Пирютко О.Н.

Графический метод решения текстовых задач

Пособие знакомит учащихся с графическим методом решения текстовых задач
К каждой задаче предлагается решение

Задания в тестах по сложности соответствуют заданиям, предлагаемым на Ц.Т

ЯГубов.РФ

Предисловие

Предлагаемое пособие предназначено для подготовки к централизованному тестированию по одной из важных тем школьной математики «Решение текстовых задач». Задания по этой теме обязательно присутствуют в тестовых заданиях и являются, как правило, самыми сложными для учащихся. Традиционно текстовые задачи решаются арифметическим способом (по действиям) или алгебраическим (с помощью уравнений, неравенств и их систем). При решении заданий во время тестирования, безусловно, имеет значение не только его правильность, но и быстрота решения. Предлагаемый в пособии графический метод решения текстовых задач во многих случаях является рациональным, значительно упрощает решение, ведет к более быстрому получению ответа.

Для усвоения этого метода в пособии предложена система задач.

В первой главе предлагаются текстовые задачи с подробным их решением графическим методом. К этим же задачам предлагаются решения другими способами. Подробное решение приводится для обучения этому методу. Во второй главе предлагаются тесты по решению задач. После тестов предлагаются их решения. Задачи решены без подробного объяснения: условие задачи, чертеж, уравнения, системы уравнений, составленные по чертежу. Именно так решаются задачи, если этот метод усвоен. Решение не требует подробных объяснений, графики являются источником отношений, необходимых для решения задачи. **В тестах №3 и № 4 задачи с номерами 66, 67, 74- 85, 88, 91 расширяют тематику текстовых задач, приведенные решения иллюстрируют тот факт, что ни один метод не является универсальным. Важно иметь навыки решения задач и выбирать в той или иной ситуации рациональный метод решения.**

Задачи второй главы лучше начать решать самостоятельно, чертеж и приведенные решении служат подсказкой в случае затруднений.

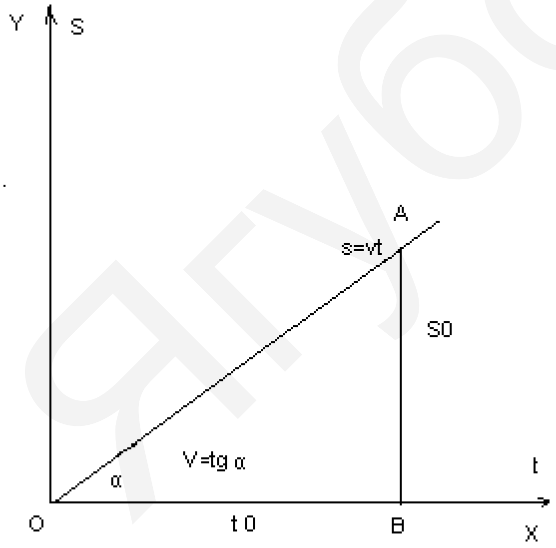
Книга написана на основе лекций, прочитанных учителям по теме «Решение текстовых задач графическим методом» для предоставления возможности учащимся овладеть этим методом.

Названия глав:
Глава I
«Текстовые задачи на процессы и методы их решения»
Глава II
« Текстовые задачи в тестах. Тренировочные задания для подготовки к централизованному тестированию»

Глава I

Решение текстовых задач с помощью графического представления условия задачи может помочь в решении задач различных уровней сложности. С помощью графиков рационально решаются задачи, в которых описывается некоторый процесс: движения, работы, заполнения зала зрителями, горения свечи и т.д. В школьных задачах, как правило, описываются процессы с постоянной скоростью его протекания. Поэтому, независимо от вида процесса, его характеристики (скорость протекания процесса, время –продолжительность процесса, результат процесса – пройденный путь, вспаханная площадь поля, выполненная работа с необозначенным содержанием и т.д.) связаны одной и той же линейной зависимостью: результат процесса равен произведению скорости и времени его протекания.

Формулы выражения этой зависимости имеют вид $S = vt$, $A = vt$. График такой зависимости удобно изображать в системе координат: горизонтальная ось (Ox) – ось времени, вертикальная (OY) – ось результата процесса (например, пройденный путь). Графиком линейной зависимости служит прямая. Угол наклона прямой к оси абсцисс характеризует скорость процесса, а модуль тангенса этого угла равен численному значению скорости протекания процесса.



Заметим, что пройденный путь (S_0), численно равный длине отрезка АВ, за время t_o (численно равно длине отрезка ОВ) можно найти из геометрических соображений: из прямоугольного треугольника: АВ – противолежащий катет острому углу α равен произведению прилежащего катета ОВ и тангенса противолежащего угла α, АВ= ОВ·tg α. А с другой стороны, по формуле $S = Vt$ длина отрезка АВ равна $S_0 = V\ t_{0.}$

Таким образом, изображая графики процессов, можно находить зависимости между величинами, применяя геометрические знания, а можно решать задачу привычным способом, только построенная модель зависимостей между величинами помогает увидеть отношения между этими величинами.

На этих двух подходах основано использование графиков при решении текстовых задач.

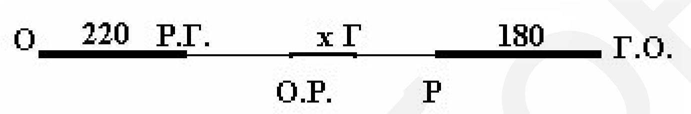
Задача 1

Грибник и рыболов находятся на расстоянии 220 м от охотника. Когда охотник догнал грибника, рыболов отставал от них на 180 м. На каком расстоянии от рыболова был грибник, когда охотник догнал рыболова?

Приведем три решения этой задачи.

Решение 1(арифметическое)

Обозначим через $v_{ор}$ – скорость сближения охотника и рыболова, через $v_{ог}$ – скорость сближения охотника с грибником. Сначала рассмотрим движение с момента, когда охотник был на расстоянии 220 м от грибника и рыболова. Когда охотник догнал грибника, он преодолел разность расстояния между ними, равную по условию 220 м, а также разность расстояния между ним и рыболовом, обогнав при этом последнего на 180 м. Таким образом, скорости $v_{ог}$ соответствует путь равный 220 м., а $v_{ор}$ – (220+180)=400 м. Таким образом, $\frac{v_{ог}}{v_{ор}}=\frac{220}{400}=\frac{11}{20}$.

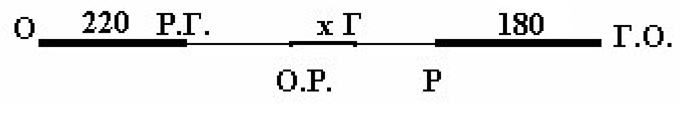


Теперь рассмотрим движение с момента встречи охотника и рыболова. Когда охотник догнал грибника, он преодолел разность расстояния между ними, т.е. искомое расстояние, а также обогнал рыболова на 180 м. Таким образом, скорости $v_{ог}$ соответствует искомый путь, а $v_{ор}$ – равный 180 м. Таким образом, когда охотник догнал рыболова, рыболов и грибник были на расстоянии $180\cdot\frac{11}{20}=99$ (м).

Ответ: 99 м.

Решение 2(алгебраическое)

Обозначим через $v_о$, $v_г$, $v_р$ – скорости охотника, грибника и рыболова соответственно. Тогда время, за



ЯГУБОВ.РФ

которое охотник догнал грибника, равно $\dfrac{220}{v_о - v_г}$. За это время рыболов и грибник прошли соответственно $\dfrac{220}{v_о - v_г}v_р$, $\dfrac{220}{v_о - v_г}v_г$ количество пути, после чего расстояние между ними было $\dfrac{220}{v_о - v_г}(v_г - v_р)$, что по условию равно 180 м. Таким образом, получили уравнение:

$$\frac{220}{v_о - v_г}(v_г - v_р) = 180 \qquad (1)$$

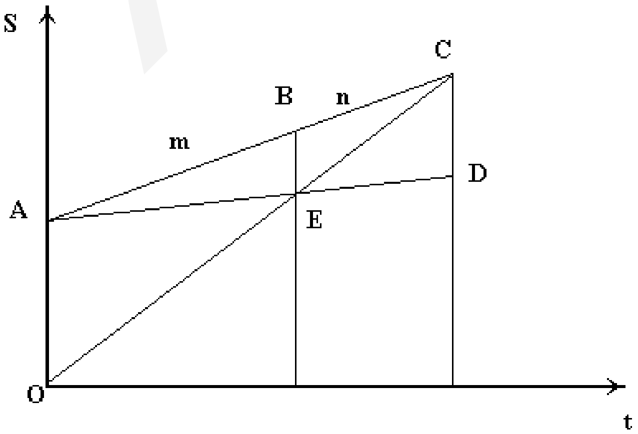
Рассуждая аналогичным образом, получаем, что расстояние между рыболовом и грибником в момент, когда охотник догнал рыболова, была равна $\dfrac{220}{v_о - v_р}(v_г - v_р)$ (2). Из уравнения (1) выражаем $v_р$: $v_р = \dfrac{400v_г - 180v_о}{220}$, - и подставляем его значение в выражение (2) :

$$\frac{220}{v_о - \dfrac{400v_г - 180v_о}{220}}(v_г - v_р) = \frac{220 \cdot 220}{400(v_о - v_г)}(v_г - v_р) = \frac{220 \cdot 180}{400} = 99 \text{ (м)}$$

Ответ: 99 м.

Решение 3 (с помощью графиков)

В прямоугольной системе координат построим графики движений грибника, рыболова и охотника (считаем, что они идут с постоянными скоростями). На чертеже точки пересечений графиков соответствуют встрече объектов в какой-то момент времени. Для любой точки *A* графика с координатами *(x;y)*, *x* – это момент времени, в который объект находится на расстоянии *y* от начальной точки. В данной задаче за начальную возьмѐм точку, в которой находился охотник, когда был на расстоянии 220 м от рыболова и грибника.



Здесь OA=220 м, CD=180 м, BE – искомый отрезок, обозначим его через x. Рассмотрев две пары подобных треугольников (OAC и EBC, BAE и CAD), получаем уравнения:

$$\frac{x}{220} = \frac{n}{m+n} \text{ и } \frac{x}{180} = \frac{m}{m+n}$$

Сложив эти уравнения, получим:

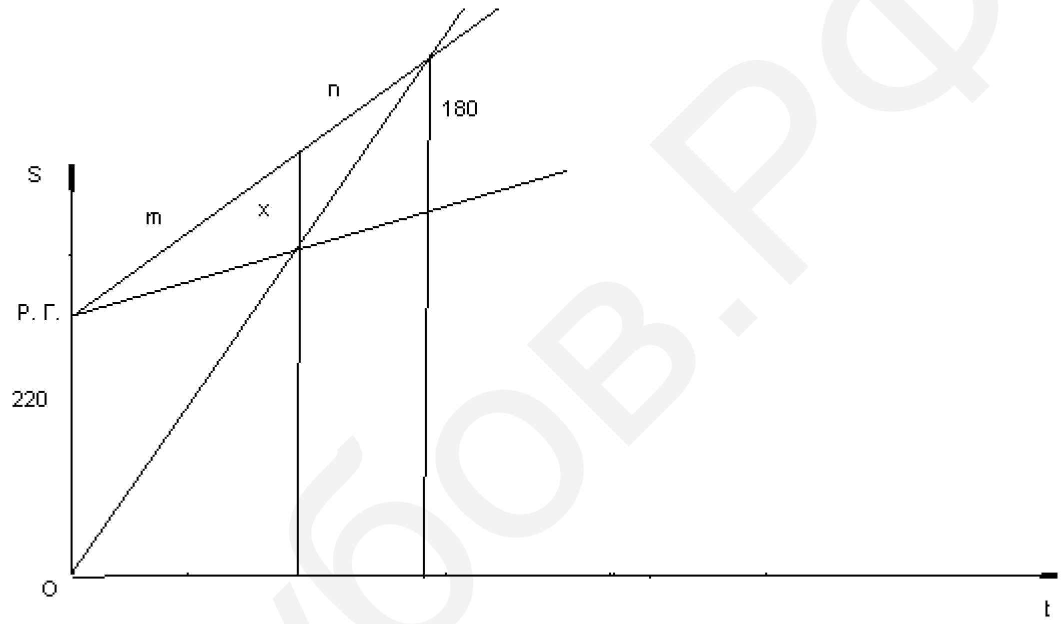
$$\frac{x}{220}+\frac{x}{180}=1$$

$$x=\frac{220\cdot 180}{400}$$

$$x=99$$

Ответ: 99 м.

Кратко графическое решение будет иметь следующий вид:



$$\frac{x}{220}=\frac{n}{n+m},$$

$$\frac{x}{180}=\frac{m}{m+n}\Rightarrow\frac{x}{220}+\frac{x}{180}=1$$

Откуда x = 99 .

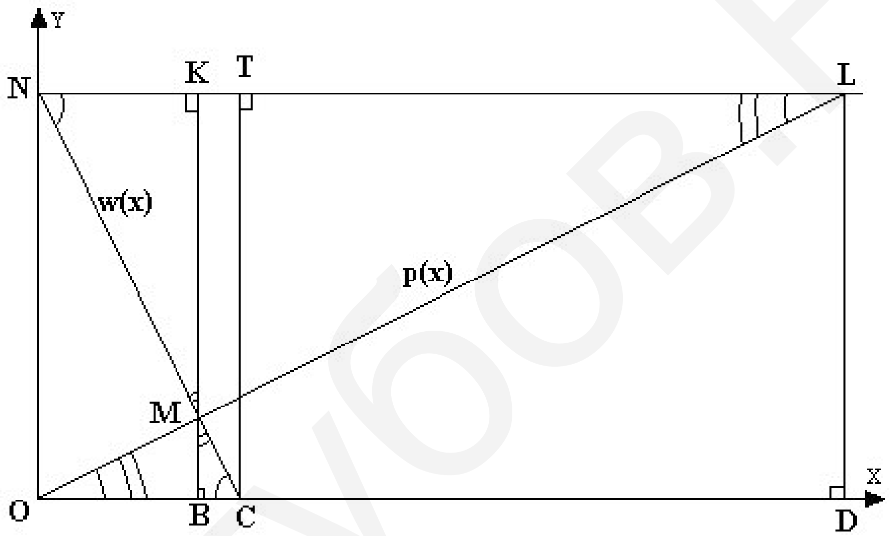
Задачи этой главы будут решены графическим методом. Чертеж, описание решения будут достаточно подробными. К этим же задачам будет предложены и другие решения, которые тоже помогут учащимся при подготовке к ЦТ.

Задача 2

Из пункта *O* в *N* вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта *N* в пункт *O* выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из *N*. Сколько времени понадобится пешеходу для того, чтобы пройти весь путь, если известно, что велосипедист проделал бы весь путь на 4 часа быстрее пешехода.

Решение

Построим графики зависимости пройденного пешеходом и велосипедистом пути от времени. Пусть *p(x)* – зависимость пройденного пешеходом пути от времени *x*, *w(x)* – зависимость преодоленного велосипедистом пути от времени *x*. Графиками функций *p(x)* и *w(x)* являются прямые, угол наклона которых к положительному направлению оси OX зависит от скорости движения, а тангенс этого угла равен скорости движения или другого процесса, заданного условием задачи. Точка пересечения *M* графиков функций *p(x)* и *w(x)* соответствует моменту встречи пешехода и велосипедиста, точка L – прибытию пешехода в пункт N, точка C – прибытию велосипедиста в пункт O. Исходя из этого, время, за которое пешеход пройдет путь ON равно длине отрезка OD.



Треугольники *MBC* и *MKN* подобны, так как $\angle MBC = \angle MKN = 90^\circ$, $\angle KMN = \angle BMC$ как вертикальные. Тогда из подобия следует:

$$\frac{NK}{BC} = \frac{KM}{BM} \qquad (1)$$

Треугольники *MKL* и *MBO* подобны
($\angle KLN = \angle MOB$, $\angle MBO = \angle MKL = 90^\circ$). Из подобия следует следующее равенство:

$$\frac{TL}{OB} = \frac{KM}{MM} \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) получаем: $$\frac{NK}{BC} = \frac{KL}{OB} \qquad (3)$$

Ягубов.РФ

Обозначим длину *CB* через *x* и найдем длины отрезков *NK*,*OB*,*CD*, *KT*, *KL*:
NK =OB=5/6
CD= 4
KT= x
KL=x+4
Подставим эти значения в равенство (3) и решим уравнение относительно *x*.

$$\frac{\frac{5}{6}}{x} = \frac{x+4}{\frac{5}{6}} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

Так как ОС= (*x*+5/6)ч – время прохождения пути велосипедистом, то он преодолел его за 1 час, пешеход проделал весь путь за 1+4= 5(ч).

Ответ: 5 часов.

Решение 2

В задаче рассматриваются процессы движения: пешехода из пункта О в пункт N, велосипедиста из пункта N в пункт О, сближения на расстояние NO. Каждый процесс характеризуется скоростью (v), временем (t) и расстоянием S. В условиях этой задачи расстояние будем считать равным 1.

Отношения между этими величинами в каждом процессе отразим в таблице

Процессы	Скорость (v)	Время	Расстояние	Условия задачи
Движение пешехода	V_1	$t_1 = 1/V_1$	1	$1/V_1 - 1/V_1 = 4$
Движение Велосипедиста	V_2	$t_2 = 1/V_2$	1	
Сближение	$V_1 + V_2$	$t = 1/(V_1 + V_2)$	1	$1/(V_1 + V_2) = 5/6$

Решение задачи свелось к решению следующей системы:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{v_1 + v_2} = \dfrac{5}{6} \\ \dfrac{1}{v_1} - \dfrac{1}{v_2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \dfrac{6}{5} - v_2 \\ \dfrac{1}{\frac{6}{5} - v_2} - \dfrac{1}{v_2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4v_2^{\,2} - \dfrac{14}{5}v_2 - \dfrac{6}{5} = 0 \\ v_1 = \dfrac{6}{5} - v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_2 = 1, v_2 = -\dfrac{3}{10} \\ v_1 = \dfrac{6}{5} - v_2 \end{cases}, \begin{cases} v_2 = 1 \\ v_1 = \dfrac{1}{5} \end{cases}$$

Тогда время движения велосипедиста 1:1=1(ч), а время движения пешехода 1;1/5=5(ч)

Ответ: 5 часов.

Задача 2*

ЯГУБОВ.РФ

Двое рабочих, работая одновременно, могут выполнить некоторую работу за 50 мин. Сколько времени понадобится каждому рабочем для того, чтобы выполнить эту работу, если известно, что один из них может выполнить эту работу, работая отдельно на 4 часа быстрее другого?

Решение

Процессы работы, которые описаны в условии задачи, характеризуются теми же величинами и отношениями между величинами, что и в предыдущей задаче. Поэтому графики процессов (первое решение) и таблица (второе решение) будут такими же.

Ответ: 1и 5 часов.

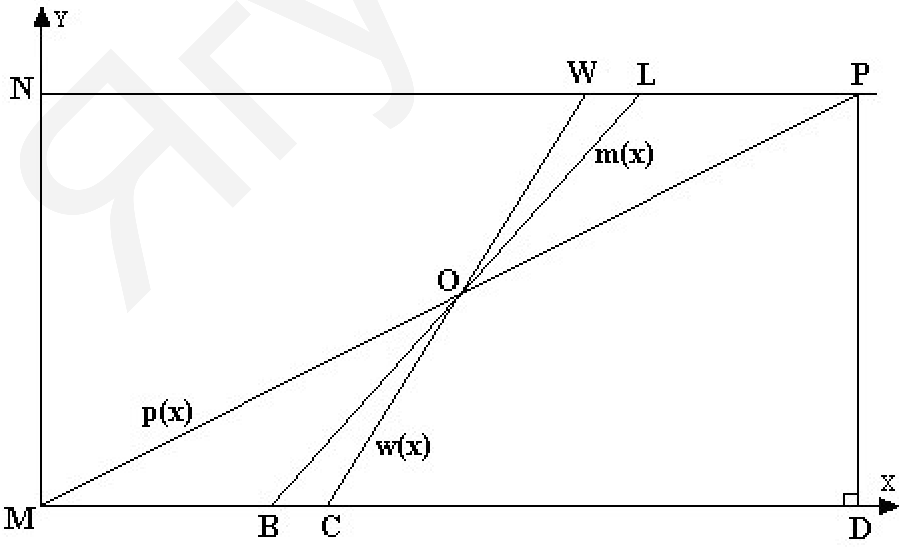
Задача 3

Из пункта *M* в *N* вышел пешеход. Вслед за ним через 2 ч из пункта *M* выехал велосипедист, а еще через 30 мин – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от *M* к *N*. На сколько минут раньше пешехода в пункт *N* прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт *N* на 1 ч позже мотоциклиста?

Решение 1

1 ч = 60 мин; 2 ч = 120 мин.

Пусть *p(x)* – зависимость пройденного пешеходом пути от времени *x*, *w(x)* – зависимость преодоленного велосипедистом пути от времени *x*, *m(x)* – мотоциклистом. Построим графики этих функций на координатной плоскости.



Треугольники *MOB* и *POL* подобны*(∠ MOB= ∠ POL, ∠OMB= ∠OPL)*. Тогда из подобия следует:

$$\frac{MB}{LP} = \frac{BO}{OL} \qquad (1)$$

Треугольники *BOC* и *LOW* подобны *($\angle BOC = \angle LOW$, $\angle OBC = \angle OLW$).* Из подобия следует следующее равенство:

$$\frac{BC}{WL} = \frac{BO}{OL} \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) получаем: $\frac{MB}{LP} = \frac{BC}{WL}$ (3)

Обозначим длину *LP* через *x* и найдем длины отрезков *MB*, *BC*, *WL*:
MB=120
BC=30
WL=60-x.

Подставим эти значения в равенство (3) и решим уравнение относительно *x*.

$$\frac{120}{x} = \frac{30}{60-x}$$
$$240 - 4x = x$$
$$5x = 240$$
$$x = 48$$

Ответ: 48 мин.

Решение 2

В задаче описываются процессы движения: пешехода, велосипедиста и мотоциклиста, при этом рассматривается движение каждого из них от M до N и от M до некоторого пункта K, где все участники оказались одновременно.

Отношения между величинами в каждом процессе отразим в таблице:

Процессы	Скорость	Время	Расстояние	Условия задачи
Движение пешехода	V_1	$t_1 = S/ V_1$	NM =S	$S/V_1 - S/V_3 = 3{,}5$ (1)
Движение велосипедиста	V_2	$t_2 = S/ V_2$	NM =S	$S/V_1 - S/V_2$ -? (2)
Движение мотоциклиста	V_3	$t_3 = S/ V_3$	NM =S	
Движение	V_1	$t_1 = S_1/ V_1$	S_1	$S_1/V_1 - S_1/V_3$

пешехода				=2,5(3)
Движение велосипедиста	V_2	$t_2 = S_1/ V_2$	S_1	$S_1/V_1 - S_1/V_2$ =2 (4)
Движение мотоциклиста	V_3	$t_3 = S_1/ V_3$	S_1	

Из уравнений (1) и (3) получаем $\frac{S_1}{S} = \frac{2{,}5}{3{,}5} = \frac{5}{7}$, в уравнение (4) подставим $S_1 = \frac{5}{7}S$, получим $S/V_1 - S/V_2 = 2: (5/7)= 2{,}8$.

Поскольку велосипедист вышел на 2 часа раньше пешехода, то

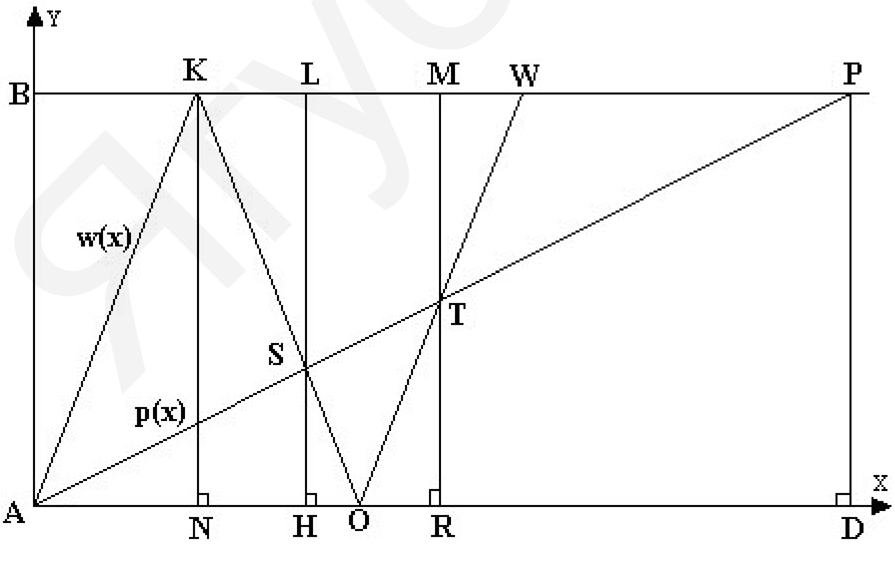
2,8-2 = 0,8(ч) = 48 мин – на столько раньше пешехода прибыл велосипедист в пункт М.

Задача 4

Из пункта *A* в пункт *B* отправились одновременно пешеход и велосипедист. Велосипедист, доехав до пункта *B*, повернул обратно и встретил пешехода через 20 мин после отправления из *A*. Доехав до *A*, он опять повернул и догнал пешехода через 10 минут после встречи. Через какое время пешеход придет в *B*?

Решение1

Пусть *p(x)* – зависимость пройденного пешеходом пути от времени *x*, *w(x)* – велосипедистом. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



Время, за которое пешеход пройдет путь *AB* равно длине отрезка *AD*. Таким образом, задача сводится к нахождению длины отрезка *AD.*

По условию *AH=20, HR=10*, тогда *AR=AH+HR=10+20=30.*

Рассмотрим треугольники *ASH* и *ATR*. Они подобны как прямоугольные треугольники с общим острым углом. Из подобия следует равенство:

ЯГубОВ.РФ

$$\frac{AH}{AR}=\frac{SH}{TR}=\frac{AS}{AT}=\frac{2}{3} \qquad (1)$$

Откуда следует, что $\frac{AS}{ST}=\frac{2}{1}$ (2)

Из подобия треугольников AKS и OTS получим:

$$\frac{AS}{ST}=\frac{KS}{SO}=\frac{2}{1} \qquad (3)$$

Прямоугольные треугольники LSK и OSH подобны. Из подобия следует равенство:

$$\frac{KX}{SO}=\frac{LS}{SH}=\frac{2}{1} \qquad (4)$$

Откуда следует, что LH = 3, тогда и PD= 3

Прямоугольные треугольники ALH и APD подобны. Из подобия следует равенство:

$$\frac{PD}{SH}=\frac{AD}{AH}=\frac{3}{1} \qquad (5)$$

Так как AH=20, то AD=60(мин)

Ответ: 1 ч.

Решение 2

В задаче рассматриваются процессы движения пешехода и велосипедиста от начала движении до первой встречи, от первой встречи до второй и процесс движения пешехода от начала до конца пути. Отразим отношения между этими величинами в таблице:

Процессы	Скорость	Время	Расстояние	Условия задачи
Движение велосипедиста до первой встречи	V_1	$t_1 = (S-k)/V_1$	S-k	$(S-k)/V_1 = k/V_2 = 20$ (1)
Движение пешехода до первой встречи	V_2	$t_2 = k/V_2$	k	
Движение	V_1	$t_3 = (k+m)/V_1$	k+m	$(k+m)/V_1 =$

ЯГубов.РФ

велосипедиста от первой до второй встречи				$(m-k)/V_2 = 10$ (2)
Движение пешехода от первой до второй встречи	V_2	$t_4 = (m-k)/V_2$	m-k	
Движение пешехода от начала до конца пути.	V_2	$t = S/V_2$	S	

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$\frac{2s-k}{20} = \frac{k+m}{10} \Rightarrow 2s = 3k + 2m,$$

$$\frac{k}{20} = \frac{m-k}{10} \Rightarrow 3k = 2m.$$

Тогда S = 2m, а поскольку, $\frac{m}{V_2} = 30, mo\frac{S}{V_2} = 60$, т.е. на весь путь пешеход затратит 1 ч.

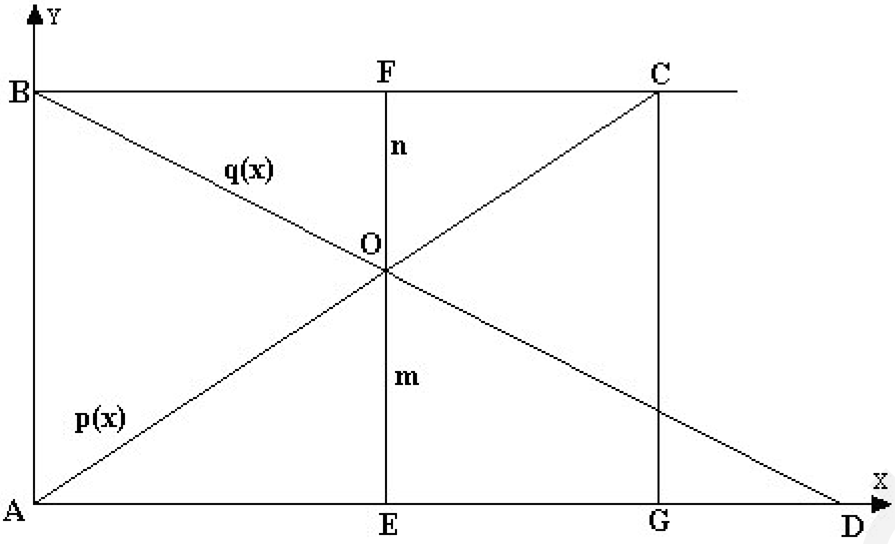
Ответ: 1 ч.

Задача 5

Два пешехода одновременно выходят навстречу друг другу из пунктов *A* и *B* и встречаются через полчаса. Продолжая движение, первый прибывает в *B* на 11 мин раньше, чем второй в *A*. За какое время преодолел расстояние *AB* каждый пешеход?

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость пройденного первым пешеходом пути от времени *x*, *q(x)* –вторым пешеходом. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



Время, за которое первый пешеход пройдет путь *AB* равно длине отрезка *AG=BC*; а время, затраченное второй пешеходом на этот же путь равно длине отрезка *AD* . Таким образом, задача сводится к нахождению длин отрезков *BC* и *AD*. Обозначим длину отрезка AE через x, AE = x = BF

Треугольники С*OF* и *AOE* подобны по двум углам. Из подобия следует следующее равенство: $\frac{AE}{FC} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \frac{30}{x} = \frac{m}{n}$ (1)

Треугольники *DOE* и *BOF* подобны по двум углам. Из их подобия следует следующее равенство: $\frac{DE}{BF} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \frac{11+x}{30} = \frac{m}{n}$ (2)

Из (1), (2) следует: $$\frac{30}{x} = \frac{x+11}{30}$$

$$30^2 = x\,(x+11)$$

$$x^2 + 11\,x - 900 = 0$$

$$D = 11^2 + 4 \cdot 900 = 3721$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{3721}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-11-61}{2} \qquad x_2 = \frac{-11+61}{2}$$

$$x_1 = -36 \qquad x_2 = 25$$

BC=30+25=55 (мин); *AD*=30+25+11=66 (мин).

Ответ: 55 мин, 66 мин.

Решение 2

ЯГУбов.РФ

Процесс	Скорость	Время	Расстояние	Условие
Движение первого пешехода до встречи	V_1	$t_1 = S_1/ V_1$	S_1	$t_1 = t_2 = 30$
Движение второго пешехода до встречи	V_2	$t_2 = S_2/ V_2$	S_2	
Движение первого пешехода после встречи	V_1	$t_3 = S_2/ V_1$	S_2	$t_4 - t_3 = 11$
Движение второго пешехода после встречи	V_2	$t_4 = S_1/ V_2$	S_1	

$S_1/ V_1 = 30 \rightarrow S_1 = 30 V_1$

$S_2/ V_2 = 30 \rightarrow S_2 = 30 V_2$ $\frac{30V_1}{V_2} - \frac{30V_2}{V_1} = 11 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$,

$t_3 = S_2/ V_1 = 25$, $t_4 = S_1/ V_2 = 36$,

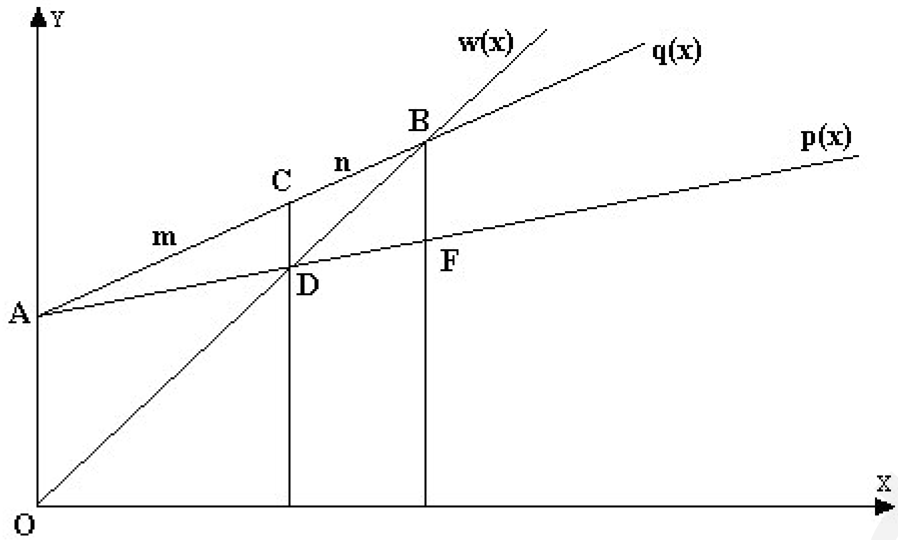
30+25=55 (мин), 30+ 36 =66 (мин),

Задача 6

Два пешехода и лыжник движутся с постоянными скоростями в одном направлении. Когда пешеходы находились в одной точке, лыжник отставал от них на 900 м. Когда лыжник догнал второго пешехода, первый отставал от них на 100 м. Найдите расстояние в метрах между первым и вторым пешеходами в тот момент, когда лыжник и первый пешеход находились в одной точке.

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость пройденного первым пешеходом пути от времени *x*, *q(x)* –вторым пешеходом, а *w(x)* – лыжником. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



По условию задачи AO=900 м., BF=100 м., $CD= x$ – искомое расстояние.

Из подобных треугольников ABO и CBD (подобны по двум углам) получаем равенство:

$$\frac{CD}{AO} = \frac{CB}{AB} \Leftrightarrow \frac{x}{900} = \frac{n}{m+n} \qquad (1)$$

Треугольники BAF и CAD подобны по углам. Из подобия следует:

$$\frac{CD}{BF} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \frac{x}{100} = \frac{m}{m+n} \qquad (2)$$

Сложив равенства (1) и (2) получим:

$$\frac{x}{900} + \frac{x}{100} = 1$$

$$9x+x=900$$

$$x=90$$

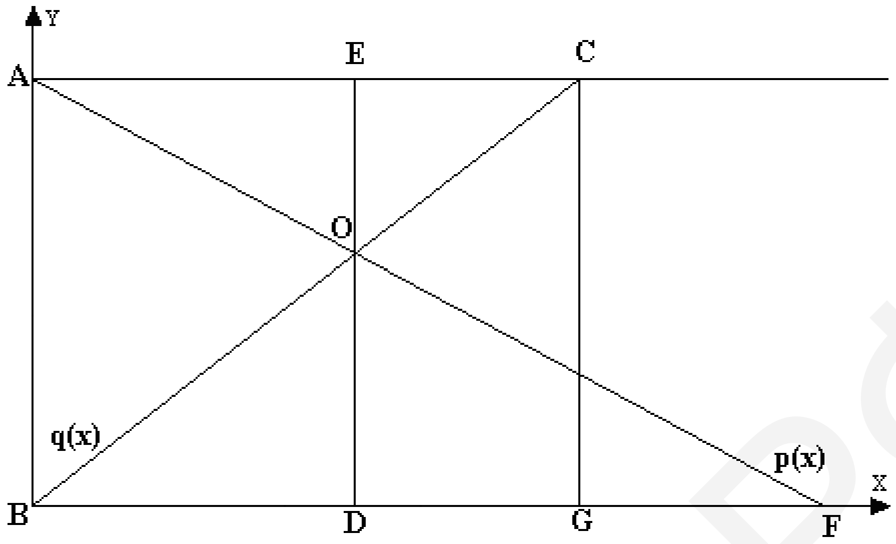
Ответ: 90 м

Задача 7

Из пунктов A и B навстречу друг другу одновременно выезжают велосипедист и автобус. Время, затрачиваемое велосипедистом на проезд из A в B, на 2 ч 40 мин больше времени, которое тратит автобус на проезд из B в A, а сумма этих времен в 5 1/3 раза больше времени, прошедшего от начала движения велосипедиста и автобуса до момента их встречи. Какое время велосипедист затрачивает на проезд из A в B, а автобус – на проезд из B в A?

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость пройденного автобусом пути от времени *x*, *q(x)* – велосипедистом. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



По условию задачи GF=2 ч 40 мин=8/3 ч. Пусть $BD=AE=x$, $DG=EC=t$.

Задача сводится к нахождению длин отрезков AC и BF.

Из подобия треугольников BOD и COE (подобие следует из равенства соответствующих углов) получаем равенство:

$$\frac{BD}{EC}=\frac{DO}{OE} \tag{1}$$

Треугольники AEO и FDO подобны по равным углам. Отсюда следует:

$$\frac{DF}{AE}=\frac{DO}{OE} \tag{2}$$

Из равенств (1), (2) следует:

$$\frac{BD}{EC}=\frac{DF}{AE} \Leftrightarrow \frac{x}{t}=\frac{t+8/3}{x} \tag{3}$$

По условию задачи $BF+AC=5\frac{1}{3}AE \Leftrightarrow x+t+\frac{8}{3}+x+t=5\frac{1}{3}x$ (4)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{t}=\dfrac{t+\frac{8}{3}}{x} \\ 2x+2t+\dfrac{8}{3}=\dfrac{16}{3}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=t^2+\dfrac{8}{3}t \\ x+t+\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{5x-4}{3} \\ x^2=\dfrac{(5x-4)^2}{9}+\dfrac{8}{9}(5x-4) \end{cases}$$

$$9x^2=25x^2-40x+16+40-32$$
$$16x^2-40x+24=0$$
$$2x^2-5x+3=0$$

ЯГубов.РФ

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2}$$

$x_1 = \dfrac{5-1}{4}$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{5+1}{4}$

$x_1 = 1$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{3}{2}$

$t_1 = \dfrac{5 \cdot 1 - 4}{3} = \dfrac{1}{3}$ $\qquad$ $t_2 = \dfrac{5 \cdot \frac{3}{2} - 4}{3} = \dfrac{7}{6}$

Получаем два случая:

1) *AC*=1+1/3=4/3, *BF*=1+1/3+8/3=4.
2) *AC*=3/2+7/6=8/3, *BF*=3/2+7/6+8/3=16/3

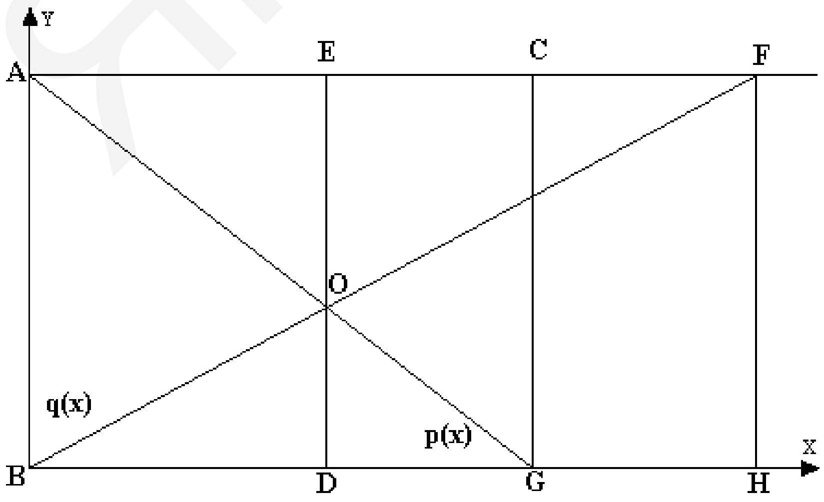
Ответ: (4 ч; 4/3 ч); (16/3 ч; 8/3 ч).

Задача 8

Из городов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Двигаясь без остановок с постоянной скоростью, они встретились через 30 ч после выхода. Сколько времени затратил на прохождение пути *AB* каждый поезд, если известно, что первый прибыл в *B* на 25 ч позже, чем второй прибыл в *A*?

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость пути, пройденного одним поездом, от времени *x*, *q(x)* – вторым поездом. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



ЯГУБОВ.РФ

По условию задачи $BD=AE=30$, $CF=GH=25$. Пусть $DG=EC=x$.

Задача сводится к нахождению длин отрезков AF и BG.

Из подобия треугольников AEO и GDO (подобие следует из равенства соответствующих углов) получаем равенство:

$$\frac{AE}{DG}=\frac{EO}{OD} \qquad (1)$$

Треугольники FEO и BDO подобны как прямоугольные треугольники с равными острыми углами EOF и DOB. Из подобия следует верность равенства:

$$\frac{EF}{BD}=\frac{EO}{OD} \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) следует, что:

$$\frac{AE}{DG}=\frac{EF}{BD}\Leftrightarrow\frac{30}{x}=\frac{x+25}{30}$$

$$900=x^2+25x$$

$$x^2+25x-900=0$$

$$D=25^2+4\cdot 900=4225$$

$$x_{1,2}=\frac{-25\pm\sqrt{4225}}{2}$$

$$x_1=\frac{-25-65}{2} \qquad x_2=\frac{-25+65}{2}$$

$$x_1=-45 \qquad x_2=20$$

По смыслу задачи подходит $x_2=20$.

$AF=AE+EC+CF=30+x+25=30+20+25=75$ (мин),
$BG=BD+DG=30+20=50$ (мин).

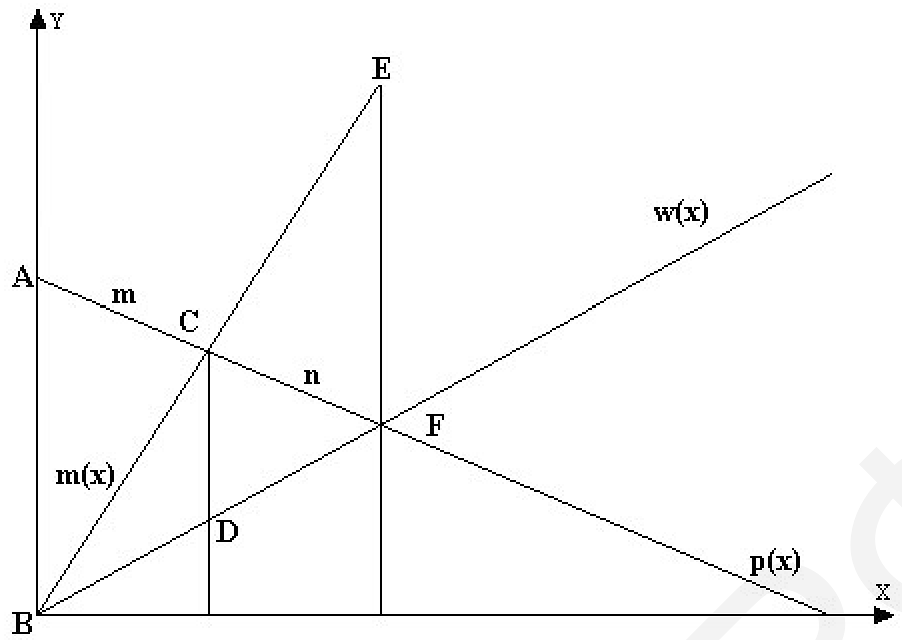
Ответ: 50 мин, 75 мин.

Задача 9

По шоссе навстречу пешеходу движутся велосипедист и мотоциклист. В момент. Когда велосипедист и мотоциклист находились в одной точке, пешеход был от них в 8 км, а когда мотоциклист встретил пешехода, велосипедист отставал от мотоциклиста на 4 км. Какое расстояние будет между мотоциклистом и велосипедистом, когда пешеход встретит велосипедиста?

Решение

Пусть $p(x)$ – зависимость пути, пройденного пешеходом, от времени x, $w(x)$ – велосипедистом, а $m(x)$ – мотоциклистом. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



Из условия задачи AB=8, CD=4. Расстояние между мотоциклистом и велосипедистом в момент, когда пешеход встретит велосипедиста, будет равна длине отрезка EF. Таким образом, решение задачи сводится к нахождению длины отрезка EF.

Пусть $AC=m$, $CF=n$.

Из подобия треугольников ABF и CDF (подобны по общему углу AFB и равным углам ABF и CDF) следует равенство:

$$\frac{AB}{CD}=\frac{AF}{CF}\Leftrightarrow\frac{8}{4}=\frac{m+n}{n} \qquad (1)$$

Треугольники ABC и FEC подобны, так как углы ACB и ECF равны (как вертикальные), углы ABC и FEC равны как накрест лежащие при параллельных AB и EF и секущей BE. Из подобия получаем равенство:

$$\frac{AB}{EF}=\frac{AC}{CF}\Leftrightarrow\frac{8}{x}=\frac{m}{n} \qquad (2)$$

Вычтем из равенства (1) равенство (2):

$$\frac{8}{4}-\frac{8}{x}=\frac{m+n}{n}-\frac{m}{n}\Leftrightarrow 2-\frac{8}{x}=1\Leftrightarrow x=8 \text{ (км)}$$

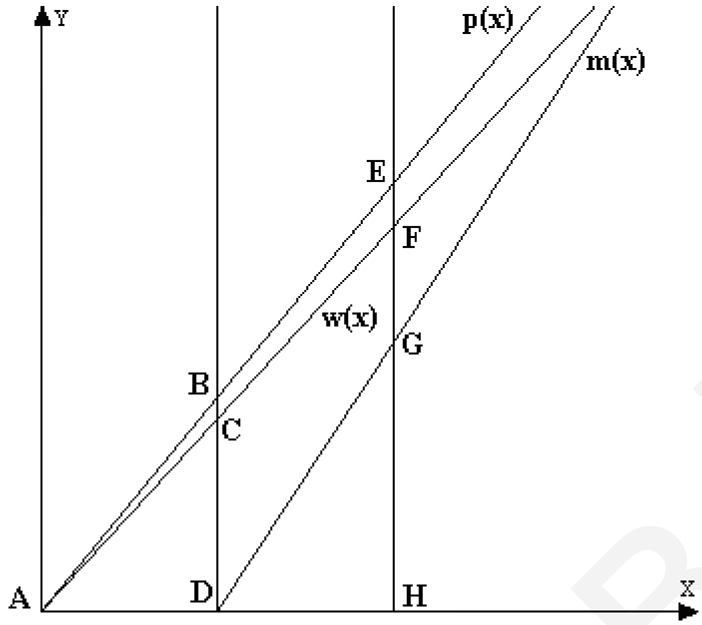
Ответ: 8 км.

Задача10

Из пункта A по шоссе в одном направлении выезжают одновременно два автомобиля. Через час вслед за ними выезжает третий автомобиль. Еще через час расстояние между третьим и первым автомобилями уменьшилось в полтора раза, а между третьим и вторым – в два раза. Во сколько раз скорость первого автомобиля больше скорости второго, если известно, что третий автомобиль не обгонял первых двух?

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость расстояния , пройденного одним автомобилем, от времени *x*, *w(x)* –вторым, а *m(x)* – третьим автомобилем. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



Пусть v_1 и v_2 – скорости первого и второго автомобилей соответственно. По условию задачи нужно найти отношение $\frac{v_1}{v_2}=\frac{\frac{S_1}{t}}{\frac{S_2}{t}}=\frac{S_1\cdot t}{S_2\cdot t}=\frac{S_1}{S_2}$, где S_1, S_2 – расстояния, который прошли первый и второй автомобили за одно и то же время t. Исходя из условия задачи, решение сводится к нахождению отношения $\frac{BD}{CD}$.

По условию задачи AD=DH=1, тогда AH=AD+DH=2.

Пусть $BC = x$, $CD=t$. Тогда, исходя из условия задачи, $EG=2/3BD=2/3(x+t)$,

$FG=1/2CD=1/2t$. Отсюда $EF=EG-FG=2/3(x+t)-1/2t=2/3x-t/6$.

Из подобия треугольников *BAC* и *EAF* ($\angle EFC$ – общий, $\angle ACB= \angle AFE$) следует равенство: $\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{AF}\Leftrightarrow\frac{x}{\frac{2}{3}x+\frac{t}{6}}=\frac{AC}{AF}$ (1)

Из подобия треугольников *ACD* и *AFH* ($\angle FAH$ – общий, $\angle ADC= \angle AHF$) следует равенство: $\frac{AC}{AF}=\frac{AD}{AH}\Leftrightarrow\frac{AC}{AF}=\frac{1}{2}$ (2)

Из (1), (2) получаем:

$$\frac{x}{\frac{2}{3}x+\frac{t}{6}}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{12x}{4x+t}=1$$

$$12x=4x+t$$

$$8x=t$$

$$\frac{x}{t}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{t+x}{t}=\frac{9}{8}$$

Ответ: в $\frac{9}{8}$ раз.

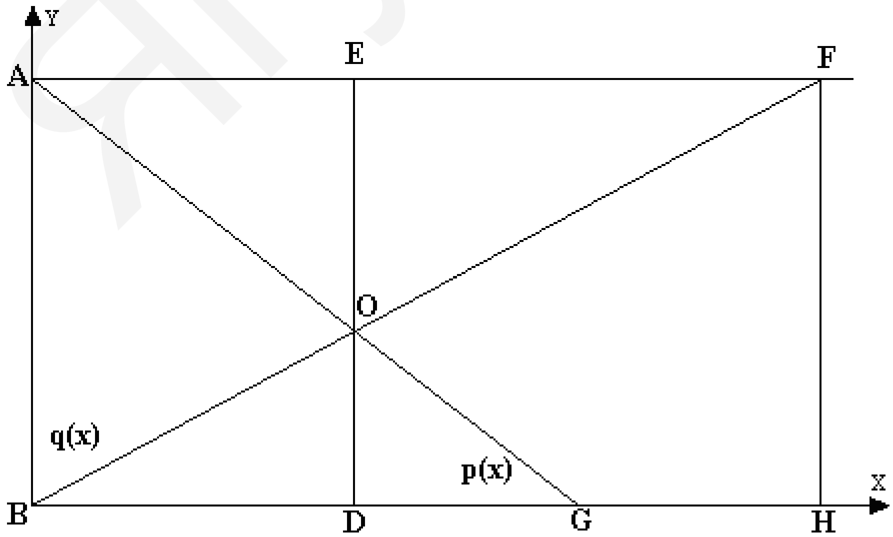
Задача 11

Две бригады, работая одновременно, обработали участок земли за 12 ч. За какое время могла бы обработать этот участок каждая из бригад в отдельности, если скорости выполнения работы бригадами относятся как 3:2?

Решение

Пусть *q(x)* – зависимость обработанной первой бригадой части участка земли за время *x* от времени *x*, зависимость *p(x)* отражает работу второй бригады. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.

Точка пересечение графиков зависимостей *p(x)* и *q(x)* соответствует моменту окончания одновременного выполнения работы двумя бригадами.



Пусть v_1 и v_2 – скорости выполнения работы первой и второй бригадами соответственно. По условию задачи $v_1 : v_2 = 3:2$. С другой стороны, $v_1=AB/BH$, а $v_2=AB/BG$. Отсюда получаем, что $v_1 : v_2 = BG:BH = 3:2$.

Треугольники BOD и FOE подобны ($\angle BOD = \angle FOE$ как вертикальные, $\angle ODB = \angle OEF = 90^o$). Из подобия треугольников следует равенство:

$$\frac{BD}{EF} = \frac{BO}{OF} \qquad (1)$$

Треугольники BOG и FOA подобны ($\angle BOG = \angle FOA$ как вертикальные, $\angle OGB = \angle OAF$ как накрест лежащие при параллельных BH и AF и секущей AG). Из подобия треугольников следуют равенства:

$$\frac{BG}{AF} = \frac{BO}{OF} \Leftrightarrow \frac{BG}{BH} = \frac{BO}{OF} \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) следует: $\frac{BD}{EF} = \frac{BG}{BH} \Leftrightarrow \frac{12}{EF} = \frac{3}{2} \Rightarrow EF = 18$ (ч).

$BH=BD+DH=BD+EF=12+18=30$ (ч).

$BG = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}\cdot 30 = 20$ (ч).

Ответ: 20 ч., 30 ч.

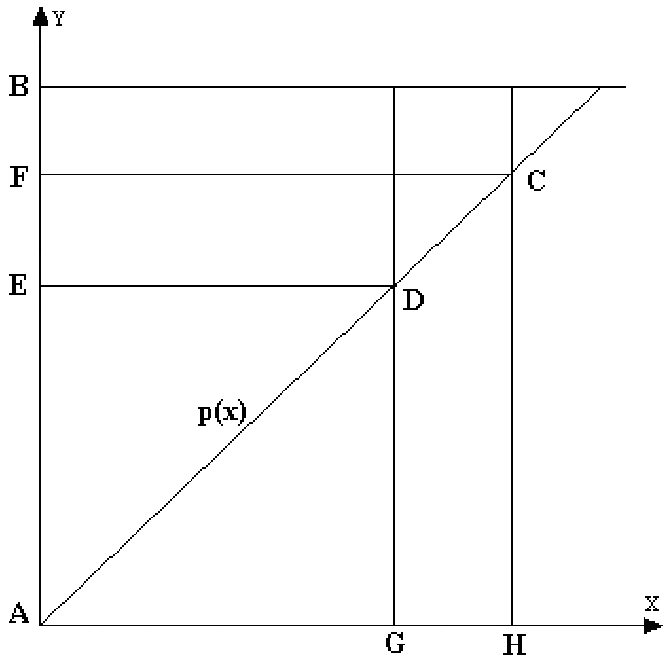
Задача 12

Тракторная бригада может вспахать 5/6 участка земли за 4 ч 15 мин. До обеденного перерыва бригада работала 4,5 ч, после чего остались невспаханными еще 8 га. Как велик был участок?

Решение

4 ч 15 мин=4,25 ч.

Пусть $p(x)$ – зависимость выполненной бригадой работы от времени x. Построим график этого соответствия на координатной плоскости.



Пусть размер участка равен x га. На графике это соответствует длине отрезка AB. Тогда по условию задачи $AE=\frac{5}{6}x$, $AF=x$-8, AG=4,25, а AH=4,5.

Из подобия треугольников DAG и CAH ($\angle CAH$ – общий, $\angle DGA = \angle CHA = 90^o$) следует равенство:

$$\frac{AG}{AH}=\frac{DG}{CH} \Leftrightarrow \frac{4{,}25}{4{,}5}=\frac{EA}{FA} \Leftrightarrow \frac{4{,}25}{4{,}5}=\frac{\frac{5}{6}x}{x-8}$$

$$4{,}25x-34=3{,}75x$$

$$0{,}5x=34$$

$$x=68\,(га)$$

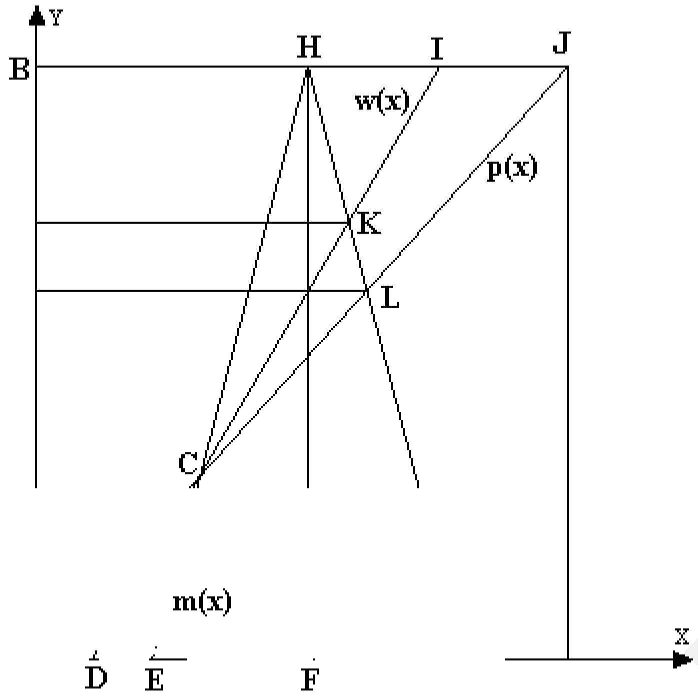
Ответ: 68 га.

Задача 13

Три пловца должны проплыть из А в В и обратно. Сначала стартует первый. Через 5 с – второй. Еще через 5 с – третий. На пути от А до В все пловцы прошли некоторую точку С одновременно. Третий пловец, доплыв до В и сразу повернув назад, встречает второго в 9 м от В, а первого в 15 м от В. Найдите скорость третьего пловца, если расстояние между А и В равно 55 м.

Решение

Пусть *p(x)* – зависимость пути, который проплыл первый пловец, от времени *x*, *w(x)* – вторым, а *m(x)* – третьим. Построим графики этих соответствий на координатной плоскости.



Треугольники *DKG* и *IKH* подобны ($\angle DKG=\angle IKH$ как вертикальные, $\angle KDG=\angle KIH$ как накрест лежащие при параллельных *AG* и *BJ* и секущей *DI*). Пусть h_1, h_2 высоты этих треугольников (соответственно). Из подобия следует равенство:

$$\frac{DG}{HI}=\frac{h_1}{h_2}\Leftrightarrow\frac{DE+EF+FG}{HI}=\frac{46}{9}\Leftrightarrow\frac{5+2t_1}{t}=\frac{46}{9} \qquad (1)$$

Треугольники *ALG* и *JLH* подобны ($\angle ALG=\angle JLH$ как вертикальные, $\angle LAG=\angle LJH$ как накрест лежащие при параллельных *AG* и *BJ* и секущей *AJ*). Пусть h_3, h_4 высоты этих треугольников (соответственно). Из подобия следует равенство:

$$\frac{AG}{HJ}=\frac{h_3}{h_4}\Leftrightarrow\frac{AD+DE+EF+FG}{HI+IJ}=\frac{40}{15}\Leftrightarrow\frac{10+2t_1}{2t}=\frac{40}{15}\Leftrightarrow\frac{5+t_1}{t}=\frac{8}{3} \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) следует:

$$\frac{5+2t_1}{5+t_1}=\frac{46}{9}:\frac{8}{3}$$

$$\frac{5+2t_1}{5+t_1}=\frac{23}{12}$$

$$60+24t_1=115+23t_1$$

$$t_1=55$$

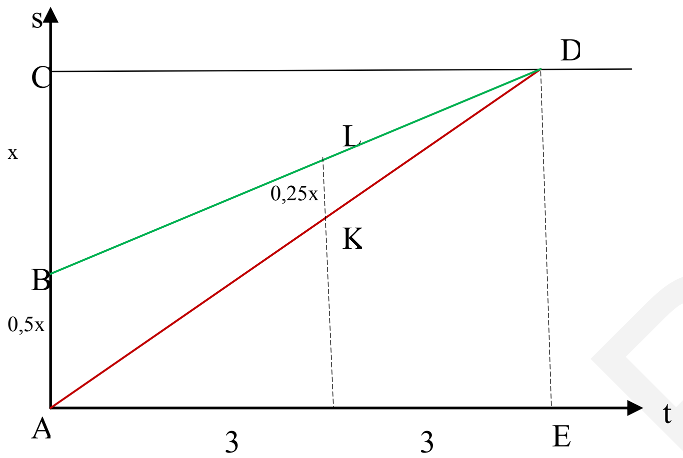
$v=S/t=$55м/55с=1 м/с

Ответ: 1 м/с.

ЯГубов.РФ

Задача 14

Пункты A,B,C расположены по одной прямой, причѐм пункт B расположен между пунктами A и C. Из пунктов A и B по направлению к C одновременно вышли два туриста. Через 3 часа расстояние между ними составило четверть расстояния BC, а ещѐ через 3 часа они одновременно прибыли в C. Найти отношение скоростей этих туристов, если известно, что они шли равномерно и без остановок.



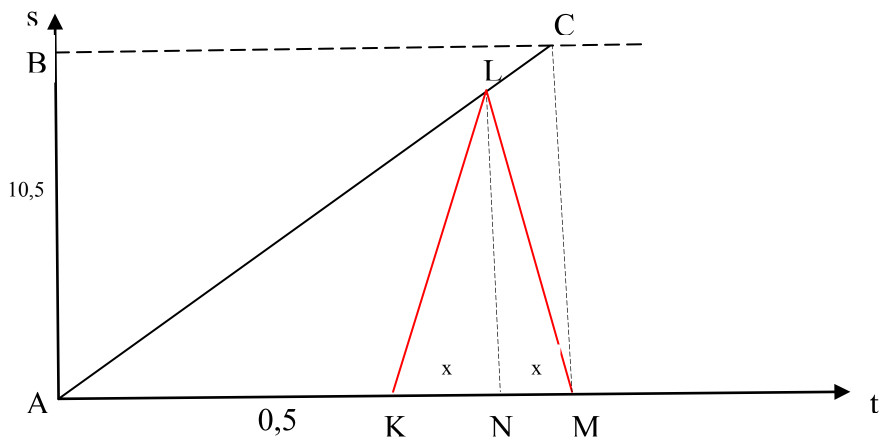
1) LK- средняя линия ΔBDA.
   AB=2LK, AB=0,5x
2) При заданном времени скорость движения и пройденный путь прямо пропорциональны, тогда

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{AC}{BC},\quad \frac{v_1}{v_2}=\frac{\frac{3}{2}x}{x}=\frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{3}{2}$

Задача 15

Юноша пошѐл к железнодорожной станции, до которой от его дома было 10,5 км. Через полчаса из того же дома вслед за юношей по той же дороге вышел его брат, который, идя со скоростью 4 км/ч, догнал юношу, передал забытую им вещь, и тут же повернул обратно с прежней скоростью. С какой скоростью шѐл юноша, если известно, что шѐл он всю дорогу равномерно, а его брат вернулся в тот момент, когда юноша подошѐл к станции.



1) ΔKLM-равнобедренный, KN=NM.
2) ΔACM~ΔALN

$$\frac{CM}{LN}=\frac{AM}{AN},\quad \frac{10{,}5}{LN}=\frac{2x+0{,}5}{x+0.5}$$

$$LE=4x(т.к скорость\ брата\ 4\ км/ч)$$

$$\frac{10{,}5}{4x}=\frac{2x+0{,}5}{x+0.5},\quad x=1{,}5$$

3)

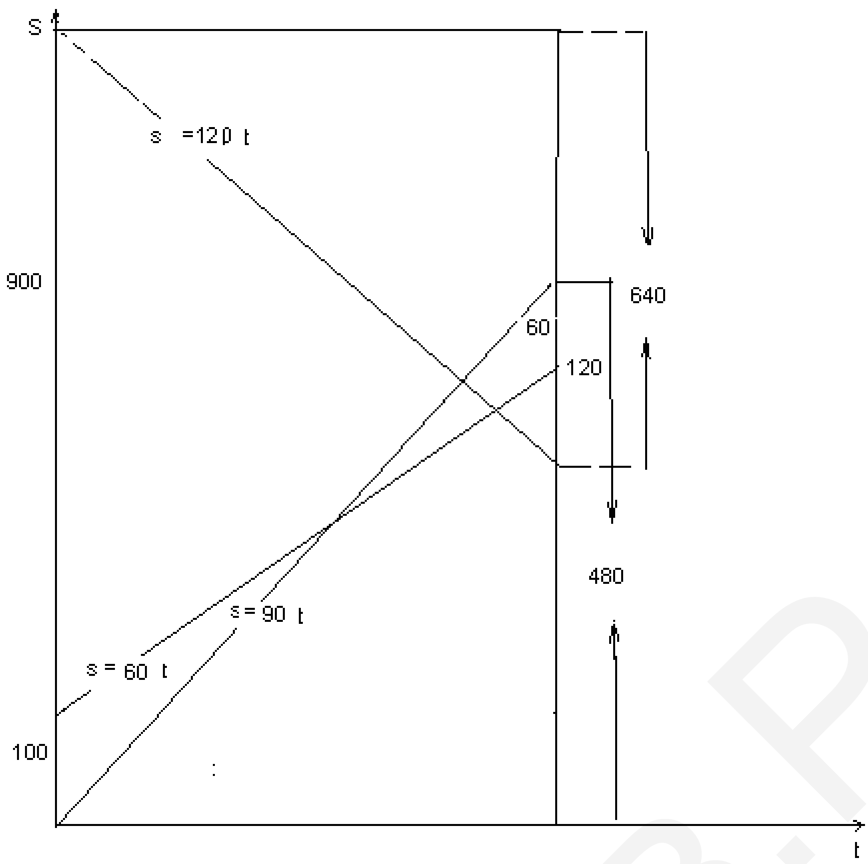
$$v=\frac{10{,}5}{3.5},\quad v=3$$

Ответ: 3км/ч.

Задача 16

По шоссе со скоростью 90 км/ч движется «Вольво», на расстоянии 100 м перед ним со скоростью 60 км/ч движется автобус, а навстречу им на расстоянии 1 км от «Вольво» со скоростью 120 км/ч движется «Джип». Может ли «Вольво», не меняя скорости, обогнать автобус, если для безопастности обгона требуется, чтобы в момент окончания обгона она находилась от двух машин на расстоянии, численно равным (м) их скорости (км/ч)?

Решение 1



Скорость сближения «Вольво» и автобуса равна разности скоростей этих автомобилей и равна 30 км/ч. Сблизиться нужно на 0,1 км и еще удалиться еще на 0,06 км. На это потребуется время

$\frac{0{,}16}{30} = \frac{2}{375}(ч)$.

За это время «Вольво» пройдет

$\frac{2}{375} \cdot 90 = 0{,}48(км) = 480м$.

480 м пройдет «Вольво» и будет впереди автобуса на 60 км.

За это же время

«Джип» пройдет $\frac{2}{375} \cdot 120 =$ 640 (м).

640 м пройдет «Джип» и будет на расстоянии 120 м от «Вольво».

Ответ: Такой обгон возможен.

Решение 2

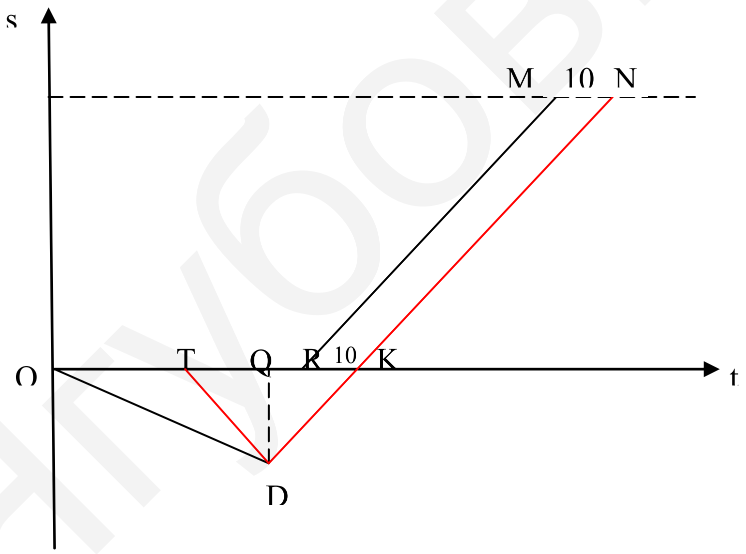
Скорости машин соответственно в метрах на секунду (м/с) равны 25, 50/3, 100/3. Скорость сближения $\left(25 - \frac{50}{3}\right)$м/с, расстояние 100+60=160 м,

ягубов.рф

$\frac{100}{25-\frac{50}{3}}=\frac{96}{5}$(с). За это время «Джип» приблизиться на $\frac{100}{3}\cdot\frac{96}{5}=640(м)$, «Вольво» $25\cdot\frac{96}{5}=480(м)$, поэтому 640+480 =1200>1000 (м), безопасного обгона не произойдет до встречи «Вольво» с «Джипом», а после встречи, как раз, 1120-1000= 120(м).

Задача 17

Спортсмен должен был выйти из дома в 7 часов 30 минут, сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до стадиона к определѐнному моменту. Однако он вышел из дома в 5 часов 40 минут и побежал в противоположном направлении. Машина в 7 часов 10 минут отправилась от дома вслед за ним и, догнав спортсмена, доставила его на стадион с опозданием на 10 минут. Во сколько раз скорость машины превышала скорость бегущего спортсмена.



1) O(5 ч 40 мин,) R(7 ч 30 мин), OR=110
2) ΔTDK– равнобедренный (т.к. скорость автомобиля постоянная)
3) t_a = TQ=QK=15 мин, QR=5 мин, t_c = OQ=105 мин. Расстояние QD автомобиль прошел за 15 мин, а спортсмен – за 15

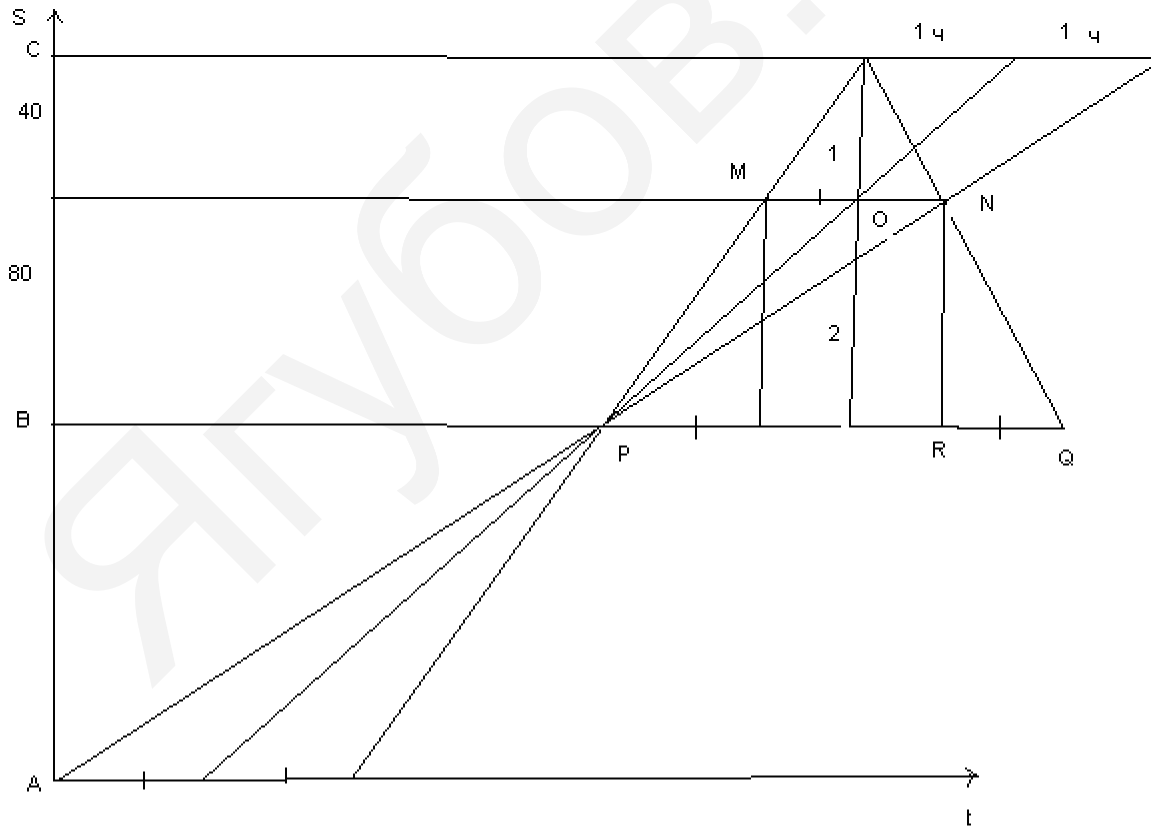
4) $\frac{v_a}{v_c} = \frac{t_c}{t_a}$; $\frac{v_a}{v_c} = \frac{105}{15} = 7$

Ответ: 7 раз.

Задача 18

Из А в В через равные промежутки времени отправляются три автомашины. Они прибывают в В одновременно, затем выезжают в пункт С, находящийся на расстоянии 120 км, от В. Первая машина приезжает туда через час после второй. Третья машина прибыв в С, сразу поворачивает обратно и в 40 км от С встречает первую машину. Определить скорость первой машины, считая, что по всей трассе скорость каждой машины была неизменной.

Решение 1



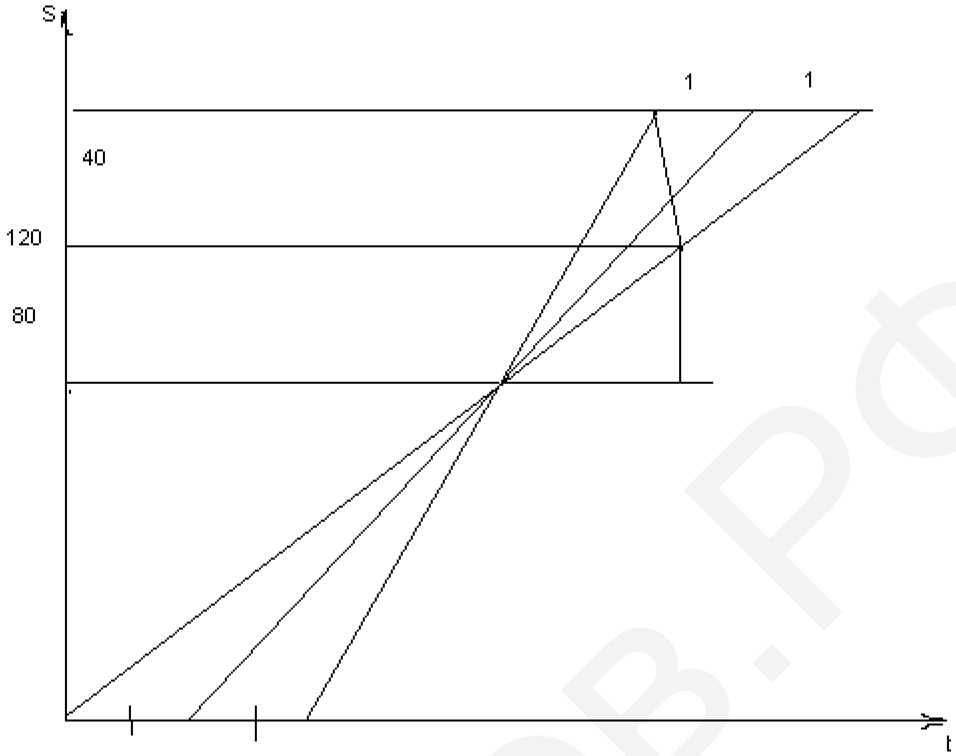
Отрезок $\frac{MN}{2} = \frac{2}{3}(ч) \Rightarrow MN = \frac{4}{3}(ч)$, $\frac{RQ}{NO} = \frac{2}{1} \Rightarrow MN = RQ$, $\frac{MN}{PQ} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ = 4$.

Отрезок PR =2MN, поэтому скорость первого автомобиля равна

80: 8/3 = 30 (км/ч)

ЯГУБОВ.РФ

Решение 2



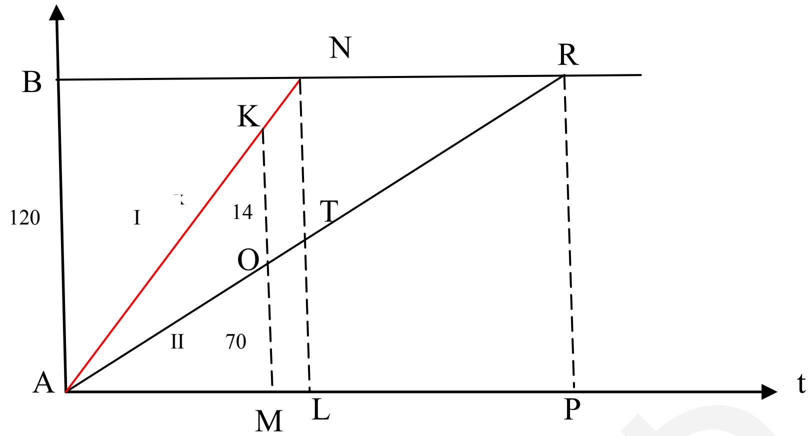
$$\frac{120}{V_1} - \frac{120}{V_3} = 2,$$

$$\frac{80}{V_1} = \frac{160}{V_3} \Leftrightarrow V_3 = 2V_1, \text{ тогда } \frac{120}{V_1} - \frac{120}{2V_1} = 2 \Rightarrow V_1 = 30$$

Ответ: 30 км/ч

Задача 19

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 120 км, одновременно выехали два автомобиля. Когда один из них проехал 70 км, другому осталось ехать 36 км. Сколько километров останется проехать одному из автомобилей, когда другой закончит путь?



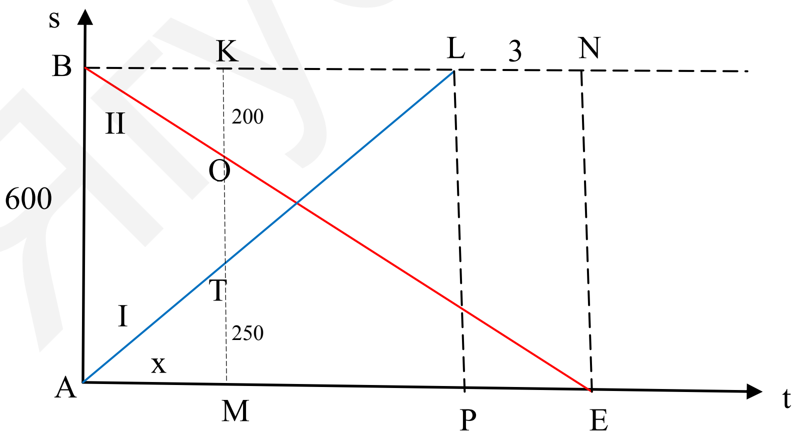
OM=70, MK =120-36=84, KO=84-70=14, NT-?

$$\frac{NL}{MK}=\frac{NT}{KO}, \quad \frac{120}{84}=\frac{x}{14}, \quad x=20$$

Ответ: 20

Задача 20

Два поезда отправились одновременно навстречу друг другу со станций А и В, расстояние между которыми 600 км. Первый из них приходит на станцию В на 3 ч раньше, чем второй на станцию А. В то время, как первый проходит 250 км, второй проходит 200 км. Вычислить скорость каждого поезда.



1) BL=AP=y ; BN=AE=y+3

2) $\frac{LP}{TM}=\frac{AP}{AM}, \quad \frac{600}{250}=\frac{y}{x}$

3) $\frac{NE}{QK}=\frac{BN}{BK}, \quad \frac{600}{200}=\frac{y+3}{x}$

ЯГУБОВ.РФ

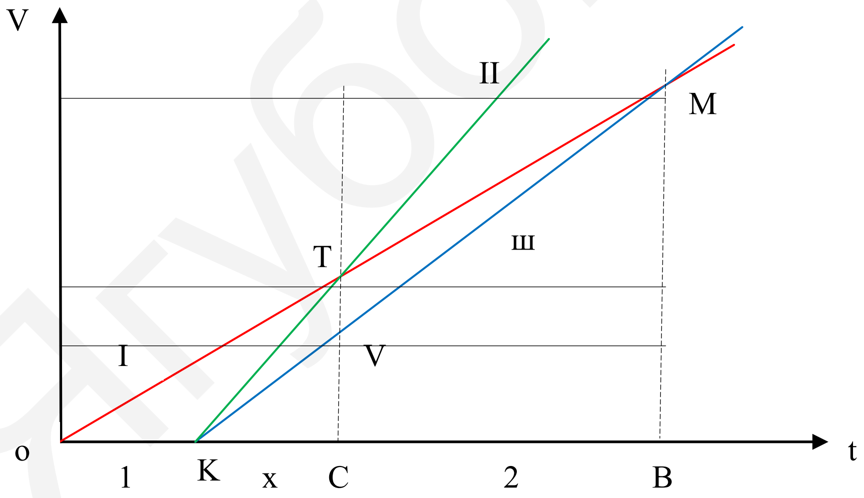
4) $\begin{cases} x = \dfrac{y+3}{3} \\ x = \dfrac{5y}{12} \end{cases}$; $\begin{cases} y = 12 \\ x = 5 \end{cases}$

5) v_1=600/12=50 км/ч; v_2=600/(12+3)=40 км/ч

Ответ: 50 км/ч, 40 км/ч.

Задача 21

Трѐм токарям необходимо вытачивать одинаковые детали. Первый начал работу на 1 ч раньше двух других, стартовавших одновременно. Через некоторое время третий токарь догнал по количеству выточенных деталей первого, а второй догнал первого на 2 часа позже, чем третий.
Определите отношение производительностей первого и третьего токарей, если отношение производительности второго токаря к производительности третьего составляет 2:3?



1) $\dfrac{MB}{VC} = \dfrac{KB}{KC} = \dfrac{2+x}{x}$, $MB = \dfrac{x+2}{2} VC$

2) $\dfrac{MB}{TC} = \dfrac{OB}{OC} = \dfrac{3+x}{1+x}$, $MB = \dfrac{x+3}{x+1} TC$

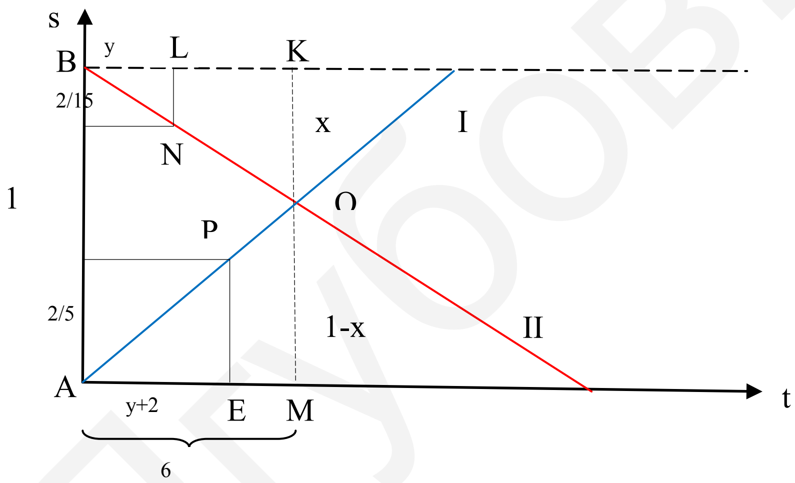
3) $\dfrac{p_2}{p_3} = \dfrac{2}{3}$, $\dfrac{VC}{TC} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad \dfrac{2}{3} \times \dfrac{x+2}{x} = \dfrac{x+3}{x+1}$, $x = 1$

4) $\frac{p_1}{p_3}=\frac{KC}{OC}=\frac{1}{2}$

Ответ: 1:2

Задача 21

Две автомашины, выехав одновременно из городов А и В навстречу друг другу, встретились через 6 часов. Первой машине, чтобы пройти 2/5 пути от А до В, требуется на два часа больше, чем второй, для того чтобы пройти 2/15 пути от В до А. За сколько часов проходит расстояние между городами А и В каждая машина?



1)$\Delta AOM \sim \Delta APE$

$$\frac{1-x}{\frac{2}{5}}=\frac{6}{y+2}$$

2)$\Delta BOK \sim \Delta BNL$

$$\frac{x}{\frac{2}{15}}=\frac{6}{y}$$

3)

ЯГУБОВ.РФ

$$\begin{cases}\dfrac{1-x}{\frac{2}{5}}=\dfrac{6}{y+2}\\ \dfrac{x}{\frac{2}{15}}=\dfrac{6}{y}\end{cases};\begin{cases}x=\dfrac{2}{5}\\ y=2\end{cases}$$

4)KO =2/5

Второй поезд весь путь пройдѐт за $6\times\frac{5}{2}=15$ ч.

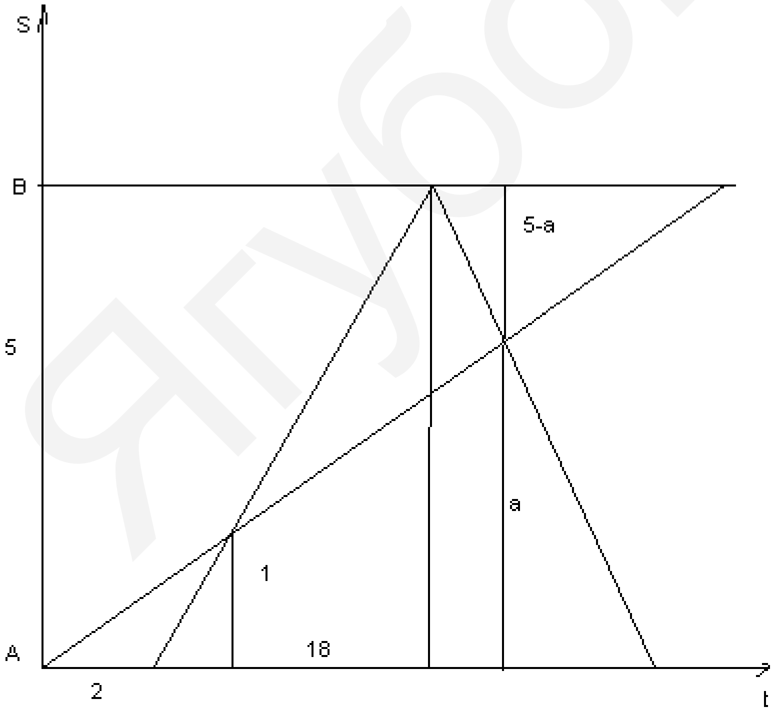
Первый поезд весь путь пройдѐт за $6\times\frac{5}{3}=10$ ч.

Ответ: 10ч, 15ч.

Задача 22

Два лыжника стартовали один за другим с интервалом в две минуты. Второй лыжник догнал первого на расстоянии 1 км от места старта. Дойдя до поворота на отметке 5 км, второй лыжник повернул обратно и встретился с первым лыжником через 20 мин после старта первого лыжника. Найдите скорость первого лыжника.

Решение



Расстояние 1 км второй лыжник прошел на 2 мин быстрее первого, значит

$\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2}=\frac{1}{30}(1)$

Первый лыжник прошел за 20 мин расстояние а, второй за 18 минут прошел расстояние 10-а , следовательно,

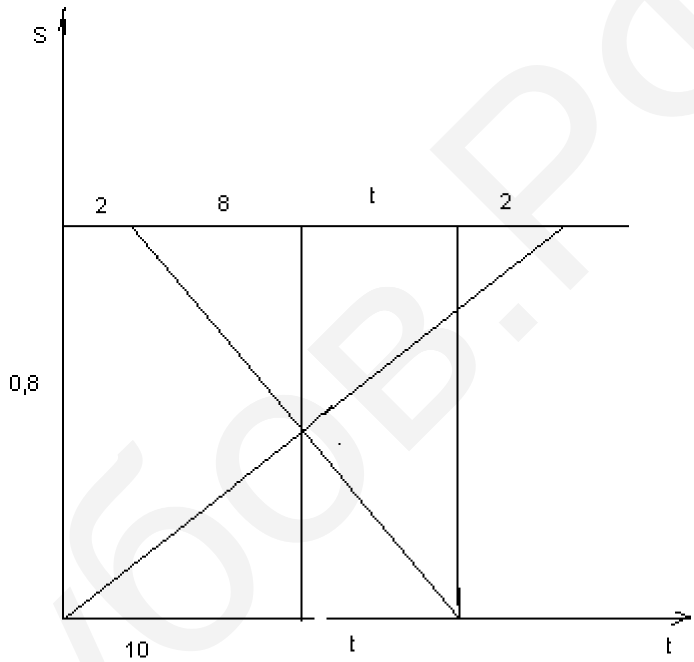
$V_1\frac{1}{3}+V_2\frac{3}{10}=10\,(2)$. Из уравнений (1) и (2) получим V_1 = 12км/ч

Ответ: 12км/ч

Задача 23

Уборку урожая с участка начал один комбайн. Через 2 часа к нему присоединился другой комбайн, и через 8 часов совместной работы вместе они собрали 80% урожая. За сколько часов мог бы собрать урожай с участка каждый комбайн, если известно, что первому на это необходимо на 5 часов больше, чем второму?

Решение



Заметим, что на уборку 80% урожая первому необходимо на $5\cdot 0{,}8 = 4$ часа больше, чем второму. Поскольку второй начал работу на два часа позже, то Из подобия двух пар подобных прямоугольных треугольников получим:

$\frac{8}{t}=\frac{t+2}{10}\Rightarrow t=8$. За 16 часов второй уберет 80 % урожая, следовательно, весь урожай – за 20 часов. Первый уберет весь урожай за 25 часов.

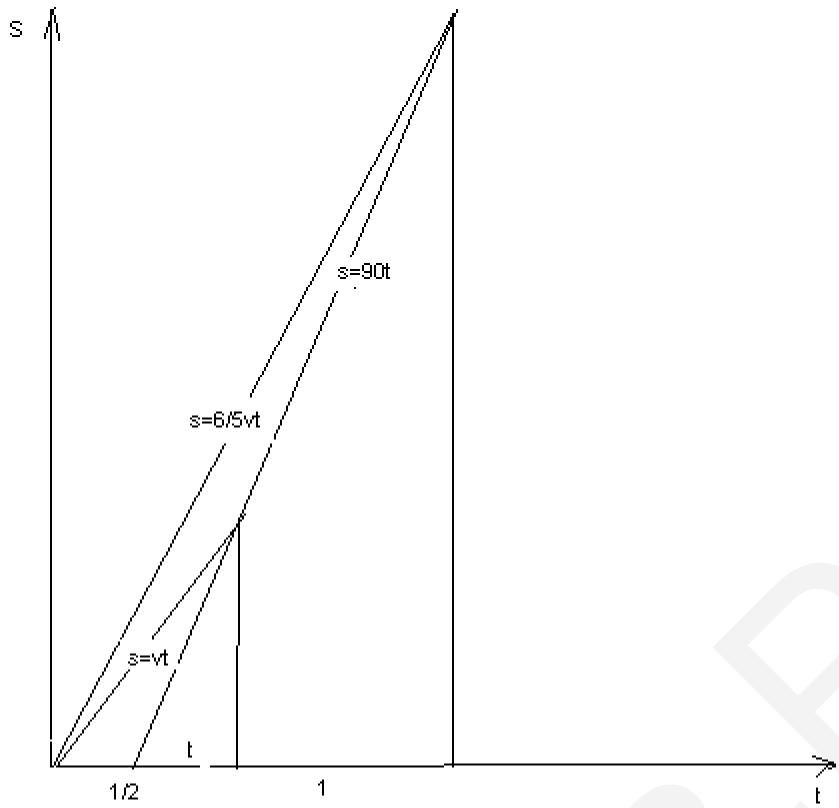
Ответ: 20 и 25

Задача 24

Из пункта по одному и тому же маршруту одновременно отправились грузовик и автомобиль. Скорость легкового автомобиля постоянна и составляет 6/5 скорости грузовика. Через 30 мин вслед за ними выезжает из того же пункта со скоростью 90км/ч мотоциклист. Найти скорость легкового автомобиля, если известно, что мотоциклист догнал грузовик на один час раньше, чем легковой автомобиль.

Решение

ягубов.рф



Расстояние до встречи с грузовиком мотоциклист проезжает на 1/2 часа быстрее грузовика, поэтому

$$(\frac{1}{2}+t)V = 90t \ (1).$$

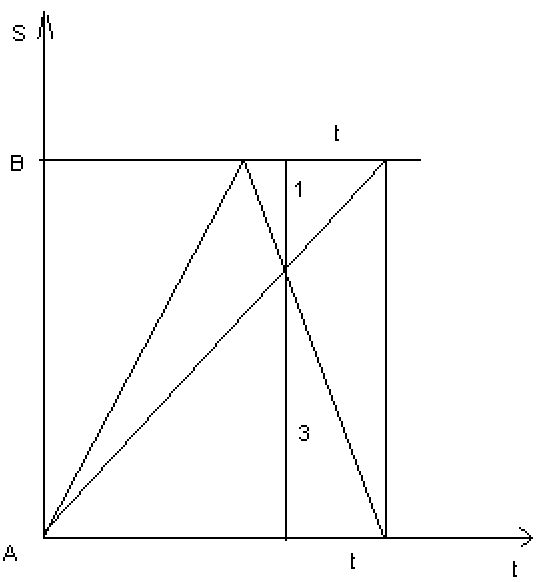
Расстояние до встречи с автомобилем мотоциклист проезжает за время (1+t) часа, а автомобиль за (3/2+t) часа, поэтому

$$(3/2+t)6/5V = (1+t)90 \ (2).$$

Из равенств (1) и (2) получим t =1, V= 60, скорость легкового автомобиля равна 72 км/ч.
Ответ: 72

Задача 25
Из пункта А в пункт В выехали одновременно велосипедист и мотоциклист. Доехав до пункта В, мотоциклист, не останавливаясь, развернулся и отправился в пункт А. Проехав ¼ часть пути от А до В мотоциклист встретил велосипедиста. В пункты В и А соответственно велосипедист и мотоциклист прибыли одновременно. Найдите отношение их скоростей.

Решение



Так как за одно и тоже время велосипедист и мотоциклист прошли 1/4 и 3/4 части пути соответственно, то отношении скорости мотоциклиста к скорости велосипедиста равно 3:1.
Ответ: 3:1.

Глава II

Тест 1

№	Задание	Ответ
1	На реке расположены пункты А и В, причем, ниже по реке, на расстоянии 20 км от А Катер направляется из А в В , затем сразу возвращается в А и снова следует в В. Одновременно с катером из А отправляется плот. При возвращении из В катер встретил плот в 4 км от А. На каком расстоянии (в км) от А катер нагонит плот, следуя вторично в В?	1)10 2)12 3)4 4)5 5)10
2	Из пункта А в пункт В в 8:00 выехал велосипедист, а через некоторое время из В в А вышел пешеход. Пешеход прибыл в В в 17 часов того же дня. Скорости велосипедиста и пешехода постоянны. Велосипедист прибыл в пункт А через 6 часов после выхода пешехода. Какую часть пути из А в В проехал велосипедист до его встречи с пешеходом?	1)1/2 2)1/3 3)4/5 4)3/5 5)1/5
3	Из города А в город В в 10 ч. утра выехал велосипедист. Три часа спустя из города В в город А по той же дороге выехал мотоциклист.	1)14 2)12

	Велосипедист и мотоциклист движутся с постоянными скоростями. В пути они встретились у придорожного кафе и остановились. После часового отдыха они продолжили каждый свой путь. Мотоциклист и велосипедист прибыли соответственно в города А и В одновременно в 17 ч. того же дня. Найти время встречи у кафе велосипедиста и мотоциклиста.	3)13 4)1 5 5)14.5
4	Из деревни в одном и том же направлении выходят три пешехода:- второй через 2 минуты после первого, а третий - через три минуты после второго. Через 5 минут после своего выхода из деревни третий пешеход догнал второго, а еще через 2 минуты он догнал первого пешехода. Через сколько минут после своего выхода из деревни второй пешеход догонит первого?	1)18 2)12 3)15 4)50 5)28
5	Два станка сделали **по 220 деталей**, когда был включен третий станок. Когда третий станок сделал столько деталей, сколько их сделал первый, второй сделал на 180 деталей меньше. На сколько больше деталей больше сделал первый станок, в тот момент, когда третий сделал столько деталей, сколько сделал второй?	1)88 2)121 3)150 4)55 5)99
6	Из пункта O в N вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта N в пункт O выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из N. Сколько времени (в часах) понадобится пешеходу для того, чтобы пройти весь путь, если известно, что велосипедист проделал бы весь путь на 4 часа быстрее пешехода?	1)8 2)2 3)5 4)2,5 5)8
7	Из пункта M в N вышел пешеход. Вслед за ним через 2 ч из пункта M выехал велосипедист, а еще через час – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от M к N. На сколько минут раньше пешехода в пункт N прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт N на 1 ч позже мотоциклиста?	1)48 2)40 3)50 4)25 5)28
8	Из пункта A в пункт B отправились одновременно пешеход и велосипедист. Велосипедист, доехав до пункта B, повернул обратно и встретил пешехода через 20 мин после отправления из A. Доехав до A, он опять повернул и догнал пешехода через 5	1)$53\frac{1}{3}$ 2)$20\frac{2}{3}$ 3)$50\frac{3}{8}$

	минут после встречи. Через какое время пешеход придет в *B?*	4)52,5 5)48⅓
9	Из двух городов А и В одновременно навстречу друг другу с постоянными скоростями выехали два автомобиля. Первый автомобиль приехал в город В через 16 часов после встречи, а второй – в город А через 25 часов после встречи. За какое время (в часах) первый автомобиль проезжает путь от А доВ?	1)48 2)36 3)50 4)40 5)41
10	Из городов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Двигаясь без остановок с постоянной скоростью, они встретились через 30 ч после выхода. Сколько времени(в минутах) затратил на прохождение пути *AB* каждый поезд, если известно, что первый прибыл в *B* на 25 ч позже, чем второй прибыл в *A*?	1)40,65 2)60, 85 3)80, 105 4)55,80 5)50,75
11	Из поселка в одном и том же направлении выехали последовательно с интервалом в 1 час три велосипедиста. Первый шел со скоростью 12км/ч, второй - 10 км/ч, а третий, имея более высокую скорость, догнал сначала второго велосипедиста, еще через 2 часа – первого. Запишите в ответе число, выражающее скорость (км/ч) третьего велосипедиста.	1)20 2)30 3)80 4)40 5)52
12	От пристани одновременно отправились два теплохода: один – вниз по течению реки к пункту А, а другой – вверх по течению реки – к пункту В пункты А и В теплоходы прибыли через 5 и 9 часов соответственно. Прибыв в указанные пункты, теплоходы не останавливаясь, развернулись и поплыли обратно: один из них в пункт А, а другой – в пункт В, и встретились на расстоянии 20 км от пристани вниз по течению. (Собственные скорости теплоходов во все время движения постоянны и равны). Расстояние между пунктами А и В равно **200м**. Найти скорость течения реки.	1)8 2)6 3)20 4)4 5)5
13	Дорога проходит последовательно через пункты А,В,С и D. Расстояние от А до В равно 24 км. Из А в D выехал с постоянной скоростью автомобиль. Одновременно с ним из В в D отправились с постоянными скоростями велосипедист и мотоциклист. Когда автомобиль догнал велосипедиста, мотоциклист обгонял их на 6 км. В пункте С автомобиль догнал мотоциклиста, и,	1)16 2)12 3)8 4)4

	доехав до D сразу поехал обратно в А, встретившись с велосипедистом второй раз в С . Найдите расстояние между В и С, если известно, что время от начала движения до момента повторной встречи автомобиля и велосипедиста в два раза больше, чем время от начала движения до того момента, когда автомобиль впервые догнал мотоциклиста.	5)10
14	Один из двух рабочих начал выполнять некоторую работу в 8 часов утра, второй приступил к выполнению работы такого же объема спустя 3 часа. Второй рабочий закончил работу в 17 часов того же дня. Какую часть работы выполнил первый рабочий в тот момент, когда вместе они выполнили половину их совместного задания, если первый закончил работу через 6 часов после того, как к работе приступил второй?	1)5/6 2)1/2 3)3/5 4)4/5 5)2/3
15	Из А и В вышли навстречу друг другу два туриста, турист, вышедший из пункта А вышел на 3 часа позже, а при встрече оказалось, что он прошел на 12 км меньше. Первый пришел в пункт А через 8 часов, а второй – через 9 часов после встречи. Найдите скорости туристов (в км/ч)	1)1и 2 2)3 и 4 3)5 и 6 4)4 и 2 5)5 и 8
16	Два спортсмена начинают бег одновременно – первый из А в В, второй из В в А . Они бегут с неодинаковыми, но постоянными скоростями и встречаются на расстоянии 300 м от А . Пробежав дорожку до конца, каждый из них тотчас поворачивает назад и встречает другого на расстоянии 400 м от В. Найти длину АВ .	1)600 2)400 3)500 4)650 5)1000
17	На реке расположены пункты А и В Одновременно из этих пунктов навстречу друг другу отходят два одинаковых катера, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Катер, вышедший из А, возвращается обратно через1 час после выхода. Если бы катер, отправляющийся из А,вышел на 15 мин. раньше, катера, вышедшего из В, то встреча произошла бы на равном расстоянии от обоих пунктов. Через сколько времени возвращается катер, вышедший из В?	1)2 2)1,5 3)3,5 4)4 5)1
18	В кинозале имеется две двери - широкая и узкая. Через обе двери после сеанса зрители выходят из зала через 3 мин. 45. сек. Если зрителей выпускать через одну широкую дверь, то выход из зала займет	1)16и 20 2)3 и 7

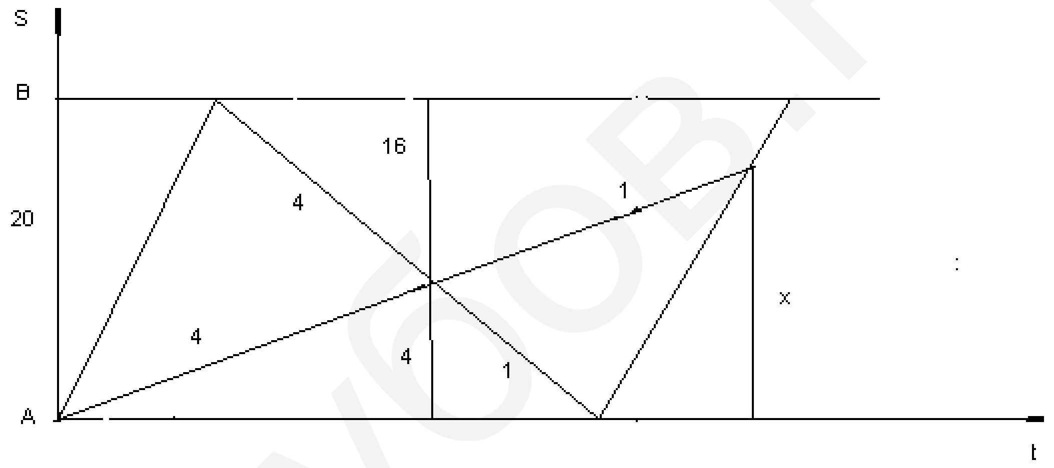
	времени на 4 мин. Меньше, чем в том случае, если зрителей выпускать только через одну узкую дверь. Сколько времени потребуется для выхода зрителей из кинозала через каждую дверь в отдельности?	3)3 и 6 4)6и 10 5)4 и 8
19	Первый автомобиль проходит в минуту на 300 м больше, чем второй, поэтому время прохождения одного километра у него на 10 сек. меньше. На сколько метров увеличивается отставание второго автомобиля от первого за время, пока первый проходит один километр?	1)600 2)200 3)500 4)650 5)100
20	Моторная лодка прошла расстояние от города M по течению реки до города N и, не останавливаясь, вернулась обратно за 12 часов. За какое время пройдет плот это расстояние, если он вышел из M в тот момент, когда лодка вышла из города N, и встретился с лодкой на ее обратном пути на расстоянии, равном 1/3 MN от города M.	1)16 2)20 3)5 4)6 5)10
21	Из пунктов A и C в пункт B выехали одновременно два всадника и прибыли туда одновременно через 3 часа. Пункт C находится на 6 км дальше от пункта B, чем пункт A . Найдите расстояние от C до B , если всадник, выехавший из C, проезжал каждый километр на 1 мин скорее, чем всадник, выехавший из A.	1)16 2)20 3)5 4)6 5)10
22	Три свечи имеют одинаковую длину, но разную толщину. Первая свеча была зажжена на один час раньше других, зажженных одновременно. В некоторый момент горения первая и вторая свеча стали одинаковой длины, а через два часа после этого одинаковой длины стали первая и третья. За сколько часов сгорает первая свеча, если вторая сгорает за 8 часов, а третья за 12 часов? Предполагается, что скорость сгорания свечей не зависит от продолжительности горения.	1)16 2)20 3)25 4)36 5)48
23	В двух бригадах более 27 человек. Число членов первой бригады более чем в два раза превышает число членов второй бригады, уменьшенное на 12. Число членов второй бригады более чем в 9 раз превышает число членов первой бригады, уменьшенное на 10. Сколько человек во второй бригаде?	1)17 2)20 3)15 4)16 5)18
24	Чан заполняется двумя кранами за 1час.	1)66и 88

	Наполнение чана только через кран А я а 22 минуты дольше, чем через кран В. За какой промежуток времени (в мин.) каждый кран отдельно может наполнить чан?	2)110 и 132 3)90 и 112 4)116и 136 5)114 и 134

Решения

Задача 1

На реке расположены пункты А и В, причем, ниже по реке, на расстоянии 20 км от А Катер направляется из А в В , затем сразу возвращается в А и снова следует в В. Одновременно с катером из А отправляется плот. При возвращении из В катер встретил плот в 4 км от А. На каком расстоянии от А катер нагонит плот, следуя вторично в В?

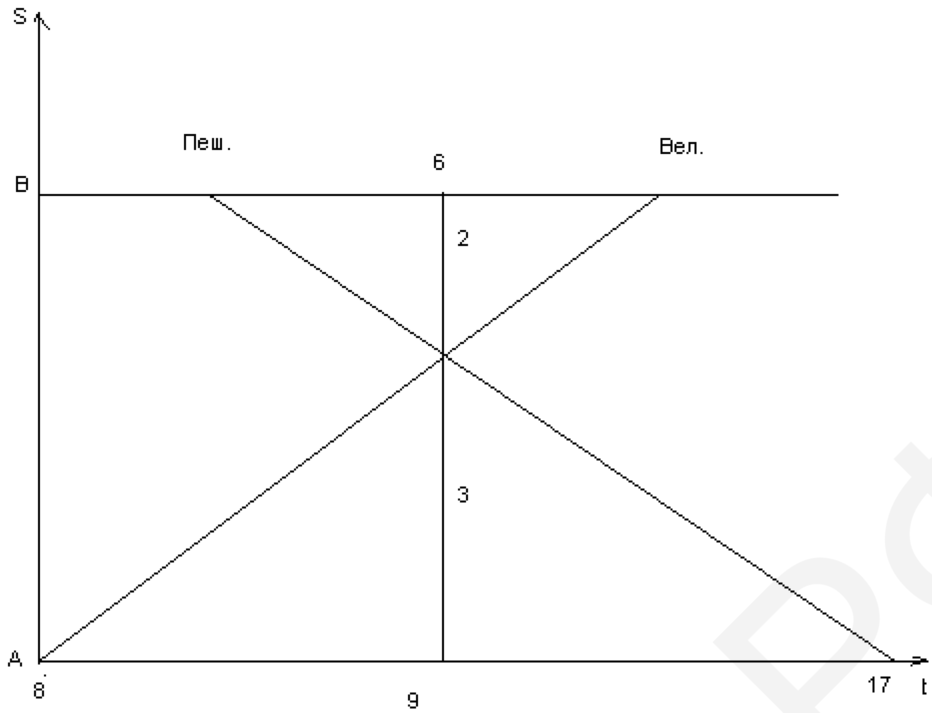


$\frac{4}{x} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = 5$. На расстоянии 5 км катер нагонит плот.

Ответ: 5 км

Задача 2

Из пункта А в пункт В в 8:00 выехал велосипедист, а через некоторое время из В в А вышел пешеход. Пешеход прибыл в В в 17 часов того же дня. Скорости велосипедиста и пешехода постоянны. Велосипедист прибыл в пункт А через 6 часов после выхода пешехода. Какую часть пути из А в В проехал велосипедист до его встречи с пешеходом?

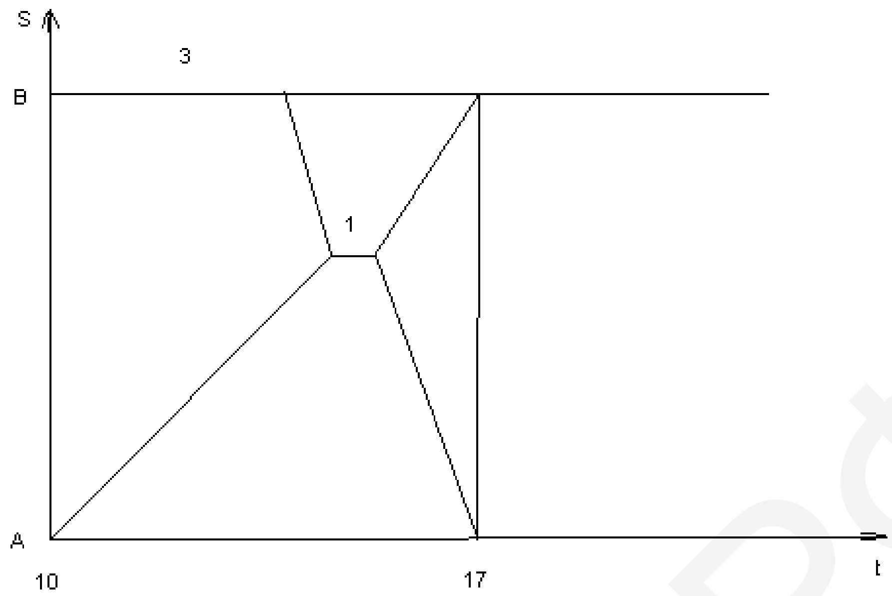


Часть пути, которую проехал велосипедист, равна 3/5.

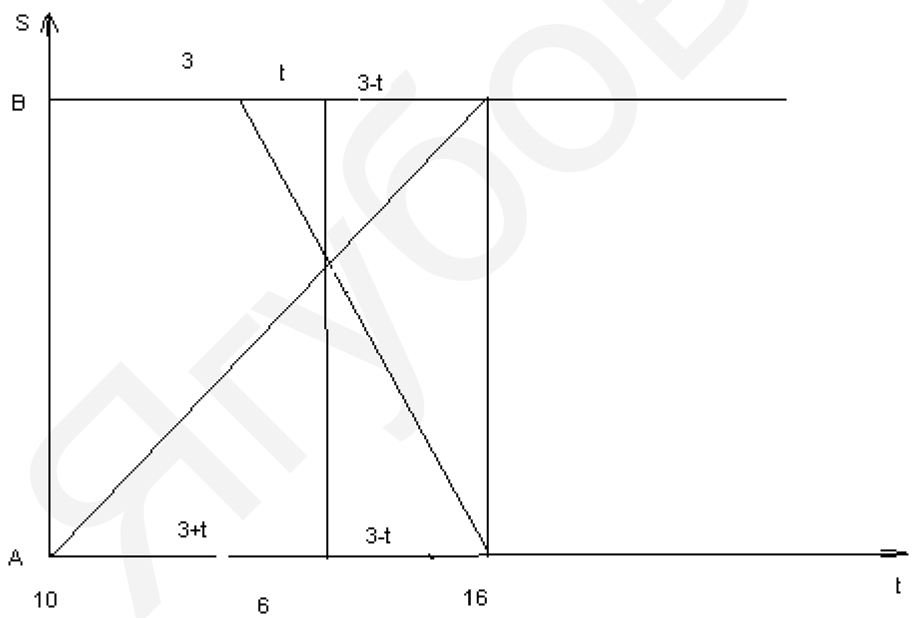
Ответ: 3/5.

Задача 3

Из города А в город В в 10 ч. утра выехал велосипедист. Три часа спустя из города В в город А по той же дороге выехал мотоциклист. Велосипедист и мотоциклист движутся с постоянными скоростями. В пути они встретились у придорожного кафе и остановились. После часового отдыха они продолжили каждый свой путь. Мотоциклист и велосипедист прибыли соответственно в города А и В одновременно в 17 ч. того же дня. Найти время встречи у кафе велосипедиста и мотоциклиста.



Если остановки у кафе не будет, то прямые – графики движений – пересекутся в одной точке. Ее координаты соответствуют моменту встречи у кафе. Время прибытия станет равным 16 ч.



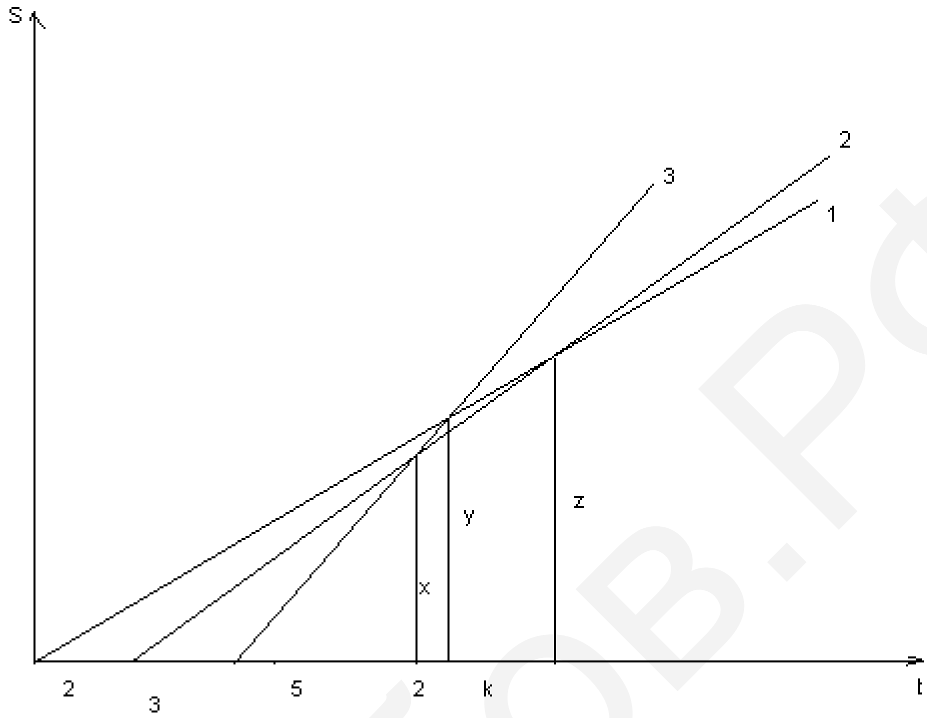
$\frac{t}{3-t} = \frac{3-t}{3+t} = \frac{1}{2}$, t = 1.

Время встречи у кафе 14 часов

Ответ: 14 часов

Задача 4

Из деревни в одном и том же направлении выходят три пешехода:- второй через 2 минуты после первого, а третий - через три минуты после второго. Через 5 минут после своего выхода из деревни третий пешеход догнал второго, а еще через 2 минуты он догнал первого пешехода. Через сколько минут после своего выхода из деревни второй пешеход догонит первого?



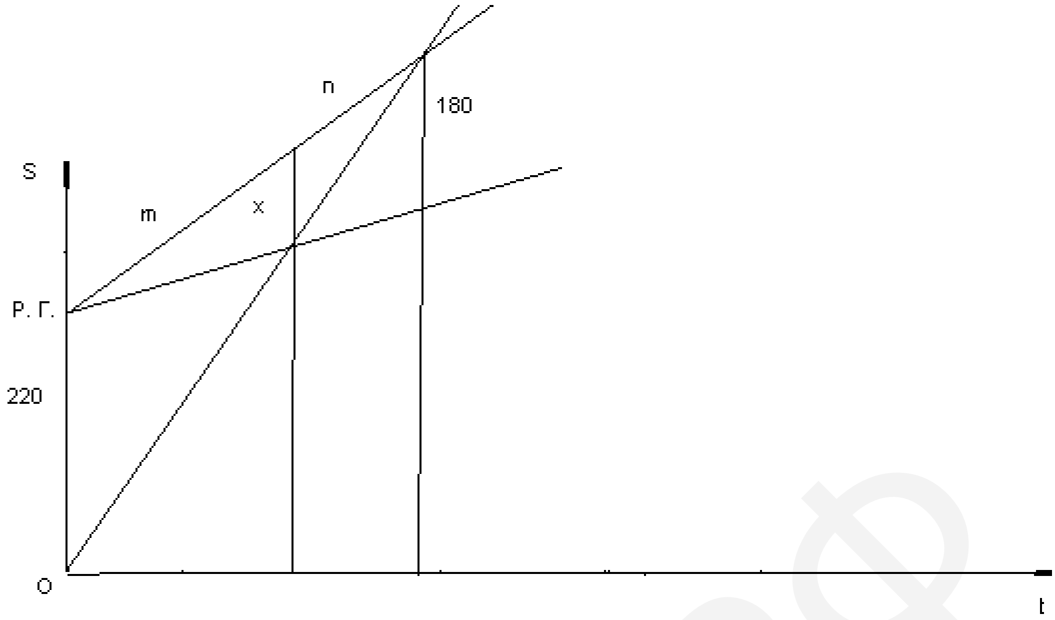
$$\frac{x}{y}=\frac{5}{7},$$
$$\frac{y}{z}=\frac{12}{12+k}, \Rightarrow \frac{5}{7}\frac{12}{12+k}=\frac{10+k}{8} \Rightarrow k=18,$$
$$\frac{z}{x}=\frac{10+k}{8}$$

Второй пешеход догонит первого через 28 минут

Ответ: 28 мин.

Задача 5

Два станка сделали 220 деталей, когда был включен третий станок. Когда третий станок сделал столько деталей, сколько их сделал первый, второй сделал на 180 деталей меньше. На сколько больше деталей сделал первый станок, в тот момент, когда третий сделал столько деталей, сколько сделал второй?

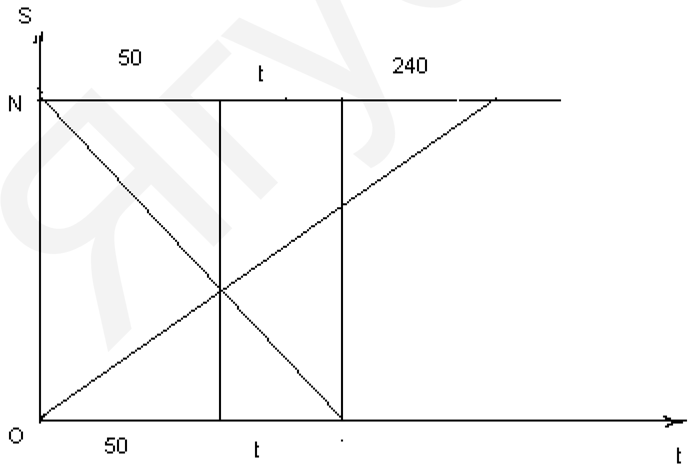


$$\frac{x}{220}=\frac{n}{n+m},$$
$$\frac{x}{180}=\frac{m}{m+n}\Rightarrow\frac{x}{220}+\frac{x}{180}=1$$
откуда x= 99 .

Ответ 99деталей

Задача 6

Из пункта O в N вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта N в пункт O выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из N. Сколько времени понадобится пешеходу для того, чтобы пройти весь путь, если известно, что велосипедист проделал бы весь путь на 4 часа быстрее пешехода?



$\frac{50}{t}=\frac{t+240}{50}\Leftrightarrow t^2+240t-2500=0$, t = 10 мин.

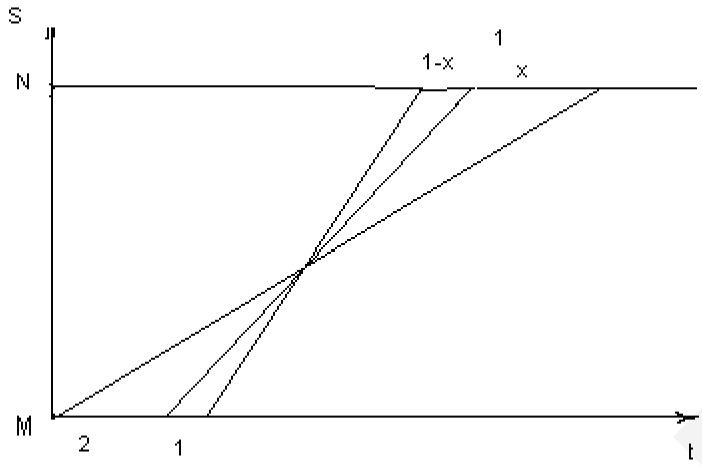
Пешеходу потребуется 5 ч.

Ответ: 5 ч.

ЯГУБОВ.РФ

Задача 7

Из пункта M в N вышел пешеход. Вслед за ним через 2 ч из пункта M выехал велосипедист, а еще через час – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от M к N. На сколько минут раньше пешехода в пункт N прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт N на 1 ч позже мотоциклиста?

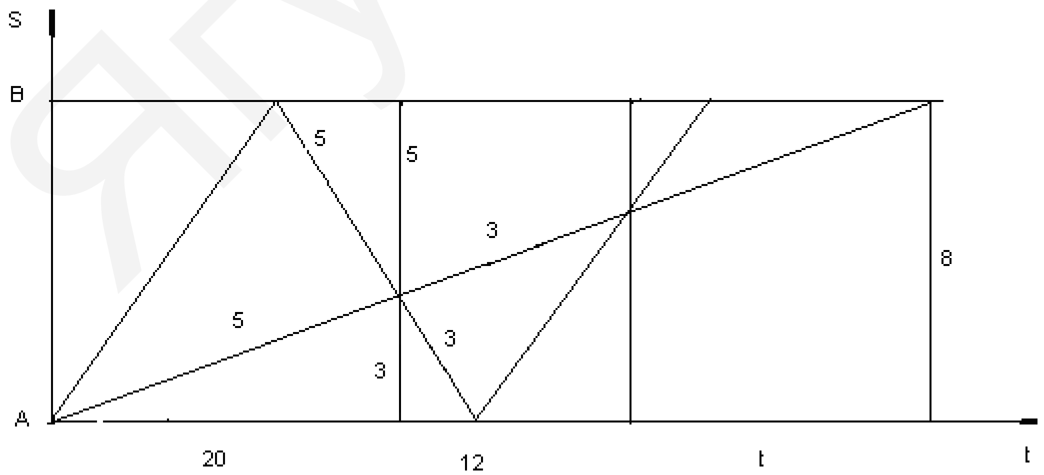


$\frac{x}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ ч., x = 40 мин.

Ответ: 40 мин

Задача 8

Из пункта A в пункт B отправились одновременно пешеход и велосипедист. Велосипедист, доехав до пункта B, повернул обратно и встретил пешехода через 20 мин после отправления из A. Доехав до A, он опять повернул и догнал пешехода через 5 минут после встречи. Через какое время пешеход придет в B?



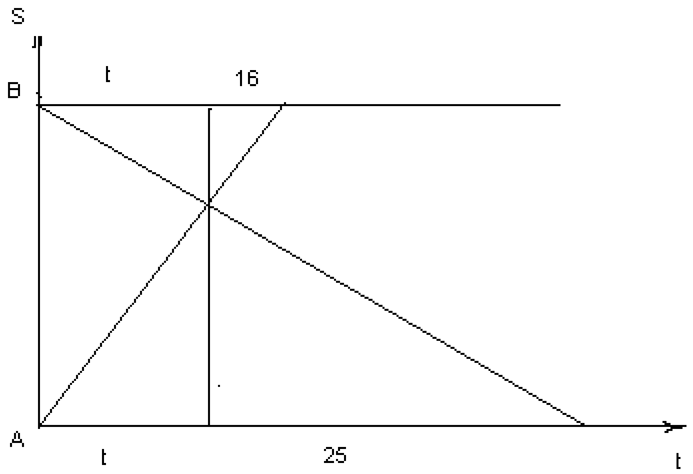
$\frac{20}{32+t} = \frac{3}{8}$, t = 100(мин).

Пешеход придет в пункт В через 32+64/3 =53 1/3 (мин).

ЯГУБОВ.РФ

Ответ: 53 1/3 (мин).

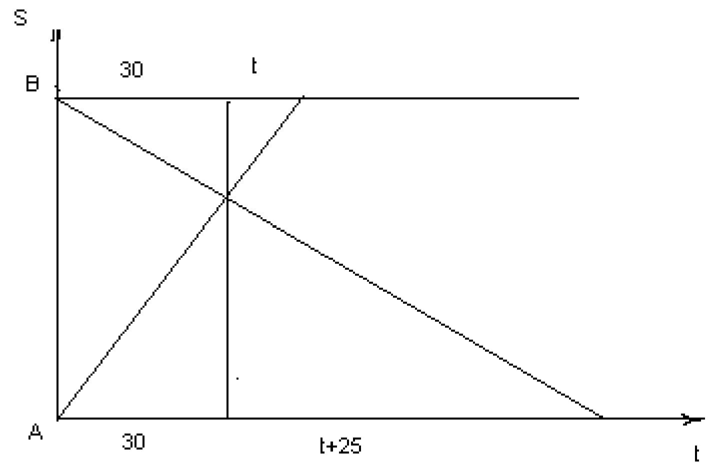
Задача 9
Из двух городов А и В одновременно навстречу друг другу с постоянными скоростями выехали два автомобиля. Первый автомобиль приехал в город В через 16 часов после встречи, а второй – в город А через 25 часов после встречи. За какое время первый автомобиль проезжает путь от А доВ?



$$\frac{t}{25} = \frac{16}{t} \Leftrightarrow t^2 = 16 \cdot 25, \text{ t = 20.}$$
Первый автомобиль проезжает путь от А доВ за 36 часов.

Ответ: 36ч

Задача 10
Из городов A и B навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Двигаясь без остановок с постоянной скоростью, они встретились через 30 ч после выхода. Сколько времени затратил на прохождение пути AB каждый поезд, если известно, что первый прибыл в B на 25 ч позже, чем второй прибыл в A?

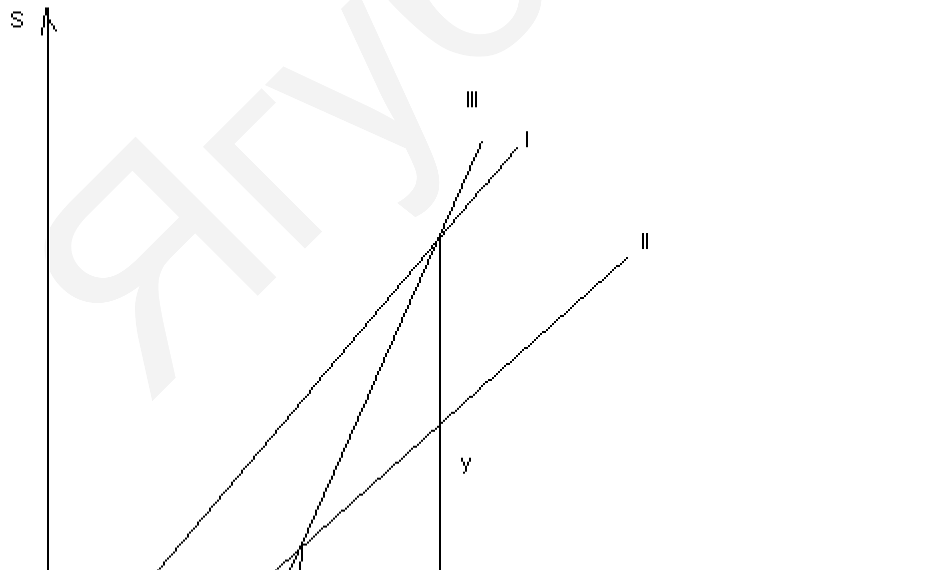


$\frac{t}{30} = \frac{30}{t+25} \Leftrightarrow t^2 + 25t - 900 = 0$, $t = 20$. Первый поезд затратил на весь путь 55ч., второй – 80 ч.

Ответ: 80 ч.

Задача 11

Из поселка в одном и том же направлении выехали последовательно с интервалом в 1 час три велосипедиста. Первый шел со скоростью 12км/ч, второй - 10 км/ч, а третий, имея более высокую скорость, догнал сначала второго велосипедиста, еще через 2 часа – первого. Запишите в ответе число, выражающее скорость (км/ч) третьего велосипедиста.



ЯГУБОВ.РФ

$12(4+t) = v(t+2) = y$

10((1+t) = v t = x .

Разделим первое уравнение на второе, получим $\frac{6(4+t)}{5(1+t)} = \frac{t+2}{t}$,

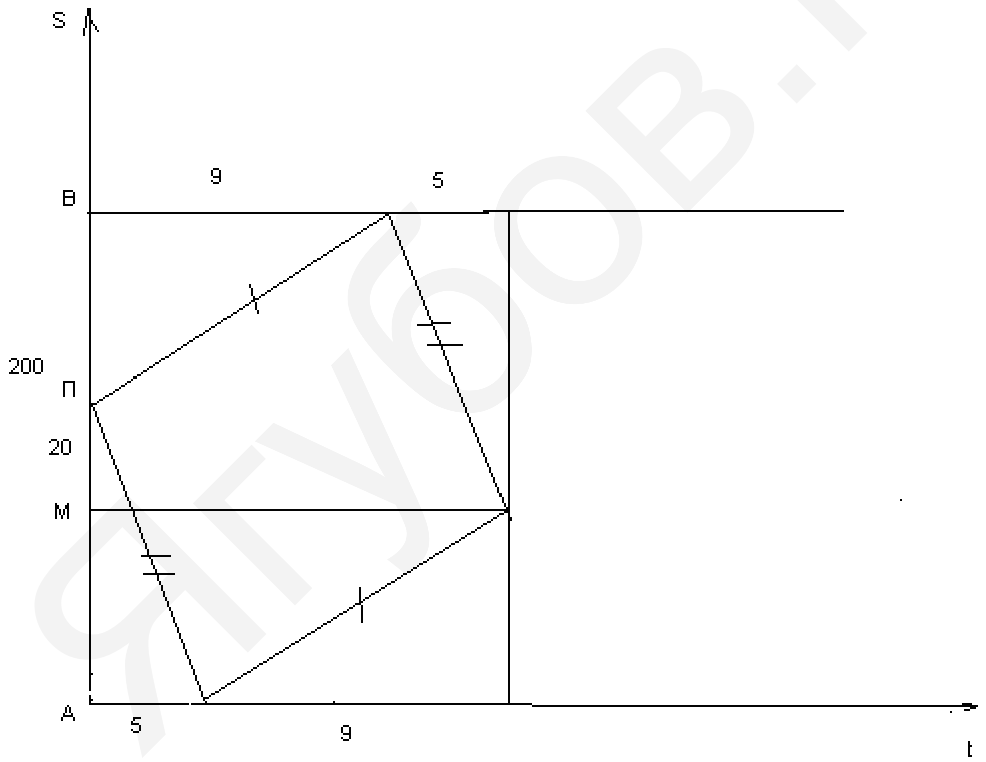
откуда t = 1. Подставим во второе уравнение t = 1, получим v = 20.

Ответ: 20 км

Задача 12

От пристани одновременно отправились два теплохода: один – вниз по течению реки к пункту А, а другой – вверх по течению реки – к пункту В пункты А и В теплоходы прибыли через 5 и 9 часов соответственно. Прибыв в указанные пункты, теплоходы не останавливаясь, развернулись и поплыли обратно: один из них в пункт А, а другой – в пункт В, и встретились на расстоянии 20 км от пристани вниз по течению. (Собственные скорости теплоходов во все время движения постоянны и равны). Расстояние между пунктами А и В равно 200км. Найти скорость течения реки.

Решение



Из равенства прямоугольных треугольников с катетами 9 следует равенство расстояний ВП и АМ. Тогда 2ПВ + 20= 200, откуда ПВ =90.

Таким образом, расстояние от пристани до пункта В равно 90 км,

а до пункта А – 110 км.

Скорость по течению 110 км.: 5ч. = 22(км/ч),

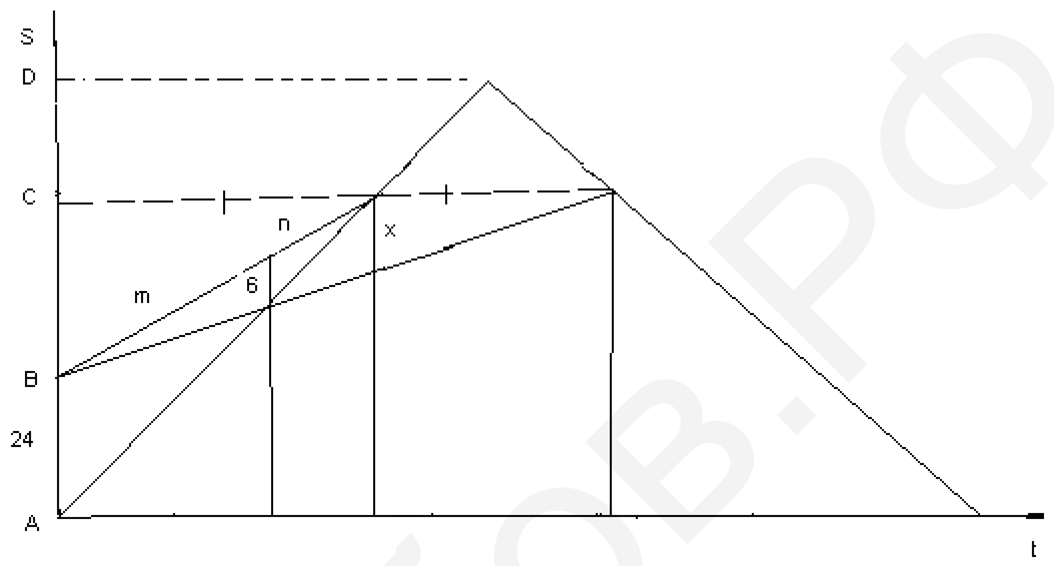
скорость против течения 90 км.: 9ч. = 10(км/ч),

тогда скорость течения реки (22-10): 2 = 6 км/ч.

Ответ: 6 км/ч.

Задача 13

Дорога проходит последовательно через пункты A,B,C и D. Расстояние от A до B равно 24 км. Из A в D выехал с постоянной скоростью автомобиль. Одновременно с ним из B в D отправились с постоянными скоростями велосипедист и мотоциклист. Когда автомобиль догнал велосипедиста, мотоциклист обгонял их на 6 км. В пункте C автомобиль догнал мотоциклиста, и, доехав до D сразу поехал обратно в A, встретившись с велосипедистом второй раз в C . Найдите расстояние между B и C, если известно, что время от начала движения до момента повторной встречи автомобиля и велосипедиста в два раза больше, чем время от начала движения до того момента, когда автомобиль впервые догнал мотоциклиста.



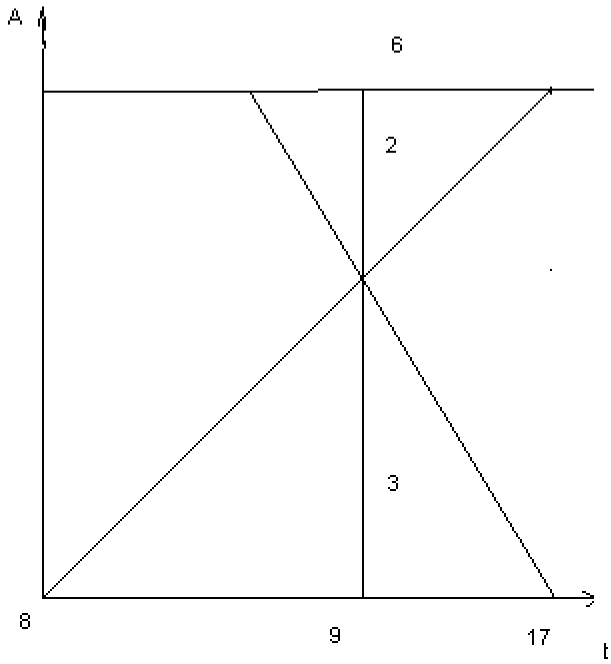
$\frac{n}{m+n}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}, \frac{x}{6}=\frac{n+m}{m}=\frac{4}{3}, x=8$. Так как x= 0,5 CB, то CB=8

Ответ 8 км

Задача 14

Один из двух рабочих начал выполнять некоторую работу в 8 часов утра, второй приступил к выполнению работы такого же объема спустя 3 часа. Второй рабочий закончил работу в 17 часов того же дня. Какую часть работы выполнил первый рабочий в тот момент, когда вместе они выполнили половину их совместного задания, если первый закончил работу через 6 часов после того, как к работе приступил второй?

Решение

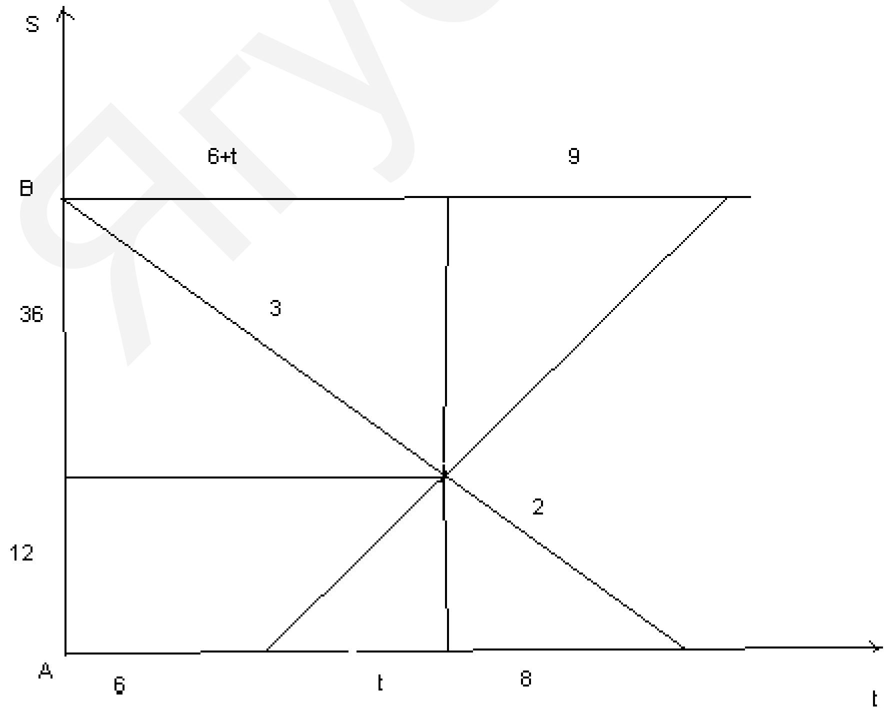


Из подобия треугольников получаем нужное отношение: 3/5

Ответ: 3/5

Задача 15

Из А и В вышли навстречу друг другу два туриста, турист, вышедший из пункта А вышел на 6 часов позже, а при встрече оказалось, что он прошел на 12 км меньше. Первый пришел в пункт А через 8 часов, а второй – через 9 часов после встречи. Найдите скорости туристов.



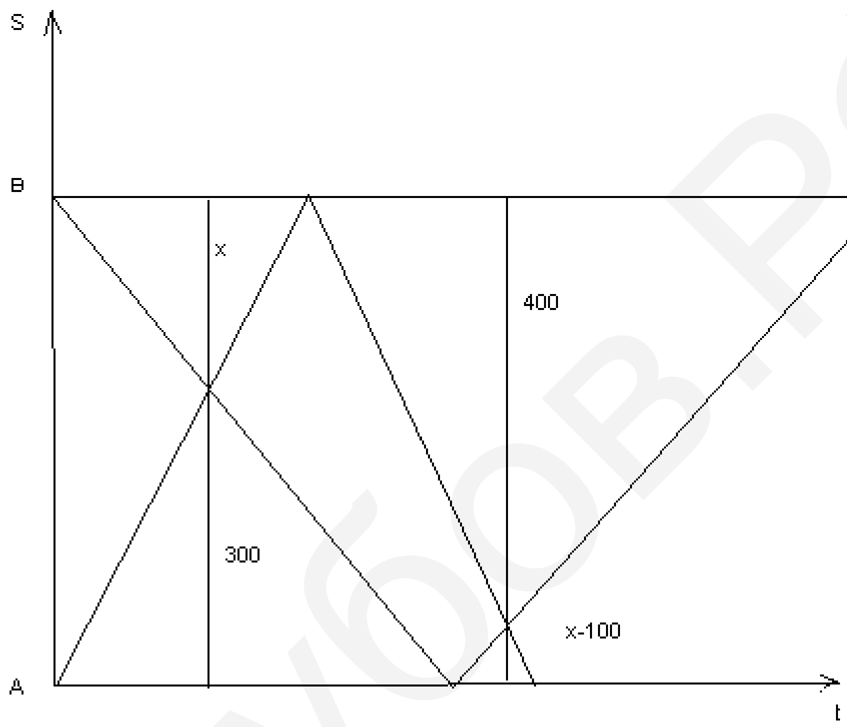
ЯГубов.РФ

$\frac{6+t}{8} = \frac{9}{t} \Rightarrow t = 6$. 3x- 2x = 12, x = 12, 3x= 36, 2x= 24. $v_1 = 36: 12 = 3$(км/ч),
$V_2 = 24: 6 = 4$(км/ч)

Ответ: 4 км/ч, 3 км/ч,

Задача 16

Два спортсмена начинают бег одновременно – первый из A в B, второй из B в A . Они бегут с неодинаковыми, но постоянными скоростями и встречаются на расстоянии 300 м от A . Пробежав дорожку до конца, каждый из них тотчас поворачивает назад и встречает другого на расстоянии 400 м от B. Найти длину AB .



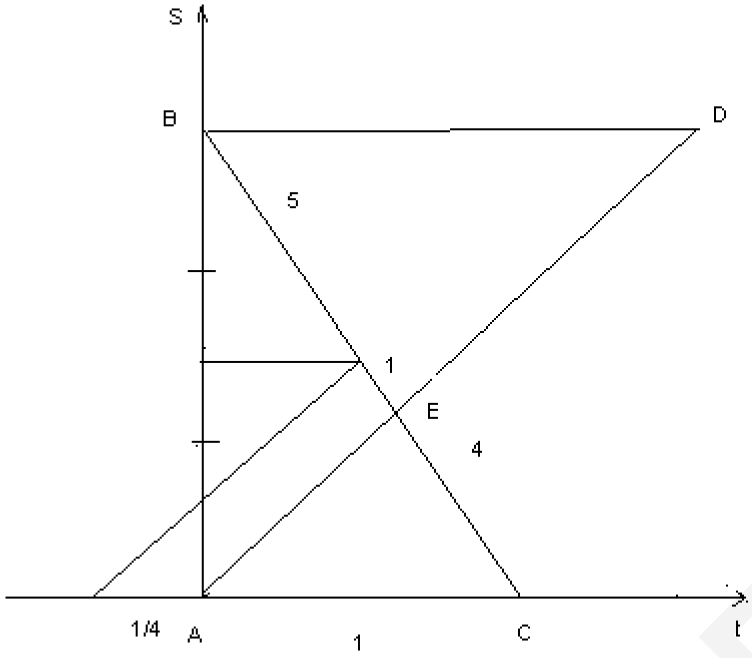
$\frac{x}{300} = \frac{V_2}{V_1}$, $\frac{300 + x - 100}{x + 400} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow x = 200$, AB = 500м.

Ответ: 500м

Задача 17

На реке расположены пункты A и B Одновременно из этих пунктов навстречу друг другу отходят два одинаковых катера, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Катер, вышедший из A, возвращается обратно через1 час после выхода. Если бы катер, отправляющийся из A вышел на 15 мин. раньше, катера, вышедшего из B, то встреча произошла бы на равном расстоянии от обоих пунктов. Через сколько времени возвращается катер, вышедший из B?

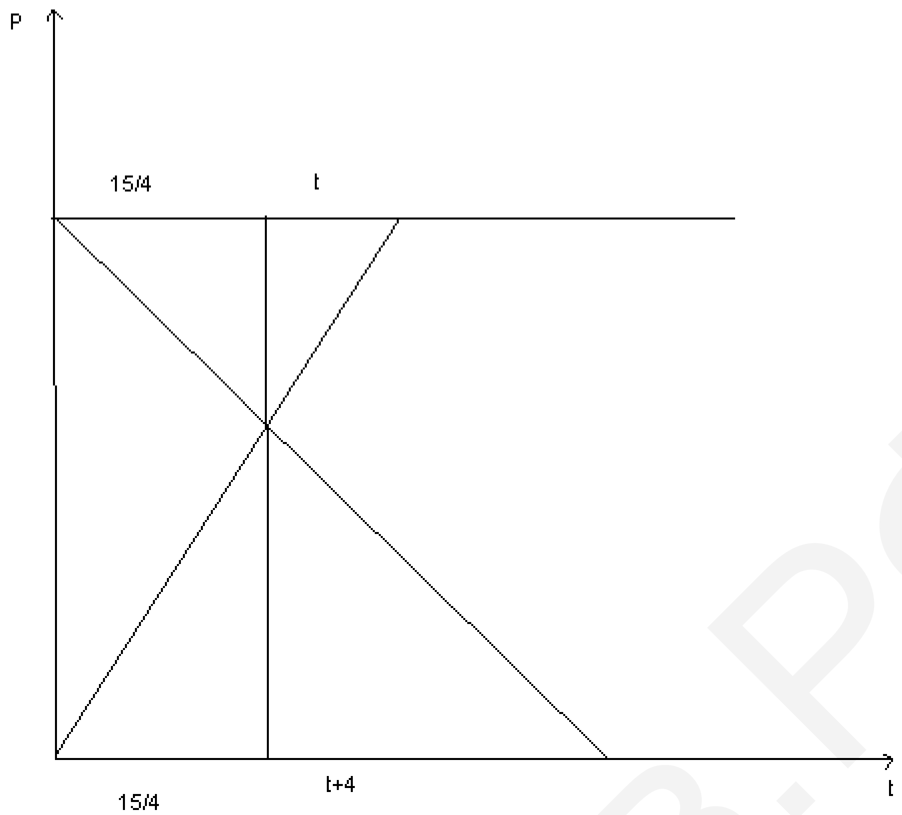
Треугольники AEC и DEB подобны с коэффициентом подобия 3/2



$\frac{BD}{AC} = \frac{3}{2} \Rightarrow BD = 1{,}5$. Катер, вышедший из В возвращается через 1, 5 часа.
Ответ: 1, 5 часа.

Задача18

В кинозале имеется две двери - широкая и узкая. Через обе двери после сеанса зрители выходят из зала через 3 мин. 45. сек. Если зрителей выпускать через одну широкую дверь, то выход из зала займет времени на 4 мин. Меньше, чем в том случае, если зрителей выпускать только через одну узкую дверь. Сколько времени потребуется для выхода зрителей из кинозала через каждую дверь в отдельности?



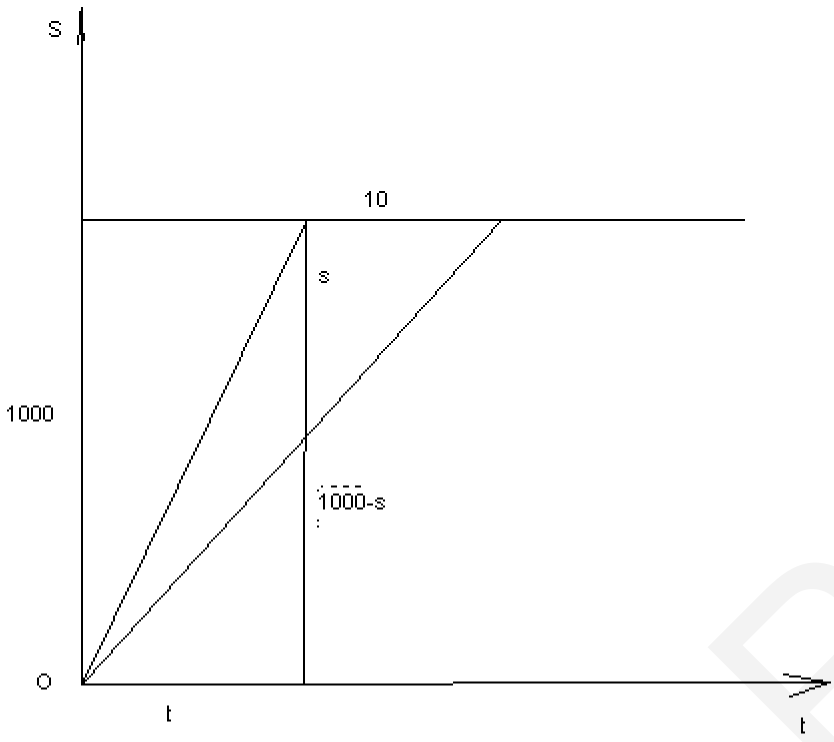
$$\frac{15/4}{t+4} = \frac{t}{15/4} \Rightarrow t = 9/4,$$

для выхода зрителей через одну дверь потребуется 6 мин, а через другую - 10

Ответ: 6м 10 мин.

Задача 19

Первый автомобиль проходит в минуту на 300 м больше, чем второй, поэтому время прохождения одного километра у него на 10 сек. меньше. На сколько метров увеличивается отставание второго автомобиля от первого за время, пока первый проходит один километр?



300м/мин = 5м / сек

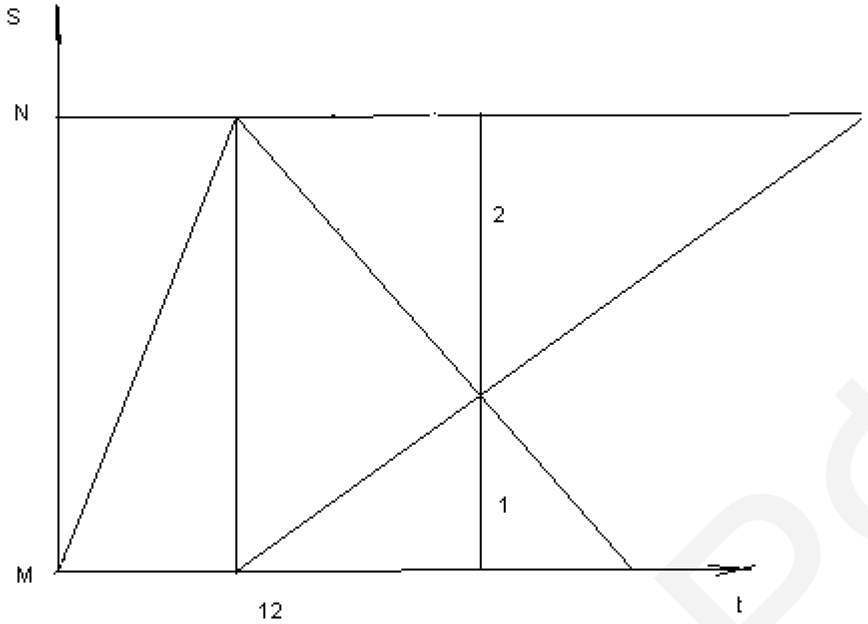
$$\frac{1000}{v-5}-\frac{1000}{v}=10 \Rightarrow v=25,\ \frac{1000-s}{1000}=\frac{20}{25} \Rightarrow s=200.$$

Отставание увеличится на 200 м.

Ответ: 200 м.

Задача 20

Моторная лодка прошла расстояние от города M по течению реки до города N и, не останавливаясь, вернулась обратно за 12 часов. За какое время пройдет плот это расстояние, если он вышел из M в тот момент, когда лодка вышла из города N, и встретился с лодкой на ее обратном пути на расстоянии, равном 1/3 MN от города M.



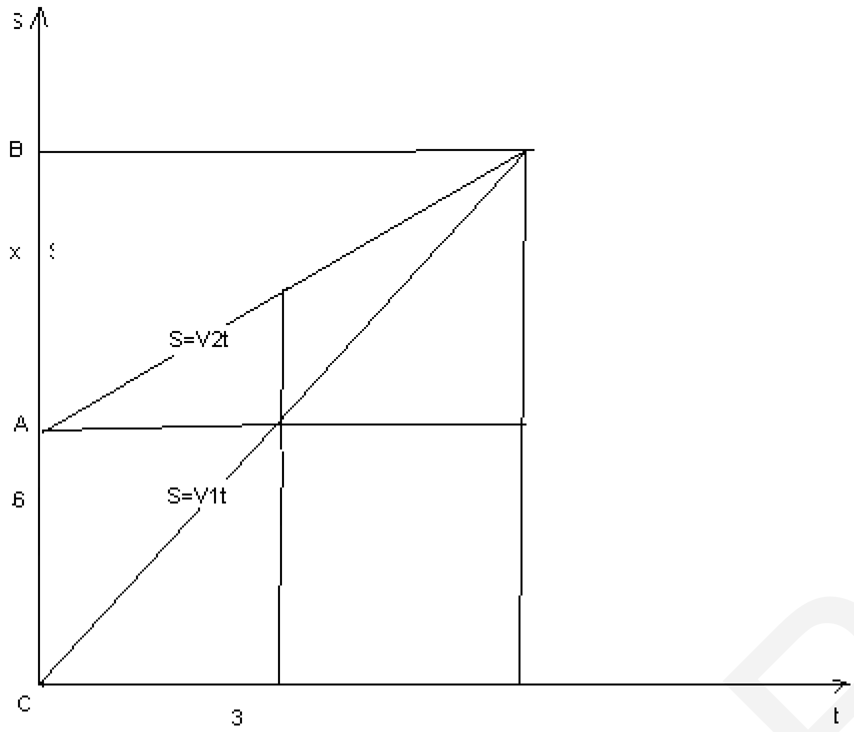
$$\frac{V_л - V_п}{V_п} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_л = 3V_п \ ,$$

$$\frac{S}{V_л + V_п} + \frac{S}{V_л - V_п} = 12 \Rightarrow \frac{S}{4V_п} + \frac{S}{2V_п} = 12 \Rightarrow \frac{S}{V_п} = 16$$

Ответ: за 16 часов

Задача 21

Из пунктов А и С в пункт В выехали одновременно два всадника и прибыли туда одновременно через 3 часа. Пункт С находится на 6 км дальше от пункта В, чем пункт А . Найдите расстояние от С до В , если всадник, выехавший из С проезжал каждый километр на 1 мин скорее, чем всадник, выехавший из А.



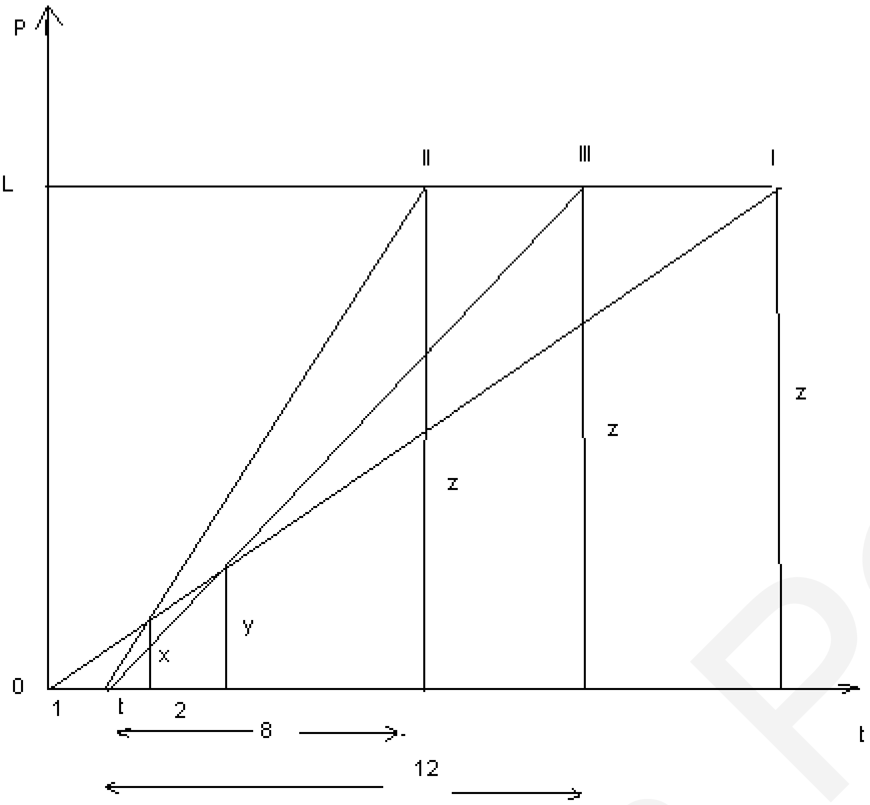
$$\frac{x+6}{V_1}=2,\frac{x}{V2}=2,\Rightarrow V_1=\frac{x+6}{2},V_2=\frac{x}{2}$$

$$\frac{1}{x/2}-\frac{1}{(x+6)/2}=\frac{1}{60}\Rightarrow x=36$$

Ответ: 36 км

Задача 22

Три свечи имеют одинаковую длину, но разную толщину. Первая свеча была зажжена на один час раньше других, зажженных одновременно. В некоторый момент горения первая и вторая свеча стали одинаковой длины, а через два часа после этого одинаковой длины стали первая и третья. За сколько часов сгорает первая свеча, если вторая сгорает за 8 часов, а третья за 12 часов? Предполагается, что скорость сгорания свечей не зависит от продолжительности горения.



$$\frac{8}{t}=\frac{z}{x},$$

$$\frac{t+2}{12}=\frac{y}{z},\Rightarrow \qquad \frac{8}{t}\frac{t+2}{12}\frac{1+t}{3+t}=1\Rightarrow t=1 \quad \frac{x}{z}=\frac{1+t}{t_3}\Rightarrow\frac{1}{8}=\frac{2}{t_3}\Rightarrow t_3=16$$

$$\frac{1+t}{3+t}=\frac{x}{y}$$

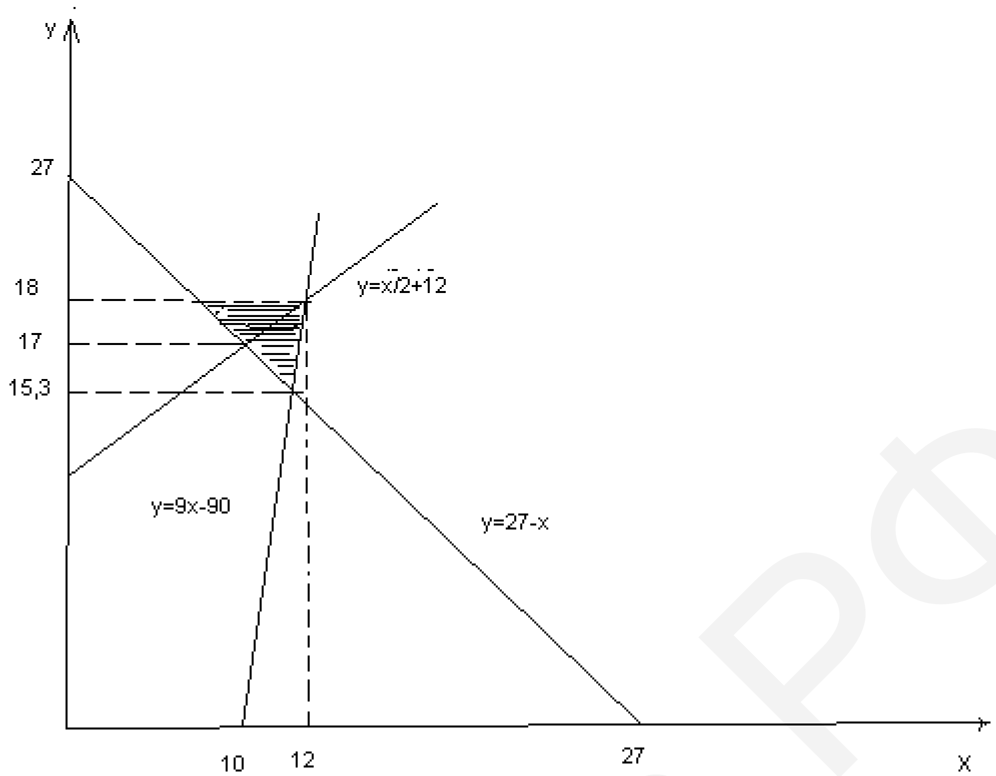
Третья свеча сгорает за 16 часов.

Ответ: 16 часов

Задача 23

В двух бригадах более 27 человек. Число членов первой бригады более чем в два раза превышает число членов второй бригады, уменьшенное на 12. Число членов второй бригады более чем в 9 раз превышает число членов первой бригады, уменьшенное на 10. Сколько человек во второй бригаде?

ЯГубов.РФ



По условию задачи: x+y>27

x/2>y-12

y/9>x-10

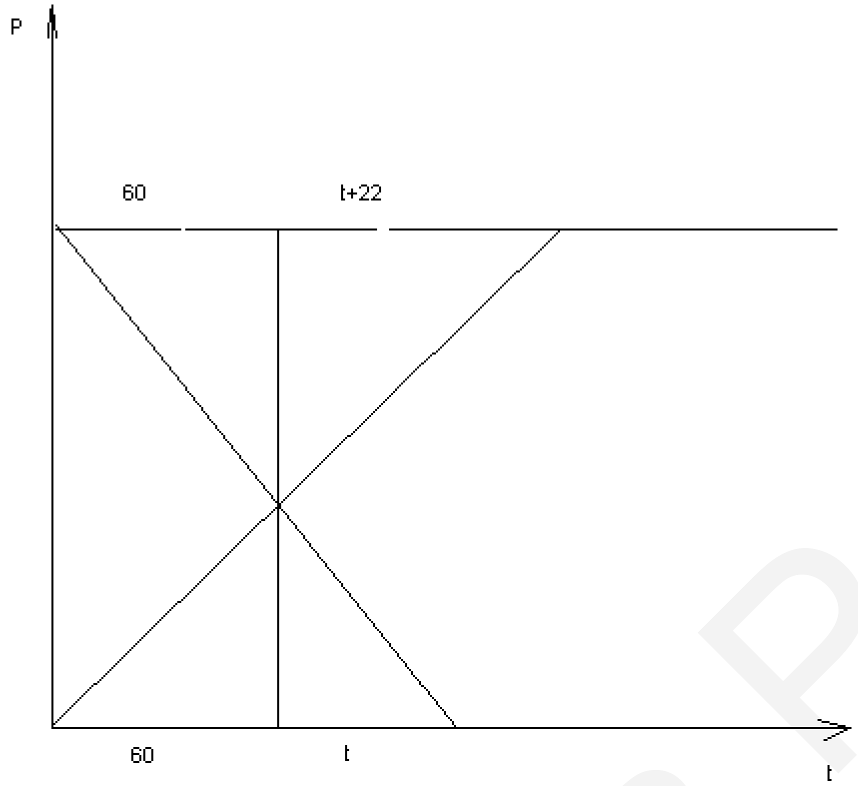
Этим трем неравенствам удовлетворяют координаты точек заштрихованной области, без границы. Этой области принадлежит только одна точка с целыми координатами (11; 17) Во второй бригаде 17 человек.

Ответ: 17 человек

Задача 24

Чан заполняется двумя кранами за 1час. Наполнение чана только через кран А я а 22 минуты дольше, чем через кран В. За какой промежуток времени (в мин.) каждый кран отдельно может наполнить чан?

Ягубов.РФ



$$\frac{60}{t} = \frac{t+22}{60} \Rightarrow t = 50$$

Первый кран наполняет чан за 110 мин, второй – за 132 мин.

Ответ: 110 и 132 мин.

Тест 2

№	Задание	Ответы
25	Два мотоциклиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми 240 км. И через 3 часа встречаются не останавливаясь, они продолжают движение с той же скоростью, и первый прибывает в В на 2, 5 часа раньше, чем второй в А. Определите скорость каждого мотоциклиста (в км.ч).	1)36 и 48 2)35 и 42 3)35 и 45 4)40 и 48 5)50 и 56
26	Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 10 км, отправились в разное время пешеход, всадник и велосипедист. Известно, что их скорости постоянны и образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Первым из А вышел пешеход, которого в середине маршрута обогнал велосипедист, выехавший из А на 50 мин позже пешехода. В пункт В пешеход прибыл	1) 4км/ час ,12 км/ час, 8 км/ час. 2) 6 км/ час ,12 км/ час, 8 км/ час. 3) 4 км/ час ,10 км/ час, 8 км/ час.

	одновременно с всадником, выехавшим из А на 1 час 15 мин. позже пешехода. Определите скорости участников маршрута.	4) 6 км/ час ,10 км/ час, 8 км/ час. 5) 6 км/ час ,16 км/ час,1 8 км/ час.
27	Две бригады рабочих мостили два участка дороги (первая бригада- первый участок, вторая- второй). Причем, объем работ на первом участке был вдвое меньше, чем на втором, а в первой бригаде было на 10 рабочих меньше, чем во второй. Производительность всех рабочих одинакова. Бригады одновременно начали работу, и когда первая бригада закончила работу, вторая еще работала. Какое наименьшее число рабочих могло быть в первой бригаде?	1)6 2)10 3)12 4)11 5)16
28	Из города А в город В выехал автомобиль. Спустя некоторое время из В в А выехал мотоцикл. Скорости автомобиля и мотоцикла постоянны и движутся они по одному и тому же шоссе. Автомобиль до встречи с мотоциклом находился в пути 7,5 часа, а мотоцикл до встречи ехал 3 часа. Мотоцикл прибыл в А в 23 часа, а автомобиль в В в 16ч. 30 мин. Найдите время отправления мотоцикла из города В.	1) 8 2)10 3)12 4)11 5)16
29	Две бригады, работая вместе, ремонтировали дорогу в течение 6 дней, а затем одна вторая бригада закончила ремонт за 10 дней. За сколько дней могла бы отремонтировать дорогу одна первая бригада, если она может выполнить эту работу на 6 дней быстрее, чем одна вторая?	1)36 2)18 3)20 4)24 5)16
30	Со станции А отошли две электрички с интервалом в 12 минут и практически сразу развили скорость 50 км/ ч. Они едут в одном направлении без остановок, сохраняя указанную скорость неизменной. С какой постоянной скоростью(в км в час) шел встречный поезд, если он повстречал эти электропоезда через 5 минут один после другого?	1)70 2)80 3)60 4)75 5)50

31	Найти скорость и длину поезда, зная, что он проходил с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течение 7 с, и затратил 25 с на то, чтобы пройти с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 м.	1)147 м, 21м/с 2)120м, 21м/с 3)140м ,36 м/с 41)24м,18 м/с 5)116м, 20 м/с
32	Из пункта А в пункт В одновременно выехали 2 автомобиля с одинаковой скоростью. Первый повернул обратно, как только он встретился с пешеходом, вышедшим из В в 8 часов утра, а второй, доехав до В в 9 часов утра, вернулся в А через 10 минут после возвращения в А первого автомобиля. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости пешехода?	1)6 2)10 3)12 4)11 5)16
33	От станции железной дороги до пляжа 4,5 км. Мальчик и рейсовый автобус одновременно отправились от станции к пляжу. Через 15 минут мальчик встретил автобус, возвращающийся от пляжа, и успел пройти еще 9/28 км от места первой встречи с автобусом, как его догнал тот же автобус, который дошел до станции и опять отправился к пляжу. Найти скорости мальчика и автобуса(в км/ч), считая, что они постоянны и ни мальчик, ни автобус в пути не останавливались, но у пляжа и на станции автобус делал остановки продолжительностью в 4 минуты каждая.	1)3и 48 2)5 и 42 3)3 и 45 4)4 и 48 5)5 и 25
34	На расстоянии l км от моста А вниз по течению реки расположен мост В. Когда спортсмен проплывал мимо моста А, направляясь к мосту В, ему бросили два мяча. Первый мяч он подхватил, а второй оставил плыть по течению. Проплыв с мячом некоторый участок реки, спортсмен оставил этот мяч и поплыл вверх по реке за вторым мячом. Подхватив второй мяч, снова повернул по направлению к мосту В и достиг его одновременно со свободно плывшим первым мячом. Какое расстояние пришлось проплыть спортсмену, если его собственная скорость все время была в k раз больше скорости течения?	1) $l(3k+1)/_{k+3}$ 2)l(k+1)/(2k+) 3) l(k+1)/(2k+3) 4) l(k+1)/(k+3) 5) l(k+2)/(2k+3)
35	Три мотоциклиста проезжают с постоянными, но различными скоростями один и тот же участок АВ дороги. Сначала пункт А проехал первый	1)70 2)80

	мотоциклист, а 5с спустя, в том же направлении – второй и третий. Через некоторое время первого мотоциклиста обогнал третий, а через 10 с – второй. За какое время первый походит вест путь (АВ), если второй проехал это расстояние за 1 мин, а третий – за **4 0с?**	3)60 4)75 5)50
36	Две машинистки должны отпечатать рукописи с одинаковым числом страниц. Первая приступила к работе на 3 ч раньше второй и отпечатала к определѐнному моменту времени больше, чем вторая, на 5/18 страниц рукописи. Проработав после этого момента ещѐ 5 часов, обе машинистки одновременно закончили каждая свою работу. За сколько часов каждая отпечатала свою рукопись?	1)9 и 6 2)8и 5 3)10 и 7 4)7 и 4 5)11 и 14
37	Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного – за 17 мин. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут ей нужно открыть холодный кран, чтобы горячей воды к моменту наполнения ванны налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?	1)7 2)8 3)6 4)7,5 5)5
38	Два поезда выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов. Они встретились в 14.00 того же дня и достигли другого города – один в 18.00, а второй в 23.00 того же дня. В какое время поезда выехали из своих городов?	1)7 2)8 3)6 4)7,5 5)5
39	Из пункта С в пункт Д выехал товарный поезд. Через 2 ч навстречу ему из пункта Д выехал пассажирский поезд. Они встретились в пункте А. После этого пассажирский поезд приехал в пункт С через 4 часа, а товарный – в пункт Д через 12 часов. Сколько времени каждый поезд находился в пути?	1)10 и 20 2)8и 16 3)10 и 15 4) 12 и 14 5)11 и 14
40	Два трактора вспахивают поле, разделѐнное на две равные части. Оба трактора стали работать одновременно, причем каждый на своей половине. Через 5 часов они совместно вспахали половину всего поля, далее выяснилось, что первому трактору осталось вспахать 1/15 своей части, а второму – 3/5	1)7 2)8 3)6

	своего поля. Сколько времени понадобится второму трактору, чтобы вспахать всѐ поле?	4)7,5 5)5
41	Первым отправился по намеченному пути путешественник А. Второй путешественник Б отправился следом за А через 45 минут со скоростью V_2, намереваясь догнать путешественника А, скорость которого V_1 . Через сколько минут после отправления путешественника А с турбазы должен выехать В, чтобы догнать А одновременно с Б, если известно, что В поедет со скоростью V_3?	1) $\frac{(V_3-V_1)V_2}{45(V_2-V_1)V_3}$. 2) $\frac{(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$. 3) $\frac{5(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$. 4) $\frac{9(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$. 5) $\frac{45(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$.
42	Из пункта А в пункт В выехал велосипедист, а через четверть часа вслед за ним выехал автомобиль. На половине пути от А до В автомобиль догнал велосипедиста. Когда автомобиль прибыл в пункт В, велосипедисту оставалось проехать ещѐ треть пути. За какое время велосипедист проехал путь от А до В, если известно, что скорости велосипедиста и автомобиля постоянны на всѐм пути от пункта А до пункта В.	1)7 2)8 3)6 4)7,5 5)5
43	Слесарь, работая вместе с учеником, собирался выполнить некоторый заказ за 30 дней. После 6 дней совместной работы ученик уволился, и слесарь, работая еще 40 дней, закончил выполнение заказа. За сколько дней слесарь, работая один, может выполнить этот заказ?	1)2/3 2)3/4 3)5/6 4)2/5 5)5/8
44	Расстояние между А и В равно 80 км. **Из А выехала** машина, а еще через 20 минут – мотоциклист, скорость которого 90 км/ч. Мотоциклист догнал машину в пункте С и повернул обратно. Когда машина прибыла в В, мотоциклист проехал половину пути от С до А. Найдите расстояние от С до А.	1)60 2)80 3)65 4)77 5)50
45	От причала А к причалу В отплыли катер и лодка, причем, скорость катера в 5 раз больше скорости лодки. Известно, что они плыли с постоянными	1)4/3 2)5/4

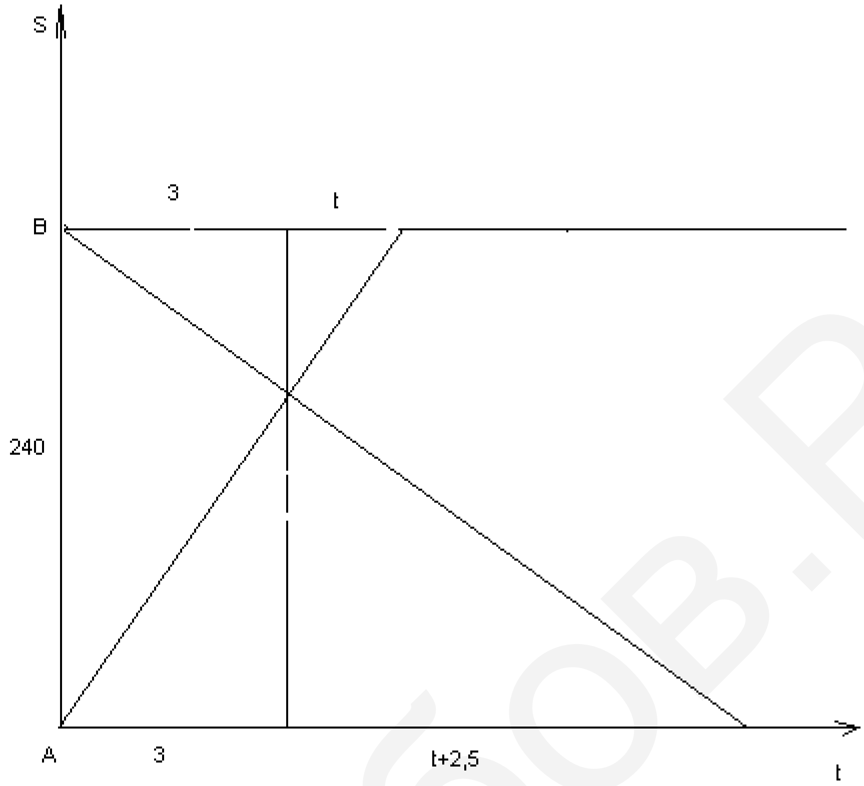
ЯГубов.РФ

	скоростями, но катер сделал несколько остановок. Сколько времени катер затратил на все остановки, если он доплыл до причала B за 2 часа, а лодка за 4 часа?	3)6/5 4)7/5 5)9/8
46	Пешеход и велосипедист отправились одновременно из пункта A в пункт B. В пункте B велосипедист повернул обратно и встретил пешехода через 1 ч после начала движения. Не останавливаясь, велосипедист доехал до пункта A, снова развернулся и догнал пешехода через 40 мин после первой встречи. Вычислите время(в минутах), за которое пешеход пройдѐт расстояние от A до B.	1)160 2)180 3)165 4)150 5)110
47	Из пункта A в пункт C, находящийся на расстоянии 80 км от A, выехал мотоциклист. Навстречу ему, из пункта B, находящегося между A и C на расстоянии 5 км от C, выехал велосипедист, а из пункта C- автомобиль. Через какое время встретились мотоциклист и велосипедист, если известно, что это произошло через 20 мин после того, как автомобиль догнал велосипедиста, а мотоциклист до встречи с автомобилем провѐл в пути вдвое больше времени, чем велосипедист, до того как его догнал автомобиль?	1)32,5 2)18,5 3)16,5 4)40,5 5)37,5
48	Из пункта A в пункт B выехали одновременно три автомобиля. Третий автомобиль, доехав до пункта B, повернул обратно и встретил второй автомобиль в 25 км от B, а первый автомобиль в 18 км от B. Второй автомобиль, доехав до B, повернул обратно и встретил первый автомобиль в 8 км от B. Найдите расстояние от A до B.	1)70 2)80 3)65 4)6 0 5)75
49	Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились в 30 км от B. Прибыв в A и B, они повернули обратно. Вторая встреча произошла в 18 км от A . Найдите расстояние между A и B.	1)78 2)84 3)60 4)64 5)72

Решения

Задача 25

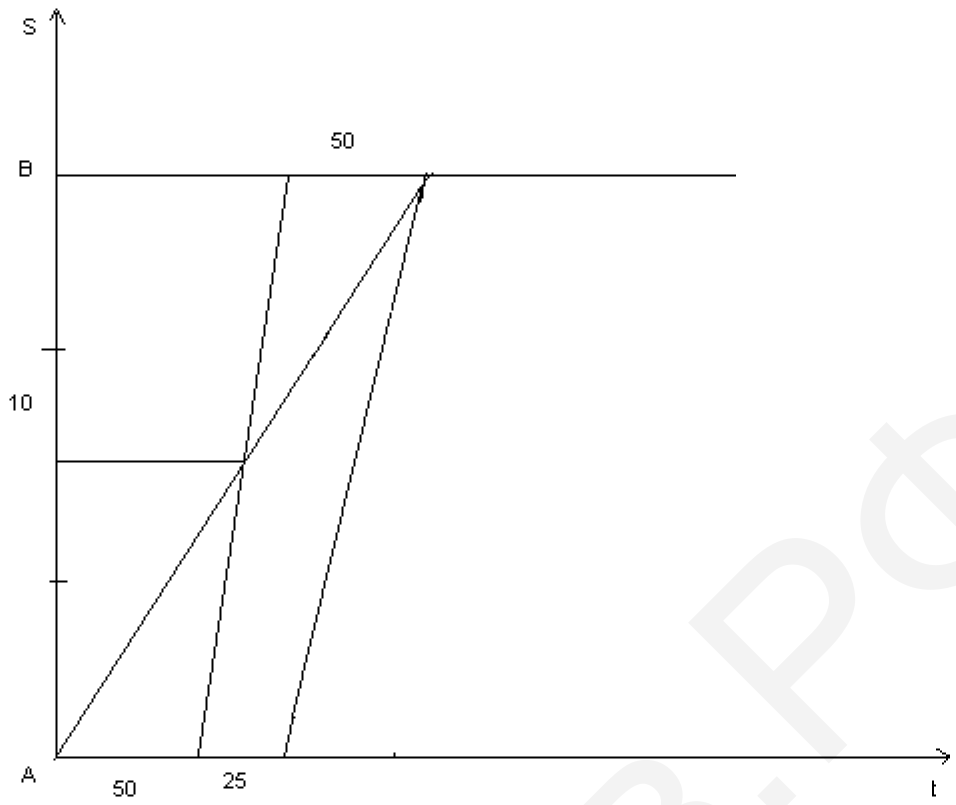
Два мотоциклиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми 240 км. и через 3 часа встречаются не останавливаясь, они продолжают движение с той же скоростью, и первый прибывает в В на 2, 5 часа раньше, чем второй в А. Определите скорость каждого мотоциклиста.



$\frac{3}{t+2{,}5}=\frac{t}{3}\Rightarrow t=2$, первый мотоциклист затратит на весь путь 5 часов, а второй – 7, 5 ч.
v_1 = 240:5= 48(км/ч), v_2 = 240:7,5= 32 (км/ч)

Ответ: 32 км/ч, 48км/ч.

Задача 26
Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 10 км, отправились в разное время пешеход, всадник и велосипедист. Известно, что их скорости постоянны и образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Первым из А вышел пешеход, которого в середине маршрута обогнал велосипедист, выехавший из А на 50 мин позже пешехода. В пункт В пешеход прибыл одновременно с всадником, выехавшим из А на 1 час 15 мин. позже пешехода. Определите скорости участников маршрута.



$$\frac{10}{v_1}-\frac{10}{v_2}=\frac{5}{3} \qquad \frac{4d}{v_1 v_2}=\frac{1}{3},$$

$$\frac{10}{v_1}-\frac{10}{v_3}=\frac{5}{4} \Rightarrow v_2 > v_3, \quad \frac{2d}{v_1 v_3}=\frac{1}{4}, \Rightarrow \frac{v_2}{v_3}=\frac{3}{2} \Rightarrow v_1 = d$$

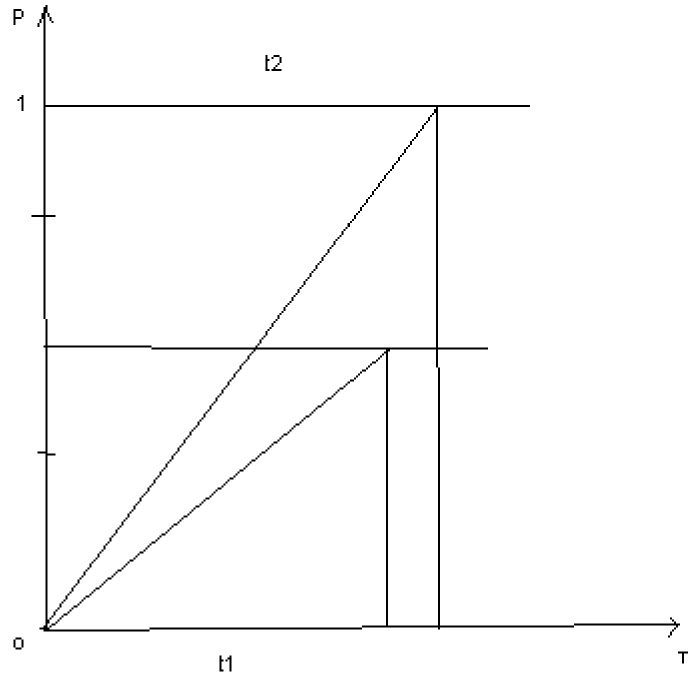
$V_1 = 4$ км/ час, $V_2 = 12$ км/ час, $V_3 = 8$ км/ час.

Ответ:4 км/ час ,12 км/ час, 8 км/ час.

Задача 27

Две бригады рабочих мостили два участка дороги (первая бригада- первый участок, вторая- второй). Причем, объем работ на первом участке был вдвое меньше, чем на втором, а в первой бригаде было на 10 рабочих меньше, чем во второй. Производительность всех рабочих одинакова. Бригады одновременно начали работу, и когда первая бригада закончила работу, вторая еще работала. Какое наименьшее число рабочих могло быть в первой бригаде?

ЯГУБОВ.РФ



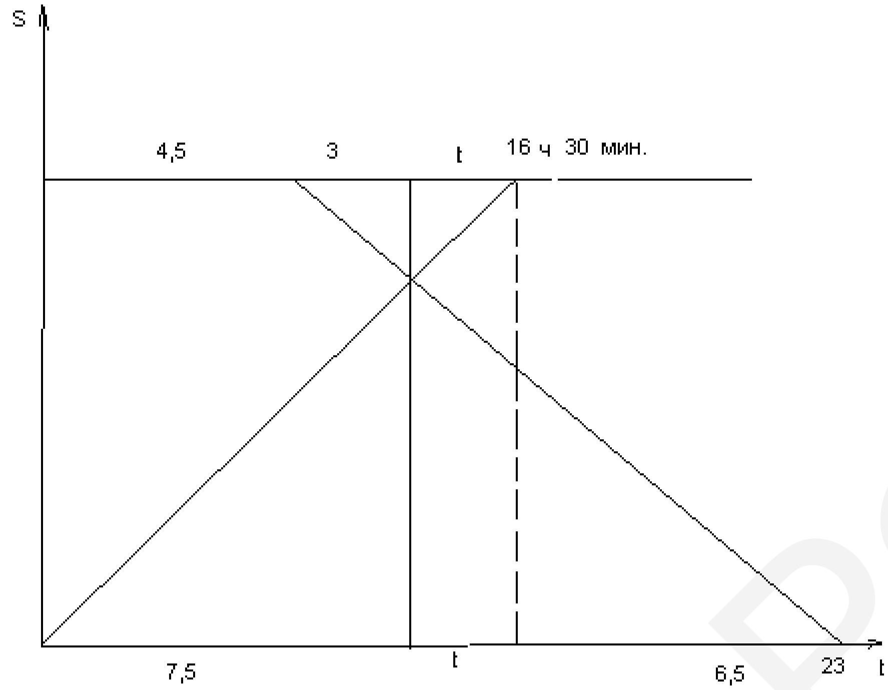
Если v- производительность труда одного рабочего, число рабочих в первой бригаде n,а во второй (n – 10), то $t_1 = \dfrac{1}{2(nv - 10v)} < t_2 = \dfrac{1}{nv} \Rightarrow 2n - 10 > n \Rightarrow n > 10$, 2n – 10 >10.
Наименьшее число рабочих в первой бригаде 11 человек.

Ответ: 11

Задача 28

Из города А в город В выехал автомобиль. Спустя некоторое время из В в А выехал мотоцикл. Скорости автомобиля и мотоцикла постоянны и движутся они по одному и тому же шоссе. Автомобиль до встречи с мотоциклом находился в пути 7,5 часа, а мотоцикл до встречи ехал 3 часа. Мотоцикл прибыл в А в 23 часа, а автомобиль в В в 16ч. 30 мин. Найдите время отправления мотоцикла из города В.

Я у б о в . Р ф



$$\frac{3}{t+6{,}5}=\frac{t}{7{,}5}\Rightarrow t=2{,}5\ .$$

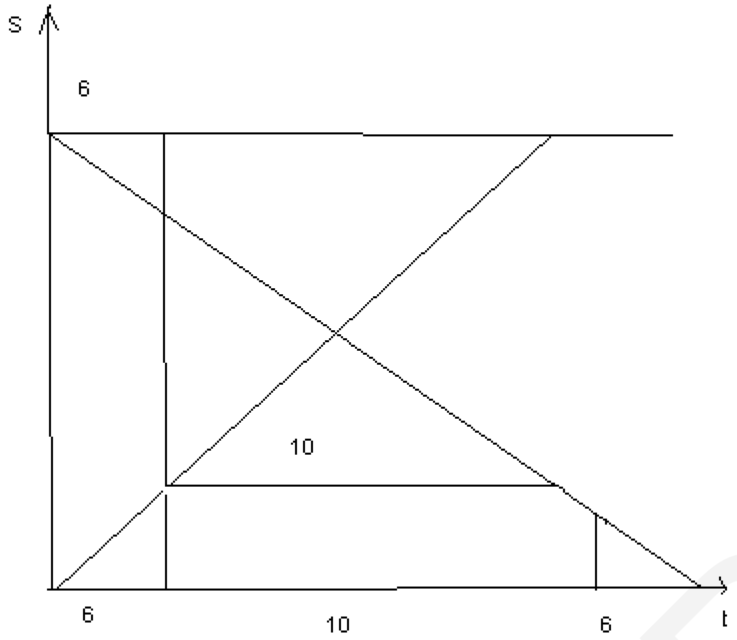
Время выхода мотоциклиста 16, 5 - 2,5 - 3 = 11(ч)

Ответ 11ч.

Задача 29

Две бригады, работая вместе, ремонтировали дорогу в течение 6 дней, а затем одна вторая бригада закончила ремонт за 10 дней. За сколько дней могла бы отремонтировать дорогу одна первая бригада, если она может выполнить эту работу на 6 дней быстрее, чем одна вторая ?

Ягубов.РФ



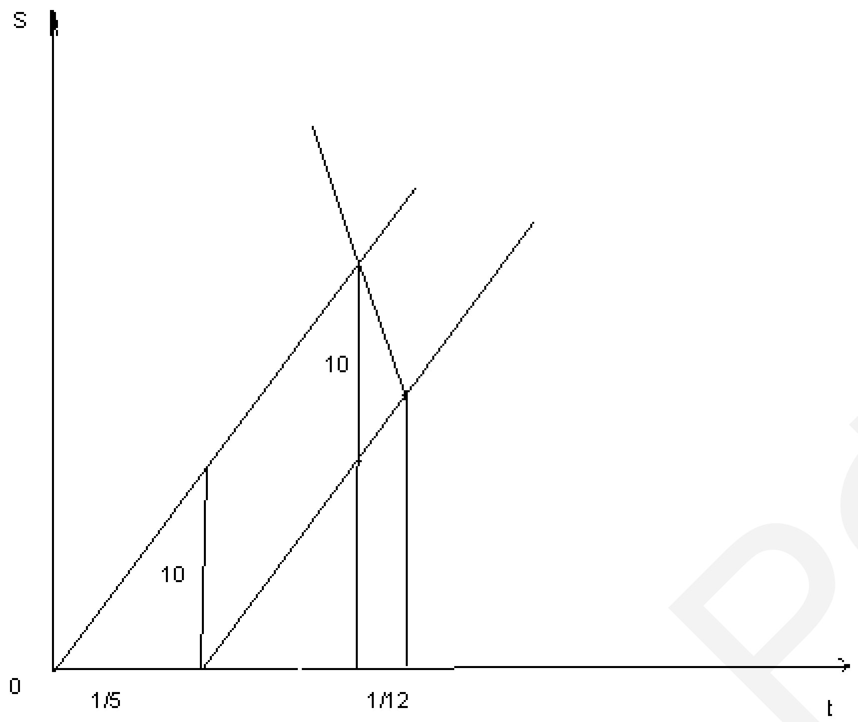
$$6(v_1+v_2)+v_2 10=1$$

$\frac{1}{v_2}-\frac{1}{v_1}=6$, $V_1=\frac{1}{18}, V_2=\frac{1}{24} \Rightarrow t_1=18, t_2=24$

Ответ: 18 часов

Задача 30

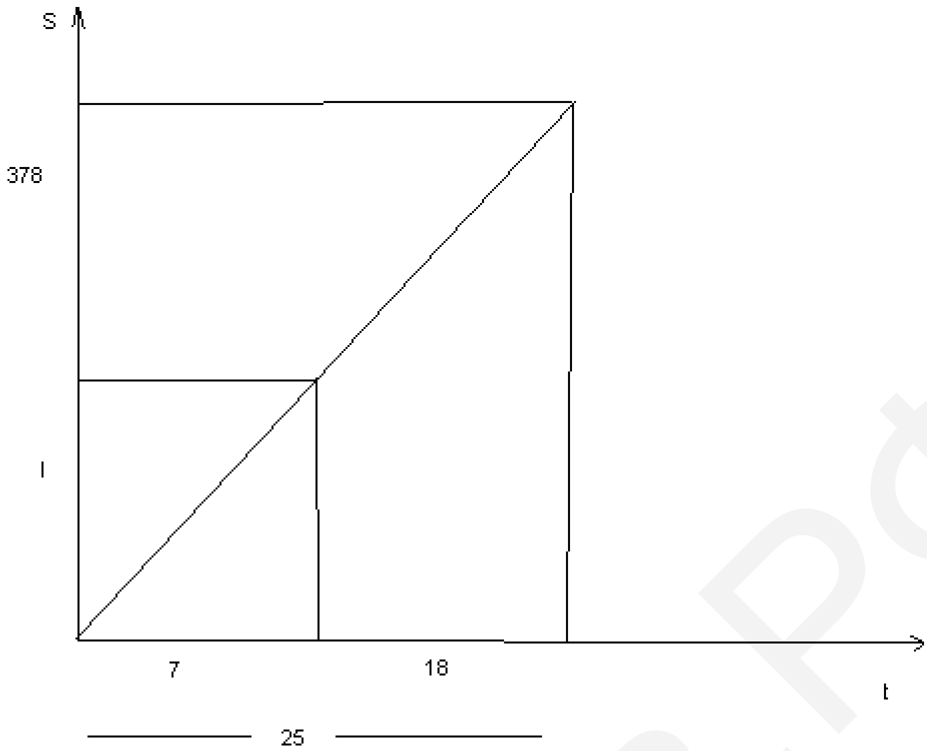
Со станции А отошли две электрички с интервалом в 12 минут и практически сразу развили скорость 50 км/ ч. Они едут в одном направлении без остановок, сохраняя указанную скорость неизменной. С какой постоянной скоростью шел встречный поезд, если он повстречал эти электропоезда через 5 минут один после другого?



10= (v + 50)1/12 , v = 70(км/ч)

Ответ: 70км/ч

Задача 31
Найти скорость и длину поезда, зная, что он проходил с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течение 7 с, и затратил 25 с на то, чтобы пройти с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 м.

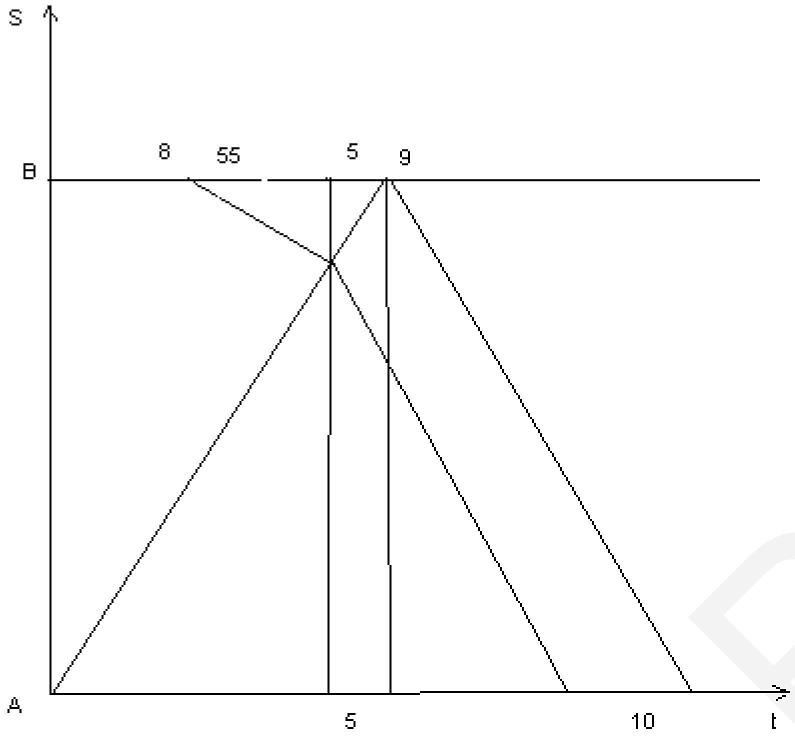


$$\frac{l}{378} = \frac{7}{18} \Rightarrow l = 147(м), v = 147 : 7 = 21(м/с)$$

Ответ: 147м, 21м/с

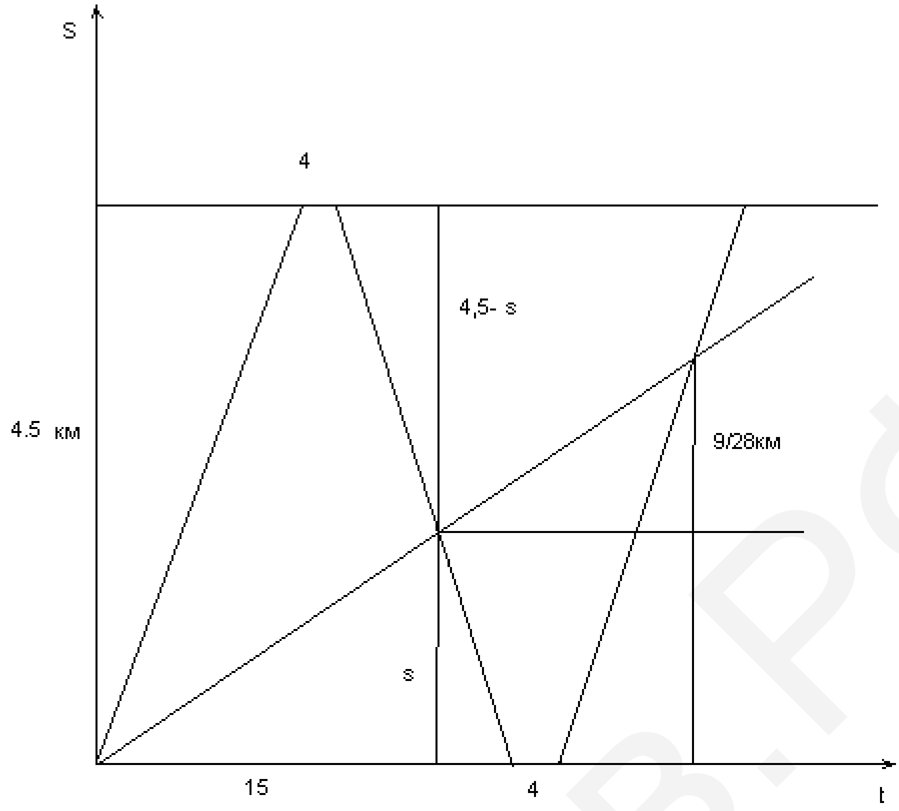
Задача 32

Из пункта A в пункт B одновременно выехали 2 автомобиля с одинаковой скоростью. Первый повернул обратно, как только он встретился с пешеходом, вышедшим из B в 8 часов утра, а второй, доехав до B в 9 часов утра, вернулся в A через 10 минут после возвращения в A первого автомобиля. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости пешехода?



Одно и то же расстояние S_1 пешеход проходит за 55 минут, а автомобиль - за 5 мин., следовательно, скорость автомобиля в 11 раз больше.
Ответ: в 11 раз

Задача 33
От станции железной дороги до пляжа 4,5 км. Мальчик и рейсовый автобус одновременно отправились от станции к пляжу. Через 15 минут мальчик встретил автобус, возвращающийся от пляжа, и успел пройти еще 9/28 км от места первой встречи с автобусом, как его догнал тот же автобус, который дошел до станции и опять отправился к пляжу. Найти скорости мальчика и автобуса, считая, что они постоянны и ни мальчик, ни автобус в пути не останавливались, но у пляжа и на станции автобус делал остановки продолжительностью в 4 минуты каждая.



$$s = 15V\textit{м}$$
$$(9 - s) = Va \cdot 11 \qquad \Rightarrow V\textit{м} = \frac{1}{20}\textit{км / мин.} = 3 \text{ км/ч}$$
$$\frac{9}{28V\textit{м}} = \frac{2s + 9/28}{Va} + 4$$

Ответ: 3 км/ч , 45 км/ч .

Задача 34

На расстоянии l км от моста А вниз по течению реки расположен мост В. Когда спортсмен проплывал мимо моста А, направляясь к мосту В, ему бросили два мяча. Первый мяч он подхватил, а второй оставил плыть по течению. Проплыв с мячом некоторый участок реки, спортсмен оставил этот мяч и поплыл вверх по реке за вторым мячом. Подхватив второй мяч, снова повернул по направлению к мосту В и достиг его одновременно со свободно плывшим первым мячом. Какое расстояние пришлось проплыть спортсмену, если его собственная скорость все время была в k раз больше скорости течения?

Решение

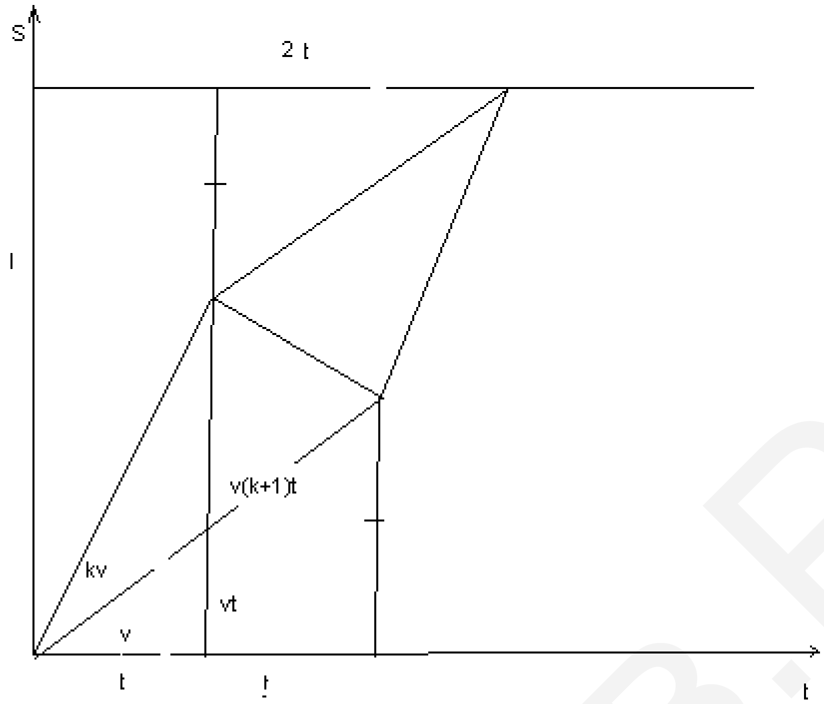
Заметим, что при движении по реке, время удаления, например, лодки от плота на некоторое расстояние при движении по течению, равно времени сближения на то же расстояние этой же лодки к плоту: $\dfrac{S}{V_л + V_т - V_т} = \dfrac{S}{V_л - V_т + V_т}$.

Поэтому время движения второго мяча от моста А до того момента, когда вернувшийся спортсмен подхватил второй мяч равно 2t, тогда

$$l = 2vt + v(k+1)t \Rightarrow t = \frac{l}{3v + vk} \quad .$$

Расстояние, которое проплыл спортсмен, равно

$$2tv(k+1)+tv(k-1)=tv(3k+1)=\frac{l(3k+1)}{k+3}$$

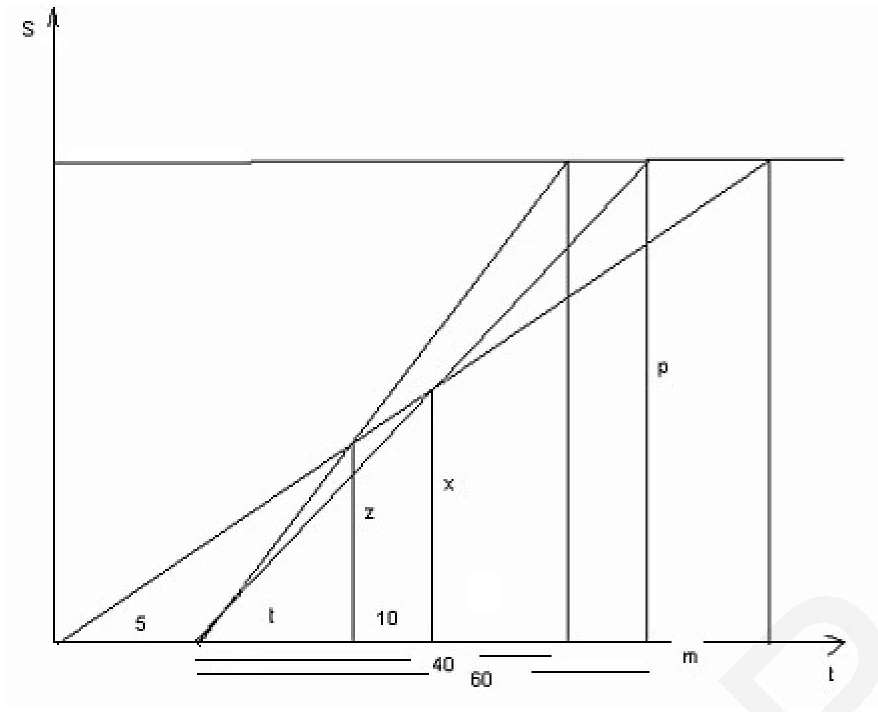


Ответ: $l(3k+1)\big/ k+3$

Задача 35

Три мотоциклиста проезжают с постоянными, но различными скоростями один и тот же участок АВ дороги. Сначала пунктА проехал первый мотоциклист, а 5с спустя, в том же направлении – второй и третий. Через некоторое время первого мотоциклиста обогнал третий, а через 10 с – второй.
За какое время первый походит вест путь (АВ), если второй проехал это расстояние за 1 мин, а третий – за 4 с?

Ябов.РФ



$$\frac{p}{z}=\frac{40}{t},$$
$$\frac{x}{p}=\frac{t+10}{60},$$
$$\frac{z}{x}=\frac{5+t}{15+t}$$

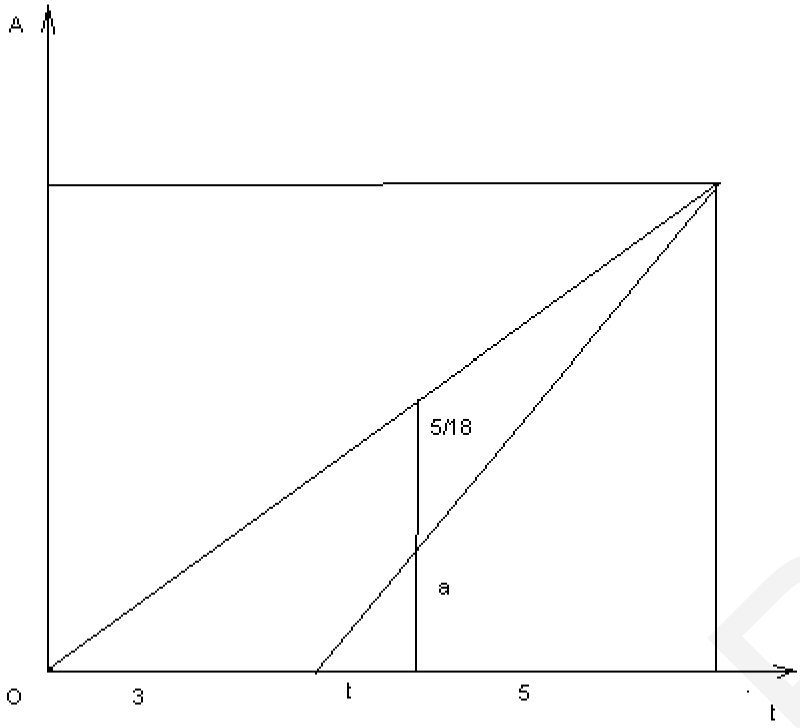
Выполним почленное умножение этих равенств, получим

$$\frac{2}{t}\frac{t+10}{3}\frac{5+t}{15+t}=1 \Rightarrow t=5,\ \frac{20}{65+m}=\frac{z}{p}=\frac{1}{4} \Rightarrow 65+m=80$$

Ответ: 80 с

Задача 36

Две машинистки должны отпечатать рукописи с одинаковым числом страниц. Первая приступила к работе на 3 ч раньше второй и отпечатала к определѐнному моменту времени больше, чем вторая, на 5/18 страниц рукописи. Проработав после этого момента ещѐ 5 часов, обе машинистки одновременно закончили каждая свою работу. За сколько часов каждая отпечатала свою рукопись?



$$\frac{a}{1} = \frac{t}{t+5}$$
$$\frac{5/18 + a}{3+t} = \frac{1}{8+t} \Rightarrow$$ t =1, a=1/6

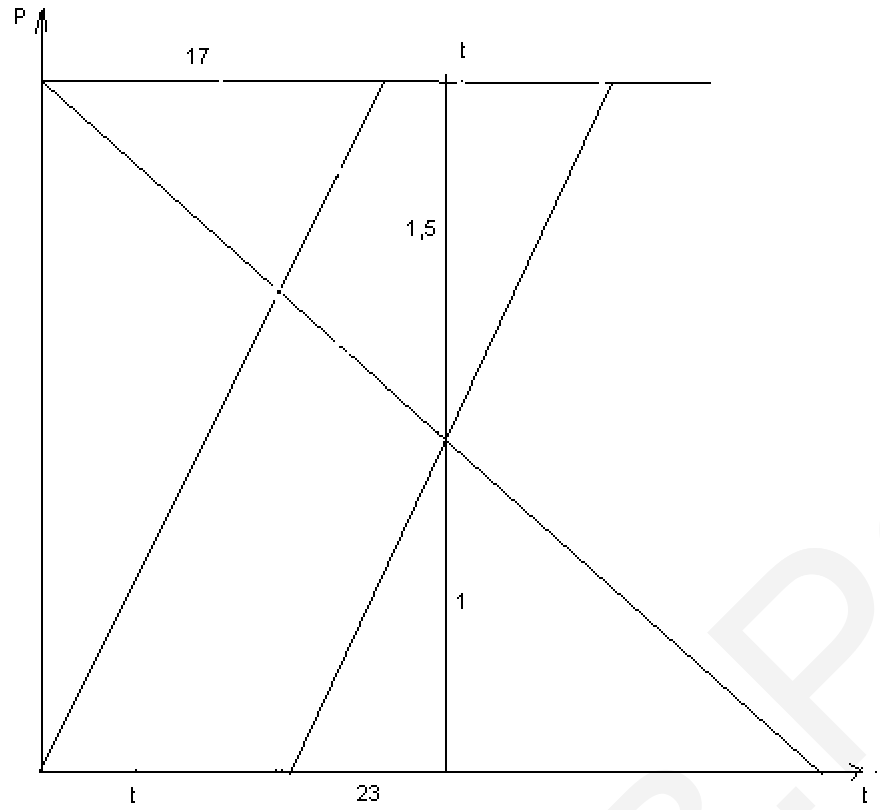
Первая машинистка может выполнить всю работу за 9 часов, вторая- за 6 часов.

Ответ: 9, 6.

Задача 37

Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного – за 17 мин. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут ей нужно открыть холодный кран, чтобы горячей воды к моменту наполнения ванны налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?

Решение 1



Из подобия треугольников получим $\frac{17+t}{23-t}=\frac{1,5}{1}\Rightarrow t=7$

Решение 2

$\frac{1}{23}$ 1/ мин - скорость заполнения ванны горячей водой.

$\frac{1}{17}$ 1/ мин – скорость заполнения ванны холодной водой.

x минут была открыта только горячая вода, y – минут открыты оба крана, тогда

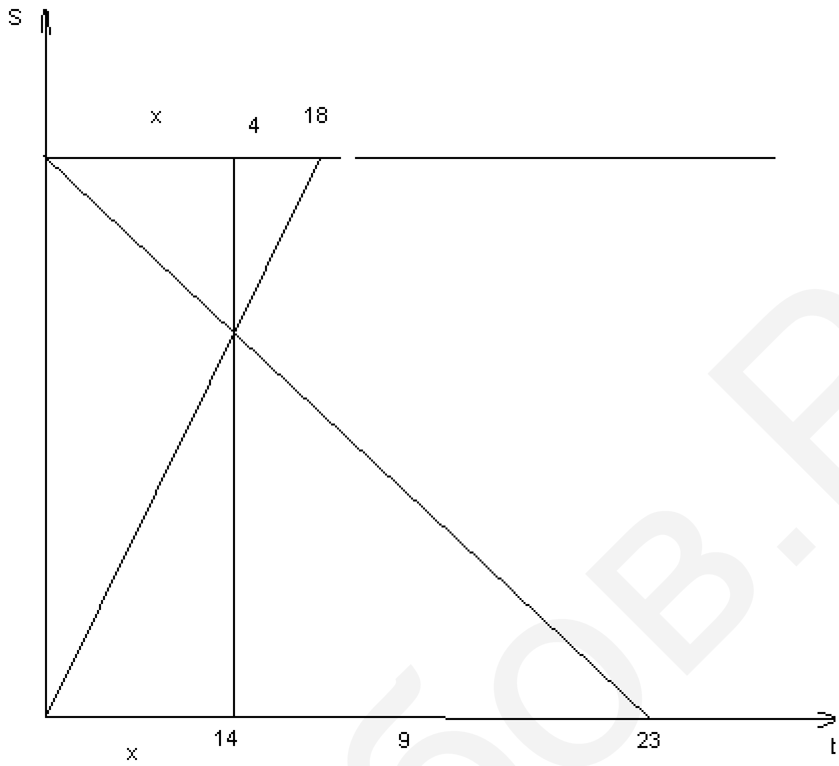
$$\begin{cases}\frac{1}{23}x+\left(\frac{1}{23}+\frac{1}{17}\right)y=1\\ \frac{1}{23}(x+y)=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{17}y.\end{cases}$$

Решая систему, получим x-y = 7 минут.

Ответ: 7 минут.

Задача 38

Два поезда выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов. Они встретились в 14.00 того же дня и достигли другого города – один в 18.00, а второй в 23.00 того же дня. В какое время поезда выехали из своих городов?



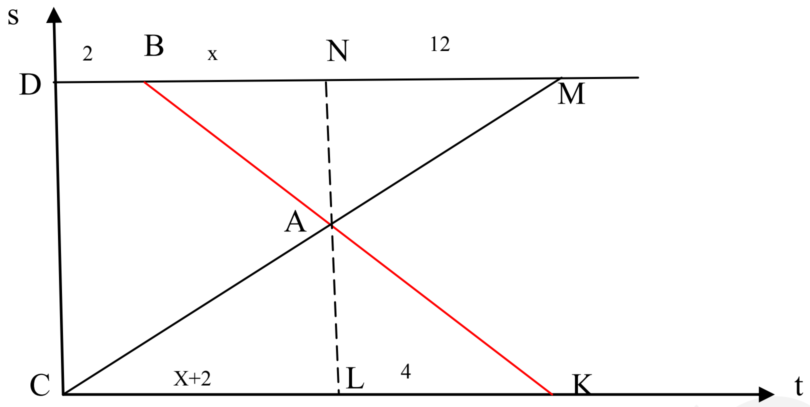
$$\frac{x}{9} = \frac{4}{x}, \quad x = 6$$

$$t_0 = 14 - 6 = 8$$

Ответ: 8 ч.

Задача 39

Из пункта C в пункт Dвыехал товарный поезд. Через 2 ч навстречу ему из пункта D выехал пассажирский поезд. Они встретились в пункте A. После этого пассажирский поезд приехал в пункт C через 4 часа, а товарный – в пункт Lчерез 12 часов. Сколько времени каждый поезд находился в пути?



1) $\dfrac{BN}{LK} = \dfrac{NM}{CL}, \quad \dfrac{x}{4} = \dfrac{12}{x+2}, \quad x = 6$

2) 6+2+12=20 –в пути товарный поезд,

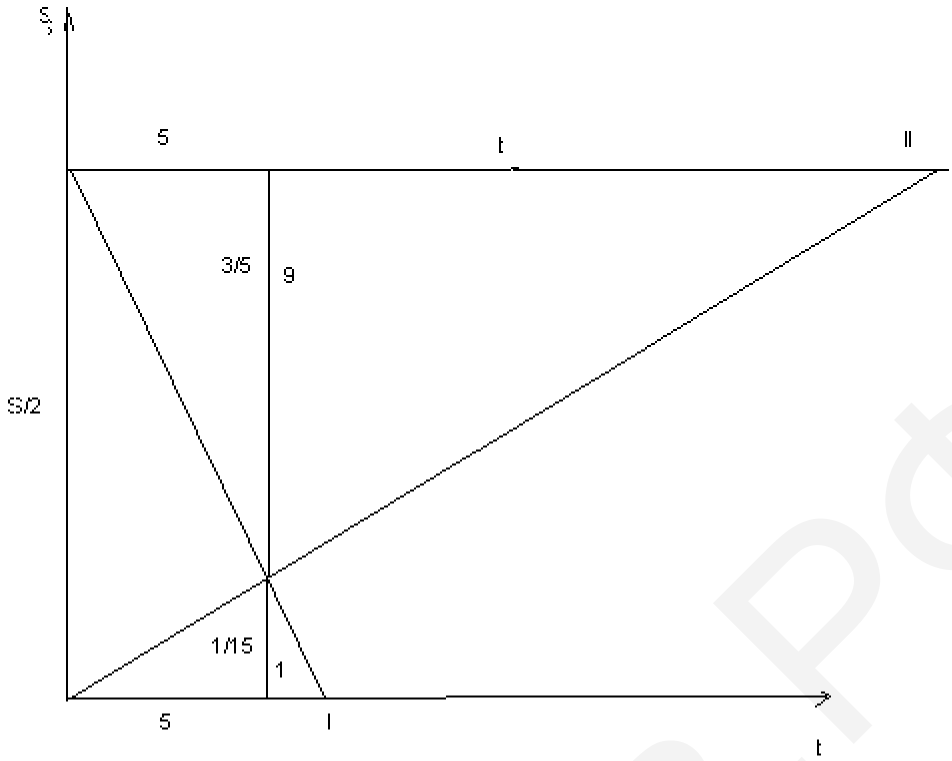
3) 6+4=10 – пассажирский поезд.

Ответ: 20 ч, 10 ч

Задача 40

Два трактора вспахивают поле, разделѐнное на две равные части. Оба трактора стали работать одновременно, причем каждый на своей половине. Через 5 часов они совместно вспахали половину всего поля, далее выяснилось, что первому трактору осталось вспахать 1/15 своей части, а второму – 3/5. Сколько времени понадобится второму трактору, чтобы вспахать всѐ поле?

ЯГУБОВ.РФ



$\frac{3}{5}:\frac{1}{15}=\frac{9}{1}$, $\frac{t}{5}=\frac{9}{1}\Rightarrow t=45$,

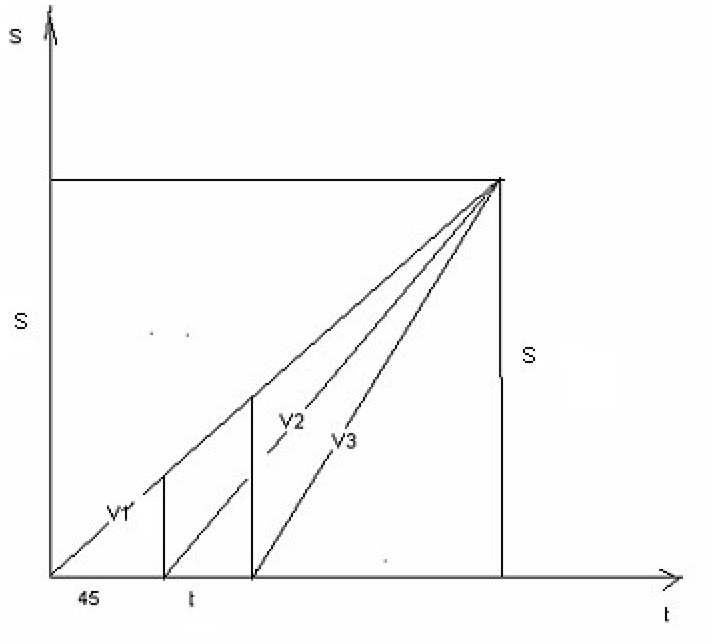
половину всего поля второй трактор вспашет

за 45+5 =50 часов, а все- за 100.

Ответ: 100ч

Задача 41

Первым отправился по намеченному пути путешественник А. Второй путешественник Б отправился следом за А через 45 минут со скоростью V_2, намереваясь догнать путешественника А, скорость которого V_1. Через сколько минут после отправления путешественника А с турбазы должен выехать В, чтобы догнать А одновременно с Б, если известно, что В поедет со скоростью V_3?



$$\frac{S}{V_1}-\frac{S}{V_2}=45 \quad (1)$$

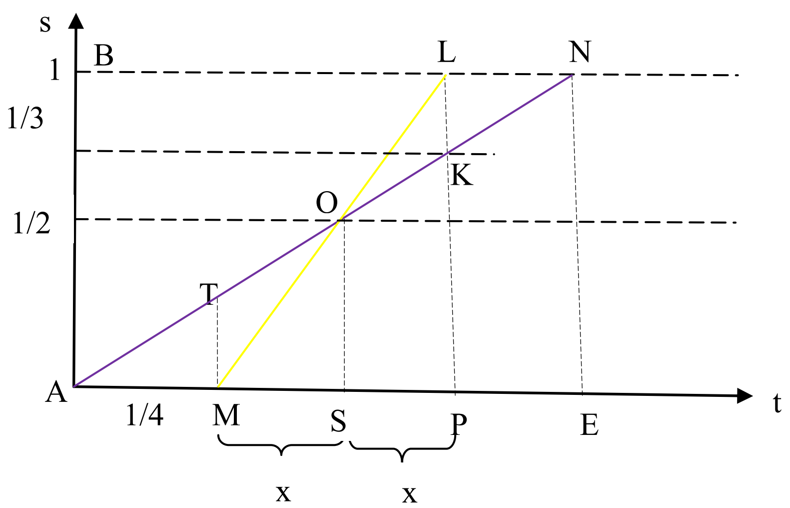
$$\frac{S}{V_2}-\frac{S}{V_3}=t \, (2)$$

Из равенства (1) следует, что $S=\dfrac{45V_1V_2}{V_1+V_2}$ (3), подставляя в равенство (2) выражение (3), получим $t=\dfrac{45(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$

Ответ: $\dfrac{45(V_3-V_1)V_2}{(V_2-V_1)V_3}$.

Задача 42

Из пункта А в пункт В выехал велосипедист, а через четверть часа вслед за ним выехал автомобиль. На половине пути от А до В автомобиль догнал велосипедиста. Когда автомобиль прибыл в пункт В, велосипедисту оставалось проехать ещѐ треть пути. За какое время велосипедист проехал путь от А до В, если известно, что скорости велосипедиста и автомобиля постоянны на всѐм пути от пункта А до пункта В.



ЯГУБОВ.РФ

1) $\dfrac{OS}{TM}=\dfrac{AS}{AM},\quad \dfrac{\frac{1}{2}}{TM}=\dfrac{\frac{1}{4}+x}{\frac{1}{4}}\Rightarrow TM=\dfrac{1}{2(1+4x)}$

2) ΔMTO=ΔLKO (по двум углам и стороне). LK=TM

$\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2(1+4x)}\qquad x=\dfrac{1}{8}$

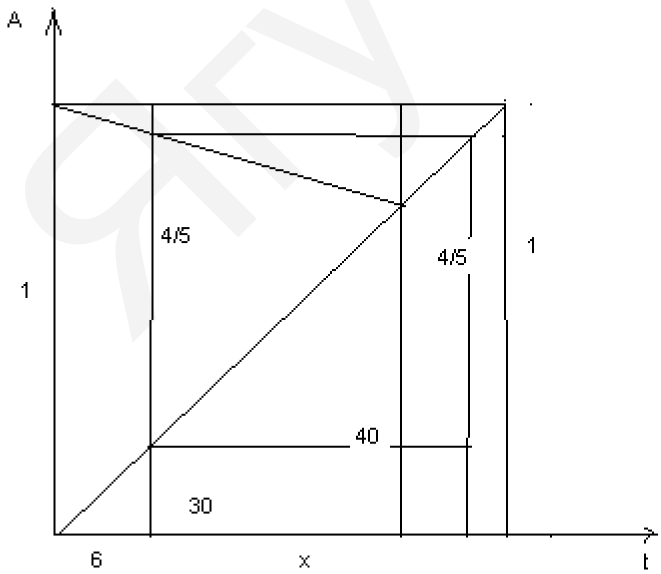
3) $\dfrac{NE}{OS}=\dfrac{AE}{AS},\quad \dfrac{1}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2x+\frac{1}{4}+PE}{\frac{1}{4}+x},\quad PE=\dfrac{1}{4}$

4) AE=3/4 ч

Ответ: ¾ ч

Задача 43

Слесарь, работая вместе с учеником, собирался выполнить некоторый заказ за 30 дней. После 6 дней совместной работы ученик уволился, и слесарь, работая еще 40 дней, закончил выполнение заказа. За сколько дней слесарь, работая один, может выполнить этот заказ?



$$\frac{1}{x}=\frac{\frac{4}{5}}{40}\Rightarrow x=50$$

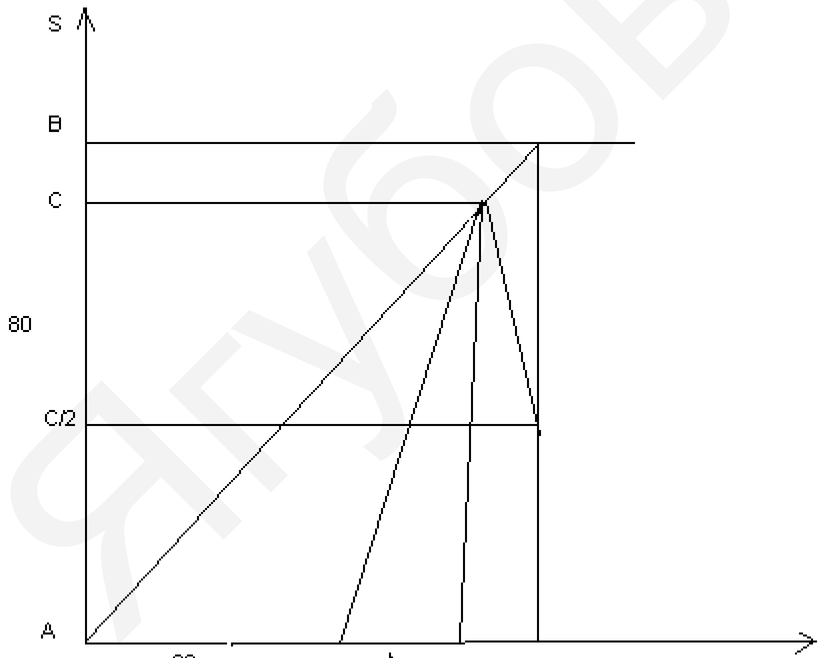
ЯГубов.РФ

Ответ: 50 дней

Задача 44

Расстояние между A и B равно 80 км. Из A выехала машина, а еще через 20 минут – мотоциклист, скорость которого 90 км/ч. Мотоциклист догнал машину в пункте C и повернул обратно. Когда машина прибыла в B, мотоциклист проехал половину пути от C до A. Найдите расстояние от C до A.

20мин. = 1/3часа



$$90\cdot(t+\frac{t}{2})=S+S/2$$

$$V(\frac{1}{3}+t+\frac{t}{2})=80$$

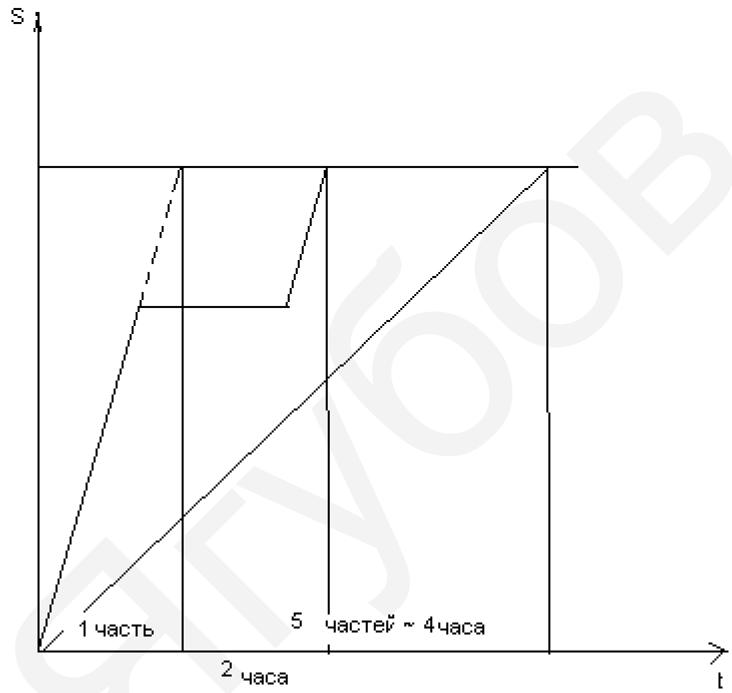
$$V(\frac{1}{3}+t)=90t$$

Из второго и третьего уравнений получим $t = 2/3$ часа. Подставляя полученное значение t в первое уравнение, получим $S = 60$ км

Ответ: 60 км

Задача 45

От причала А к причалу В отплыли катер и лодка, причем, скорость катера в 5 раз больше скорости лодки. Известно, что они плыли с постоянными скоростями, но катер сделал несколько остановок. Сколько времени катер затратил на все остановки, если он доплыл до причала В за 2 часа, а лодка за 4 часа?



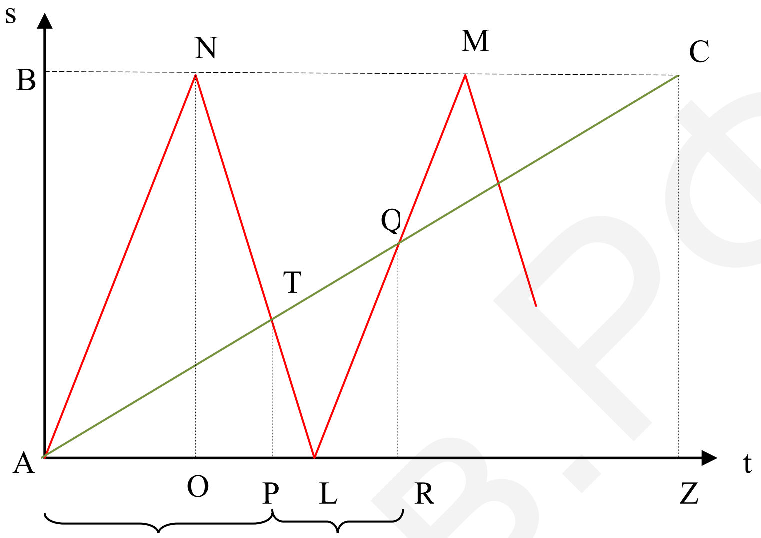
Если лодка затратила на весь путь без остановок 4 часа, то катер – на этот путь без остановок затратил бы 4/5 часа. Тогда на остановки ушло (2- 4/5) часа, т.е. 6/5 часа.

Ответ: 6/5 часа.

ягубов.рф

Задача 46

Пешеход и велосипедист отправились одновременно из пункта А в пункт В. В пункте В велосипедист повернул обратно и встретил пешехода через 1 ч после начала движения. Не останавливаясь, велосипедист доехал до пункта А, снова развернулся и догнал пешехода через 40 мин после первой встречи. Вычислите время, за которое пешеход пройдѐт расстояние от А до В.



1) По т. Фалеса $\frac{AT}{TQ}=\frac{AP}{PR}$; $\frac{AT}{TQ}=\frac{60}{40}=\frac{3}{2}$

2) ΔANT~ ΔTLQ. $\frac{AN}{LQ}=\frac{AT}{TQ}=\frac{3}{2}$

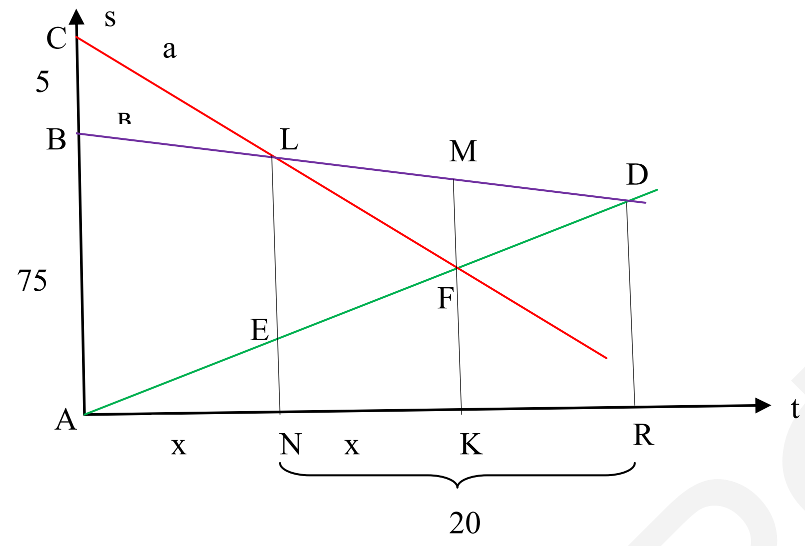
3) ΔANO~ ΔLQR. $\frac{AN}{LQ}=\frac{NO}{QR}=\frac{3}{2}$

4) ΔACZ~ ΔAQR. $\frac{AZ}{AR}=\frac{CZ}{RQ}$, $\frac{AZ}{60+40}=\frac{3}{2}$, $AZ=150$

Ответ:150 мин.

Задача 47

Из пункта А в пункт С, находящийся на расстоянии 80 км от А, выехал мотоциклист. Навстречу ему, из пункта В, находящегося между А и С на расстоянии 5 км от С, выехал велосипедист, а из пункта С- автомобиль. Через какое время встретились мотоциклист и велосипедист, если известно, что это произошло через 20 мин после того, как автомобиль догнал велосипедиста, а мотоциклист до встречи с автомобилем провѐл в пути вдвое больше времени, чем велосипедист, до того как его догнал автомобиль?



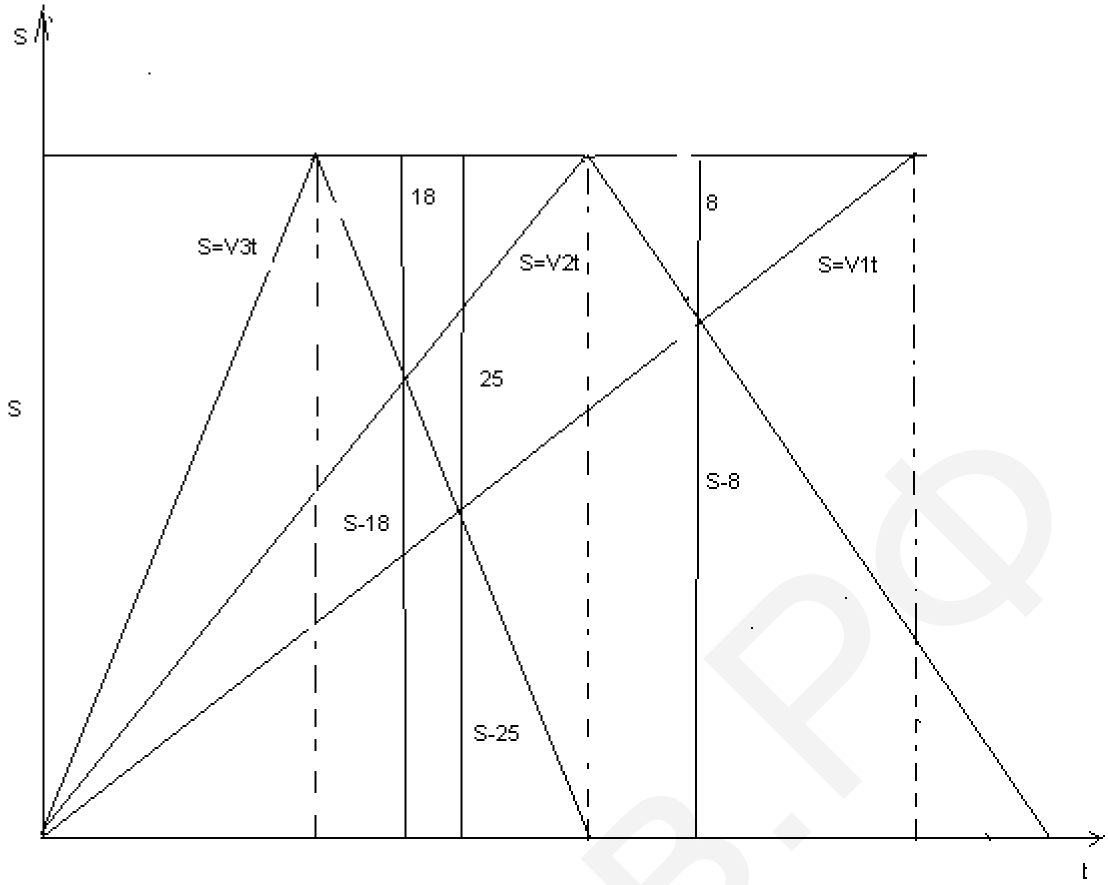
1) AN=NK=x. Значит $\Delta CLB = \Delta LFM$, следовательно CB=MF=5.
2) BMFA- трапеция, LE - средняя линия. LE=(75+5)/2=40.
3) **ΔLDE~ ΔMDF.** $\frac{LE}{MF} = \frac{DE}{DF}, \quad \frac{DE}{DF} = \frac{40}{5} = 8$
4) **FD=n, EF=AE=7n**
5) $\frac{AD}{AR} = \frac{EA}{NA}, \quad \frac{15}{20+x} = \frac{7}{x}, \quad x = 17{,}5$

Ответ: 37,5 мин

Задача 48

Из пункта А в пункт В выехали одновременно три автомобиля. Третий автомобиль, доехав до пункта В, повернул обратно и встретил первый автомобиль в 25 км от В, а второй автомобиль в 18 км от В. Второй автомобиль, доехав до В, повернул обратно и встретил первый автомобиль в 8 км от В. Найдите расстояние от А до В.

Ягубов.РФ



$$\frac{s+18}{s-18}=\frac{V_3}{V_2}$$

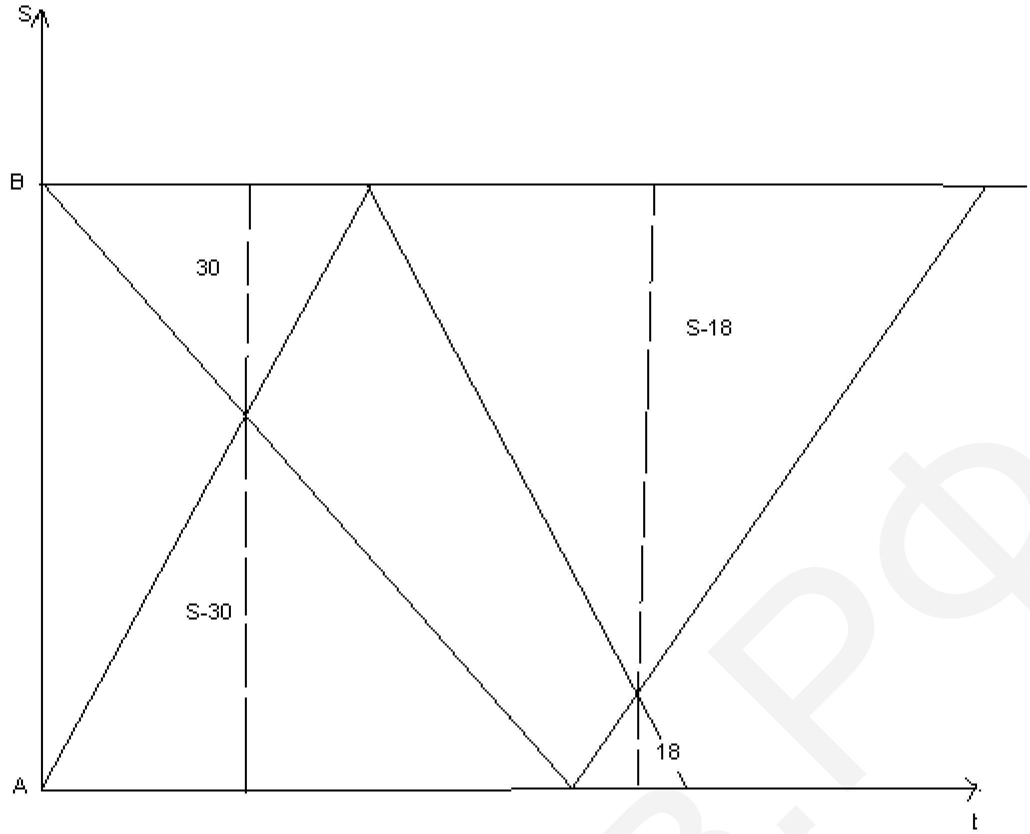
$$\frac{s-25}{s+25}=\frac{V_1}{V_3}\Rightarrow\frac{s+18}{s-18}\cdot\frac{s-25}{s+25}\cdot\frac{s+8}{s-8}=1\Rightarrow S=60$$

$$\frac{s+8}{s-8}=\frac{V_2}{V_1}$$

Ответ: 60 км

Задача 49

Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились в 30 км от В. Прибыв в А и В, они повернули обратно. Вторая встреча произошла в 18 км от А . Найдите расстояние между А и В.



$$\frac{30}{s-30}=\frac{V_1}{V_2},\frac{s+30}{2s-30}=\frac{V_1}{V_2}\Rightarrow\frac{30}{s-30}=\frac{s+30}{2s-30}\Rightarrow s=72$$

Ответ: 72

Тест3

№	Задания	Ответы
50	Два спортсмена бегают по одной замкнутой дорожке. Скорость каждого постоянна, и на пробег всей дорожки один тратит на 5 с меньше другого. Если они начинают пробег с общего старта одновременно и в одном направлении, то окажутся рядом через 30 с. **Через какое время они встретятся, если побегут одновременно с общей линии старта в противоположных направлениях?**	1)8 2)6 3)10 4)12 5)9
51	Из города А в город В выехал велосипедист, а через три часа после его выезда из города В выезжает навстречу мотоциклист, скорость которого в три раза больше скорости велосипедиста. К моменту встречи велосипедист проехал половину пути до В. Если бы мотоциклист выехал не через 3 часа, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к А. Найдите расстояние между А и В.	1)160 2)120 3)168 4)144 5)180
52	Из пунктов А и В навстречу друг другу вышли одновременно два поезда. Каждый из них двигался	1)4/5, 3/4

	сначала равноускоренно (ускорения были различны), а достигнув определенной скорости – равномерно. Отношение скоростей равномерного движения равно 5/4. В некоторый момент времени скорости поездов оказались равными, а один из них прошел к этому моменту времени расстояние в 5/4 раза больше, чем в другой. В пункты В и А поезда прибыли одновременно. Какую часть пути прошел каждый из поездов к тому времени, когда их скорости оказались равными?	2)6/7, 5/6 3)1/2, 2/5 4)1/2, 3/5 5)8/9, 6/7
53	Два туриста вышли навстречу друг другу из пунктов А и В. Первый из них вышел на 6 часов раньше второго, и при встрече оказалось, что прошел на 12 км меньше, чем второй. Первый пришел в пункт В через 8 часов, а второй- в пункт А - через 9 часов после встречи. Найти скорости туристов.	1) 4км/ час ,2 км/ час 2) 6 км/ час ,4км/ час 3) 4 км/ час ,10 км/ час 4) 6 км/ час ,10 км/ час. 5) 2 км/ час , 4 км/ час.
54	Два поезда вышли навстречу друг другу из пунктов А и В. Первый из них вышел на полчаса раньше второго, а через 2 часа после выхода первого расстояние между ними составило 19/30. При встрече оказалось, что каждый прошел половину пути из А в В. За какое время пройдет первый поезд расстояние между А и В.	1)8 2)6 3)10 4)12 5)9
55	Поезд движется со скоростью 54 км/ч, а встречный, длина которого 250 м – со скоростью 36 км/ч. Сколько секунд будет наблюдать встречный поезд пассажир, сидящий у окна?	1)8 2)6 3)10 4)12 5)9
56	Спортсмен, тренируясь в быстрой ходьбе, заметил, что каждые 6 мин. Его догоняет троллейбус, а каждые 3 мин. он встречает троллейбус. Требуется найти, через какие промежутки времени отправляются троллейбусы с конечных пунктов и отношение скоростей спортсмена и троллейбуса, если известно, что с конечных пунктов троллейбусы отправляются через равные промежутки времени, идут без остановок с постоянной скоростью, как и спортсмен.	1)4 ,1/3 2)6 ,1/2 3)10 ,2/3 4)12, 2/5 5)9,1/2

57	Из аэропорта к центру города вышел автомобиль, одновременно из центра города в аэропорт вышел автобус- экспресс. Когда первый прошел половину пути, второму оставалось до конца маршрута 19, 2 км, а когда второй прошел половину пути, первому оставалось до конца 12 км. Сколько км остается пройти автобусу, после того, как автомобиль закончит свой маршрут?	1)8и 5 2)6 и 4 3)10 и 6 4)12и 8 5)9и 5
58	Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли пассажирский поезд и товарный состав. Через 4 часа они встретились. Поезд дошел до пункта В, постоял там 24 минуты и отправился обратно. Через 4 часа после выхода из В он догнал состав. Найдите скорость поезда (в км.ч), если АВ = 280 км.	1)58 2)60 3)50 4)52 5)65
59	Два бегуна стартовали один за другим с интервалом 2 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от места старта, а пробежав от места старта 5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном через 20 мин после старта первого бегуна. Найти скорость второго бегуна.	1)28 2)30 3)32 4)20 5)15
60	Одна мастерская должна была сшить 810 костюмов, другая за тот же срок должна была сшить 900 костюмов. Первая закончила выполнение заказа за 3 дня до срока, а вторая – за 6 дней до срока. По сколько костюмов в день шила каждая мастерская, если вторая мастерская шила в день на 4 костюма больше первой?	1)28 и 24 2)30 и 24 3)20 и 25 4)20 и 24 5)15и 20
61	Выполнение заказа на изготовление 1500 радиоприемников было поручено двум заводам, из которых первый изготовлял за один день на 10 радиоприемников меньше, чем второй. Сначала этот завод выполнил 20% заказа, а потом второй завод выполнил оставшуюся часть заказа. Весь заказ был выполнен за 40 дней. Сколько приемников изготовлял каждый завод в среднем за день?	1)28 и 38 2)30 и 40 3)20 и 30 4)25 и35 5)15и 25
62	Смешали 1,4 литра кислоты с концентрацией 25, 6% и 2,8 литра кислоты с концентрацией 31, 6% . Какова концентрация кислоты в получившейся смеси?	1)29,6 2)30,2 3)32

		4)28,7 5)25,6
63	Смешали 40 см^3 жидкости плотностью 2,5 г/см^3 и 20 см^3 жидкости 1,5 г/см^3. Сколько кубических сантиметров второй жидкости следует добавить к этой смеси, чтобы плотность новой смеси составила 1,6 г/см^3.	1)280 2)250 3)340 4)420 5)150
64	Имеется 40 литров 0,5 % - ого раствора и 50 литров 2% -ого раствора уксусной кислоты. Сколько нужно взять первого и сколько второго раствора, чтобы получить 30 л 1,5 % - ого раствора уксусной кислоты?	1)23и 7 2)10, 20 3)25 и 5 4)14 и 16 5)5 и 20
65	Сосуд содержит p% - ый раствор кислоты. Из него отлили а литров и добавили то же количество q% - ого раствора кислоты (q<p). Затем после перемешивания эту операцию повторили (k-1) раз. После чего получился r% - ый раствор кислоты. Каков объем сосуда?	1) $a:\left(1-\left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$ 2) $a:\left(1-\left(\frac{r+q}{p+q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$ 3) $a:\left(1+\left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$ 4) $a:\left(1-\left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{k}\right)$ 5)) $a:\left(1+\left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$
66	Трое рабочих А, В и С, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 1 ч 20 мин. Эту же работу могут выполнить двое рабочих А и В, если А проработает 2 ч, а В – 3 ч. Определить, за сколько времени выполняет эту работу каждый рабочий в отдельности, если С выполняет ее в 2 раза быстрее, чем В.	1)2,5 и 8 2)3,4 и 6 3)4,6 и 3 4)4,5 и3 5)4,5и 2
67	Пассажирский поезд обгоняет товарный, идущий по параллельному пути. Мимо машиниста товарного поезда пассажирский поезд проходит за 10 с, а мимо	1)2 2)3

Ягубов.РФ

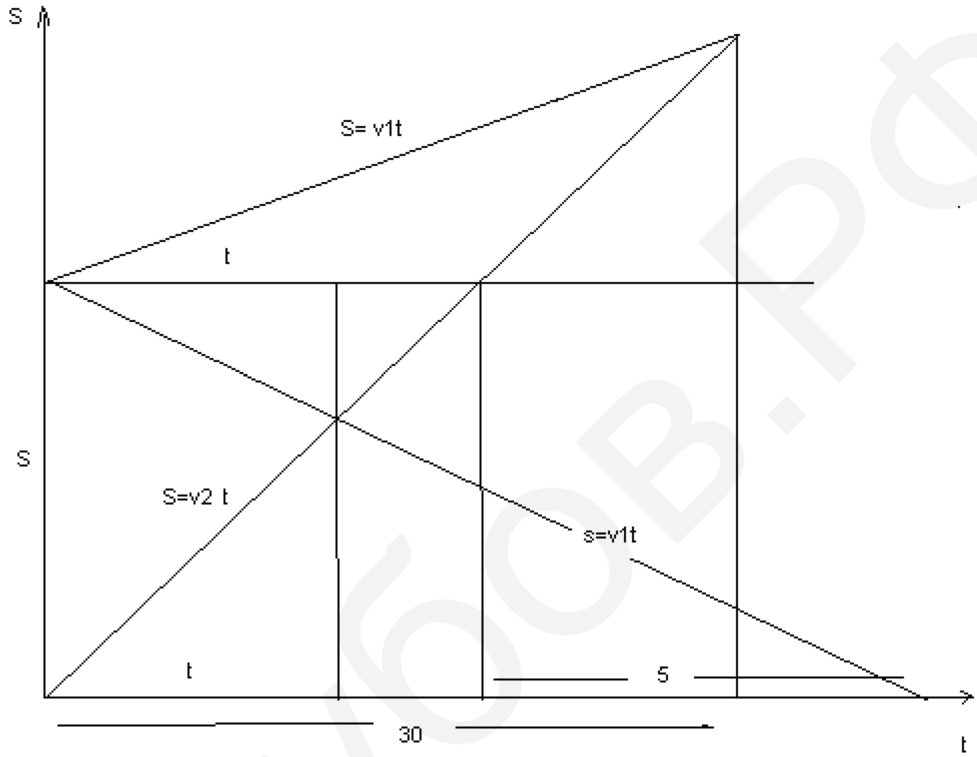
	машиниста пассажирского поезда товарный проходит ха 40 с. если оба поезда двигались навстречу друг другу, то продолжительность встречи (т.е. промежуток времени между встречей тепловозов и расставанием хвостовых вагонов) составила бы $16^2/3$ с. найдите отношение скорости пассажирского поезда к скорости товарного.	3)4 4)2,5 5)1,5
68	Автомобиль едет из пункта A в пункт B. От пункта A до C, он едет со скоростью 48 км/ч. В пункте C он уменьшает свою скорость на а км/ч и с этой скоростью едет 1/3 пути отC до B. Оставшуюся часть пути он едет со скоростью, которая на 2а км/ч превышает первоначальную скорость автомобиля. При каком значении аавтомобиль быстрее всего проделает путь от C до B?	1)12 2)13 3)4 4)6 5)5
69	Из двух морских портов A и B одновременно навстречу друг другу с постоянными скоростями вышли два теплохода. Первый прибыл в порт B через 7 часов, а второй – через 28 часов после встречи. За сколько часов первый теплоход проходит весь путь?	1)21 2)35 3)14 4)16 5)15
70	В бассейн подведены две трубы: подающая и отводящая, причем через первую трубу бассейн наполняется на 1 час дольше, чем через вторую опустошается. При заполненном на 3/4 бассейна открыли обе трубы, и бассейн оказался пустым через 9 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет бассейн? Решение	1)4 2)5 3)2 4)6 5)1,5
71	Отец и сын катаются на катке. Время от времени отец обгоняет сына. Когда сын стал двигаться по кругу в противоположном направлении, они стали встречаться в 5 раз чаще. Во сколько раз отец бегает на коньках быстрее своего сына?	1)4 2)5 3)2 4)6 5)1,5
72	Машина выезжает из пункта A в пункт B и, доехав доB, тут же поворачивает обратно. Через 5 часов после выезда машина была в 80 км от B, а еще через час- в 160 км от A . Известно, что на весь путь туда и обратно машина затратила не более 15 часов. Найдите расстояние от A до B.	1)210 2)350 3)140 4)320

		5)160

Решения

Задача 50

Два спортсмена бегают по одной замкнутой дорожке. Скорость каждого постоянна, и на пробег всей дорожки один тратит на 5 с меньше другого. Если они начинают пробег с общего старта одновременно и в одном направлении, то окажутся рядом через 30 с. Через какое время они встретятся, если побегут одновременно с общей линии старта в противоположных направлениях?



$$\frac{S}{V_2 - V_1} = 30, \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 5, \frac{S}{V_2 + V_1} = ?$$

$$\frac{30(V_2 - V_1)}{V_1} - \frac{30(V_2 - V_1)}{V_2} = 5 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{S}{V_2 - \frac{2}{3}V_2} = 30 \Rightarrow \frac{S}{V_2} = 10$$

$$\frac{S}{V_1 + V_2} = \frac{3S}{5V_2} = 6$$

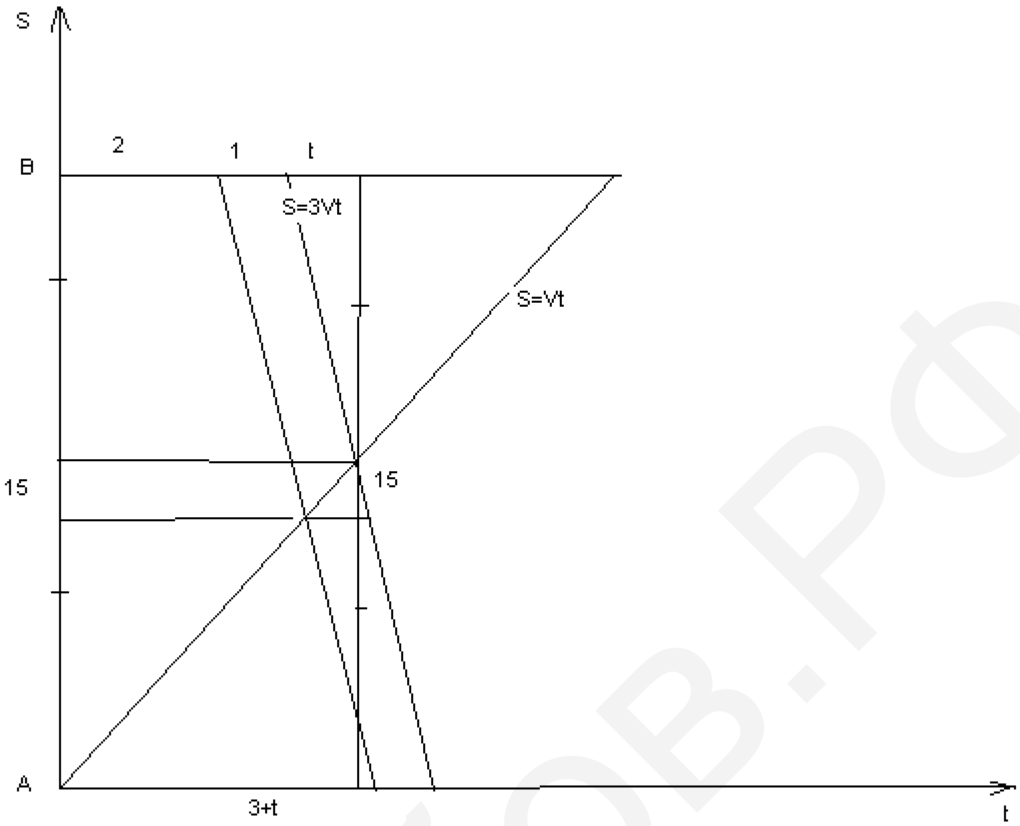
Ответ: через 6 секунд

Задача 51

Из города А в город В выехал велосипедист, а через три часа после его выезда из города В выезжает навстречу мотоциклист, скорость которого в три раза больше скорости велосипедиста. К моменту встречи велосипедист проехал половину пути до В. Если бы

ягубов.рф

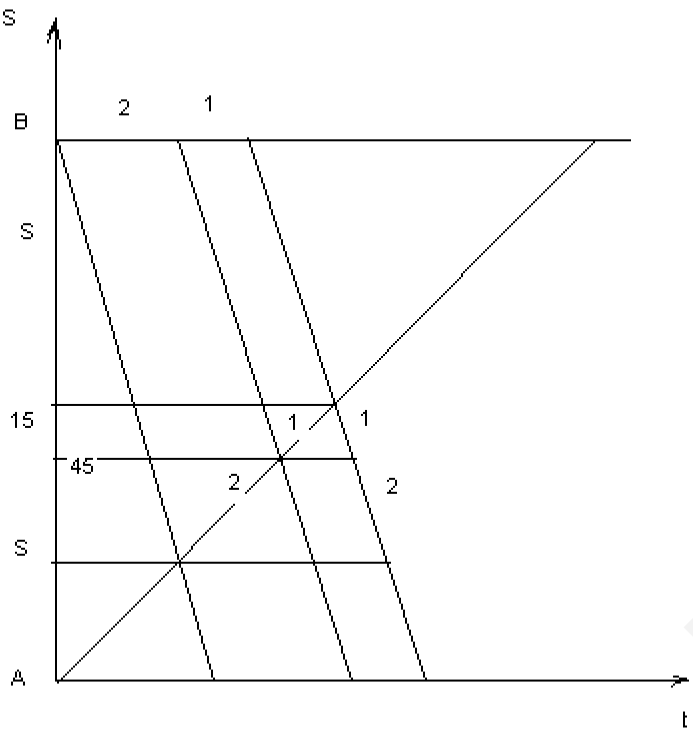
мотоциклист выехал не через 3 часа, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к А. Найдите расстояние между А и В.
Решение 1



(3+t)v=3vt = S, откуда t = 1,5 ч, S= 4,5V

(9v+15)/(3V)+2 =(9v-15)/V откуда V=20 (км/ч)
4,5v = 90(км)
Все расстояние равно 180 км

Ответ: 180км
Решение 2



$$\frac{S-45}{S+45}=\frac{1}{3}\Rightarrow S=90,$$ все расстояние равно 180 км

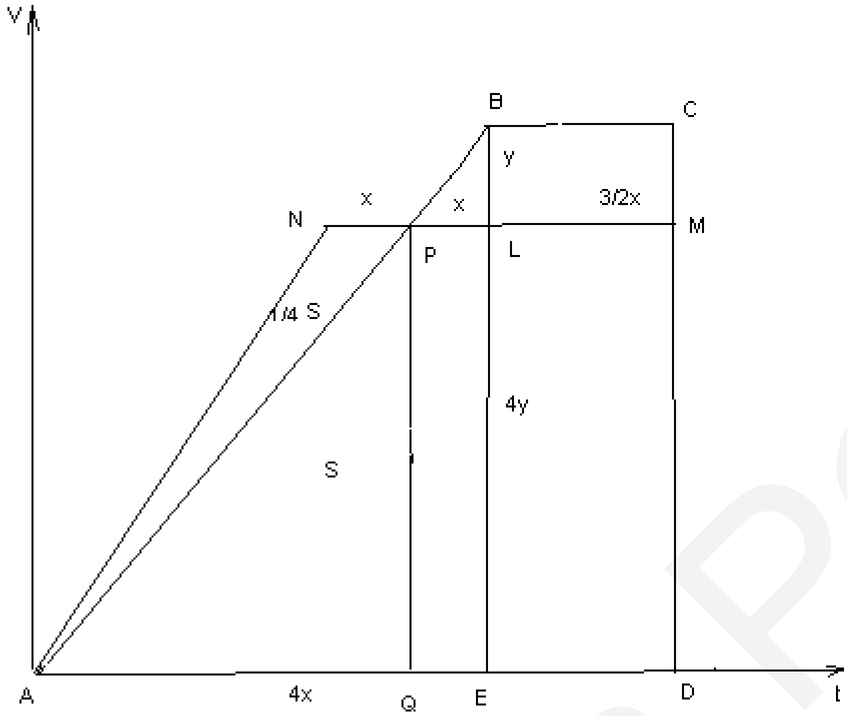
Ответ: 180км

Задача 52

Из пунктов и навстречу друг другу вышли одновременно два поезда. Каждый из них двигался сначала равноускоренно (ускорения были различны), а достигнув определенной скорости – равномерно. Отношение скоростей равномерного движения равно 5/4. В некоторый момент времени скорости поездов оказались равными, а один из них прошел к этому моменту времени расстояние в 5/4 раза больше, чем в другой. В пункты B и A поезда прибыли одновременно. Какую часть пути прошел каждый из поездов к тому времени, когда их скорости оказались равными?

Решение

Заметим, что при равноускоренном движении с (ускорением a) скорость движения(V) прямо пропорциональна времени движения(t): V= at. Поэтому графики скорости – прямые. Изобразим их в системе координат (VO t). При этом пройденный путь численно равен площади фигуры под графиком скорости.

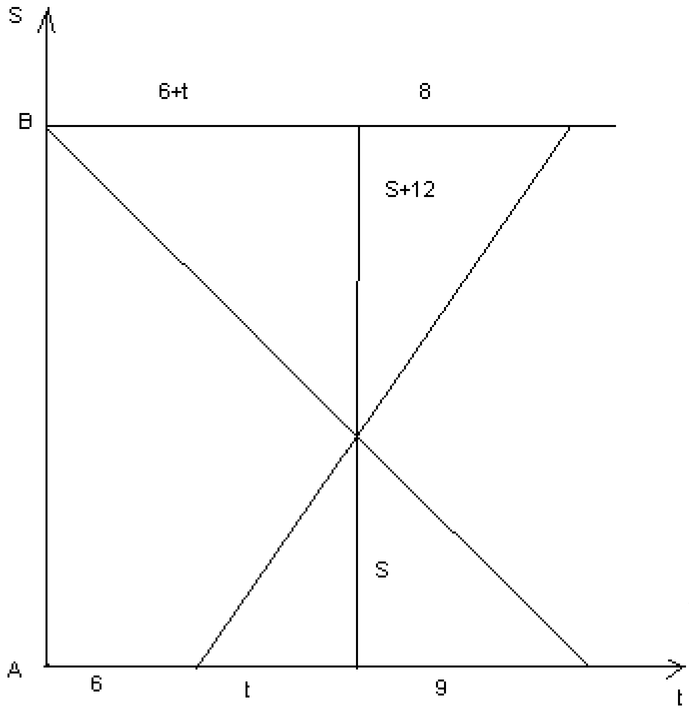


По условию задачи площади треугольника AQP и трапеции ANPQ относятся как 4 к 5. Отношение постоянных скоростей равно отношению отрезков BE и LE. Площади трапеций ABCD и ANMD равны . Далее, из геометрических соображений будем иметь: $\frac{PL}{AE} = \frac{1}{5} \Rightarrow PL = x$, площади треугольника ANP и трапеции PBCM равны:

x·2y =y(x+2LM)/2, откуда LM = 3/2x. Тогда площадь трапеции ABCD, численно равная пройденному пути, равна 20xy.
Искомые отношения равны: 8xy:20xy =2:5 и 10xy:20xy =1:2.

Ответ: 2:5, 1:2.

Задача 53
Два туриста вышли навстречу друг другу из пунктов А и В. Первый из них вышел на 6 часов раньше второго, и при встрече оказалось, что прошел на 12 км меньше, чем второй. Первый пришел в пункт В через 8 часов, а второй- в пункт А - через 9 часов после встречи. Найти скорости туристов.



$$\frac{6+t}{9}=\frac{8}{t}\Rightarrow t=6,$$

$$\frac{S+12}{S}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\Rightarrow S=36,$$

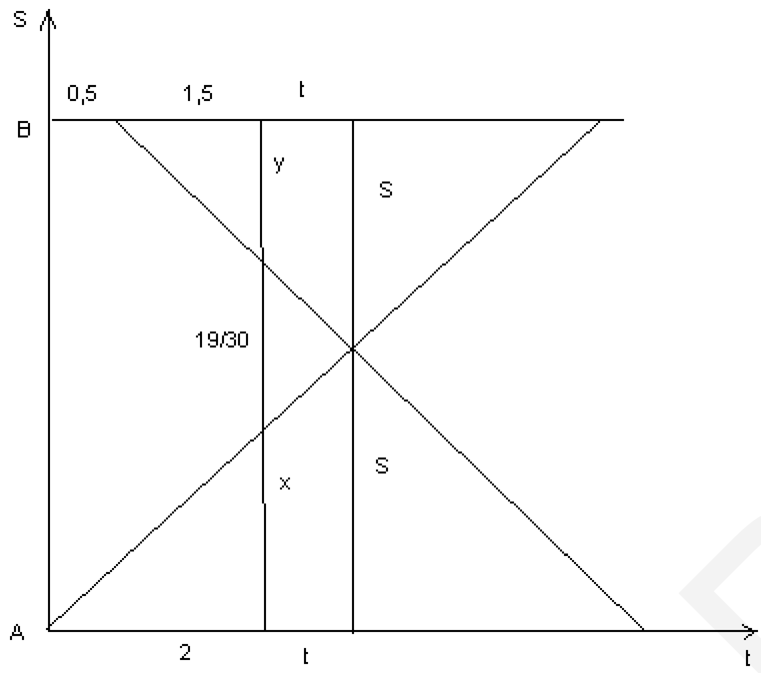
36:6=6(км/ч) - скорость первого туриста,

48: 12=4 (км/ч) - скорость второго туриста.

Ответ: 6 км/ч , 4 км/ч.

Задача 54

Два поезда вышли навстречу друг другу из пунктов А и В. Первый из них вышел на полчаса раньше второго, а через 2 часа после выхода первого расстояние между ними составило 19/30. При встрече оказалось, что каждый прошел половину пути из А в В. За какое время пройдет первый поезд расстояние между А и В.



$\dfrac{y}{S} = \dfrac{1,5}{1,5+t}$,

$\dfrac{x}{S} = \dfrac{2}{2+t}$,

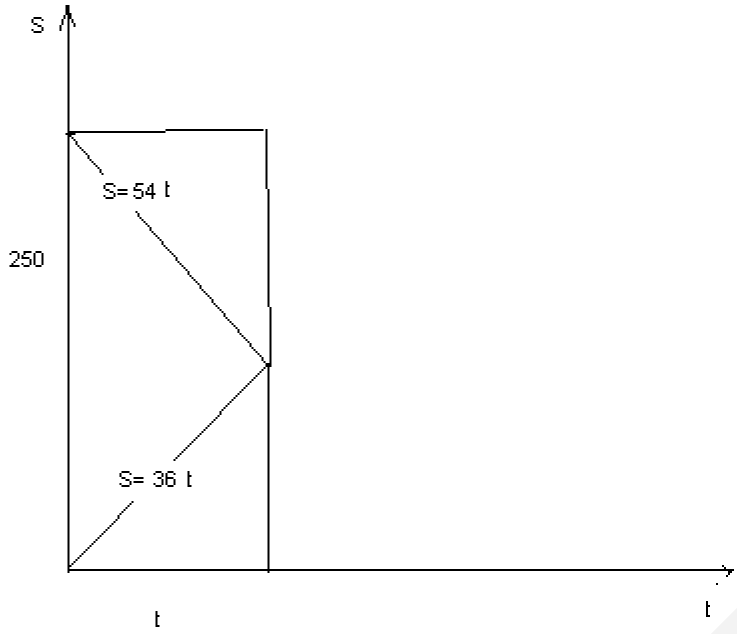
Сложим эти два равенства получим $\dfrac{x+y}{S} = \dfrac{2}{2+t} + \dfrac{1,5}{1,5+t}$, поскольку x + y = S-19/30S= 11/30 S,

то $\dfrac{11}{30} = \dfrac{2}{2+t} + \dfrac{1,5}{1,5+t} \Rightarrow t = 3$, 3+2= 5 часов затратит первый турист на половину пути. На весь путь затрачено 10 часов.

Ответ: 10

Задача 55

Поезд движется со скоростью 54 км/ч, а встречный, длина которого 250 м – со скоростью 36 км/ч. Сколько секунд будет наблюдать встречный поезд пассажир, сидящий у окна?

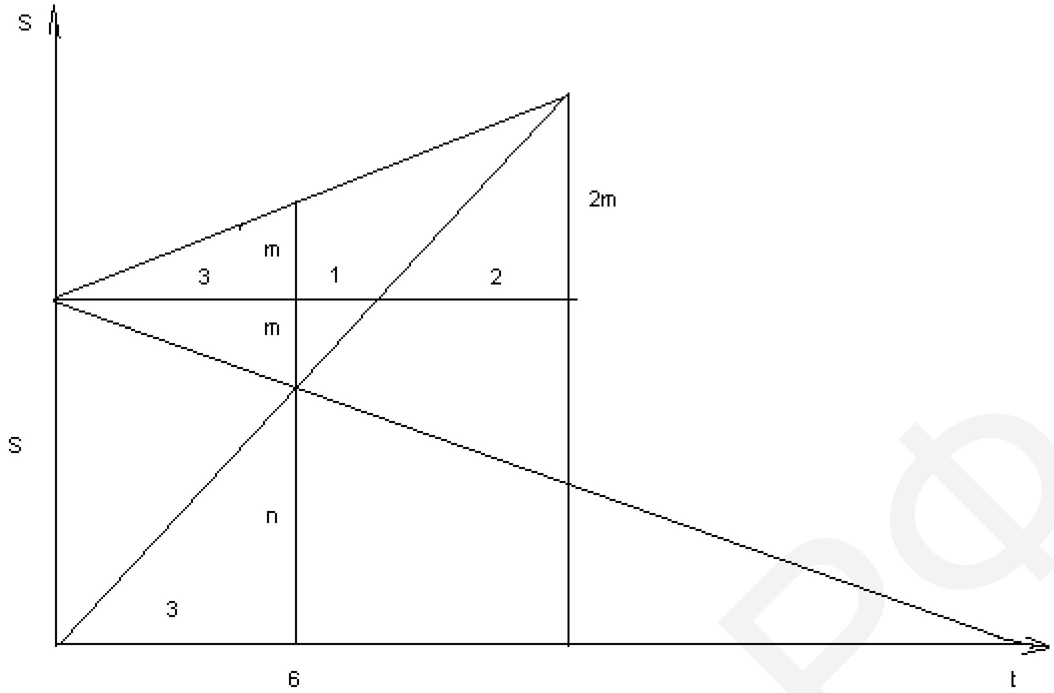


54 км/ч = 15м/с, 36км/ч = 10м/с, тогда время прохождения встречного состава мимо движущегося навстречу ему пассажира в поезде равно времени сближения на расстояние, равное длине поезда на скорость сближения -15м/с, +10м/с = 25 м/с, т.е. 250: 25 = 10 с.

Ответ: 10 с

Задача 56

Спортсмен, тренируясь в быстрой ходьбе, заметил, что каждые 6 мин. Его догоняет троллейбус, а каждые 3 мин. он встречает троллейбус. Требуется найти, через какие промежутки времени отправляются троллейбусы с конечных пунктов и отношение скоростей спортсмена и троллейбуса, если известно, что с конечных пунктов троллейбусы отправляются через равные промежутки времени, идут без остановок с постоянной скоростью, как и спортсмен.



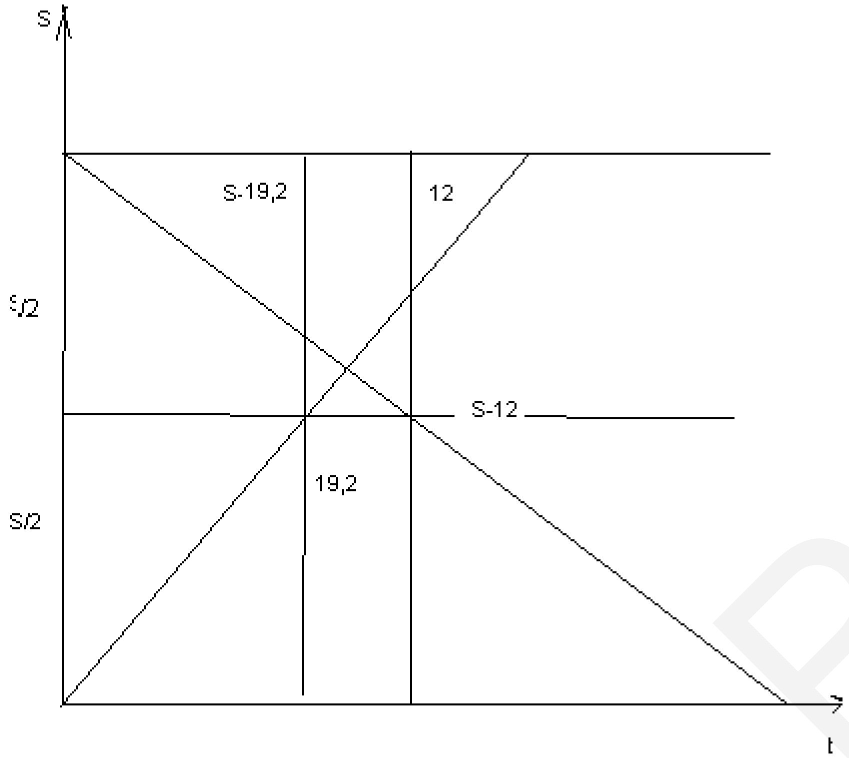
Расстояние между троллейбусами S. Процессы сближения спортсмена и троллейбуса, находящегося от спортсмена на расстоянии S (когда они идут друг за другом и когда идут навстречу друг другу), соответствуют ситуациям, когда троллейбусы догоняют и встречают спортсмена: $\frac{S}{V_m - V_c} = 6, \frac{S}{V_m + V_c} = 3$ Из геометрических соображений

$\frac{m}{n} = \frac{1}{3} = \frac{V_c}{V_m}$, это отношение равно отношению скоростей спортсмена и троллейбуса (за время 3 мин. пешеход проходит расстояние m, а троллейбус - n). Требуется найти отношение $\frac{S}{V_m} = t$, заметим, что $\frac{S}{V_m - Vc} = \frac{S}{V_m - 1/3V_m} = 6 \Rightarrow \frac{S}{V_m} = 4$

Ответ: 4мин., 1/3.

Задача 57

Из аэропорта к центру города вышел автомобиль, одновременно из центра города в аэропорт вышел автобус- экспресс. Когда первый прошел половину пути, второму оставалось до конца маршрута 19, 2 км, а когда второй прошел половину пути, первому оставалось до конца 12 км. Сколько км остается пройти автобусу, после того, как автомобиль закончит свой маршрут?



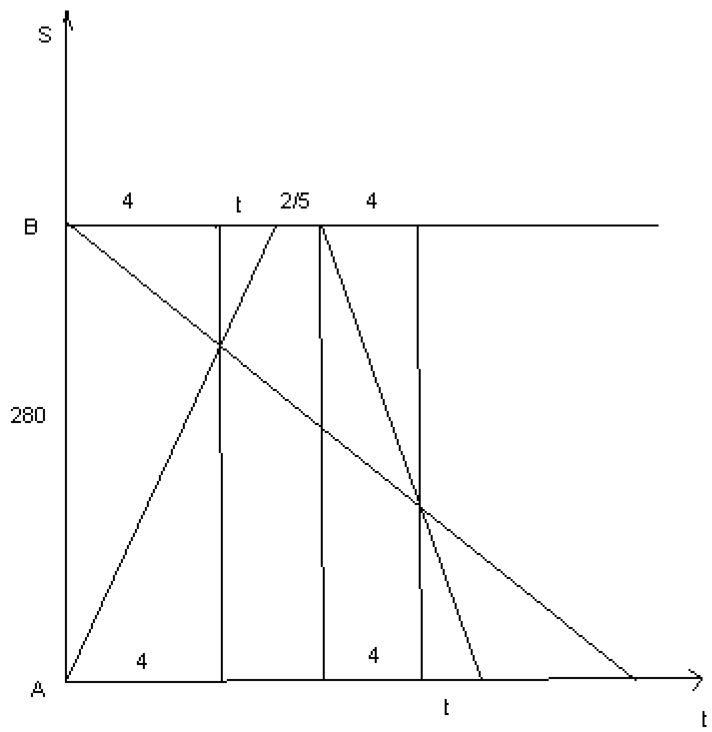
$$\frac{S-19{,}2}{S/2}=\frac{S/2}{S-12}\Rightarrow S=32\ \frac{S/2}{S-12}=\frac{S-x}{S}\Rightarrow$$

$x=6{,}4$

Ответ 6, 4 км

Задача 58

Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли пассажирский поезд и товарный состав. Через 4 часа они встретились. Поезд дошел до пункта В, постоял там 24 минуты и отправился обратно. Через 4 часа после выхода из В он догнал состав. Найдите скорость поезда, если АВ = 280 км.



Решение

$$\frac{V_c}{V_n} = \frac{t}{4} (1)$$

$$\frac{V_c}{V_n} = \frac{4}{4 + 2/5 + t} (2)$$

$$V_c + V_n = 280 : 4 = 70 (3)$$

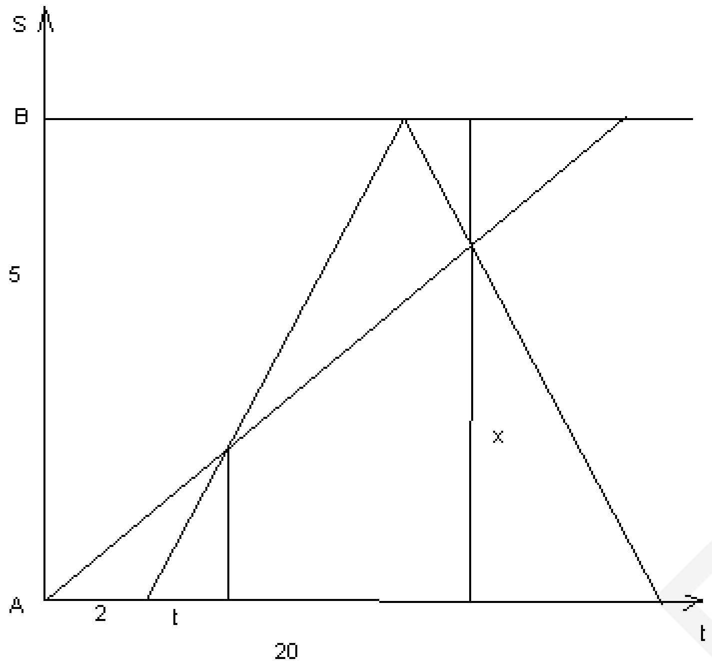
Из равенств (1) и (2) получаем t = 8/5, тогда $\frac{V_c}{V_n} = \frac{2}{5}$.

Из (3) получаем $V_п$ =50.

Ответ: 50 км/ч

Задача 59

Два бегуна стартовали один за другим с интервалом 2 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от места старта, а пробежав от места старта 5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном через 20 мин после старта первого бегуна. Найти скорость второго бегуна.



$$\left.\begin{array}{l}(2+t)V_1 = tV_2\\ x = V_1 20\\ 10 - x = V_2 18\end{array}\right. \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{t}{t+2} = \frac{9x}{10(10-x)} (1)$$

$$\frac{x}{1} = \frac{20}{2+t} \Rightarrow x = \frac{20}{2+t} (2)$$

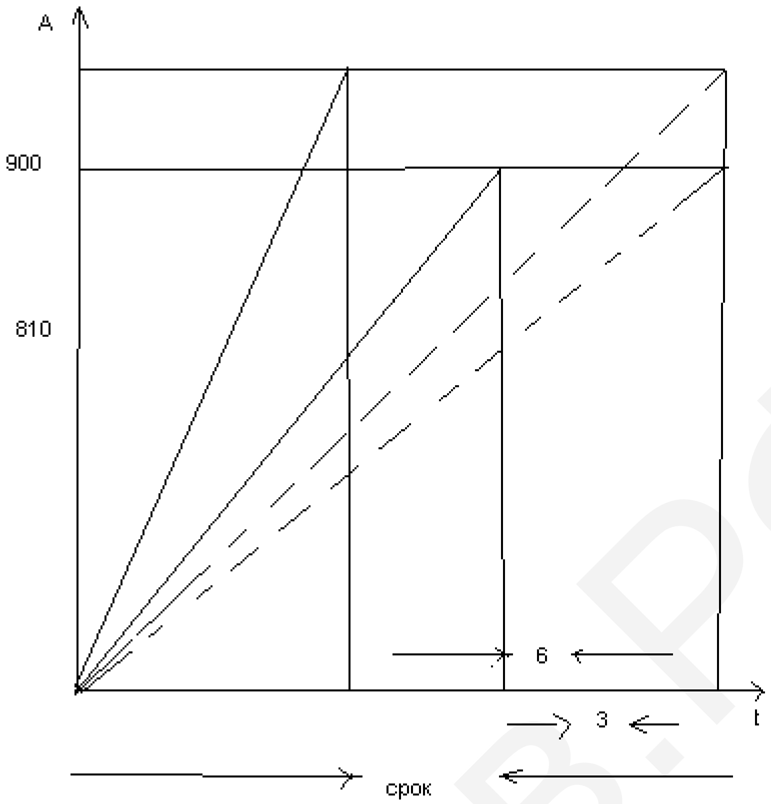
Из равенств (1) и (2) следует, что t=3, x=4, V_2 = 1/3(км/мин) или 20 км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

Задача 60

Одна мастерская должна была сшить 810 костюмов, другая за тот же срок должна была сшить 900 костюмов. Первая закончила выполнение заказа за 3 дня до срока, а вторая – за 6 дней до срока. По сколько костюмов в день шила каждая мастерская, если вторая мастерская шила в день на 4 костюма больше первой?

ЯГубов.РФ



Решение

В задаче идет речь о процессе пошива костюмов. Величины, которые характеризуют этот процесс: скорость (количество костюмов, сшитых в один день каждой мастерской), время работы каждой мастерской (число дней работы), результат работы (количество костюмов, сшитых каждой мастерской).

Зависимость между этими величинами выражается формулой

A= Vt.

Условия задачи и отношения между величинами отразим в таблице:

Процесс	Скорость	Время	Результат	Условия задачи
Работа первой мастерской	V	810/V	810	810/V + 3 –срок пошива костюмов
Работа второй мастерской	V+4	900/(V+4)	900	900/(V+4) + 6 срок пошива костюмов
				810/V + 3 =900/(V+4) + 6

$\frac{810}{x} + 3 = \frac{900}{x+4} + 6$,

270(x + 4) = (304 + x)x

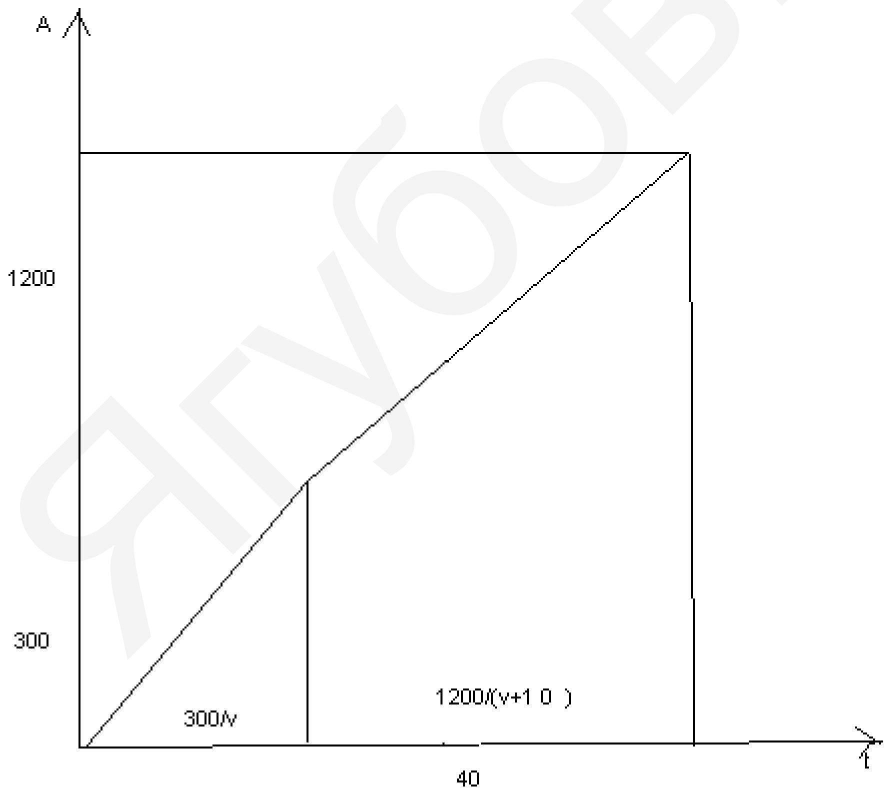
ягубов.рф

$x^2 + 3\,4x - 1\,080 = 0$
$D=74^2$
$x=20$
$x+4=24$

Ответ: 20 и 24

Задача 61
Выполнение заказа на изготовление 1500 радиоприемников было поручено двум заводам, из которых первый изготовлял за один день на 10 радиоприемников меньше, чем второй. Сначала этот завод выполнил 20% заказа, а потом второй завод выполнил оставшуюся часть заказа. Весь заказ был выполнен за 40 дней. Сколько приемников изготовлял каждый завод в среднем за день?

Решение



Процесс	Скорость	Время	Результат	Условия задачи
Изготовление приемников первым заводом	V	300/V	1500·0,2	
Изготовление приемников	V+10	1200/(V+10)	1500 -1500·0,2	

ЯГубов.РФ

вторым заводом				
				300/V+1200/(V+10)= 40

$$\frac{300}{x} + \frac{1200}{x+10} = 40$$

$300x + 300 + 1200x = 40x^2 + 400x$

$40x^2 - 1100x - 3000 = 0$

$4x^2 - 110x - 300 = 0$

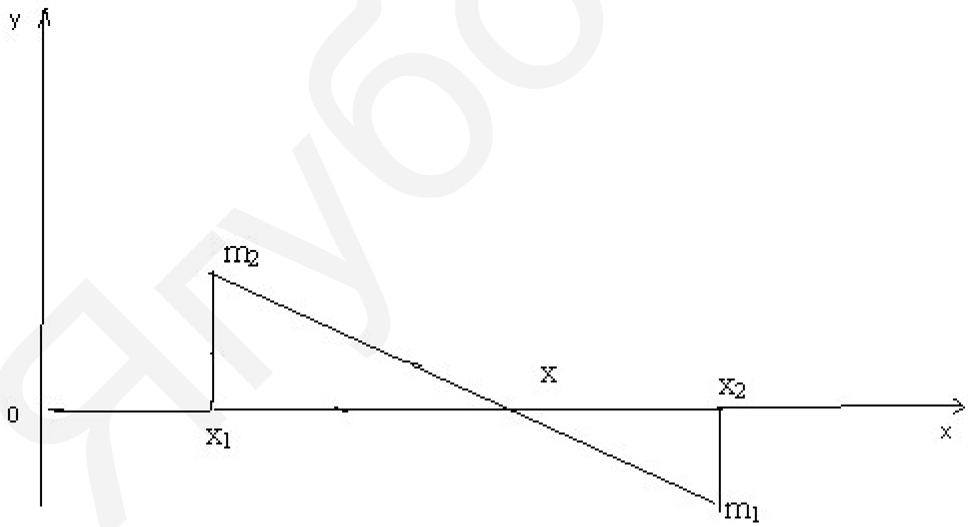
$D = 100*169$

$x = 30$, $x + 10 = 40$

Ответ: 30 и 40

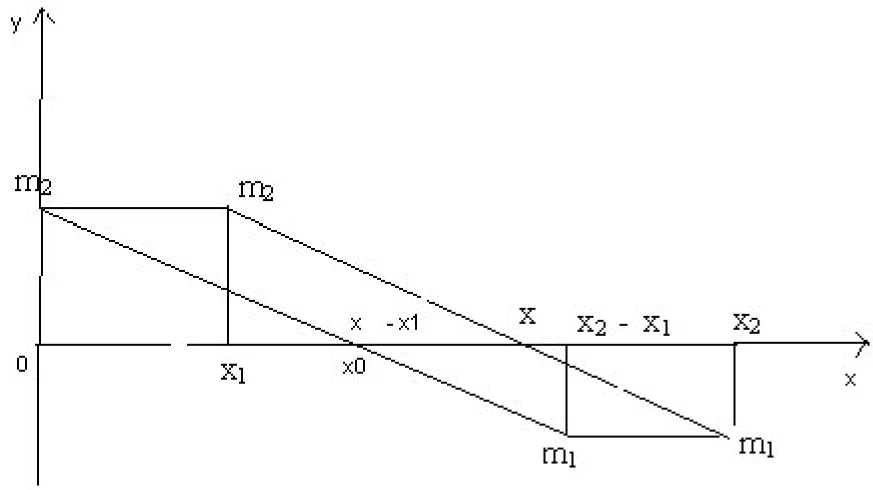
Задача 62

Смешали 1,4 литра кислоты с концентрацией 25, 6% и 2,8 литра кислоты с концентрацией 31, 6% . Какова концентрация кислоты в получившейся смеси?



$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

ЯГубов.РФ



$$x - x_1 = \frac{m_2(x_2 - x_1)}{m_1 + m_2}$$

Решение

х= $\frac{1{,}4 \cdot 25{,}6 + 2{,}8 \cdot 31{,}6}{1{,}4 + 2{,}8}$, воспользуемся равенством $\frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2(x_2 - x_1)}{m_1 + m_2} + x_1$ (1)

х - 25,6 = $\frac{2{,}8 \cdot 6}{4{,}2} = 4$, откуда х = 4+25,6= 29,6

Ответ: 29,6%

Задача 63

Смешали 40 см^3 жидкости плотностью 2,5 г/см^3 и 20 см^3 жидкости 1,5 г/см^3. Сколько кубических сантиметров второй жидкости следует добавить к этой смеси, чтобы плотность новой смеси составила 1,6 г/см^3.

Решение

По формуле (1) (задача 62) будем иметь

$\frac{40 \cdot 1}{40 + x} = 0{,}1 \Rightarrow x = 360$ см^3 второй жидкости в растворе, а добавить надо 340 см^3.

Ответ: 340 см^3

Задача 64

Имеется 40 литров 0,5 % - ого раствора и 50 литров 2% -ого раствора уксусной кислоты. Сколько нужно взять первого и сколько второго раствора, чтобы получить 30 л 1,5 % - ого раствора уксусной кислоты?

Решение

По формуле (1) (задача 62) будем иметь

$\frac{1{,}5 \cdot x}{30} = 1 \Rightarrow x = 20$,

ягубов.рф

20 л 2% -ого раствора и 10л 0,5 % раствора нужно взять.

Ответ: 10л и 20л.

Задача 65
Сосуд содержит p% - ый раствор кислоты. Из него отлили a литров и добавили то же количество q% - ого раствора кислоты (q<p). Затем после перемешивания эту операцию повторили (k-1) раз.
После чего получился r% - ый раствор кислоты. Каков объем сосуда?

Решение

По формуле (1)(задача 62) после первого переливания получим

p_1% - q% $=\frac{(V-a)(p-q)}{V} \Rightarrow p_1 = \frac{(V-a)(p-q)}{V} + q$, после второго

p_2% - q% $= \frac{(V-a)^2(p-q)}{V^2} \Rightarrow p_2 = \frac{(V-a)^2(p-q)}{V^2} + q$

После k– ого переливания получим: $r = \frac{(V-a)^k(p-q)}{V^k} + q \Rightarrow \left(\frac{V-a}{V}\right)^k = \frac{r-q}{p-q}$,

Далее $\frac{V-a}{V} = \left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}} \Rightarrow V = a : \left(1 - \left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$

Ответ: $a : \left(1 - \left(\frac{r-q}{p-q}\right)^{\frac{1}{k}}\right)$

Задача 66

Трое рабочих A, B и C, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 1 ч 20 мин. Эту же работу могут выполнить двое рабочих A и B, если A проработает 2 ч, а B – 3 ч. Определить, за сколько времени выполняет эту работу каждый рабочий а отдельности, если C выполняет ее в 2 раза быстрее, чем B.
Решение:
Совместная скорость выполнения всей работы $\frac{1}{1\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$, т.е. $V_A+V_B+V_C=\frac{3}{4}$.

Второе условие дает уравнение $2V_A+3V_B=1$, учитывая, что $V_C=2V_B$, имеем

$\begin{cases} 2V_A + 3V_B = 1 \\ V_A + 3V_B = \frac{3}{4} \end{cases}$, откуда $V_A=\frac{1}{4}$, $V_B=\frac{1}{6}$, $V_C=\frac{1}{3}$, соответственно время выполнения работы : 4, 6, 3 часа.

Ответ: 4, 6, 3 часа.

Задача 67
Пассажирский поезд обгоняет товарный, идущий по параллельному пути. Мимо машиниста товарного поезда пассажирский поезд проходит за 10 с, а мимо машиниста пассажирского поезда товарный проходит ха 40 с. если оба поезда двигались навстречу

друг другу, то продолжительность встречи (т.е. промежуток времени между встречей тепловозов и расставанием хвостовых вагонов) составила бы $16^2/3$ с. найдите отношение скорости пассажирского поезда к скорости товарного.

Решение

Пусть S_1 – длина пассажирского поезда, S_2 – длина товарного поезда, тогда

$\frac{S_1}{V_n - V_m} = 10$, $\frac{S_2}{V_n - V_m} = 40$, т.е. $S_1 = 10(V_n - V_m)$, $S_2 = 40(V_n - V_m)$.

При движении навстречу друг другу

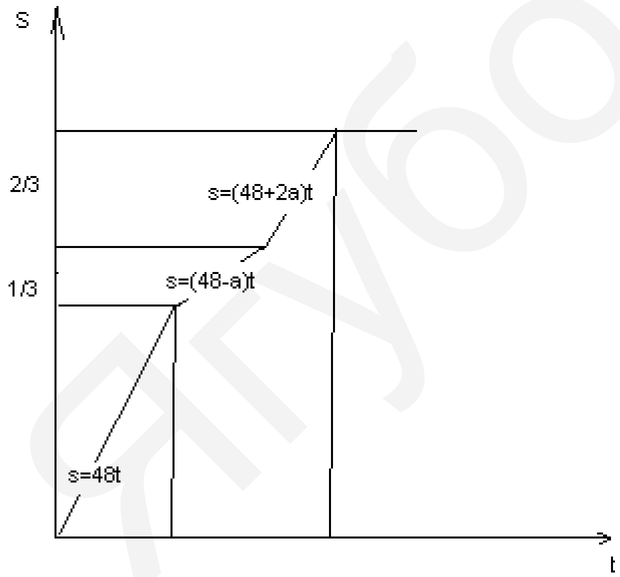
$\frac{S_1 + S_2}{V_n + V_m} = 16\frac{2}{3}$, т.е. $50(V_n - V_m) = \frac{50}{3}(V_n + V_m)$, откуда

$2V_n = 4V_m$, $\frac{V_n}{V_m} = 2$.

Ответ: $\frac{V_n}{V_m} = 2$

Задача 68

Автомобиль едет из пункта А в пункт В. От пункта А до С, он едет со скоростью 48 км/ч. В пункте С он уменьшает свою скорость на а км/ч и с этой скоростью едет 1/3 пути отС до В. Оставшуюся часть пути он едет со скоростью, которая на 2а км/ч превышает первоначальную скорость автомобиля. При каком значении а автомобиль быстрее всего проделает путь от С до В?



Решение

$$\frac{1/3}{48 - a} + \frac{2/3}{48 + 2a} = \frac{48}{(48 - a)(48 + 2a)} = t$$

Наименьшее значение достигается при а = 12(при этом значении квадратный трехчлен в знаменателе дроби принимает наибольшее значение)

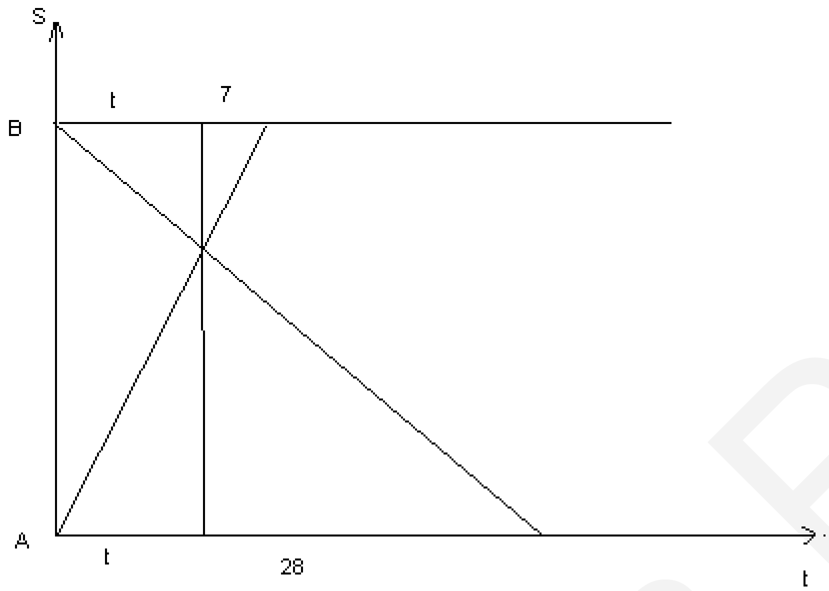
Ответ: 12

Задача 69

ЯГУБОВ.РФ

Из двух морских портов   и одновременно навстречу друг другу с постоянными скоростями вышли два теплохода. Первый прибыл в порт через 7 часов, а второй – через 28 часов после встречи. За сколько часов первый теплоход проходит весь путь?

Решение



$$\frac{28}{t} = \frac{t}{7} \Rightarrow t = 14$$

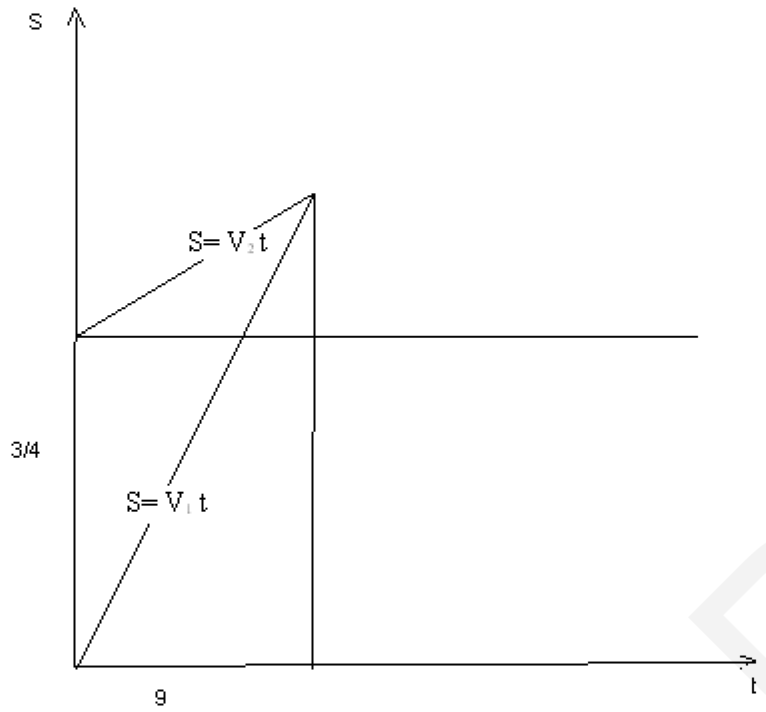
Первый теплоход проходит весь путь за 21 час.

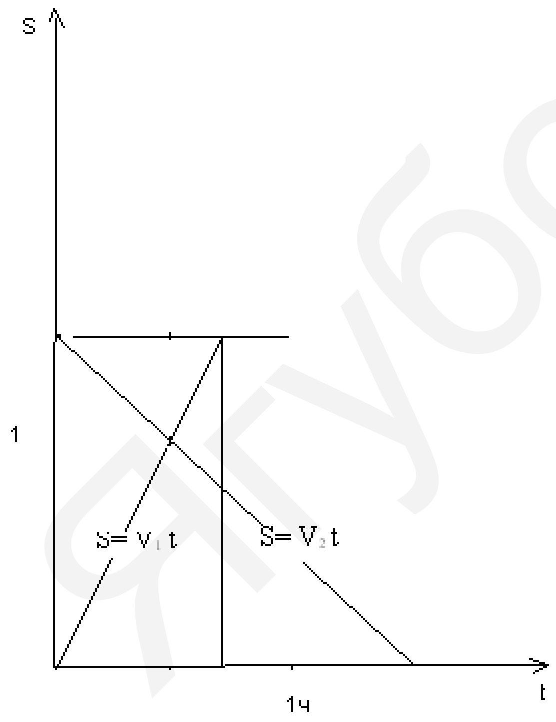
Ответ: 21час

Задача 70

В бассейн подведены две трубы: подающая и отводящая, причем через первую трубу бассейн наполняется на 1 час дольше, чем через вторую опустошается. При заполненном на 3/4 бассейна открыли обе трубы, и бассейн оказался пустым через 9 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет бассейн?

Решение





$$\frac{3/4}{v_1 - v_2} = 9 \qquad \Rightarrow v_1 = 1/4,$$

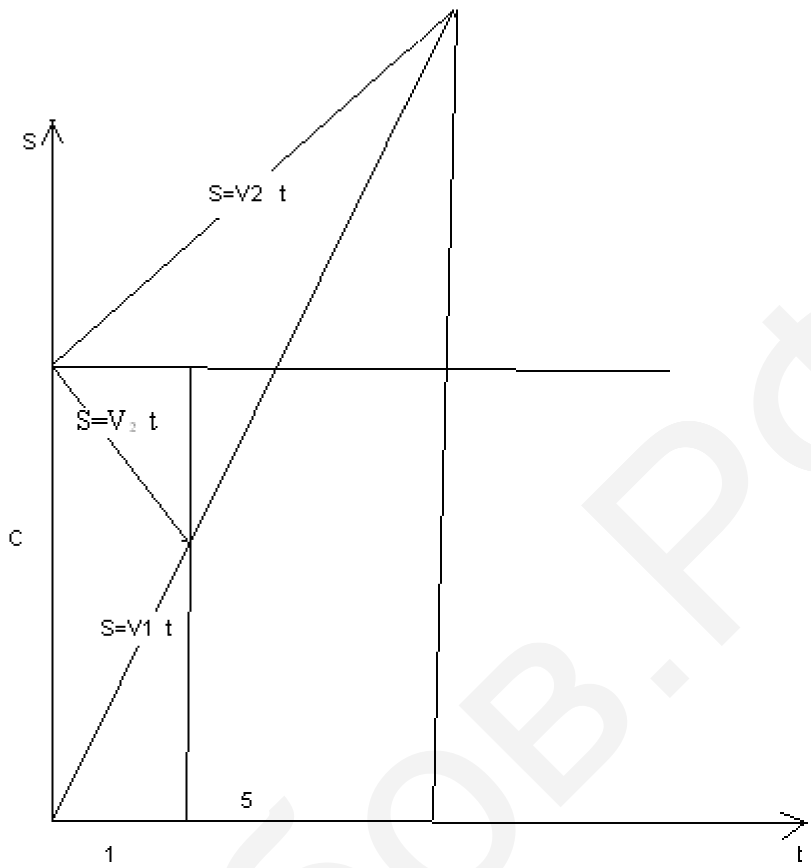
$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = 1 \qquad 1 : \frac{1}{4} = 4$$

За 4 часа первая труба наполняет бассейн.

Ответ: 4 часа

Задача 71

Отец и сын катаются на катке. Время от времени отец обгоняет сына. Когда сын стал двигаться по кругу в противоположном направлении, они стали встречаться в 5 раз чаще. Во сколько раз отец бегает на коньках быстрее своего сына?



Решение

Время между двумя обгонами, когда оба движутся в одном направлении

$\frac{C}{V_1 - V_2}$,

время между двумя встречами, когда движение навстречу - $\frac{C}{V_1 + V_2}$,

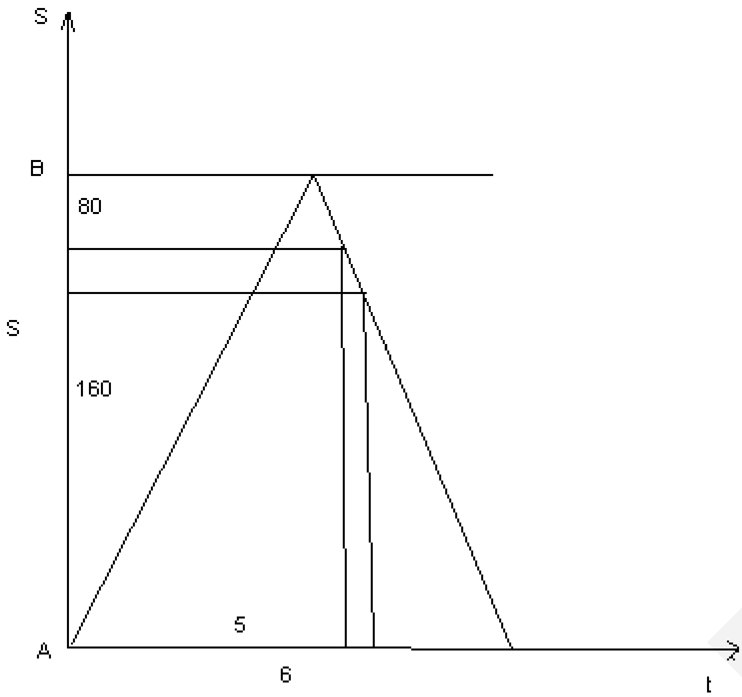
по условию: $\frac{C}{V_1 - V_2} = 5 * \frac{C}{V_1 + V_2}$, откуда $V_1+V_2 = 5(V_1-V_2)$, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

Задача 72

Машина выезжает из пункта А в пунктВ и, доехав доВ, тут же поворачивает обратно. Через 5 часов после выезда машина была в 80 км отВ, а еще через час- в 160 км от А . Известно, что на весь путь туда и обратно машина затратила не более 15 часов. Найдите расстояние от А до В.

Решение



$$\frac{S+80}{5}=\frac{2s-160}{6}\Rightarrow s=320$$

Ответ: 320км

Тест 4

№	Задача	Ответы
73	Имеется 10 ящиков. В некоторых из них лежит по 10 ящиков меньшего размера, и в некоторых из меньших ящиков лежат еще 10 ящиков. Сколько всего ящиков, если заполнено всего 54 ящика?	1)580 2)600 3)550 4)520 5)650
74	**О**дин рабочий бригады, состоящей из 5 человек, производит в среднем 14 деталей в час, причем, каждый из рабочих производит в час целое число деталей, не превышающее 16. Сколько деталей в час при этих условиях может делать рабочий с самой низкой производительностью?	1)5 2)6 3)8 4)14 5)10
75	У крестьянина были коза, корова и кобыла, а еще стог сена и сын. Сын подсчитал, что этого сена хватит, чтобы кормить козу и кобылу 1 месяц, или козу и корову ¾ месяца, или же корову и кобылу 3 месяца. Отец сказал, что последнее значение должно быть меньше, чем: Выберите правильный ответ	1) первое; 2) второе; 3) суммы первого и второго; 4) полусуммы первого и второго; 5) полуразности первого и второго

	Имеется лист бумаги. Его можно разрезать на 6 или 12 частей. Каждый новый кусок можно разрезать также на 6 или 12 частей или оставить целым и так далее. Можно ли таким образом разрезать лист на указанное число частей?	1)30 2)35 3)40 4)41 5)50
77	В шахматном турнире участвовали три ученика 7 класса и несколько учеников 8 класса. Три семиклассника набрали вместе 7 очков, каждый из восьмиклассников одно и тоже число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?	1)2,4,8 2)2,6 34,6 4)8.10 5)6
78	Цены снижены на 20 %. На сколько процентов больше можно купить товаров на ту же зарплату	1)30 2)35 3)40 4)41 5)50
79	В математическом кружке число девочек больше 40%, но меньше 50% от всех участников. Какое наименьшее число участников кружка может быть при этих условиях?	1)6 2)7 3)40 4)15 5)8
80	В свежих грибах влага составляет 9/10 общей массы, а в сушеных – 1/10. Сколько нужно собрать грибов, чтобы заготовить 1 пуд сушеных грибов?	1)10 2)12 3)9 4)8 5)5
81	Площади круга и квадрата составляют соответственно 70% и 60% площади их объединения. Сколько процентов площади квадрата находиться вне круга?	1)30 2)35 3)40

		4)41 5)50
82	В первый день лодка прошла расстояние по реке и вернулась обратно. Во второй день лодка прошла то же расстояние по озеру и вернулась обратно Могут ли время движения по реке и по озеру (в часах) быть равными:	1)6 и 8 2)8 и 6 3)6 и 6 4) 3 и 6 5)6 и 3
83	Прибывших на парад солдат планировали построить так, чтобы в каждом ряду стояло по 24 человека. По прибытии оказалось, что не все солдаты смогут участвовать в параде, и их перестроили так, что число рядов стало на 2 меньше, а число человек в ряду – на 26 больше нового числа рядов. Сколько солдат прибыло на парад, если известно, что если бы все они участвовали, роту можно было бы перестроить так, чтобы число человек рядов было равно числу человек в ряду?	1)136 2)135 3)144 4)141 5)156
84	Сумма в 95 копеек составлена из пятикопеечных и десятикопеечных монет общим числом не более 14. Если две десятикопеечные монеты заменить пятачками, все пятачки десятикопеечными монетами, общая сумма уменьшится более чем в 1,5 раза. Сколько пятачков и десятикопеечных монет было первоначально? Решение:	1)2 и 8 2)1 и 6 3)1 и 9 4) 2 и 6 5)2 и 3
85	Токарю было поручено сделать 90 деталей, а ученику – 35. Первые 30 деталей токарь делал с производительностью вдвое большей, чем ученик. Известно также, что, изготовляя остальные 60 деталей, он делал еще на 2 детали в час больше и закончил свою работу более чем на 1 час позже ученика. Однако если бы токарь и первые 30 деталей делал с такой же производительностью, что и оставшееся 60, то он закончил бы работу не ранее чем через 30 минут после ученика. Какова производительность ученика?	1)136 2)135 3)144 4)141 5)156
86	Продажная цена коробки мыла составляет 14. Во время распродажи цена была снижена на 10%. Цена коробки мыла на распродаже была выше себестоимости коробки мыла на 20%. Какова себестоимость коробки мыла?	1)1б,6 2)13,5 3)10,5 4)11 5)11,6
87	В сосуд емкостью 16 л налито 14 л 70%- ого раствора серной кислоты; во второй сосуд той же	1)6

	емкости налито 3 л 90% - раствора серной кислоты. Сколько литров раствора нужно перелить из первого сосуда во второй, чтобы в нем получился 75% раствор серной кислоты?	2)13 3) 4 4)8 5)9
88	Бригаде грузчиков выделена некоторая сумма денег на разгрузку баржи, однако 3 человека заболели и в работе не участвовали. Оставшиеся выполнили задание, заработав на 1,5 тысячи рублей больше, чем в случае работы в составе полной бригады? Определите выделенную бригаде сумму денег, если 5% сбор за банковский перевод обошелся работодателю дополнительно в величину, находящуюся в пределах от 1,2 до 1,6 тысяч рублей?	1)6 2)13 3) 4 4)8 5)9
89	В сосуде объемом 5 литров находилось некоторое количество 30% раствора кислоты. Затем в сосуд было добавлено какое-то количество 40% раствора такой же кислоты, в результате чего сосуд был заполнен полностью. После этого из сосуда было отлито 0,5 литра полученного раствора и затем опять налито такое же количество 40% раствора. В результате сосуд оказался заполненным 34% -м раствором. Сколько литров было в сосуде первоначально?	1)10/3 2)8/3 3)3 4)2 5)5/3
90	Из пунктов Аи В, расстояние между которыми равно 2 км, вниз по течению реки одновременно начинают движение плот и лодка соответственно. В тот же момент времени из пункта В навстречу плоту начинает движение катер. Собственная скорость лодки равна скорости течения, собственная скорость катера в два раза превышает скорость течения. Встретив плот, катер мгновенно разворачивается обратно и следует до встречи с лодкой, после чего снова разворачивается в сторону плота до встречи с ним, затем опять к лодке и т.д. Сколько раз катер встретит плот за время, в течение которого плот преодолеет расстояние, равное 1000 км?	1)27 2)81 3) 9 4)7 5)18
91	Фермер получил кредит под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк 1/6 часть суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита фермер внес сумму, на 20% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в этом банке?	1)15 2)12 3) 20 4)24

		5)18
92	Из пункта А в пункт Б вниз по течению реки отправляется катер, скорость которого в стоячей воде равна v. В пункте Б, где приток впадает в реку, катер поворачивает к пункту В, расположенному вверх по течению реки. Расстояния от А до Б и от Б до В равны. Скорости течения притока и реки равны u_1 и u_2 соответственно. На координатной плоскости (u_1 ; u_2) отмечена область, для всех точек которой время движения $A \to Б \to В$ меньше, чем время движения, которое затратил бы катер на прохождение такого расстояния в стоячей воде. Этой области принадлежат точки:	1) (V;15V); 2) (2V;15V); 3) (14V;16V); 4) (3V; V); 5) (3V; 4 V).
93	Из пунктов А и В, расстояние между которыми 120км, навстречу друг другу движутся два поезда. Если первый выйдет из А на 2 часа раньше, чем второй выйдет из В, то они встретятся на середине пути. За какое время первый поезд проходит расстояние от А доВ, если через час после встречи расстояние между поездами будет равно 80 км?	1)7 2)8 3) 9 4)6 5)10
94	Из пункта А в пункт В вышел пешеход и выехал велосипедист, а из В в А выехал верховой. Все трое отправились в путь одновременно. Через 2 часа велосипедист и верховой встретились на расстоянии 3 км от середины АВ, а еще через 48 мин. встретились пешеход и верховой. Найдите скорость каждого, если известно, что пешеход движется вдвое медленнее велосипедиста.	1)2, 4 и 8 2)1,2 и 6 3)1,2 и 9 4) 6,12 и 9 5)4,8 и 12
95	Из города А в город В, находящийся из расстоянии 105 км от с постоянной скоростью v км/ч. Через 30 мин вслед за ним из А со скоростью 40 км/ ч выезжает автомобиль. Догнав в пути автобус, он поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определите все те значения v, при которых автомобиль возвращается в А позже, чем автобус приходит в В.	1)V>37 2)V>48 3) V>29 4)V>36 5)V>30

Задача 73

Имеется 10 ящиков. В некоторых из них лежит по 10 ящиков меньшего размера, и в некоторых из меньших ящиков лежат еще 10 ящиков. Сколько всего ящиков, если заполнено всего 54 ящика?

Решение

Пусть x ящиков заполнены ящиками меньшего размера, и y ящиков меньшего размера, в которых тоже помещены ящики, тогда x+y=54. А число всех ящиков 10+10x+10y.

10+10x+10y=10(1+x+y)=550 ящиков.

Ответ: 550 ящиков

Задача 74

Один рабочий бригады, состоящей из 5 человек, производит в среднем 14 деталей в час, причем, каждый из рабочих производит в час целое число деталей, не превышающее 16. Сколько деталей в час при этих условиях может делать рабочий с самой низкой производительностью?

Решение

Пусть V_1, V_2, V_3, V_4 более высокие производительности, V_5 - самая низкая. Тогда $(V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5):5 = 14$. Минимальное значение V_5 возможно при максимальных значениях V_1, V_2, V_3, V_4, не превышающих числа 16, т.е. равных 16.

Откуда $(16\cdot 4+ V_5) = 14$, $V_5 = 6$

Ответ 6

Задача 75

У крестьянина были коза, корова и кобыла, а еще стог сена и сын. Сын подсчитал, что этого сена хватит, чтобы кормить козу и кобылу 1 месяц, или козу и корову ¾ месяца, или же корову и кобылу 3 месяца. Отец сказал, что последнее значение должно быть меньше, чем 1) первое; 2) второе; 3) суммы первого и второго; 4) полусуммы первого и второго; 5) полуразности первого и второго.

Выберите правильный ответ

Решение

Пусть x – скорость поедания сена козой, y – коровой, z – кобылой, тогда

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=\dfrac{4}{3} \\ z+y=a \end{cases} \Rightarrow x+y+z=\frac{7}{6}+\frac{a}{2} \Rightarrow x=\frac{7}{6}+\frac{a}{2}-a>0 \Rightarrow a<\frac{7}{3} \quad ,$$

Ответ:3

Задача 76

Имеется лист бумаги. Его можно разрезать на 6 или 12 частей. Каждый новый кусок можно разрезать также на 6 или 12 частей или оставить целым и так далее. Можно ли таким образом разрезать лист на: 30, 35,40, 41, 50 частей?

Решение

При каждом разрезании количество частей увеличивается на 5 или 11 частей, поэтому общее количество частей после нескольких разрезаний будет $1+5x+11y$, очевидно, что $1+5x+11y = 50$, если $y = 4$, $x=1$.

Ответ: можно на 50

Задача 77

В шахматном турнире участвовали три ученика 7 класса и несколько учеников 8 класса. Три семиклассника набрали вместе 7 очков, каждый из восьмиклассников одно и тоже число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Решение

Пусть в турнире участвовало *x* восьмиклассников, и пусть каждый из них набрал *t* очков. Тогда все восьмиклассники набрали *xt* очков, а всего в турнире разыгрывалось *xt*+7 очков. В то же время известно, что в турнире участвовало *x*+3 игрока, значит, всего разыгрывалось $\frac{(x+3)(x+2)}{2}$ очков, значит, $xt+7=\frac{(x+3)(x+2)}{2}$. После преобразования получим $2xt+14=x^2+5x+6$, где 2t, x – натуральные, $2t=x+5+\frac{8}{x}$. Решая последнее уравнение в целых числах, получим x = 2, 4 или 8.

Ответ: 2, 4 или 8.

Задача 78

Цены снижены на 20 %. На сколько процентов больше можно купить товаров на ту же зарплату?

Решение

Пусть x единиц товара можно было купить по ценам y. Тогда стоимость покупок будет xy. После снижения цен новые цены соответственно 0,8y. на прежние деньги xy можно купить по новой цене xy: 0,8y=1,25x единиц товара, т.е. на 25 % больше.

Ответ: на 25 %

Задача 79

В математическом кружке число девочек больше 40%, но меньше 50% от всех участников. Какое наименьшее число участников кружка может быть при этих условиях?

Решение:

Пусть в математическом кружке x девочек, z мальчиков, тогда

$$\left(\frac{2}{5}<\frac{x}{z+x}<\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow\left(2<\frac{z+x}{x}<\frac{5}{2}\right)\Leftrightarrow\left(2<1+\frac{z}{x}<\frac{5}{2}\right)\Leftrightarrow\left(1<\frac{z}{x}<\frac{3}{2}\right).$$

Очевидно, что x = 3, z = 4 – наименьшие натуральные, удовлетворяющие неравенству.

x+ z = 7, всего 7 человек в кружке.

Ответ: 7 человек.

Задача 80

В свежих грибах влага составляет 9/10 общей массы, а в сушеных – 1/10. Сколько нужно собрать грибов, чтобы заготовить 1 пуд сушеных грибов?

Решение

Сухой массы в сушеных грибах $\frac{9}{10}$ пуда. Эта же масса в свежих грибах составляет $\frac{1}{10}$ всех грибов надо собрать $\frac{9}{10}\cdot 10=9$ пудов.

Ответ: 9 пудов.

Задача 81

Площади круга и квадрата составляют соответственно 70% и 60% площади их объединения. Сколько процентов площади квадрата находиться вне круга?

Решение

30% от объединения составит площадь части квадрата без пересечения, 60% от объединения составляет площадь квадрата. Значит, половина квадрата находится вне круга.

Ответ:50 %

Задача 82

В первый день лодка прошла расстояние по реке и вернулась обратно. Во второй день лодка прошла то же расстояние по озеру и вернулась обратно

Могут ли время движения по реке и по озеру (в часах) быть равными:

1)6 и 8
2)8 и 6
3)6 и 6
4) 3 и 6
5)6 и 3

Решение

Пусть $V_л$ – собственная скорость лодки, а V_T – скорость течения реки. Тогда $\frac{S}{V_л+V_T}+\frac{S}{V_л-V_T}$ - время движения лодки по реке, а $\frac{2S}{V_л}$ - время движения лодки по озеру.

Рассмотрим разность $\frac{S}{V_л+V_T}+\frac{S}{V_л-V_T}+\frac{2S}{V_л}=\frac{2SV_л}{V_л^2-V_T^2}-\frac{2S}{V_л}$, т.к. $\frac{2S}{V_л-\frac{V_T^2}{V_л}}-\frac{2S}{V_л}>0$, то

время движения лодки по реке больше.

Ответ: Время движения лодки по реке больше.

Задача 83

Прибывших на парад солдат планировали построить так, чтобы в каждом ряду стояло по 24 человека. По прибытии оказалось, что не все солдаты смогут участвовать в параде, и их перестроили так, что число рядов стало на 2 меньше, а число человек в ряду – на 26 больше нового числа рядов. Сколько солдат прибыло на парад, если известно, что если бы все они участвовали, роту можно было бы перестроить так, чтобы число человек рядов было равно числу человек в ряду?

Решение

Обозначим первоначально предполагавшееся число рядов за N, тогда число прибывших солдат будет равно 24N. После перестройки число рядов стало равным N-2, а число человек в ряду, большее числа рядов на 26, соответственно N+24. Число солдат после перестановки меньше, чем число прибывших первоначально. Зная, что число солдат после перестроения будет (N-2)(N+24), запишем неравенство

$24N > (N - 2)(N+24)$, равносильное следующему: $N^2-2N-48<0$.

Решая его, получим, что число рядов, лежит в интервале (-6;8). Число рядов N может быть лишь целым и положительным, т.е. возможно всего семь целых чисел от 1 до 7. Следует учесть и сообщение о построении роты «квадратом» (число человек равно числу рядов), первоначальное число солдат 24N должно быть полным квадратом. Но из чисел от 1 до 7 последнему условию удовлетворяет лишь N =6. При этом число солдат равно 144.

Ответ: 144.

Задача 84

ЯГУБОВ.РФ

Сумма в 95 копеек составлена из пятикопеечных и десятикопеечных монет общим числом не более 14. Если две десятикопеечные монеты заменить пятачками, все пятачки десятикопеечными монетами, общая сумма уменьшится более чем в 1,5 раза. Сколько пятачков и десятикопеечных монет было первоначально?

Решение:

Пусть n и m – количества пятикопеечных и десятикопеечных монет соответственно. Условие задачи приводит к системе

$$\begin{cases} 5n+10m=95 \\ m+n\le 14 \\ 1.5(10n+5m)\le 95 \end{cases}$$

Заметим, что m ≤ 9 (если m ≥ 10, то 10m ≥ 100 > 95). После упрощений имеем равносильную систему

$$\begin{cases} n+2m=19 \\ m+n\le 14 \\ 6n+3m\le 38 \end{cases}$$

Из уравнения получим n = 19 – 2m. Подстановка в неравенства приводит к системе

$$\begin{cases} n+19-2m\le 14 \\ 6(19-2m)+3m\le 38 \\ m\le 9 \end{cases}\qquad (*)\ \text{или}$$

$$\begin{cases} m\ge 5 \\ 9m\ge 76\ \ (**) \\ m\le 9 \end{cases}$$

Единственное натуральное число, удовлетворяющее системе (**), m = 9.

Ответ: 1 пятикопеечная и 9 десятикопеечных.

Задача 85

Токарю было поручено сделать 90 деталей, а ученику – 35. Первые 30 деталей токарь делал с производительностью вдвое большей, чем ученик. Известно также, что, изготовляя остальные 60 деталей, он делал еще на 2 детали в час больше и закончил свою работу более чем на 1 час позже ученика. Однако если бы токарь и первые 30 деталей делал с такой же производительностью, что и оставшееся 60, то он закончил бы работу не ранее чем через 30 минут после ученика. Какова производительность ученика?

Решение

Пусть X > 0 – производительность ученика (скорость работы). Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{30}{2x}+\dfrac{60}{2x+2}\ge \dfrac{35}{x}+1 \\ \dfrac{90}{2x+2}\ge \dfrac{35}{x}+\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Первое неравенство приведем к виду $\dfrac{x^2-9x+20}{x(x+1)}\le 0$, и получим,

что 4 ≤ X ≤ 5 (1).

Второе неравенство приводится к виду $\dfrac{(x-5)(x-14)}{2x(x+1)}\le 0$, что дает

ягубов.РФ

$5 \le x \le 14$ (2).
Из неравенств (1) и (2) следует $x = 5$

Ответ: 5 деталей в час.

Задача 86
Продажная цена коробки мыла составляет 14. Во время распродажи цена была снижена на 10%. Цена коробки мыла на распродаже была выше себестоимости коробки мыла на 20%. Какова себестоимость коробки мыла?

Решение

Во время распродажи цена коробки мыла составляла $14 \cdot 0{,}9 = 12{,}6$
Эта цена составляла 120% от себестоимости, себестоимость коробки мыла составляла $12{,}6 : 1{,}2 = 10{,}5$
Ответ: 10,5

Задача 87

В сосуд емкостью 16 л налито 14 л 70%- ого раствора серной кислоты; во второй сосуд той же емкости налито 3 л 90% - раствора серной кислоты. Сколько литров раствора нужно перелить из первого сосуда во второй, чтобы в нем получился 75% раствор серной кислоты?

Решение
$$\frac{3 \cdot 90 + 70 \cdot x}{3 + x} = 75 \Rightarrow \frac{3 \cdot 20}{3 + x} = 5 \Rightarrow 9$$

Ответ 9л

Задача 88
Бригаде грузчиков выделена некоторая сумма денег на разгрузку баржи, однако 3 человека заболели и в работе не участвовали. Оставшиеся выполнили задание, заработав на 1,5 тысячи рублей больше, чем в случае работы в составе полной бригады? Определите выделенную бригаде сумму денег, если 5% сбор за банковский перевод обошелся работодателю дополнительно в величину, находящуюся в пределах от 1,2 до 1,6 тысяч рублей?
Решение
Пусть S – сумма, выделенная грузчикам. Если Y- сумма переданная банку, то S= 0, 95Y,

Y= 20/19S, тогда 1,2<1/19S<1,6, 22,8< S< 30,4.

$\frac{S}{x-3} - \frac{S}{x} = 1{,}5 \Rightarrow 2S = x(x-3)$. Поскольку x- целое, то единственное целое , удовлетворяющее условию 45,6< x(x-3) <60, 8 x = 9.

Ответ: 9тыс. руб.

Задача 89

В сосуде объемом 5 литров находилось некоторое количество 30% раствора кислоты. Затем в сосуд было добавлено какое-то количество 40% раствора такой же кислоты, в результате чего сосуд был заполнен полностью. После этого из сосуда было отлито 0,5 литра полученного раствора и затем опять налито такое же количество 40% раствора. В результате сосуд оказался заполненным 34% -м раствором. Сколько литров было в сосуде первоначально?

Решение

$$\frac{x\cdot 30+y\cdot 40}{5}=n\Rightarrow \frac{y\cdot 10}{5}=n-30\Rightarrow n=2y+30 \text{(по формуле(1) задачи62)}$$

$$\frac{4{,}5(2y+30)+0{,}5\cdot 40}{5}=34\Rightarrow \frac{0{,}5(10-2y)}{5}=4-2y\Rightarrow y=\frac{5}{3}$$

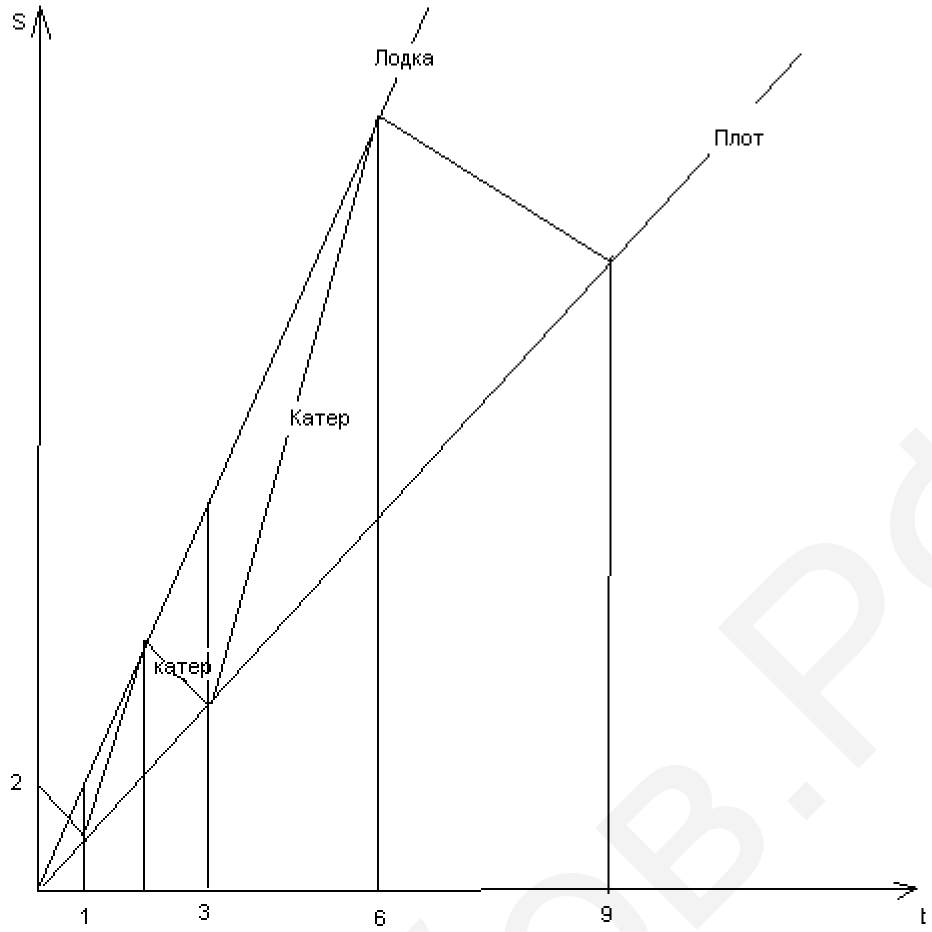
5-5/3=10/3

Ответ:10/3 л

Задача 90

Из пунктов Аи В, расстояние между которыми равно 2 км, вниз по течению реки одновременно начинают движение плот и лодка соответственно. В тот же момент времени из пункта В навстречу плоту начинает движение катер. Собственная скорость лодки равна скорости течения, собственная скорость катера в два раза превышает скорость течения. Встретив плот, катер мгновенно разворачивается обратно и следует до встречи с лодкой, после чего снова разворачивается в сторону плота до встречи с ним, затем опять к лодке и т.д. Сколько раз катер встретит плот за время, в течение которого плот преодолеет расстояние, равное 1000 км?

Решение



Встречи катера и плота будут происходить через 1, 3, 9, 27,81,243,729 … часов от начала движения. Первая встреча произошла через 1 час, за это время плот прошел 1 км. Седьмая встреча произошла на расстоянии 729 км, восьмая - на расстоянии, большем 1000.
Всего – 7 встреч
Ответ: 7

Задача 91
Фермер получил кредит под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк 1/6 часть суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита фермер внес сумму, на 20% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в этом банке?

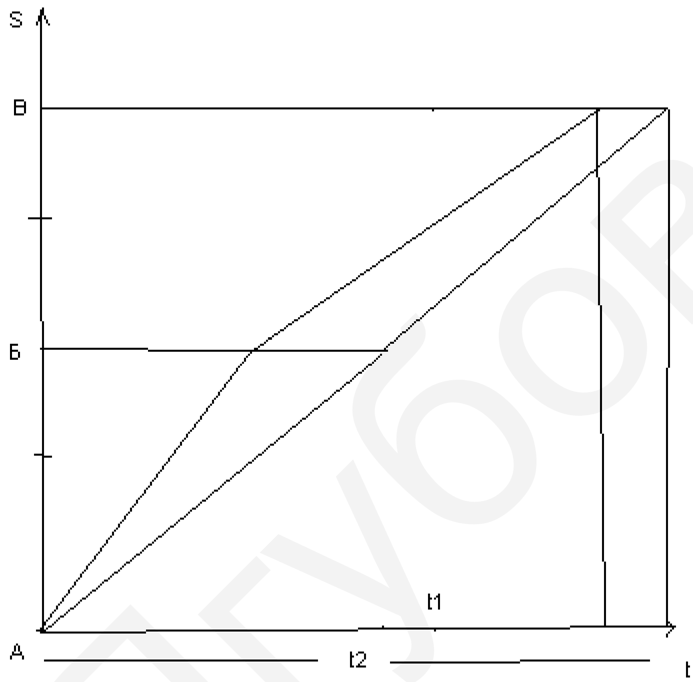
Решение
Пусть A – кредит, который получил фермер, n –процентов годовых предложил банк. Через год фермер вернул сумму: (A(1+n/100))/6, осталось вернуть 5/6(A(1+n/100), а через год нужно было вернуть 5/6 $(A(1+n/100)^2$, что составляет 1,2 A ,получаем уравнение 5/6 $(A(1+n/100)^2 = 1,2$ A.
Откуда n= 20

Ответ: 20

Задача 92

Из пункта А в пункт Б вниз по течению реки отправляется катер, скорость которого в стоячей воде равна v. В пункте Б, где приток впадает в реку, катер поворачивает к пункту В, расположенному вверх по течению реки. Расстояния от А до Б и от Б до В равны. Скорости течения притока и реки равны u_1 и u_2 соответственно. На координатной плоскости (u_1 ; u_2) отмечена область, для всех точек которой время движения $A \to Б \to В$ меньше, чем время движения, которое затратил бы катер на прохождение такого расстояния в стоячей воде. Этой области принадлежат точки:

6) (V;15V);
7) (2V;15V);
8) (14V;16V);
9) (3V; V);
10) (3V;4 V).



По условию задачи

$t_1 < t_2$, т.е.

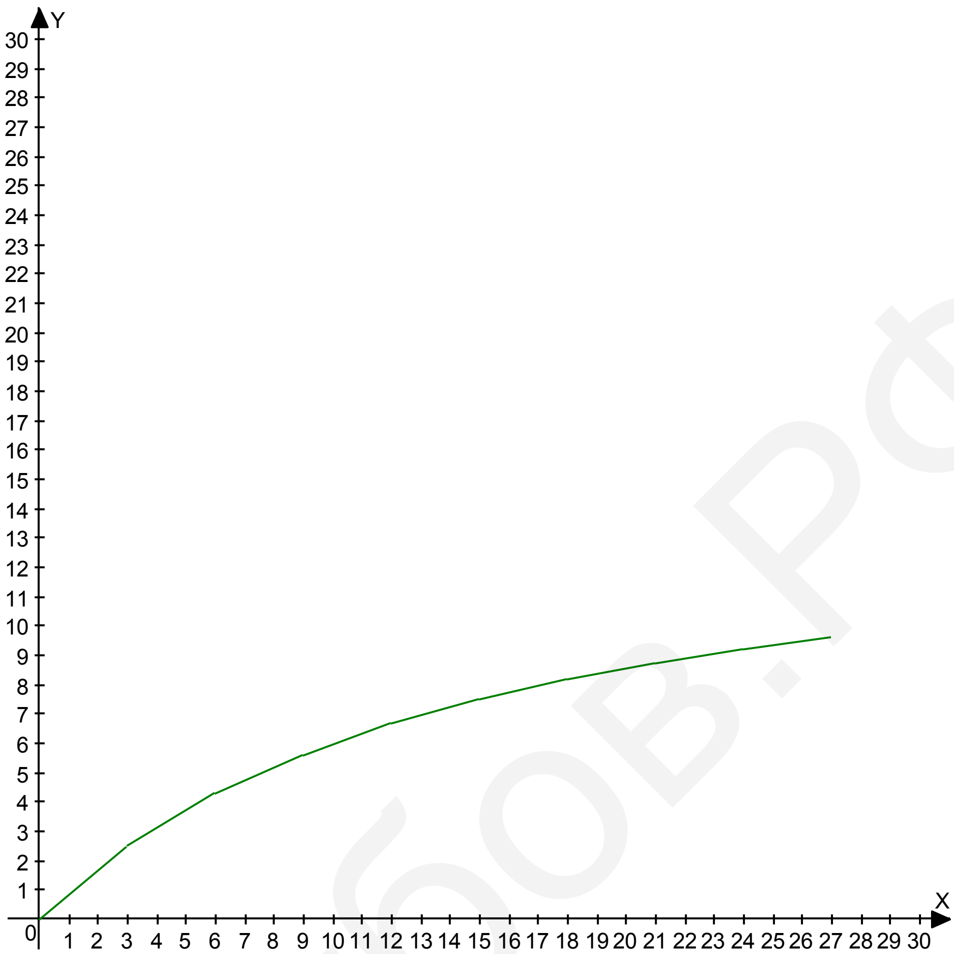
$$\frac{\frac{s}{2}}{v+u_1}+\frac{\frac{s}{2}}{v-u_2}<\frac{s}{v}, откуда$$

$$u_2 < \frac{vu_1}{2u_1+v}$$

Построим график функции $y=\frac{vx}{2x+v}$ в системе координат (XOY) или $u_2=\frac{vu_1}{2u_1+v}$ (в системе $U_2 OU_1$)

ягубов.рф

В соответствии со знаком неравенства область, для всех точек которой время движения $A \to Б \to B$ меньше, чем время движения, которое затратил бы катер на прохождение такого расстояния в стоячей воде будет расположена между графиком и осью OX (OU_1). Этой области принадлежит точка (3V;V).

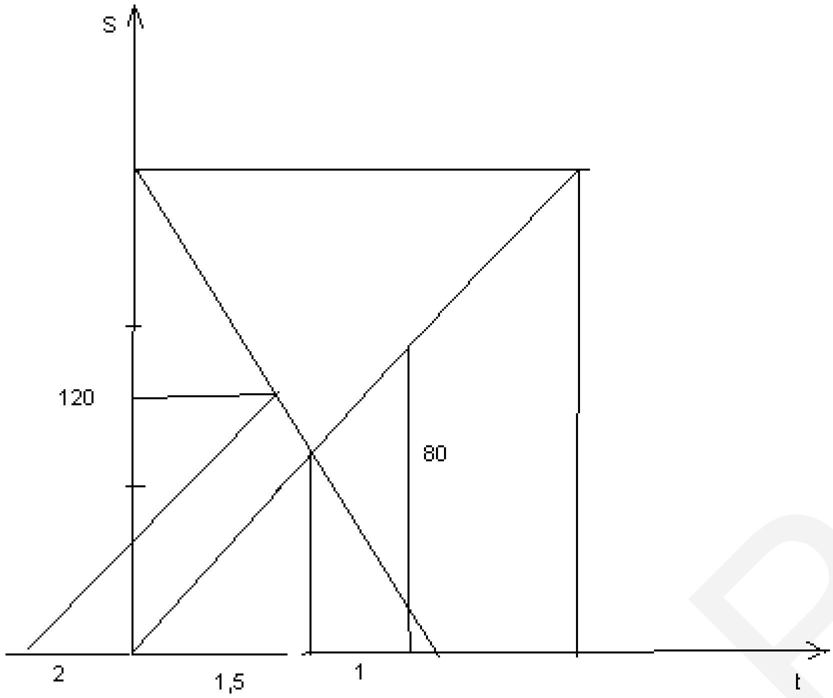


Задача 93

Из пунктов А и В, расстояние между которыми 120км, навстречу друг другу движутся два поезда. Если первый выйдет из А на 2 часа раньше, чем второй выйдет из В, то они встретятся на середине пути. За какое время первый поезд проходит расстояние от А доВ , если через час после встречи расстояние между поездами будет равно 80 км?

Решение

ЯГубов.РФ



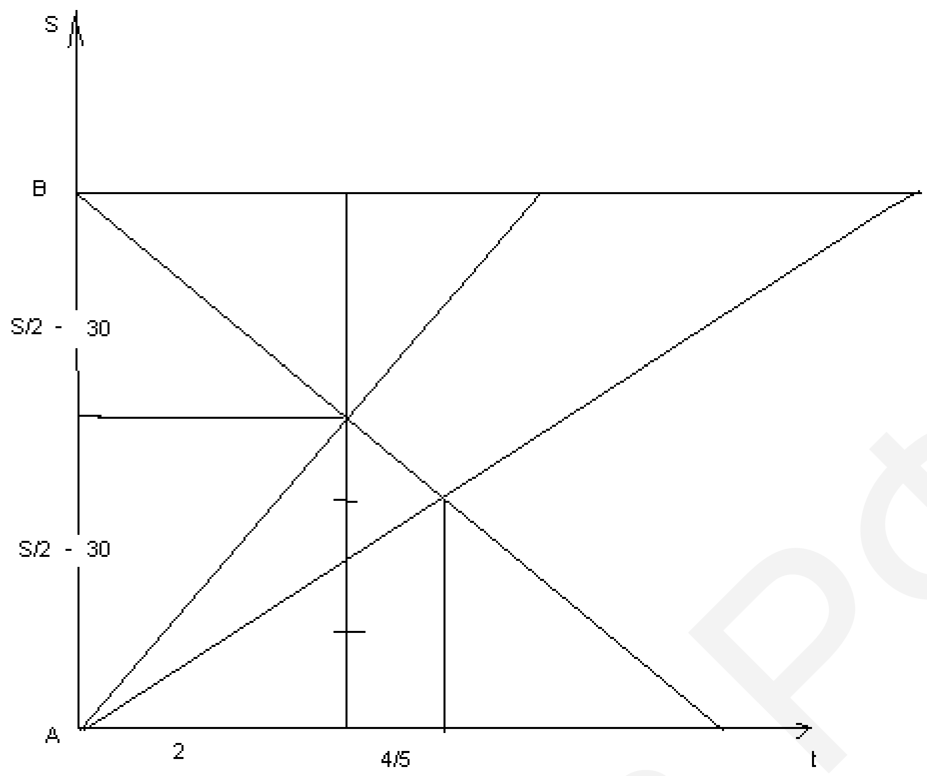
$V_1 + V_2 = 80\,(1)$

$$\frac{120 - 2V_1}{80} = \frac{60}{V_2}\,(2)$$

Из равенств (1) и (2) получим V_1 = 20, а время, за которое первый поезд проходит расстояние от А доВ равно 120: 20 = 6(ч)
Ответ: 6 ч.

Задача 94
Из пункта А в пункт В вышел пешеход и выехал велосипедист, а из В в А выехал верховой. Все трое отправились в путь одновременно. Через 2 часа велосипедист и верховой встретились на расстоянии 3 км от середины АВ, а еще через 48 мин. встретились пешеход и верховой. Найдите скорость каждого, если известно, что пешеход движется вдвое медленнее велосипедиста.
Решение

Ягубов.РФ

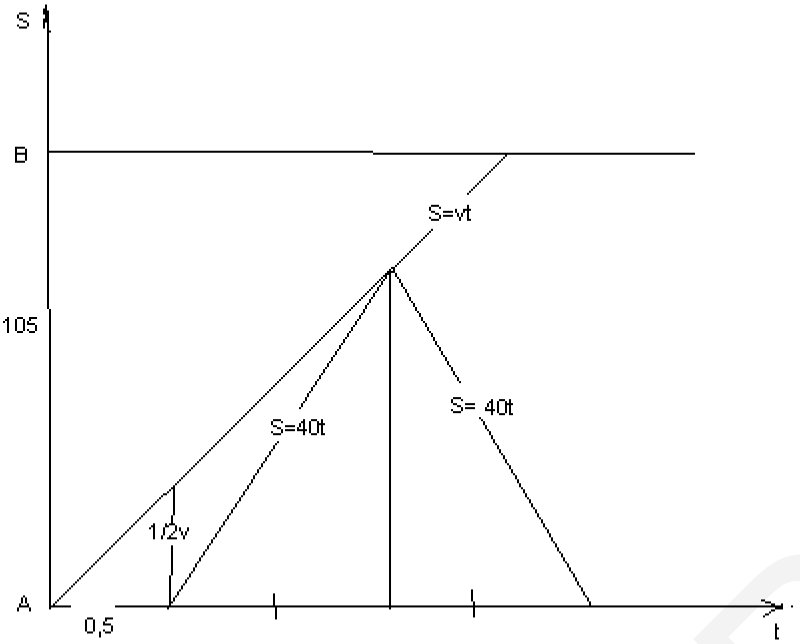


$$\left.\begin{aligned}\frac{S}{2V_1+V_2}&=2\\ \frac{S}{V_1+V_2}&=2\frac{4}{5}\end{aligned}\right. \Rightarrow 3V_1=2V_2 \qquad \frac{S/2-30}{S/2+30}=\frac{3}{4}\Rightarrow S=42,\ V_1=6, V_2=9$$

Ответ:6,9,12

Задача 95

Из города А в город В, находящийся из расстоянии 105 км от с постоянной скоростью v км/ч. Через 30 мин вслед за ним из А со скоростью 40 км/ ч выезжает автомобиль. Догнав в пути автобус, он поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определите все те значения v, при которых автомобиль возвращается в А позже, чем автобус приходит в В.



$$\frac{1/2v\cdot 2}{40-v} > \frac{105-1/2v}{v} \Rightarrow v > 30$$

Ответ: v>30

Литература

1.Материалы вступительных экзаменов. Приложение к журналу «Квант»– М.: Бюро Квантум, 1993.

2.Материалы вступительных экзаменов Квант.–2007 – № 1 – С.44 -53.

3.Пирютко О.Н., Математика. Типичные ошибки на централизованном тестировании и экзамене. – Минск: Аверсэв, 2005. – 192 с.

4 Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. Учебное пособие для 10 кл. М, «Просвещение»,1989.