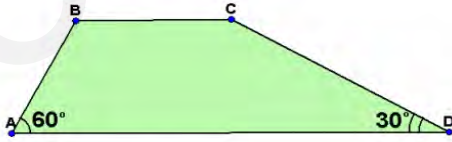
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{KB \cdot BM}.$	5. На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см² площадь пятиугольника ABCDE больше площади треугольника ABC. 
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	6. Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный $AB=BC=25$, $AC=30$, BH – высота, $\text{ctg} A$ –? 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	7. Дано: ABCD – трапеция $BC=6$, $AD=22$, AB –? 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH – высота, то $1) \frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ $2) \frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	8. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный $KL=12$, $LM=16$, r –? 
Если в треугольнике ABC BN – биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9. Дано: $S_{ABC}=28$, $AN:BN=5:2$, $AM:MC=1:7$. $S_{NAM}=?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF – медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O – точка пересечения медиан. $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}; \quad (r - \text{радиус вписанной окружности})$	10. Дано: $\angle CAB=58^\circ$, $\angle DBC=42^\circ$, $\angle BCD=?$

санной окружности в правильный n -угольник)	
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	11. Дано: $\sin \angle ACB = 0,4$, $AB = 12$, $BO = ?$ 

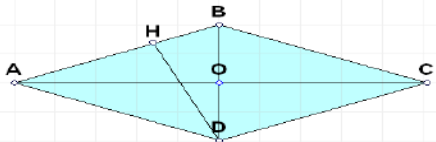
Тест №4

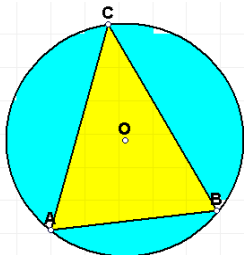
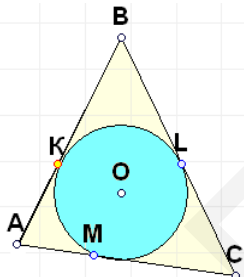
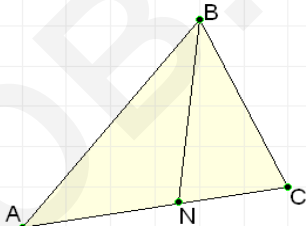
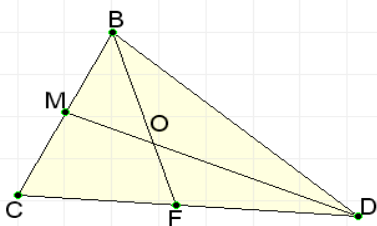
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	1. Дано: $ABCD$ – ромб DH – высота, $\angle BDH = 14^\circ$, $\angle ADC = ?$. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности около треугольника ABC	2. Дано: $\angle ACB = 45^\circ$, $AB = 10\sqrt{2}$, $BO = ?$ 
Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	3. Дано: $\triangle ABC$ вписана окружность $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 4$, $BK = ?$

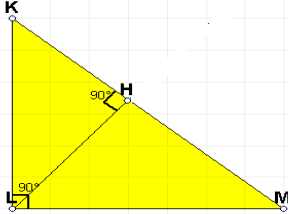
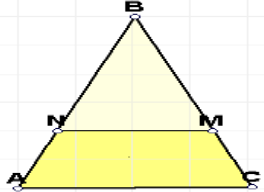
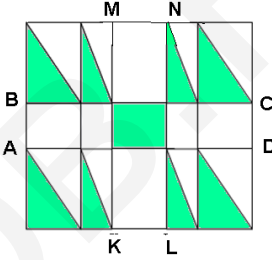
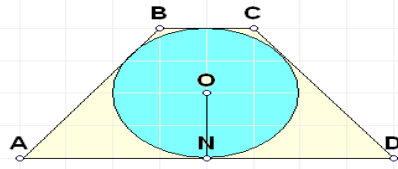
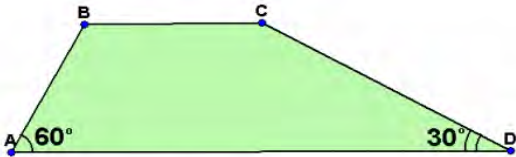
	
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	4. Дано: $\triangle ABC$ AC=14, BC=18, AB=24. BN-биссектриса, $BN^2 = ?$ 
Если в $\triangle D\hat{A}\tilde{N}$ DM, BF-медианы, то $DO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.	5 Дано: $\triangle BDC$ BD=DC, DM; BF-медианы, DM=9, BF=7,5, $S_{\triangle BDC} = ?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	6. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle HAN = 17^\circ$, AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle ABC = ?$, 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	7. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный KL=18, LM=24, r – ? 
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ Если $\triangle ANM \sim \triangle BAC$, то	8. Дано: $\triangle ABC$ NM AC, BN:AN=2:1, $S_{\triangle ANM} = 36$, $S_{\triangle ABC} = ?$

$\frac{S_{\triangle BNM}}{S_{\triangle BAC}} = \left(\frac{BN}{BA}\right)^2$	
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$ Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	9. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD=MNLK, AB=20, BC=70. 
$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10 Дано: ABCD -трапеция AB=CD, BC=8, AD=32, NO=? 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы	11. Дано: ABCD – трапеция $BC=\sqrt{3}$, $AD=6\sqrt{3}$, $CD=?$ 

Тест №5

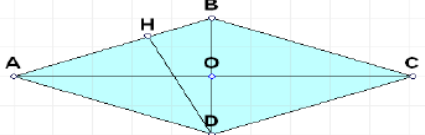
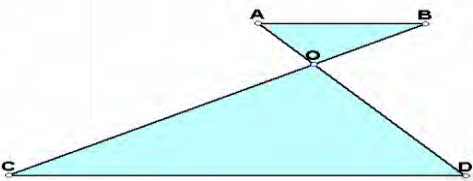
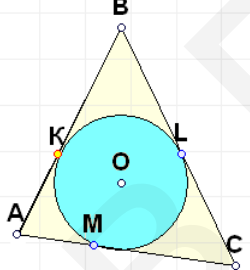
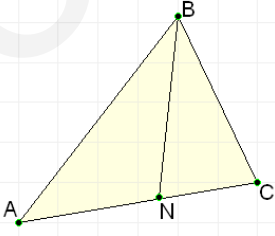
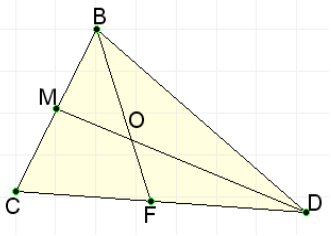
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\triangle} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$ $R = \frac{abc}{4S_{\triangle}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	2. Дано: ABCD – ромб DH – высота, $\angle ADH=34^\circ$. $\angle ABC=?$. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R- радиус описанной окружности около треугольника ABC	2. Дано: $\angle ACB = 60^\circ$, $BO=5\sqrt{3}$, $AB=?$

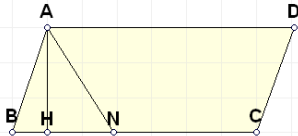
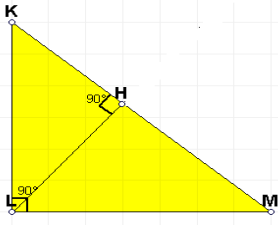
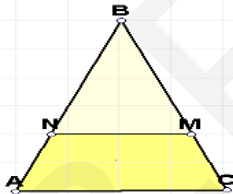
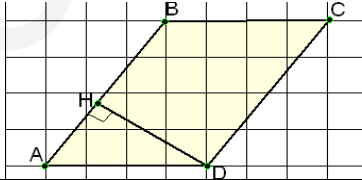
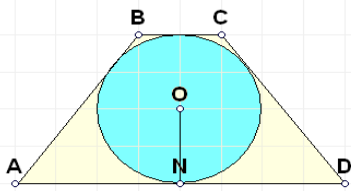
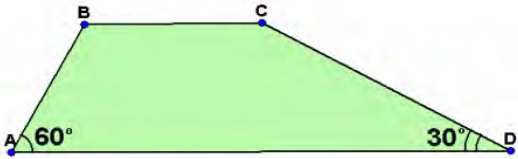
	
<i>Теорема косинусов</i> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	3. Дано: В ΔABC вписана окружность $AK:BL:CM=2:6:5$, периметр ΔABC равен 130. $AB=?$, 
<i>Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$</i> $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	4. Дано: ΔABC $AC=14$, $BC=9$, $AB=12$. BN-биссектриса, $BN^2=?$ 
<i>Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.</i> <i>Если в ΔABC DM, BF-медианы, то $DO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан</i>	5. Дано: ΔBDC $BD=DC$, DM, BF-медианы, $DM=12$, $BF=7,5$, $S_{\Delta BMO}=?$ 
<i>Если ΔKLM прямоугольный угол $L = 90^\circ$, то</i> $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ <i>r – радиус вписанной окружности в ΔKLM</i>	6. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle ANH=51^\circ$, AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle ADC=?$ 
<i>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то</i>	7. Дано: ΔKLM – прямоугольный $KL=24$, $KM=30$, $r=?$

$1) \frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ $2) \frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	
$S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	8. Дано: $\triangle ABC$ $NM \parallel AC$, $BN:AN=2:1$, $S_{\triangle ANM}=144$, $S_{\triangle ANMC} = ?$ 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	9. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник $ABCD=MNLK$, $AB=30$, $BC=80$. 
$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: $ABCD$ - трапеция $AB=CD$, $BC=3$, $AD=12$, $S_{ABCD} = ?$ 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы	11. Дано: $ABCD$ – трапеция $AB=BC$, $CD=4\sqrt{3}$, $AB=?$ 

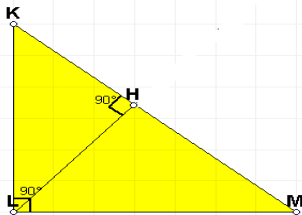
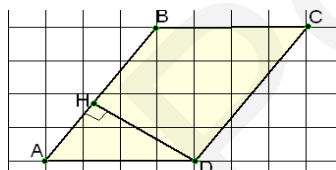
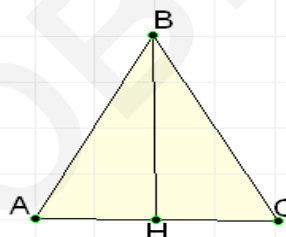
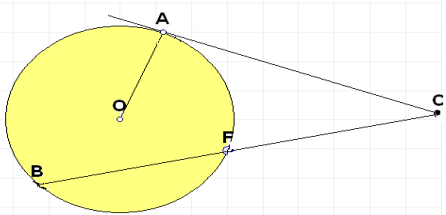
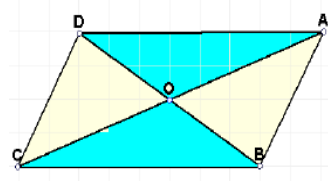
Тест №6

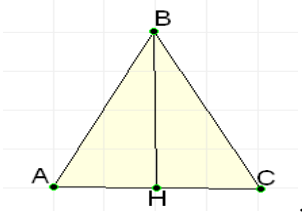
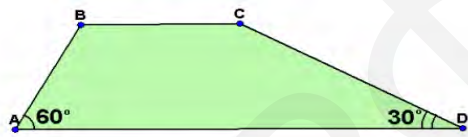
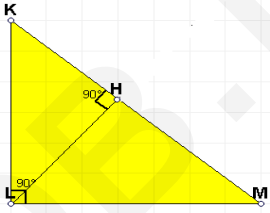
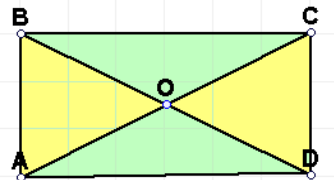
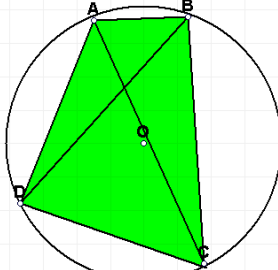
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. Дано: $ABCD$ – ромб DH – высота, $\angle ADH=44^\circ$, $\angle BDH=?$.

$R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности около треугольника ABC	2. Дано: $AB \parallel CD$, если $S_{AOB} = 36$, $AO:DO = 2:3$. $S_{DOC} = ?$ 
Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	3. Дано: В ΔABC вписана окружность $AB=5$, $BC=6$, $AC=3$, $BK=?$ 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	4. Дано: ΔABC $AC=8$, $BC=9$, $AB=15$. BN-биссектриса, $BN^2 = ?$ 
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников. Если в ΔABC DM, BF-медианы, то $DO:OM = 2:1$; $BO:OF = 2:1$. O- точка пересечения медиан	5. Дано: ΔBDC $BD=DC$, DM; BF-медианы, $DM=18$, $BF=15$, $S_{\Delta BOD} = ?$ 
Если ΔKLM прямоугольный угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	6. Дано: $ABCD$ – параллелограмм AN – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle ANH = 47^\circ$, $\angle BAN = ?$

r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	7. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный $KH=16$, $HM=25$, $\text{tg} \angle HML = ?$ 
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD} \right)^2$	8. Дано: $\triangle ABC$ $NM \parallel AC$, $BN:AN=4:3$, $S_{\triangle ANM} = 64$, $S_{\triangle ABC} = ?$ 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD} \right)^2$	9. На рисунке изображен параллелограмм ABCD DH – высота. Найдите высоту DH в сантиметрах, если размеры одной клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. 
$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: ABCD – трапеция $AB=CD$, $BC=7$, $AD=28$, $S_{ABCD} = ?$ 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы. $S_{\text{ромба}} = 2ra$	11. Дано: ABCD – трапеция $AB=BC$, $CD=9\sqrt{3}$, $AD=?$ 

Тест №7

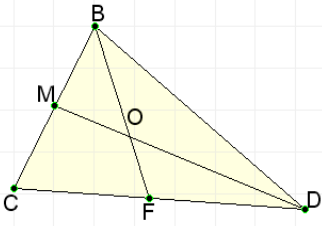
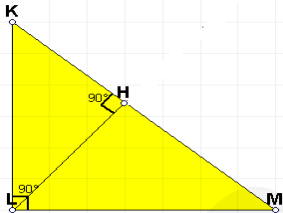
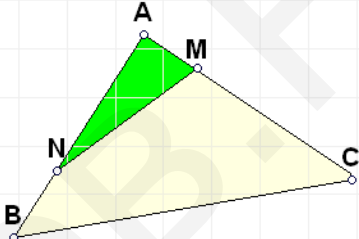
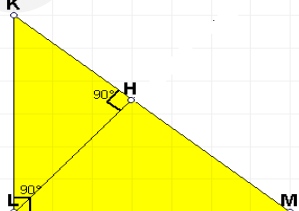
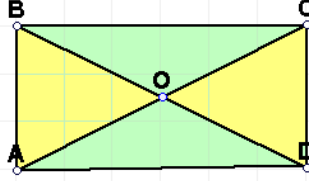
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	1. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный треугольник $KH=25$, $HM=49$, $\operatorname{tg} \angle HKL = ?$ 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$ $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ сумма углов выпуклом n-угольника	2. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$ DH – высота, размеры одной клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$, $S_{ABCD} = ?$. 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $r = \frac{S_{\Delta}}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$	3. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=25$, BH – высота, $BH = 20$, $r = ?$, 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если $BC:BF=49:24$, $AC=70$. 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	5. Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $S_{ABCD} = 48$, $AC=16$, $DB=12$. $\angle AOD = ?$. 

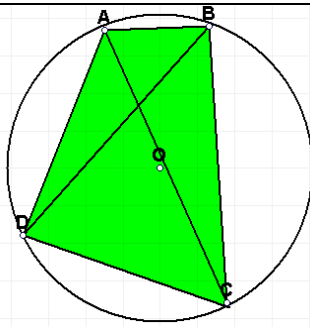
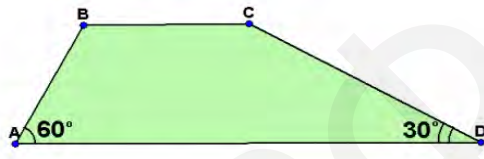
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$ Если в трапеции $ABCD$ BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN = \frac{BC + AD}{2}$	6. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=51$, $AC=48$, BH – высота, $tg C = ?$ 
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	7. Дано: $ABCD$ – трапеция $BC:AD=1:5$, $CD=6\sqrt{3}$, $AD=?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	8. Дано: KLM – прямоугольный треугольник $KL=32$, $KM=68$, $r = ?$ 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9. Дано: $ABCD$ – прямоугольник $AC=45$, $\cos \angle AOB = 0,8$, $S_{ABCD} = ?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: $\angle ABD=39^\circ$, $\angle DAC=44^\circ$, $\angle ADC=?$ 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то	11. Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $BF:FC=3:10$, $AN:ND=5:8$, $S_{ABFN}=96$, $S_{ABCD}=?$

$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	
---	--

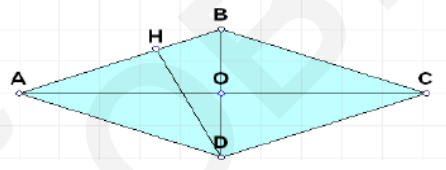
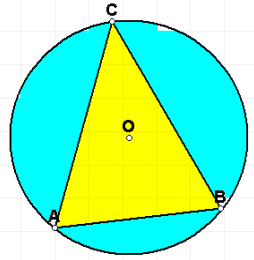
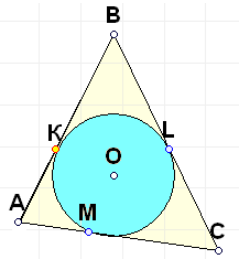
Тест №8

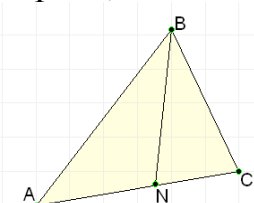
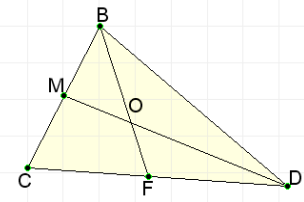
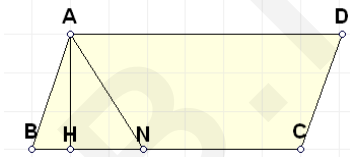
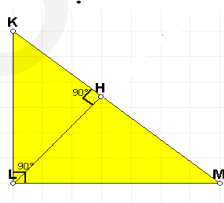
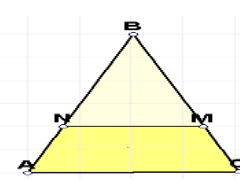
Основные свойства и формулы	Условие задач
Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.	1. Дано: $AB \parallel CD$, $\angle BAO = 44^\circ$, $\angle BCD = 34^\circ$, $\angle BOD = ?$
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$ $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ сумма углов выпуклом n-угольника	2. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle ABC = 142^\circ$, $\angle CDF = ?$
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	3. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=10$, $AC=16$, AH – высота, $AH=?$
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	4. Дано: $\triangle ABC$ $AB:BC=4:3$, $AC=14$. $BN=6\sqrt{7}$, BN – биссектриса, $AB=?$
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников. Если в $\triangle D\hat{A}\hat{N}$ DM, BF-медианы, то $DO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан	5. Дано: $\triangle BDC$ $BD=DC$, DM; BF – медианы, $DM=36$, $BF=19,5$, $S_{CMOF}=?$

	
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	6. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный $\cos \angle M = 0,4\sqrt{6}$, $LM=16$, $LH=?$ 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	7. Дано: $S_{ABC} = 24$, $AN:BN=5:3$, $AM:MC=1:5$. $S_{NAM} = ?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	8. Дано: KLM – прямоугольный треугольник $KH:MH=9:16$, $r = 10$, $KM=?$ 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9. Дано: $ABCD$ – прямоугольник $AC=15$, $\cos \angle AOB = 0,6$, $S_{ABCD} = ?$ 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус впи-	10. Дано: $\angle CAB = 66^\circ$, $\angle DBC = 40^\circ$, $\angle BCD=?$

санной окружности в правильный n -угольник)	
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	11. Дано: $ABCD$ – трапеция $BC:AD=1:7$, $CD=5\sqrt{3}$, $AB=?$ 

Тест №9

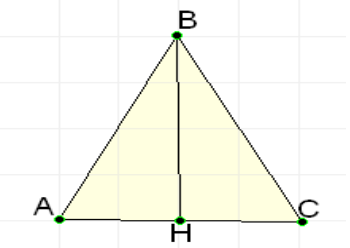
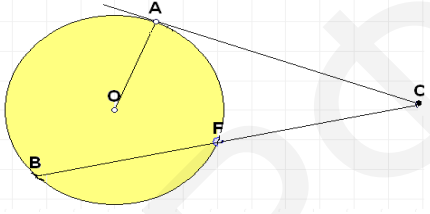
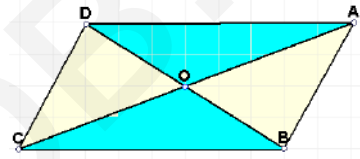
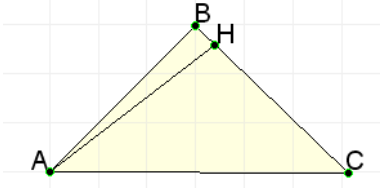
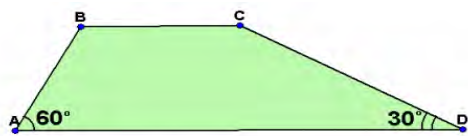
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	1. Дано: $ABCD$ – ромб DH – высота, $\angle BDH=24^\circ$, $\angle ADH=?$. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности около треугольника ABC	2. Дано: $\angle ABC = 60^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, $AO=?$ 
Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	3. Дано: $\triangle ABC$ вписана окружность $AB=7$, $BC=8$, $AC=6$, $AK=?$ 
	4. Дано: $\triangle ABC$ $AC=18$, $AB:BC=5:4$, $BN=10$, BN -

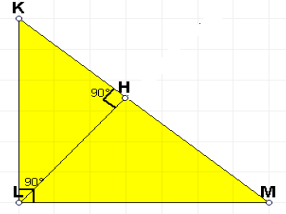
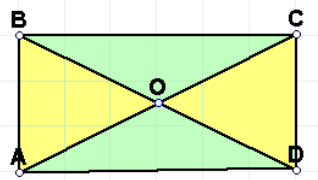
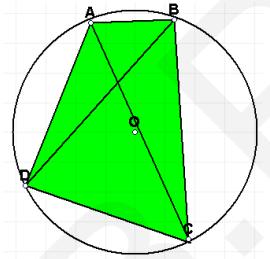
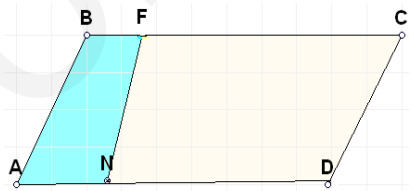
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	биссектриса, $AB=?$ 
Если в $\triangle DMF$ DM, BF-медианы, то $DO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.	5. Дано: $\triangle BDC$ $BD=DC$, DM; BF-медианы, $DM=45$, $BF=25,5$, $S_{\triangle DBC}=?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в $\triangle KLM$	6. Дано: $ABCD$ – параллелограмм AN – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle ANH=49^\circ$, $\angle ABC=?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то $1) \frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ $2) \frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	7. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный $S_{KLM} = 54$, $KM=15$, $r=?$ 
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ Если $\triangle ANM \sim \triangle BAC$, то $\frac{S_{\triangle ANM}}{S_{\triangle BAC}} = \left(\frac{AN}{BA}\right)^2$	8. Дано: $\triangle ABC$ $NM \parallel AC$, $BN:AN=3:2$, $S_{\triangle ANM}=288$, $S_{\triangle ABC}=?$ 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$ Если в четырехугольнике $ABCD$ вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	9. Во сколько раз площадь восьмиугольника $ABCEFGKL$ больше площади четырехугольника $PGQH$.

$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: $ABCD$ - трапеция $AB=CD$, $NO=4$, $AD=16$, $AB=?$,
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы	11. Дано: $ABCD$ – трапеция $BC:AD=1:3$, $S_{ABCD} = 25\sqrt{3}$, $AD=?$

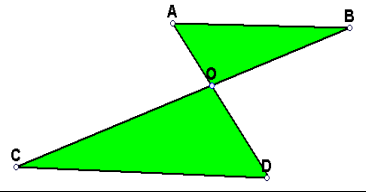
Тест №10

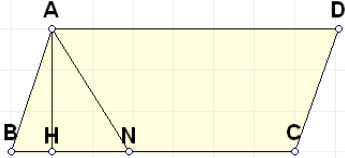
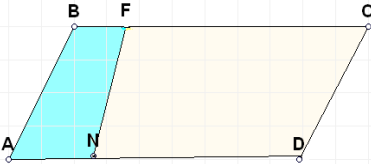
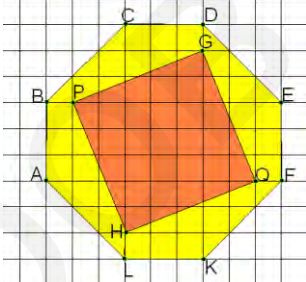
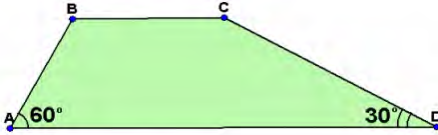
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	1. Дано: $\triangle KLM$ – прямоугольный треугольник $KH=25$, $KM=61$, $\text{tg} \angle HKL=?$
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$ $S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$ сумма углов выпуклом n-угольника	2. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$ DH – высота, размеры одной клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$, $AH=?$.
	3. Дано: ABC – равнобедренный треугольник

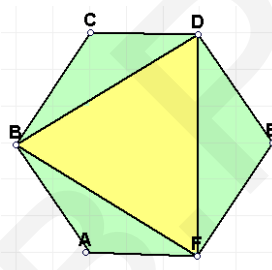
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $r = \frac{S_{\triangle}}{p}, p = \frac{a+b+c}{2} \quad r - \text{радиус}$ вписанной окружности в $\triangle$.	$AB=BC=35$, BH – высота, $BH=28$, $r=?$ 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если $BC:BF=16:7$, $AC=24$. 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	5. Дано: $ABCD$ – параллелограмм $S_{ABCD}=40\sqrt{2}$, $AC=16$, $DB=10$, $\angle AOD=?$. 
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2}d_1d_2$	6. Дано: ABC – равнобедренный треугольник $AB=BC=20$, $AC=32$, AH – высота, $AH=?$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	7. Дано: $ABCD$ – трапеция $AB=BC$, $CD=\sqrt{3}$, $AD=?$ 
Если в трапеции $ABCD$ BC и AD – основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$,	8. Дано: KLM – прямоугольный треугольник $\text{tg} \angle M = 0,75$, $KM=10$, $LH=?$

$MN = \frac{BC + AD}{2}$	
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9. Дано: ABCD – прямоугольник $AB = 2\sqrt{3}$, $\cos \angle BOC = -0,5$, BC=? 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10. Дано: $\angle ABD = 26^\circ$, $\angle ADC = 102^\circ$, $\angle DAC = ?$ 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	11. Дано: ABCD – параллелограмм, $BF:FC=4:13$, $AN:ND=6:11$, $S_{ABFN}=120$, $S_{ABCD}=?$ 

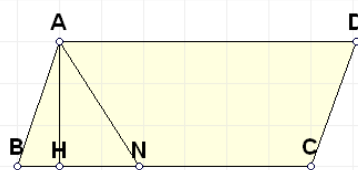
Тест №11

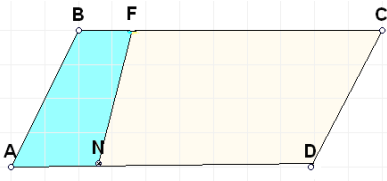
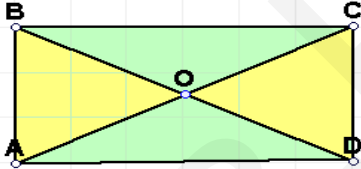
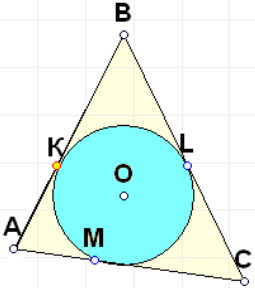
Основные свойства и формулы	Условие задач
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{KB \cdot BM}$.	1. Прямые AD и BC пересекаются в точке O, $AB \parallel CD$. Найдите угол BOD, если угол BAO равен 38°, а угол DCO равен 31°. 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$ Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то	2. В параллелограмме ABCD угол HAN равен 22°. Найдите угол BCD, если AH-высота, а AN – биссектриса угла BAD.

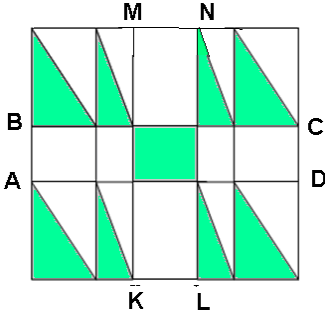
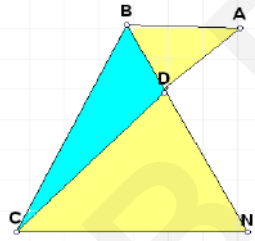
$\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	
Если $\angle ABC$ – вписанный, O – центр окружности, точки B и O лежат по одну сторону от AC, то $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$	3. В параллелограмме $ABCD$ $BF:FC=2:9$, $AN:ND=3:8$. Площадь трапеции $ABFN$ равна 25. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$. 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC $\angle A:\angle B:\angle C=2:5:11$. Найдите угол A.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH – высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	5. На сколько см^2 площадь восьмиугольника $ABCDEFGKL$ больше площади четырехугольника $PGQH$? Площадь одной клетки 1см^2. 
$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	6. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=AB$, $AC:BC=5:8$ Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 198.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$	7. В треугольнике MPK PN – биссектриса, $MP:PK=5:6$, площадь треугольника PNK равна 36. Найдите площадь треугольника MPK.
Если в трапеции $ABCD$ BC и AD – основания, MN – средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN = \frac{BC + AD}{2}$	3. В трапеции $ABCD$ угол A равен 60°, а угол D равен 30°, основания трапеции равны соответственно $BC=3\sqrt{3}$, $AD=13\sqrt{3}$. Найдите боковую сторону CD. 
Если в треугольнике ABC BN – биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$	9. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AN=16$, $BH=9$. Найдите площадь треугольника ABC,

$BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	если CH – высота треугольника ABC.
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	10.Площадь равнобедренного треугольника ABC равна $16\sqrt{3}$, AC=AB=8. Найдите угол ABC.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$	11.В равнобедренную трапецию ABCD вписана окружность. Найдите радиус этой окружности, если BC:AD=1:4, площадь трапеции ABCD равна 125, AB=CD.
$S_n = \frac{n}{2}R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; (r – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	12.Площадь правильного шестиугольника равна $18\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого шестиугольника. 
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	13.В параллелограмме ABCD $AB < BC$, BH - высота, DH=3AH, DH=AB. Найдите AB, если площадь параллелограмма ABCD равна $128\sqrt{2}$.
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	14.Через вершину A равнобедренной трапеции ABCD проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке K. Известно, что эта прямая разбивает трапецию на части, площади которых относятся как 2:3. Найдите отношение BK:KD, если AB:BC:CD:AD=5:2:5:8.

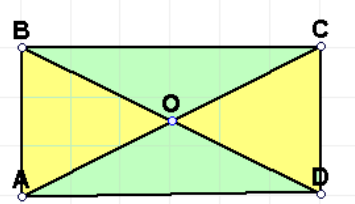
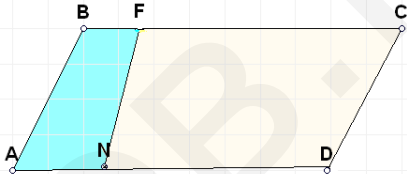
Тест №12

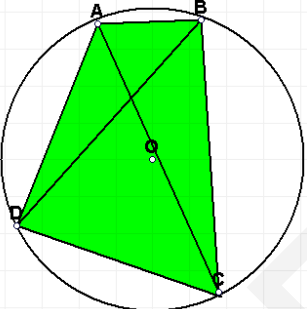
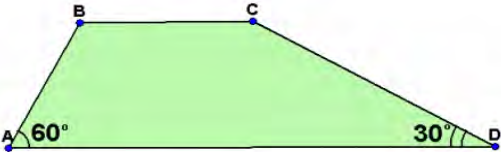
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S_{\nabla} = \frac{1}{2}ah$ $S_n = \frac{n}{2}R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника	1. В параллелограмме ABCD угол HAN равен 29° . Найдите угол BAD, если AH-высота, а AN-биссектриса угла DAB. 

Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$ Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	2. В параллелограмме $ABCD$ $BF:FC=2:7$, $AN:ND=3:6$. Площадь трапеции $ABFN$ равна 45. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$. 
$R = \frac{abc}{4S_{\triangle}}, \quad R - \text{радиус описанной окружности}$	3. В треугольнике ABC $AC=BC=28$, высота $АН$ равна 14. Найдите угол $ВАН$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности около треугольника ABC	4. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 72°. Найдите угол CAD. 
Если в четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. В треугольнике ABC $\angle A:\angle B:\angle C=3:11:22$. Найдите угол C.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	6. В равнобедренном треугольнике ABC, $AC=AB$, $AC:BC=5:6$. Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 160.
$S_{\text{четырёх}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$ φ-угол между диагоналями. Если $\angle ABC$ – вписанный, O – центр окружности, точки B и O лежат по одну сторону от AC, то $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$.	7. В треугольник ABC вписана окружность $AB=8$, $BC=9$, $AC=7$. Найдите длину отрезка BK, если K; L и M – точки касания. 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$	8. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник $ABCD$ равен прямоугольнику $MNKL$, $AB=10$, $BC=40$.

$2) \frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ $3) \frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	
$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$	9. В треугольнике ABC, AC=10, BC=10, AB=16. Найдите косинус угла ACB.
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $S_{\text{ромба}} = 2ra$ $S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	10. Прямые AC и BN пересекаются в точке D, $AB \parallel CN$, площадь треугольника ABC равна 35. Найдите площадь треугольника CDN, если $BD:DN=1:4$. 
$S_{\text{трапец.}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$	11. В трапеции ABCD основания BC и AD. O- точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции ABCD, если $S_{\triangle BCO} = 1$; $S_{\triangle ADO} = 25$.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ $S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$	12. В треугольнике ABC $AC=AB$, медианы AM и BF пересекаются в точке O, $AM:BF=8:5$. Найдите BF, если площадь треугольника AOF равна 24.
$S_{\nabla} = pr$ $S_{\nabla} = \frac{abc}{4R}$	13. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC высоты BM и AN пересекаются в точке K, причем $AK=20$, $KN=12$. Найдите площадь треугольника MCH.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	14. В треугольнике ABC $AN:NC=4:1$, $BM:MC=1:2$, $N \in AC$, $M \in BC$. Найдите площадь треугольника AON, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BN и AM пересекаются в точке O.

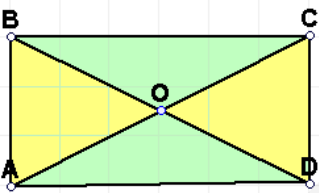
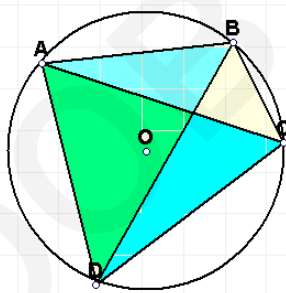
Тест №13

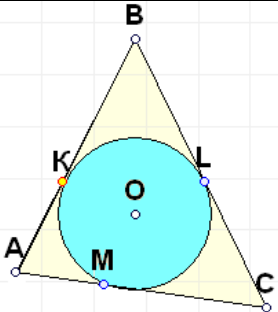
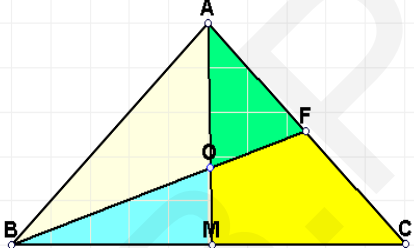
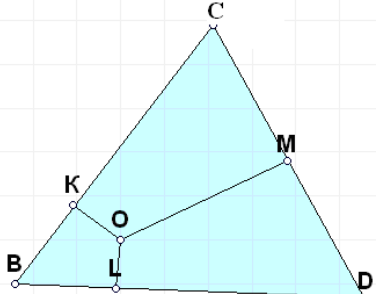
Основные свойства и формулы	Условие задач
$r = \frac{S_{\nabla}}{p}, r - \text{радиус вписанной}$ Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	1. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 64°. Найдите угол ACB. 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	2. В равнобедренной трапеции $ABCD$ BC и AD основания трапеции, $BC:AD=7:8$, средняя линия трапеции равна 90. Найдите основание BC.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. В параллелограмме $ABCD$ $BF:FC=4:10$, $AN:ND=5:9$. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 140. Найдите площадь трапеции $ABFN$. 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle KLM}} \right)^2$ P - периметр треугольника S - площадь треугольника.	4. В треугольнике MPK, PN – биссектриса, $MP:PK=7:9$, площадь треугольника PNK равна 54. Найдите площадь треугольника MPN.
Если в четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. В треугольнике ABC $\cos C = \sqrt{0,96}$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	6. В равнобедренном треугольнике ABC, $AC=AB$, $AC:BC=5:8$. Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 198.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	7. В треугольнике ABC $AB=10\sqrt{2}$, угол C равен 135°. Найдите радиус окружности описанной около этого треугольника.
$S_{\text{четыр.}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \phi$	8. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $АН=64$, $ВН=9$. Найдите площадь треугольника $АНС$, если $СН$ – высота треугольника ABC.

$S_{\text{ромба}} = 2ra$ $S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2}d_1d_2$	9. В трапеции ABCD основания BC и AD, диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника COD, если BC=2, AD=10, $S_{\Delta BCO} = 12$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	12. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол CAB равен 66°, угол DBC равен 44°. Найдите угол BCD. 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	11. В параллелограмме ABCD $AC = 16\sqrt{3}$, $BD = 8$, косинус угла между диагоналями равен 0,5. Найдите площадь параллелограмма ABCD
Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180°. Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$; $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	12. В трапеции ABCD угол A равен 60°, а угол D равен 30°, $BC:AD = 1:3$. Найдите основание BC, если $CD = 4\sqrt{3}$. 
$r = \frac{S_{\Delta}}{p}$, r - радиус вписанной окружности	13. Площадь прямоугольной трапеции ABCD равна 3, $BC = \sqrt{5}$, $AB = 2DC$. Найдите AD, AB и DC – основания трапеции, $BC > AD$.
Если в ΔABC AM; BF-медианы, то $AO:OM = 2:1$; $BO:OF = 2:1$.	14. В треугольнике ABC $AB = 6$, $BC = 4$, $\sin ABC = 0,25\sqrt{15}$. Найдите радиус окружности описанной около треугольника ABC.

<i>О- точка пересечения медиан.</i>	
-------------------------------------	--

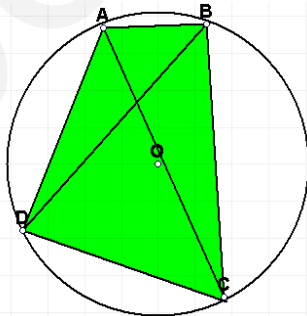
Тест №14

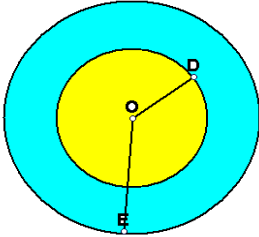
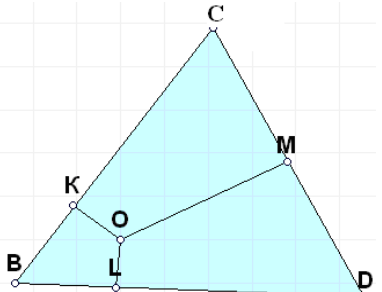
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если в $\triangle ABC$ AM; BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. <i>О- точка пересечения медиан.</i>	1. В треугольнике ABC $AC=5$см, $AB=12$см. $\sin A = \frac{5}{6}$. Найдите площадь треугольника ABC.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ Если в $\triangle ABC$ AM; BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. <i>О- точка пересечения медиан.</i> $S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 54°. Найдите угол DBA 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, <i>R - радиус описанной окружности</i> Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол CAB равен 26°, угол DBC равен 34°. Найдите угол DCB. 
Если $\triangle ABC$ подобен $\triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC $AB=6$, $BC=8$, $BM=\sqrt{34}$ BM – медиана. Найдите сторону AC.
$S_{\text{четыр.}} = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \varphi$	5. В треугольнике ABC $AC=AB$, AM и BF-медианы пересекаются в точке O, $AM=18$, $BF=15$. Найдите площадь четырехугольника $MOFC$.
Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$ Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180°.	6. В треугольник ABC вписана окружность $AB=10$, $BC=9$, $AC=11$. Найдите длину отрезка BK, если K; L и M – точки касания.

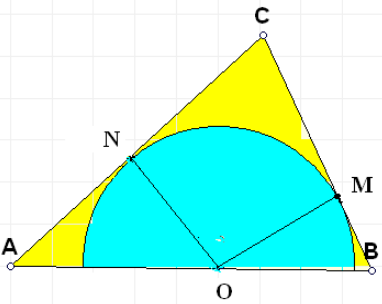
	
$S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	7. В треугольнике ABC $\operatorname{tg} A = -\sqrt{3}$, $\operatorname{tg} B = 1$. Найдите угол C.
Если в $\triangle ABC$ AM; BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. $S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	8. В треугольнике ABC $AC=AB$, медианы AM и BF пересекаются в точке O, $AM:BF=8:5$. Найдите AM, если площадь треугольника AOF равна 96. 
$S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	9. В прямоугольном треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0,3\sqrt{11}$, $AC=30$. Найдите высоту CH.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $KM^2 = KL^2 + ML^2$	10. В треугольнике ABC косинус угла C равен 0,8. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{KB \cdot BM}$.	11. В равностороннем треугольнике BCD $DC=6\sqrt{3}$, $KO \perp BC$, $MO \perp DC$, $LO \perp BD$. Найдите сумму $KO+MO+LO$. 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	12. В треугольнике ABC, $AC=5$, $BC=5$, $AB=4$. Найдите косинус угла ACB.
$S_{\text{ромба}} = 2ra$, $S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	13. Площадь равнобедренной трапеции ABCD равна 4, $AD=BC=\sqrt{5}$, $AB=3DC$. Найдите DC.
	14. Через вершину A равнобедренной трапеции

Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан. Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{KB \cdot BM}$.	$ABCD$ проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке K. Известно, что эта прямая разбивает трапецию на части, площади которых относятся как 4:5. Найдите отношение $BK:KD$, если $AB:BC:CD:AD=7,5:3:7,5:12$.
--	--

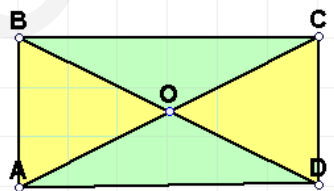
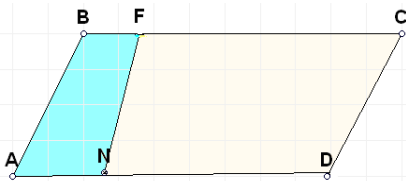
Тест №15

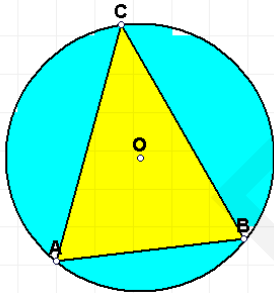
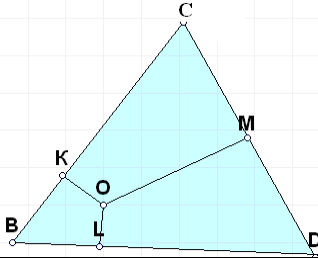
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике MPK , PN – биссектриса, $MP:PK=8:9$, площадь треугольника PNK равна 72. Найдите площадь треугольника MPK .
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:11$. Найдите угол A .
Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180°. Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол CAB равен 72°, угол DBC равен 27°. Найдите угол DCB. 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC $AB=6$, $AC=2$, $AM=\sqrt{11}$ AM – медиана. Найдите сторону BC .
Если в четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. В треугольнике ABC $AC=AB$, медианы AM и BF пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AM=3$, $BF=3,9$.
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	6. В треугольнике ABC , $AC=5$, $BC=5$, $AB=3$. Найдите косинус угла ACB .
$S_{\text{четырёхугольник}} = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \varphi$	7. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы кото-

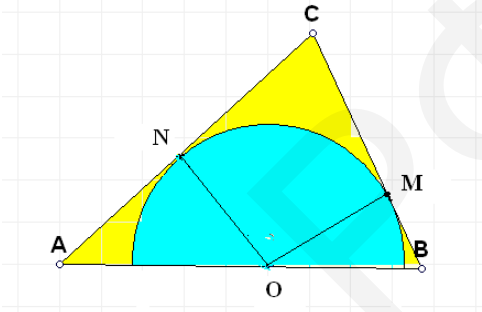
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	рых равны $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, $KH=144$, $MH=25$. Найдите KL.
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n-угольника	9. В треугольнике ABC $\sin C = 0,6$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	10. Площадь правильного шестиугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус описанной окружности.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $KM^2 = KL^2 + ML^2$	11. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD, O-точка пересечения диагоналей. Найдите площадь треугольника AOD, если $BC=1$, $AD=4$, $S_{\triangle BCO} = 9$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	12. В равностороннем треугольнике BCD $DC=10\sqrt{3}$, $KO \perp BC$, $MO \perp DC$, $LO \perp BD$. Найдите сумму $KO+MO+LO$. 
Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	13. В треугольнике ABC $AF:FC=5:1$, $BM:MC=1:3$, $F \in AC$, $M \in BC$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BF и AM пересекаются в

	точке O.
Если в $\triangle ABC$ AM; BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$; O- точка пересечения медиан $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника Если в треугольнике ABC BN- биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	14. В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, $AB=12$, $BC=6$, $AC=9$. Найдите радиус описанной окружности около треугольника NOC. 

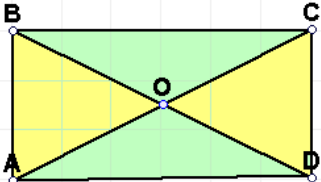
Тест №16

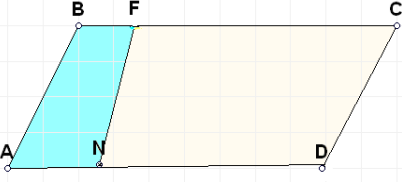
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, $BC:AD=9:10$, средняя линия трапеции равна 95. Найдите основание AD.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	2. В прямоугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 44°. Найдите угол ADO. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности около треугольника ABC Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. В параллелограмме ABCD $BF:FC=5:13$ $AN:ND=7:11$. Площадь параллелограмма ABCD равна 360. Найдите площадь трапеции ABFN. 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то	4. В треугольнике ABC $AB=8$, $AC=6$, $AM=5$, AM – медиана. Найдите сторону BC.

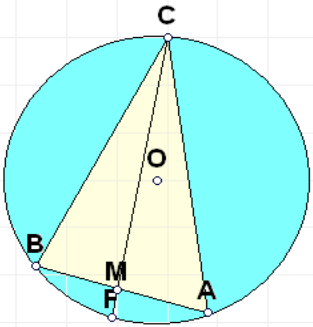
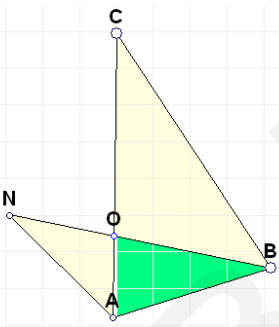
$\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	
Если в четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. Найдите квадрат диагонали равнобедренной трапеции, если площадь трапеции равна 64, а ее средняя линия равна 8.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$ Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	6. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{2\sqrt{3}}{5}$. Найдите BC, если угол A равен 60° 
Если в ΔABC AM , BF -медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O - точка пересечения медиан.	7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC=12$. Найдите высоту CH .
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$	8. В остроугольном треугольнике ABC высоты AH и BF пересекаются в точке O . Найдите угол AOB , если угол C равен 66°
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	9. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC=12$, $\cos B = 0,8$. Найдите площадь треугольника ABC .
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	10. В равностороннем треугольнике BCD $DC=12\sqrt{3}$, $KO \perp BC$, $MO \perp DC$, $LO \perp BD$. Найдите сумму $KO+MO+LO$. 
$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n -угольника	10. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если $AC=4$, $BD=6\sqrt{3}$, а острый угол между диагоналями AC и BD равен 60° .

Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $KM^2 = KL^2 + ML^2$	12. В треугольнике ABC $AC=AB$, медианы AM и BF пересекаются в точке O , $AM:BF=4:2,5$. Найдите BF , если площадь треугольника MOB равна 6.
Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	13. Площадь равнобедренной трапеции $ABCD$ равна 24, $AD=BC=\sqrt{40}$, $AB=3DC$. Найдите DC .
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности $S_{\triangle} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$ Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.	14. В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, $AB=4$, $BC=2$, $AC=3$. Найдите радиус описанной окружности около треугольника MOB. 

Тест №17

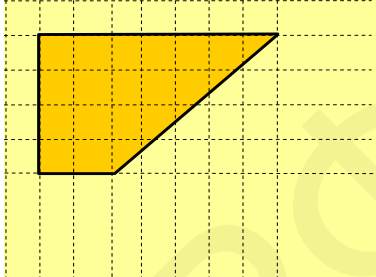
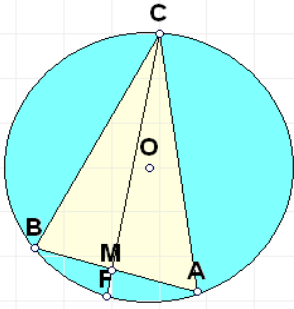
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 6:5:7$. Найдите угол B .
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 88°. Найдите угол ACD. 

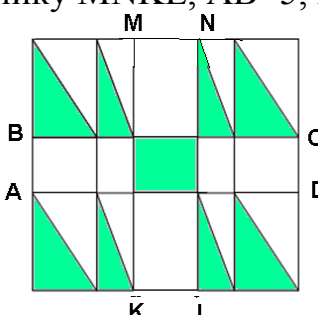
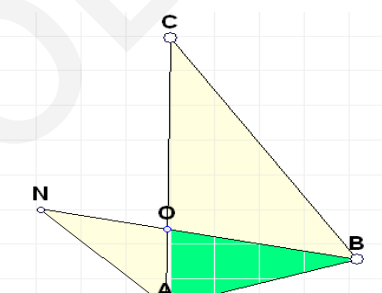
<i>Теорема синусов</i> $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ <i>R - радиус описанной Окружности</i> <i>Теорема косинусов</i> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. В параллелограмме ABCD BF:FC=2:14 AN:ND=3:13. Площадь параллелограмма ABCD равна 64. Найдите площадь трапеции ABFN. 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	4. В треугольнике ABC AB=30, AC=16, AM=17, AM – медиана. Найдите сторону BC.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB + CD = BC + AD$	5. В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O, AM:BF=16:10. Найдите BF, если площадь треугольника AOF равна 96.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	6. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. Найдите AB, если угол C равен 135°.
$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n-угольника	7. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$ AB=26, $\operatorname{tg} A = \frac{12}{5}$. Найдите площадь треугольника ABC.
$S_{\text{четырёх.}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$ Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, KH=2,56, MH=1,44. Найдите LM.
$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n-угольника	9. Площадь правильного шестиугольника равна $4,5\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого шестиугольника.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$ Если в треугольнике ABC BN-	10. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=17:1, AB=4. Найдите CM.

биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n-угольника	11. Прямые AC и BN пересекаются в точке O, $AN \parallel CB$, площадь треугольника AOB равна 72. Найдите площадь треугольника COB, если $NO:BO=1:4$. 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	12. Площадь четырехугольника $ABCD$ равна 15, $BD=5\sqrt{3}$, а острый угол между диагоналями AC и BD равен 60°. Найдите AC.
$S_{\text{ромба}} = 2ra$	13. Площадь треугольника ABC равна 12, $AC=BC=10$. Найдите синус угла C.
$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n-угольника. Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$ $S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	14. Через вершину A равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая медиану BM в точке K. Известно, что эта прямая разбивает треугольник ABC на части, площади которых относятся как 2:3. Найдите отношение $BK:KM$, если $AB:BC:CA=5:5:6$.

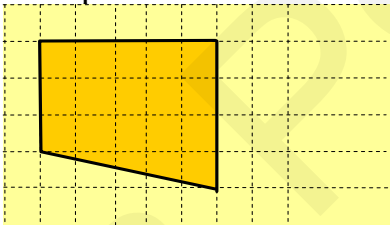
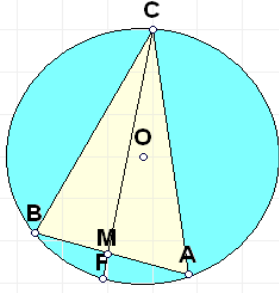
Тест №18

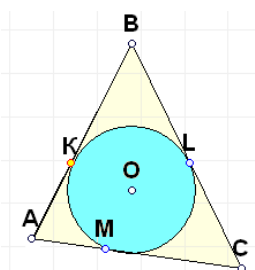
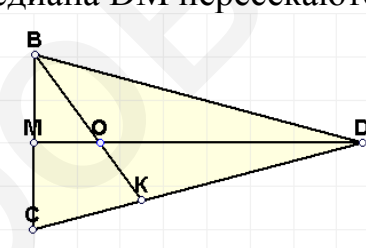
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	1. В равнобедренной трапеции $ABCD$ BC и AD основания трапеции, $BC:AD=2:7$, средняя линия трапеции равна 135. Найдите основание

$p = \frac{a+b+c}{2}$	ВС.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 11 : 20$. Найдите угол C.
$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; (r – радиус вписанной окружности в правильный n -угольник) Теорема косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ – площадь правильного n -угольника.	3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах. 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	4. В треугольнике МРК, РN – биссектриса, МР:РК=3:4, площадь треугольника РNК равна 48. Найдите площадь треугольника МРК.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. В треугольнике ABC BN-биссектриса, $BN=2\sqrt{15}$, $AN=5$, $NC=4$. Найдите BC.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$	6. В трапеции ABCD диагонали пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, основания BC и AD если $BC=1$, $AD=5$, $S_{\triangle BCO} = 9$.
$S_{\text{четыр.}} = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \varphi$ Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	7. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, $CF:MF=10:1$, $AB=18$. Найдите CM. 
$S_{\text{четыр.}} = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \varphi$ Теорема косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, $KN=9$, $MN=16$. Найдите синус угла MKL.
$S_{\text{парал.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=17$, $\text{ctg} A = 1,875$. Найдите радиус вписан-

	ной окружности в треугольник ABC .
$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ <i>R - радиус описанной окружности</i>	10. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD равен прямоугольнику MNKL, AB=5, BC=20. 
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	11. В треугольнике ABC отрезок NM параллелен стороне AC, $BN:NA=6:1$, $N \in AB$, $M \in BC$. Найдите площадь четырехугольника ANMC, если площадь треугольника ABC равна 196.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$ $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; (<i>r</i> – радиус вписанной окружности в правильный <i>n</i>-угольник)	12. Прямые AC и BN пересекаются в точке O, $AN \parallel CB$, площадь треугольника AOB равна 120. Найдите площадь треугольника COB, если $NO:BO=1:2$. 
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	13. В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника COD, если $S_{\triangle BCO} = 1$; $S_{\triangle ADO} = 100$, BC и AD основания трапеции.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB + CD = BC + AD$ $S_v = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	14. В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, $AB=4$, $BC=2$, $AC=3$. Найдите радиус описанной окружности около четырехугольника CNOM, если N и M точки касания.

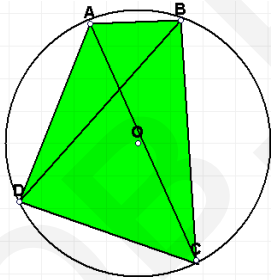
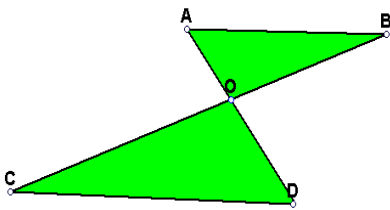
Тест №19

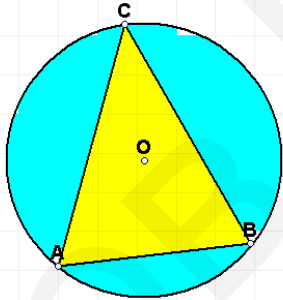
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=3:7, средняя линия трапеции равна 60. Найдите основание AD.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S_{\nabla} = \frac{abc}{4R}$	2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , AH=81, BH=9. Найдите площадь треугольника ABC.
Теорема косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника.	3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см . Ответ дайте в квадратных сантиметрах. 
Если $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, то $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	4. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB+CD=BC+AD$	5. В треугольнике ABC BN-биссектриса, BN= $4\sqrt{10}$, AN=4, NC=5. Найдите BC.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$, $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	6. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=26:1, AB=50. Найдите CM. 
$S_{\text{четырёх.}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	7. В треугольнике ABC, угол C равен 90° , AB=39, $\text{ctg} B = 2,4$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник ABC.

$S_{\text{четырёх}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi,$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, $KH=144$, $MH=25$. Найдите тангенс угла KLN.
$S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - основное тригонометрическое тождество $r = R \cos \frac{180^\circ}{n};$ (r – радиус вписанной окружности в правильный n -угольник)	9. В треугольник ABC вписана окружность $AB=7$, $BC=8$, $AC=6$. Найдите длину отрезка BK, если K; L и M – точки касания. 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ $S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$	10. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC=10$, $\sin C = 0,7$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - основное тригонометрическое тождество $r = R \cos \frac{180^\circ}{n};$ (r – радиус вписанной окружности в правильный n -угольник)	11. В треугольнике BDC $DM=39$, $DK:CK=5:3$. Найдите длину отрезка DO, если отрезок BK и медиана DM пересекаются в точке O. 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	12. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{7\sqrt{2}}{10}$. Найдите BC, если угол A равен 45°.
Если в $\triangle ABC$ AM, BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$. O- точка пересечения медиан.	13. Площадь равнобедренной трапеции ABCD равна 4, $AD=BC=\sqrt{5}$, $AB=3DC$. Найдите квадрат диагонали BD.
$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной Окружности	14. В равнобедренной трапеции ABCD $AB=CD$, O-точка пересечения диагоналей AC и BD, $BC=3$, $AD=12$, $\sin AOD = \frac{3\sqrt{7}}{8}$. Найдите площадь трапеции ABCD

$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника.	
---	--

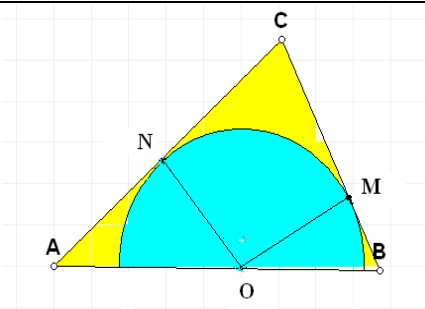
Тест №20

Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике МРК, РN – биссектриса, МР:РК=9:5, площадь треугольника РNК равна 180. Найдите площадь треугольника МРК.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 13 : 14 : 9$. Найдите угол C.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R,$ R - радиус описанной окружности Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180°.	3. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол САВ равен 71°, угол DBC равен 26°. Найдите угол DCB. 
Если $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, то $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KLM}} = \left(\frac{AB}{KL} \right)^2$	4. В треугольнике ABC BN-биссектриса, $BN = \sqrt{126}$, $AN=6$, $NC=7$. Найдите BC.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то $AB + CD = BC + AD$	5. В треугольнике ABC $AC=AB$, медианы AM и BF пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, если $AM=30$, $BF=39$.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ -площадь правильного n- угольника	6. Прямые AD и BC пересекаются в точке O, $AB \parallel CD$. Найдите угол BOD, если угол BAO равен 48°, а угол DCO равен 41°. 
$S_{\text{четыр.}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	7. В треугольнике ABC отрезок NM параллелен стороне AC, $BN:NA=3:1$, $N \in AB$, $M \in BC$. Найдите площадь четырехугольника ANMC, если площадь треугольника ABC равна 100.

$S_{\text{четырёх}} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, KH=144, MH=25. Найдите LM.
$S_{\text{паралл.}} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	9. В треугольнике ABC $\cos C = \sqrt{0,19}$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	10. Площадь равностороннего треугольника равна $27\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого треугольника.
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	11. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $0,5\sqrt{3}$. Найдите AC, если угол B равен 60° . 
Если $\triangle KLM$ прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $KM^2 = KL^2 + ML^2$	12. В трапеции ABCD основания BC и AD, O-точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции ABCD, если BC=1, AD=4, $S_{\triangle BCO} = 25$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R - радиус описанной окружности Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	13. В треугольнике ABC $AF:FC=2:1$, $BM:MC=1:4$, $F \in AC$, $M \in BC$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BF и AM пересекаются в точке O.
Если в $\triangle ABC$ AM; BF-медианы, то $AO:OM=2:1$; $BO:OF=2:1$; O - точка пересечения медиан. Площади треугольников с од-	14. В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, AB=3, BC=2, AC=4. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник AON.

ним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{KB \cdot BM}$.

$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ - площадь правильного n -угольника



Основные методы и приемы решения задач тестов

Тест № 21

1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, $BC:AD=3:7$, средняя линия трапеции равна 60. Найдите основание AD.

Решение.

Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда $BC=3x$, $AD=7x$.

Так как $\frac{BC+AD}{2} = 60$, то получим $\frac{3x+7x}{2} = 60$; $x = 12$. Тогда $AD = 7 \cdot 12 = 84$.

Ответ: 84.

2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AH=81$, $BH=9$. Найдите площадь треугольника ABC.

Решение.

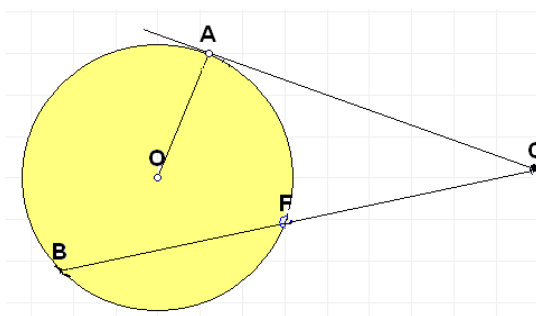
Если треугольник ABC прямоугольный CH – высота, то $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{BH}$ так как

треугольники AHC и CHB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle CAH = \angle BCH$; $\angle AHC = \angle CHB$.

$\frac{81}{CH} = \frac{CH}{9}$; $CH=27$. Тогда $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot CH}{2}$; $S_{\triangle ABC} = \frac{90 \cdot 27}{2}$; $S_{\triangle ABC} = 1250$.

Ответ: 1250.

3. Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если $BC:BF=49:24$, $AC=36$.



Решение.

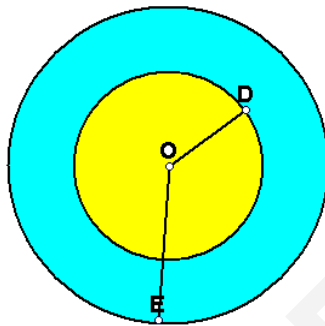
Если BC – секущая, AC – касательная, FC – внешняя часть секущей, то $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{FC}$ так как треугольники BCA и ACF подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle C$ – общий; $\angle ABC = \angle CAF$.

Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда $BC=49x$, $BF=24x$; $FC=25x$.

Так как $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{FC}$ тогда $\frac{49x}{36} = \frac{36}{25x}$; отсюда получим, что $x = \frac{36}{35}$, следовательно, $BC=50,4$.

Ответ: 50,4.

4. Найдите площадь кольца, ограниченного concentрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$.



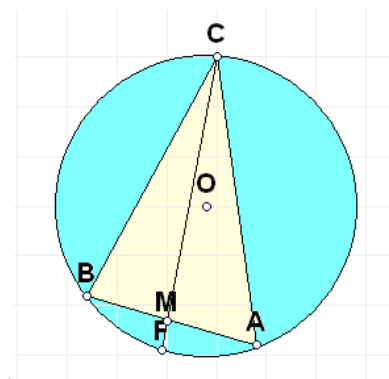
Решение.

Площадь круга находим по формуле $S_{\text{круга}} = \pi r^2$, тогда площадь кольца равна разности площадей двух кругов $OE^2\pi - OD^2\pi$, отсюда получим:

$$\left(\frac{7}{\sqrt{\pi}}\right)^2 \cdot \pi - \left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right)^2 \cdot \pi = 49 - 9 = 40.$$

Ответ: 40.

5. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O , CM – медиана, $CF:MF=26:1$, $AB=6$. Найдите CM



Решение.

Если АВ и CF – пересекающиеся хорды, то $BM \cdot AM = CM \cdot MF$. Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда $CF=26x$, $MF=x$; $CM=25x$. Так как $BM \cdot AM = CM \cdot MF$ тогда $3 \cdot 3 = 25x \cdot x$; отсюда получим, что $x = \frac{3}{5}$, следовательно,

но, $CF = 26 \cdot \frac{3}{5} = 15,6$.

Ответ: 15,6.

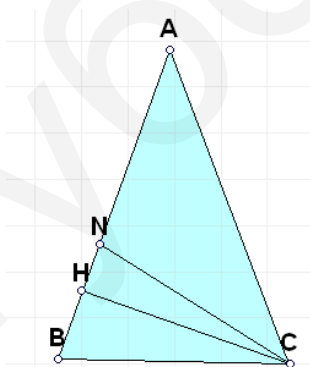
6. В треугольнике ABC, угол C равен 90° , $AC=25$, $\operatorname{ctg} B = 2,4$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник ABC.

Решение.

Если треугольнике ABC – прямоугольный, угол C равен 90° , тогда, $\operatorname{ctg} B = \frac{BC}{AC}$. Так как $AC=25$, то получим: $\frac{BC}{25} = 2,4$ $BC=60$. Тогда используя теорему Пифагора найдем гипотенузу АВ: $AB^2 = BC^2 + AC^2$; $AB^2 = 60^2 + 25^2$; $AB=65$. Так как $\triangle ABC$ – прямоугольный, угол C равен 90° , то радиус вписанной окружности найдём по формуле $r = \frac{BC + AC - AB}{2}$; $r = \frac{60 + 25 - 65}{2} = 10$.

Ответ: 10.

7. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=AB$. Найдите угол A, если CH – высота CN – биссектриса угла ACB, угол NCH равен 18° .

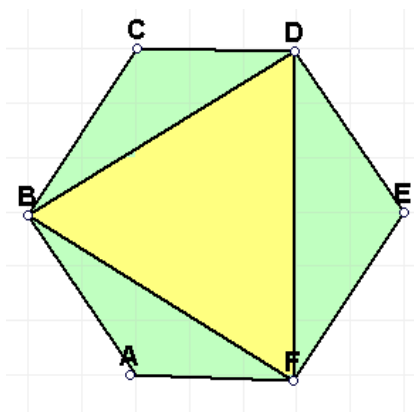


Решение.

Пусть $\angle B = x$, тогда $\angle C = x$ так как треугольник ABC – равнобедренный ($AC=AB$, а значит $\angle B = \angle C$). Угол BCH равен $90^\circ - x$, так как $\angle BHC = 90^\circ$ (CH – высота). Угол BCN равен $\frac{x}{2}$, так как CN – биссектриса угла C. Учитывая, что $\angle BCN = \angle BCH + \angle NCH$, получим уравнение $\frac{x}{2} = 90^\circ - x + 18^\circ$; $x = 72^\circ$, значит, $\angle B = 72^\circ$ $\angle C = 72^\circ$, тогда $\angle A = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$.

Ответ: 36° .

8. Площадь правильного шестиугольника ABCDEF равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник BDF



Решение.

Используем формулу площади правильного n -угольника $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ получим $\frac{6}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{6} = 6\sqrt{3}$; $3R^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$; $R = 2$ (R – радиус описанной окружности около правильного шестиугольника ABCDEF и около равностороннего треугольника BDF). Затем используем формулу для правильных n -угольников $r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; (r – радиус вписанной окружности в правильный n -угольник); так как $n=3$, то $r = 2 \cos \frac{180^\circ}{3} = 2 \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

Ответ: 1.

9. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC=10$, $\sin C = 0,7$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.

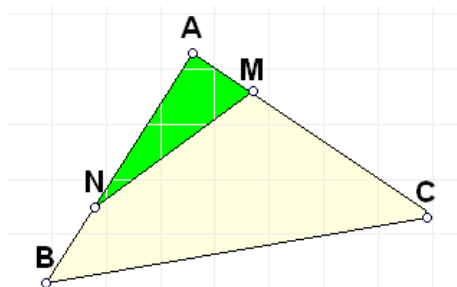
Решение.

Используем формулы: $S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$; $S_\Delta = \frac{abc}{4R}$:

$$S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,7 = 5 \cdot 7 = 35; 35 = \frac{c}{4R}; \frac{c}{R} = 140.$$

Ответ: 140.

10. Площадь треугольника ABC равна 189. Найдите площадь треугольника ANM, если $AN:BN=4:3$, $AM:MC=2:7$.



Решение.

Пусть x – коэффициент пропорциональности для стороны АВ, y – коэффициент пропорциональности для стороны АС, тогда $AN=4x$, $BN=3x$, $AB=7x$; $AM=2y$; $MC=7y$, $AC=9y$. Используем свойство: площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ANM}} = \frac{AN \cdot AM}{AN \cdot AI}$; $\frac{189}{S_{\triangle ANM}} = \frac{7x \cdot 9y}{4x \cdot 2y} = \frac{63}{8}$, отсюда $S_{\triangle ANM} = 24$.

Ответ: 24.

11. В треугольнике ABC $AC=15$ см, $BC=20$ см, $AB=7$ см. CN-биссектриса. Найдите квадрат биссектрисы CN треугольника ABC.

Решение.

При решении используем свойства биссектрисы треугольника:

Если в треугольнике ABC CN-биссектриса, то $\frac{AN}{AC} = \frac{BN}{BC}$, $CN = \sqrt{AC \cdot AN - AN \cdot BN}$

Пусть $AN=x$, тогда $BN=7-x$; так как $\frac{AN}{AC} = \frac{BN}{BC}$, то получим $\frac{x}{15} = \frac{7-x}{20}$; $x=3$;

$AN=3$, $BN=4$, тогда $CN = \sqrt{AC \cdot AN - AN \cdot BN}$; $CN = \sqrt{15 \cdot 20 - 3 \cdot 4}$, следовательно, $CN^2 = 288$.

Ответ: 288.

12. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC=50$, $AB=60$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Решение.

При решении используем формулы: $S_{\triangle} = \sqrt{\delta(\delta-a)(\delta-b)(\delta-c)}$; $R = \frac{abc}{4S_{\triangle}}$

Так как $p = \frac{50+50+60}{2} = 80$, тогда $S_{\triangle} = \sqrt{80 \cdot (80-50) \cdot (80-50) \cdot (80-60)} = 1200$, следовательно, $R = \frac{50 \cdot 50 \cdot 60}{4 \cdot 1200} = \frac{500}{16} = 31,25$.

Ответ: 31,25.

13. В треугольнике ABC $AB=5$, $BC=3$, $\sin ABC = \frac{4\sqrt{14}}{15}$. Найдите радиус окружности вписанной в треугольник ABC.

Решение.

Используем формулы: $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$; $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$ и теорема косинусов

$$AN^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos B.$$

Найдем площадь треугольника ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \sin A$;

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \frac{4\sqrt{14}}{15} = 2\sqrt{14}.$$

Так как нам неизвестно какой вид треугольника остроугольный или тупоугольный, то рассмотрим два случая:

$$1) \text{ если треугольник остроугольный, то } \cos ABC = \sqrt{1 - \left(\frac{4\sqrt{14}}{15}\right)^2} = \frac{1}{15}$$

$$A\tilde{N}^2 = A\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2 - 2A\hat{A} \cdot B\tilde{N} \cdot \cos B; \sqrt{6}; \frac{675}{4\sqrt{7}}.$$

$$r = \frac{S_{\Delta}}{p}; r = \frac{2\sqrt{14}}{0,5(8+4\sqrt{2})}; r = \frac{\sqrt{14}}{2+\sqrt{2}};$$

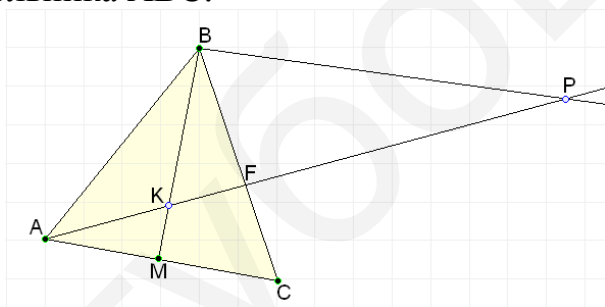
$$2) \text{ если треугольник тупоугольный, то } \cos ABC = \sqrt{1 - \left(\frac{4\sqrt{14}}{15}\right)^2} = -\frac{1}{15}$$

$$A\tilde{N}^2 = A\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2 - 2A\hat{A} \cdot B\tilde{N} \cdot \cos B; AC^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) = 25 + 9 + 2 = 36; AC = 6.$$

$$r = \frac{S_{\Delta}}{p}; r = \frac{2\sqrt{14}}{0,5(5+3+6)}; r = \frac{2\sqrt{14}}{7}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{14}}{2+\sqrt{2}} \text{ или } \frac{2\sqrt{14}}{7}.$$

14. В треугольнике ABC точка К делит медиану ВМ на отрезки в отношении 3:1. Прямая АК пересекает сторону ВС в точке F. В каком отношении прямая AF делит площадь треугольника ABC.



Решение.

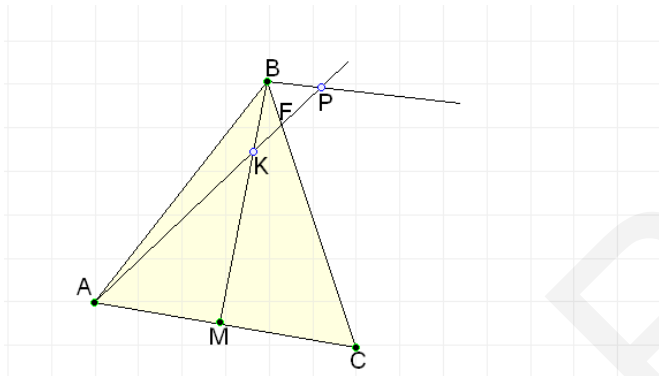
1) Рассмотрим первый случай: пусть $\frac{A\hat{E}}{I\hat{E}} = \frac{3}{1}$. Найдем отношение $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}}$.

Выполним дополнительное построение $BP \parallel AC$, тогда треугольники АКМ и РКВ подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle KAM = \angle KPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AKM = \angle PKB$ (как вертикальные). Из подобия треугольников следует, что $\frac{BK}{MK} = \frac{PB}{AM}$, а так как $\frac{BK}{MK} = \frac{3}{1}$, то $\frac{PB}{AM} = \frac{3}{1}$. Пусть $AM = x$, тогда $BP = 3x$, $AC = 2x$.

Треугольники AFC и PFB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle FAC = \angle FPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AFC = \angle PFB$ (как вертикальные). Из подобия треугольников следует, что $\frac{PB}{AC} = \frac{BF}{FC}$, $\frac{3x}{2x} = \frac{BF}{FC}$, откуда $\frac{BF}{FC} = \frac{3}{2}$. Так как основания

треугольников ABF и AFC лежат на одной прямой, то $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{BF}{FC}$, значит,

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{3}{2}.$$



2) Рассмотрим второй случай: пусть $\frac{BK}{MK} = \frac{1}{3}$. Найдем отношение $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}}$.

Выполним дополнительное построение $BP \parallel AC$, тогда треугольники AKM и PKB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle KAM = \angle KPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AKM = \angle PKB$ (как вертикальные углы). Из подобия треугольников следует, что $\frac{BK}{MK} = \frac{PB}{AM}$, а так как $\frac{BK}{MK} = \frac{1}{3}$, то $\frac{PB}{AM} = \frac{1}{3}$. Пусть $BP = x$ тогда $AM = 3x$, $AC = 6x$.

Треугольники AFC и PFB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle FAC = \angle FPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AFC = \angle PFB$ (как вертикальные углы). Из подобия треугольников следует, что $\frac{PB}{AC} = \frac{BF}{FC}$, $\frac{x}{6x} = \frac{BF}{FC}$, откуда $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{6}$. Так как

основания треугольников ABF и AFC лежат на одной прямой, то $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{BF}{FC}$,

значит, $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$ или $\frac{1}{6}$.

Ответы

	Тест 1	Тест2	Тест 3	Тест 4	Тест 5
1	120°	12	6	132	124°
2	38°	116°	144	10	15
3	12	16	16	3,5	40
4	3	4	0,25	384	60
5	7,5	10	11	36	6
6	0,6	1,875	0,75	53°	78
7	7	6	8	6	6
8	2	3	4	81	180
9	28,8	250	2,5	1650	2150
10	82°	102°	80	8	45
11	9,6	14,4	15	7,5	4

	Тест 6	Тест7	Тест 8	Тест 9	Тест 10
1	23°	1,4	78°	42	1,2
2	81	16	38°	2	2,4
3	4	7,5	9,6	2,5	10,5
4	90	98	20	15	32
5	24	150°	60	360	135
6	4	1,875	3,2	82°	19,2
7	0,8	15	2,5	3	3
8	196	12	50	800	4,8
9	3,2	607,5	90	2,8	6
10	245	97°	74°	10	52°
11	27	312	5	15	408

	Тест 11	Тест12	Тест 13	Тест 14	Тест 15
1	69°	122°	16°	25	136
2	136°	162	84	76.5°	30°
3	110	15°	45	120°	81°
4	20°	18°	42	8	6
5	34	110	0,4	48	2,4
6	88	60	88	4	0,82
7	66	5	10	15°	32
8	15	550	768	48	156
9	150	-0,28	60	3	1,2
10	60°	112	70°	1,2	2
11	5	36	96	9	144
12	3	15	4	0,68	15
13	12	128	1 или 2	1 или 2	168
14	$\frac{7}{12}$ или $\frac{5}{4}$	38,4	$\frac{16}{\sqrt{15}}$ или $\frac{4\sqrt{6}}{3}$	$\frac{21}{20}$ или $\frac{69}{100}$	$\frac{9\sqrt{6}}{10}$

	Тест 16	Тест 17	Тест 18	Тест 19	Тест 20
1	100	50°	60	84	504
2	11°	68°	100	1215	45
3	120	10	18	17,5	83°
4	10	34	84	40	14
5	128	30	8	15	120
6	1,2	1,2	45	125	89°
7	7,2	120	27	6	43,75
8	114°	2,4	0,8	2,4	65
9	96	1,5	3	4,5	1,8
10	18	8	137,5	1,4	3
11	18	288	52	30	1,5
12	7,5	4	240	1,4	625
13	2 или 6	0,24	10	8 или 17	110
14	$0,3\sqrt{6}$	3 или $\frac{4}{3}$	$0,3\sqrt{6}$	$\frac{675}{4\sqrt{7}}$ или $\frac{75\sqrt{7}}{4}$	$\frac{7}{4(\sqrt{15}+1)}$

Список литературы

и использование источников

1. Вольпер Е.Е. Задачи по математике Ч.1: Уравнения и неравенства / ОмИПКРО; Школа-лицей №66. – Омск, 1998. – 64с.
2. Воробьев В.В. Учебно-методическое пособие. «Сборник задач и тестов для успешной подготовки к ЕГЭ по математике: практические рекомендации для выпускников 11 классов» – Омск.. Изд-во ОмГПУ, 2008 – 83с.
3. Воробьев В.В. Система подготовки к ЕГЭ по математике. «Обучающие тесты по геометрии». Журнал «Современный урок» – Москва. Изд-во ООО «Руспечать». Центр «Педагогический поиск». №1–№4 2013. – С.3-10.
4. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.:МЦНМО, 2002. – 120с. Серия: «Секреты преподавания математики».
5. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Нестандартные уравнения и неравенства и методы их решения. Учеб. пособие – Омск: Изд-во ОмГПУ, 1995.
6. Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект–Центр, 2007.
7. ЕГЭ-2012. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов /под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. –М.: Национальное образование, 2012.
8. ЕГЭ-2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 10 вариантов под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: Национальное образование,

Воробьев Василий Васильевич

«Сборник тестов по геометрии»
практические рекомендации
/ для учащихся 9-11 классов /
Изд-во