

# САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА 10-11кл.

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Степень с действительным показателем)

### Вариант № 1

### Вариант № 2

1) Найдите значение выражения

а)  $4^{2,5} - (1/9)^{-1,5} + (5/4)^{3,5} \cdot 0,8^{3,5}$   
 б)  $\sqrt[4]{(-11)^4}; \sqrt[3]{25 \cdot 135}; \sqrt{4 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{7}};$   
 $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$   
 $; 8^{5/3}; (\sqrt[3]{9})^{9/2}; (9 + \sqrt{73})^{1/3} \cdot (9 - \sqrt{73})^{1/3}$   
 $2^{(\sqrt{2}+1)^2} \div 2^{2\sqrt{2}}; ((\sqrt{6})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}; \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{8};$   
 $(\sqrt{3^3} + \sqrt{(1/3)^3}) \div (\sqrt{3} + \sqrt{1/3}); \sqrt{5^{(\sqrt{5}+1)^2} \cdot 25^{-\sqrt{5}}}$

а)  $9^{1,5} - (1/8)^{-4/3} + (5/6)^{4,5} \cdot 1,2^{4,5}$   
 б)  $\sqrt[6]{(-7)^6}; \sqrt[3]{9 \cdot 375}; \sqrt{\sqrt{65} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{65} + 7};$   
 $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}}; 27^{-2/3}; (\sqrt[3]{16})^{9/2}; \sqrt[3]{12 - \sqrt{80}} \cdot (12 + 8\sqrt{3})^{(\sqrt{3}-1)^2} \div (1/3)^{2\sqrt{3}}; ((\sqrt{2})^{\sqrt{6}})^{\sqrt{6}}; \sqrt[3]{3\sqrt{3^5}} \div \sqrt[2]{9};$   
 $(\sqrt{5^3} - \sqrt{1/5^3}) \div (\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}); \sqrt[4]{3^{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot 9^{-\sqrt{3}}}$

2) Сравните числа

$\sqrt[6]{80} \text{ и } \sqrt[3]{9}; 2^{13} \text{ и } 2^{7/2}; (\sqrt[4]{5})^{-5/3} \text{ и } \sqrt[4]{5^{-1} \div \sqrt[3]{25}};$   
 $(5 - 2\sqrt{6})^{3,3} \text{ и } (5 + 2\sqrt{6})^{-3,1}$

$\sqrt[5]{7} \text{ и } \sqrt[10]{47}; 3^{5/8} \text{ и } 3^{8/13}; (\sqrt[3]{9})^{5/4} \text{ и } \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 9^{-2/3}};$   
 $(7 - 4\sqrt{3})^{3,8} \text{ и } (7 + 4\sqrt{3})^{-3,5}$

3) Дана функция  $f(x) = a^x$ . Известно, что  $f(-1,5) = 8$ . Найдите  $f(0,5)$ .

3) Дана функция  $f(x) = a^x$ . Известно, что  $f(1,5) = 1/8$ . Найдите  $f(-2)$ .

4) Упростите выражение

а)  $\frac{p+8}{p^2 - 2\sqrt{p} + 4} - \frac{p-8}{\sqrt[3]{p^2} + 2p^{1/3} + 4}$

а)  $\frac{8k+1}{4k^{2/3} - 2\sqrt[3]{k} + 1} - \frac{8k-1}{4\sqrt[3]{k^2} + 2k^{1/3} + 1}$

б)  $\frac{c-b}{\sqrt[4]{c^3} - \sqrt[4]{c^2b} + \sqrt[4]{cb^2} - \sqrt[4]{b^3}} \div \left( \frac{1}{\sqrt[4]{c}} + \frac{1}{\sqrt[4]{b}} \right)$

б)  $\left( \frac{\sqrt[4]{c^3} - \sqrt[4]{b^3}}{\sqrt{c} - \sqrt{b}} - \sqrt[4]{c} - \sqrt[4]{b} \right) \cdot \left( \sqrt[4]{\frac{c}{b}} + 1 \right)$

в)  $\sqrt{c^2 + c\sqrt{8} + 2} + \sqrt{c^2 - c\sqrt{8} + 2}$

в)  $\sqrt{b + 2\sqrt{b-1}} + \sqrt{b - 2\sqrt{b-1}}$

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Показательная функция)

### Вариант № 1

### Вариант № 2

1) Изобразите схематически график и опишите свойства функции  
 $y = (\sqrt{5})^x$  |  $y = (1/\sqrt{5})^x$

2) Постройте график функции  $y = 2^x - 1$  ( $y = 3^x - 1$ ); назовите множество значений функции; выделите на рисунке часть графика, для которой  $-1/2 < y < 3$  ( $-2/3 < y < 2$ ), и найдите соответствующие значения  $x$ .

3\*) Постройте график функции  $y = |2^x - 1|$  ( $y = |3^x - 1|$ ) и найдите наименьшее и наибольшее значение этой функции на отрезке  $[-2; 4]$  ( $[-2; 2]$ )

4) Решите графически уравнение

$(1/2)^x = 2 - x$

$3^x = 2x + 3$

5) Решите графически неравенство

$3^x < 1/3$

$(1/2)^x > 2$

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Показательные уравнения)

### Вариант № 1

### Вариант № 2

Решите уравнения

- 1)  $9^{-x} = 27$
- 2)  $\frac{1}{8}\sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1,25}$
- 3)  $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$
- 4)  $9^x - 2 \cdot 3^x = 63$
- 5)  $\frac{1}{4^x} = \frac{3}{2^x} - 2$
- 6)  $8^{|x^2-1|} = 16$
- 7)  $(1/3)^x + 3^{x+3} = 12$
- 8)  $0,2^{3-2x} + 3 \cdot 0,04^{2-x} = 8$
- 9)  $3^{\frac{6x-3}{x}} = \sqrt[4]{27^{2x-1}}$
- 10)  $4 \cdot 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$

- 1)  $8^{-x} = 16$
- 2)  $10^{2x} = 0,1\sqrt{1000}$
- 3)  $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$
- 4)  $4^x - 3 \cdot 2^x = 40$
- 5)  $\frac{1}{9^x} = \frac{4}{3^x} - 3$
- 6)  $27^{|x^2-2|} = 81$
- 7)  $(1/2)^{2x^2+3x-1} = 4^{x-3}$
- 8)  $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$
- 9)  $5^{\frac{6x+3}{x}} = \sqrt[4]{125^{2x+1}}$
- 10)  $2 \cdot 3^{x-6} + 6 \cdot 9^{0,5x-2} = 56$

11) При каком  $p$  корнями уравнения  $0,5^{x-1} = p^{x^2-1}$  являются 1 и  $-3$ ?

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Показательные неравенства)

#### Вариант № 1

#### Вариант № 2

Решите неравенства

- 1)  $5^{4x-7} > 1$
- 2)  $0,7^x < 2\frac{2}{49}$
- 3)  $(1/4)^x - 3 \cdot (1/2)^x + 2 > 0$
- 4)  $(1/5)^{x-1} + (1/5)^{x+1} \leq 26$
- 5)  $3^{x^2} > 9^8$
- 6)  $0,5\sqrt{32^x} > \frac{2}{4^x}$
- 7)  $2^x - 2^{3-x} > 2$
- 8)  $x^2 \cdot 2^x + 1 > x^2 + 2^x$

- 1)  $2^{2x-9} < 1$
- 2)  $0,9^x \geq 1\frac{19}{81}$
- 3)  $(1/3)^{2x} - 6 \cdot (1/3)^x - 27 \leq 0$
- 4)  $(1/2)^x + (1/2)^{x-2} > 5$
- 5)  $3^{|x|+2} < 27$
- 6)  $\frac{3}{\sqrt{27^x}} < \frac{3}{9^x}$
- 7)  $3^{1+x} + 3^{2-x} < 28$
- 8)  $x^2 \cdot 3^x + 9 > x^2 + 9 \cdot 3^x$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Свойства логарифмов)

#### Вариант № 1

#### Вариант № 2

1) Вычислить

$$\lg(10^5\sqrt{100}); \log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} 1/2 + \log_{2,5} 0,4;$$

$$6^{3\log_6 3}; 9^{\log_3 6-1,5}$$

$$\lg(0,01\sqrt[3]{10}); \log_{\sqrt{3}} 1/3 - \log_{0,2} 5 + \log_{64} 4;$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{4\log_1 2}; 4^{1,5-\log_{16} 25}$$

2) Найти ООФ

$$\log_3(1-2x); \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4x-1}; \frac{\sqrt{-x^2-3x}}{\log_{0,4}(2x+3)}$$

$$\log_{1/2}(3-4x); \log_3 \frac{3x+1}{4}; \frac{\sqrt{5x-x^2}}{\log_{1/3}(5-3x)}$$

3) Прологарифмируйте по основанию 10 выражение

$$x = \frac{\sqrt{100p}\sqrt{10p}}{1000\sqrt{p}}$$

$$x = \frac{\sqrt{10e^3}\sqrt{100e}}{100^3\sqrt{e}}$$

4) Найдите  $x$ , если

$$\log_5 x = 3\log_5 \sqrt{c} - \frac{1}{2}\log_5 c - \frac{1}{4}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}\log_3 \sqrt{b} - \frac{1}{4}\log_3 b - \frac{1}{2}$$

5) Вычислите

a)  $\log_{25} 35$ , если  $\log_5 7 = p$

a)  $\log_{49} 21$ , если  $\log_7 3 = c$

б)  $\log_{\sqrt{a}} b^4\sqrt{a} + \log_{\sqrt{b}} a + \log_a \sqrt{ab}$ , если

$$\log_a b = 2$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt[3]{a}} \frac{b}{a} + \log_{\sqrt{b}} a^{\sqrt[3]{b}}, \text{ если } \log_b a = 9$$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Логарифмическая функция)

#### Вариант № 1

1) Изобразите схематически график и опишите свойства функции  
 $y = \log_{1/\sqrt{5}} x$

1\*) Изобразите схематически график

$$y = \log_{0,4}(-x); y = |\ln x - 1| - 1; y = \log_2 \log_2 4^{1-x}$$

#### Вариант № 2

$$y = \log_{\sqrt{5}} x$$

$$y = \lg |x|; y = |\ln x - 2| - 1; y = |\lg 10^{x+1}|$$

2) Постройте график функции  $y = \log_2 x - 1$  ( $y = \log_2(x - 1)$ ); назовите множество значений функции; выделите на рисунке часть графика, для которой  $-2 < y < 1$  ( $-1 < y < 2$ ), и найдите соответствующие значения  $x$ .

3\*) Постройте график функции  $y = |\log_2 x - 1|$  ( $y = |\log_2(x - 1)|$ ) и найдите наименьшее и наибольшее значение этой функции на отрезке  $[0,5;8]$  ( $[1,5;9]$ )

4) Решите графически уравнение

$$\log_3 x = 2x - 3$$

$$\log_{1/2} x = -0,5x + 1$$

5) Решите графически неравенство

$$\log_{1/2} x > -3$$

$$\log_3 x < 2$$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Логарифмические уравнения)

#### Вариант № 1

1)  $\log_3(3x - 5) = \log_3(x - 3)$

2)  $\log_2(x^2 - 3x + 10) = 3$

3)  $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$

4)  $\frac{2}{\lg x - 3} + \frac{4}{\lg x + 1} = 1$

5)  $\lg(x - 1) = 0,5 \lg(1 + 1,5x)$

6)  $2 \log_{1/3}^2 x - 5 \log_3 x = 7$

7)  $\log_x(x + 2) = 2$

8)  $\log_{x+1}(x - 0,5) = \log_{x-0,5}(x + 1)$

9)  $\left| \frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{8}} x \right| + \frac{1}{3} = \left| \frac{2}{3} - \log_{\frac{1}{8}} x \right|$

10)  $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5$

11)  $(100x)^{\lg x} = x^3$

12)  $\log_x 8 \cdot \log_{0,5} \frac{x}{2} = \log_9 \frac{1}{27}$

13\*)  $\log_{1/3} x = x - 4$

#### Вариант № 2

1)  $\log_7(4x - 6) = \log_7(2x - 4)$

2)  $\log_{1/2}(x^2 - 4x - 1) = -2$

3)  $\log_{1/2}^2 x - \log_{1/2} x = 6$

4)  $\frac{1}{3 - \lg x} + \frac{2}{\lg x - 1} = 3$

5)  $\lg(2x + 1) = 0,5 \lg(1 - 3x)$

6)  $3 \log_{1/2}^2 x + 2 \log_2 x = 5$

7)  $\log_x(x + 6) = 2$

8)  $0,5 \lg(8 - x) = \lg(1 + \sqrt{x + 5})$

9)  $\left| 1 - \log_{\frac{1}{9}} x \right| + 1 = \left| 2 - \log_{\frac{1}{9}} x \right|$

10)  $\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \dots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5,5$

11)  $(0,1x)^{\lg x} = 1000x$

12)  $\log_9(9x) \cdot \log_x \sqrt{3} = \log_{1/4} \sqrt{2}$

14\*)  $3^x + \log_2 x = 10$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Логарифмические неравенства)

Решите неравенства

1)  $\log_5(2x + 3) > \log_5(x - 1)$

2)  $\log_{1/2}(2x - 5) < -2$

3)  $\lg^2 x + 3 \lg x < 4$

4)  $4^{x-1} > 7$

5)  $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$

1)  $\log_3(1 - x) < \log_3(3 - 2x)$

2)  $\log_{1/2}(2x + 5) > -3$

3)  $\lg^2 x + 5 \lg x + 6 > 0$

4)  $(3^x - 1)(3^x - 2) \leq 0$

5)  $\frac{x}{\lg(x+1)} \geq 0$

$$6) \lg^2 x^2 + 3 \lg x > 1$$

$$7) 3^{\log_3(x+5)} \leq 2$$

$$8^*) 2^{\sqrt{x+1}} - x \lg x > 0$$

$$9^*) \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} < -\log_x 5$$

$$10) \log_{2x+1}(3-2x) < 1$$

$$11) \log_{x^2-8} 0,8 < 0$$

$$12) 2 \log_5 x - \log_x 5 > 1$$

$$13) \log_3 \log_{1/2}(2x+1) > 0$$

$$14) x^{\frac{\lg x + 5}{3}} \leq 10^{5 + \lg x}$$

$$15) (x+1) \log_{0,7} 3 - \log_{0,7} 27 > 0$$

$$6) 3 \log_{1/2}^2 x - 2 \log_2 x \leq 5$$

$$7) 8^{\log_8(3-2x)} \geq 3$$

$$8^*) 2^{\sqrt{10-x}} - (x-9) \lg(x-9) \leq 0$$

$$9^*) \log_x 2x \leq \sqrt{\log_x(2x^3)}$$

$$10) \log_{x-2}(2x-7) < 1$$

$$11) \log_{x^2-3} 0,2 > 0$$

$$12) 3 \log_7 x - 2 \log_x 7 < 0$$

$$13) \log_2 \log_{\sqrt{5}}(x-1) < 1$$

$$14) x^{\log_4 x - 2} > 2^{3(\log_4 x - 1)}$$

$$15) (5x-2) \log_{1,2} 2 - 18 \log_{1,2} 2 < 0$$

16) При каком значении  $p$  решением неравенства является промежуток?  
 $\log_2(p-3x) > \log_2(x^2-3x); (-3; 0)$  |  $\log_3(x^2+2x) < \log_3(2x+p); (0; 2)$

17-б) ООФ.  $y = \sqrt{\log_{0,2}(x^2-1)}$ ;  $y = \lg \sin x$ ;  $y = \sqrt[4]{2 - \log_2 \frac{x+5}{x+1}}$ ;  $y = \lg(1 - \lg(x^2 - 5x + 16))$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Степенная функция)

#### Вариант № 1

#### Вариант № 2

1) Изобразите схематически графики функций

$$y = x^{\frac{1}{\sqrt{7}}}, (x > 0); y = \sqrt[5]{x+1} - 1$$

$$y = x^{-\sqrt{7}}, (x > 0); y = (x-1)^n + 1,5, (x > 1)$$

2) Возрастает или убывает функция  $y = x^p, (x > 0)$ , если

$$p = 2 - \sqrt{10}; p = \lg 17$$

$$p = \cos 130^\circ; p = 5 - \sqrt{15}$$

3) Решите графически уравнения

а)  $\sqrt{x+1} = x^2 - 2x + 1$ ; б)  $2^{-x} = \sqrt[3]{x-2}$

а)  $\sqrt[3]{x-1} = -x^2 + 5$ ; б)  $2 - x^{-1} = \sqrt{3+x}$

в)  $2^{x+|x|} = |\log_3 x|$

в)  $3^{|x|} - 3 = |\log_2 x|$ ; в\*)  $|3^{|x|} - 3| = \log_2 |3 - x|$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Иррациональные уравнения)

Решите уравнения

$$1) \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 3$$

$$1) \sqrt{7 - \sqrt{x+1}} = 2$$

$$2) \sqrt[3]{x} - 3\sqrt[6]{x} = 10$$

$$2) \sqrt[3]{x} + 3\sqrt[6]{x} = 18$$

$$3) \sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1$$

$$3) x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}$$

$$4) \frac{1}{\sqrt[4]{x-1}} + \frac{3}{1 + \sqrt[4]{x}} = 2$$

$$4) \frac{1}{\sqrt[4]{x+1}} + \frac{2}{3 + \sqrt[4]{x}} = 1$$

$$5) x - 1 = 7(\sqrt[3]{x} - 1)$$

$$5) x + 1 = 3\sqrt[3]{x} + 3$$

$$6^*) \sqrt[3]{(x+1)^2} - 2\sqrt[3]{x^2-1} = 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$$

$$6^*) \sqrt[3]{(1+x)^2} + 2\sqrt[3]{(1-x)^2} = 3\sqrt[3]{1-x^2}$$

$$7^*) \sqrt[3]{10-x} - \sqrt[3]{3-x} = 1$$

$$7^*) \sqrt[3]{9-x} + \sqrt[3]{7+x} = 4$$

$$8) \sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 3$$

$$8) \sqrt{x^2 + 5x + 2} + \sqrt{x^2 + x + 3} = 7$$

$$9) \sqrt{x+1} + |x-5| = 6$$

$$9) 4\sqrt{x+2} = |x+1| + 4$$

$$10) \sqrt[5]{\frac{x-3}{5-x}} + \sqrt[5]{\frac{5-x}{x-3}} = 2$$

$$10) \sqrt{\frac{3-x}{x-1}} + 3\sqrt{\frac{x-1}{3-x}} = 4$$

$$11) \sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3} = 0$$

$$11) \sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Иррациональные неравенства)

Решите неравенства

$$1) \sqrt{3+x} > \sqrt{x^2-4x+3}$$

$$1) \sqrt{2-x} \leq \sqrt{x^2-x-2}$$

$$2) \sqrt{x^2-4x+3} <; > -1$$

$$2) \sqrt{x^2-x-2} >; < -2$$

$$3) \sqrt{x} > x - 2$$

$$4) \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{x - 1} \geq 1$$

$$5) \sqrt{2x + 1} + \sqrt{x + 1} < 1$$

$$6) \sqrt{x^2 - 16} \leq x - 2$$

$$7) \sqrt{5x - x^2} \geq x - 2$$

$$8) \frac{\sqrt{x - 1} \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)^2}{(x - 4)^2} \geq 0$$

$$9*) 4x^2 - 12x\sqrt{1 - x} < 27 \cdot (1 - x)$$

$$10*) \frac{\sqrt{13 - 7x - 6x^2}}{x - 2} \geq 1$$

$$11*) \frac{\sqrt{16 + 6x - x^2}}{2 - x} < 1$$

$$3) \sqrt{x + 2} > x$$

$$4) \frac{\sqrt{3x^2 + 4}}{x - 1} \geq 4$$

$$5) \sqrt{x + 3} + \sqrt{3x - 2} \leq 2$$

$$6) \sqrt{x^2 - 16} \geq x - 2$$

$$7) \sqrt{5x - x^2} \leq x - 2$$

$$8) \frac{\sqrt{x + 1} \cdot (x - 3)^2 \cdot x^3}{(x - 1)^2} < 0$$

$$9*) 4x^2 + 12x\sqrt{1 + x} < 27 \cdot (1 + x)$$

$$10*) \frac{\sqrt{24 - 2x - x^2}}{x} < 1$$

$$11*) \frac{\sqrt{21 + 4x - x^2}}{x - 8} \geq 1$$

12) При каких значениях  $p$  решением неравенства является промежуток?  
 $\sqrt{x - 2} < 3 - p$ ;  $[2; 18)$  |  $\sqrt{x + 1} < 2 - p$ ;  $[-1; 15)$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Системы уравнений)

**Вариант № 1**      **Вариант № 2**      **Вариант № 3\***      **Вариант № 4\***

Решите системы уравнений

1) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}$	1) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 56 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$	1) $\begin{cases} (x - y)y = 30 \\ (x + y)xy = 120 \end{cases}$	1) $\begin{cases} (x - y)x^2y^2 = 4 \\ (x + y)x^2y^2 = 12 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 3^y + x = 10 \\ y - \log_3 x = 2 \end{cases}$	2) $\begin{cases} 2^x + y = 5 \\ x - \log_2 y = 2 \end{cases}$	2) $\begin{cases} x^2 - y\sqrt{xy} = 36 \\ y^2 - x\sqrt{xy} = 72 \end{cases}$	2) $\begin{cases} (2^x + 1) \cdot 2^{y+1} = 9 \\ \sqrt{x + y^2} = x + y \end{cases}$
3) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1 \\ xy = 8 \end{cases}$	3) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1 \\ x - y = 7 \end{cases}$	3) $\begin{cases} x^2 = 1 + 6\log_4 y \\ y^2 = y \cdot 2^x + 2^{2x+1} \end{cases}$	3) $\begin{cases} x^2 + x\sqrt[3]{xy^2} = 80 \\ y^2 + y\sqrt[3]{yx^2} = 5 \end{cases}$
4) $\begin{cases} 5 \cdot 3^{x-1} - 3 \cdot 2^y = -1 \\ 3^{x+1} - 5 \cdot 2^{y-1} = 4 \end{cases}$	4) $\begin{cases} 2 \cdot 4^x + 3 \cdot 5^y = 11 \\ 5 \cdot 4^x + 4 \cdot 5^y = 24 \end{cases}$	4) $\begin{cases} x^{y^2 - 15y + 56} = 1 \\ y - x = 5 \end{cases}$	4) $\begin{cases} x\sqrt{x} + 3y\sqrt{x} = 36 \\ y\sqrt{y} + 3x\sqrt{y} = 28 \end{cases}$

5\*) При каких значениях  $p$  система неравенств не имеет решений?  
 $\begin{cases} (x - p) \cdot (px - 2p - 3) \geq 0 \\ px \geq 4 \end{cases}$        $\begin{cases} px^2 + (p - 3) + 2/p - 2p \geq 0 \\ px \geq p^2 - 2 \end{cases}$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Тригонометрические преобразования)

**Вариант № 1**

**Вариант № 2**

1) Вычислить

$\cos \frac{21\pi}{2}; 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right); \operatorname{tg} 930^\circ; \sin \frac{11\pi}{6}$	$\sin \frac{15\pi}{2}; \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot 3 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right); \operatorname{ctg} 930^\circ; \cos \frac{11\pi}{6}$
$\frac{\sin x - 3 \cos x}{2 \sin x + 5 \cos x}$ , если $\operatorname{tg} x = -2$	$\frac{-2 \sin x + 3 \cos x}{4 \cos x + 3 \sin x}$ , если $\operatorname{tg} x = -3$

2) Решите уравнения

а) $\cos(-3x) = -1$ ; б) $\operatorname{tg}(5\pi + x) = 0$	а) $\sin(-2x) = -1$ ; б) $\operatorname{ctg}(7\pi + x) = 0$
в) $\sin(2x + 6\pi) + \cos \pi/4 = \sqrt{2}/2$	в) $\cos(8\pi + 3x) + 1 = \operatorname{tg} \pi/4$

3) Упростите выражения

а) $\frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\cos x - 1}$	а) $\frac{\cos x - \operatorname{ctg} x}{\sin x - 1}$	г*) $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \dots \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$
		д*) $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$

$\text{б)} \frac{1 + \sin 2x + \sin\left(\frac{3}{2}\pi - 2x\right)}{1 + \sin 2x - \sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2x\right)}$	$\text{б)} \frac{\sin(\pi - x) + \sin \frac{x}{2}}{1 - \sin\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + \cos \frac{x}{2}}$	$\text{е*)} \frac{-\sin 47^\circ - \sin 61^\circ + \sin 11^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 7^\circ}$
$\text{в)} \frac{1 - (\sin x - \cos x)^2}{1 - 2\cos^2 x}$	$\text{в)} \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x \cos x}$	

ж\*)  $2(\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha)^2 - \sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha$ ;

з\*)  $\sqrt{4\cos^4 4^\circ + 3 - 6\cos 8^\circ} + \sqrt{4\sin^4 4^\circ + 3 + 6\cos 8^\circ}$

<p>4) Дано <math>\cos p = -5/13</math>, <math>\pi/2 &lt; p &lt; \pi</math> Найти <math>\sin(\pi/3 - p)</math></p>	<p>4) Дано <math>\sin p = 8/17</math>, <math>\pi/2 &lt; p &lt; \pi</math> Найти <math>\cos(\pi/6 - p)</math></p>
---	--

5) Сравните с 0 выражения

$\cos 5$ ; $\text{tg} 1,6\pi$ ; $\sin 11\pi/9$	$\sin 4$ ; $\cos 1,8\pi$ ; $\text{ctg} 9\pi/7$
--	--

6) Найти  $x$ , если

$\sin 28^\circ - \sin x = -2 \sin 21^\circ \cdot \cos 49^\circ$	$\cos 51^\circ - \cos x = 2 \sin 17^\circ \cdot \sin 68^\circ$
---	--

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Тригонометрические уравнения - 1)

*Решите уравнения*

- |   |  |
|---|--|
| <p>1) <math>\sin x = 0</math><br/>         2) <math>2\text{tg} 3x = 0</math><br/>         3) <math>-2\cos x = 1</math><br/>         4) <math>2\sin(2x - 4\pi) = -\sqrt{3}</math><br/>         5) <math>\sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x = 1</math><br/>         6) <math>2\sin x/2 \cos x/2 = -1</math><br/>         7) <math>\cos^2 2x = 2</math><br/>         8) <math>1 - \sin^2 x = 0</math><br/>         9) <math>3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 = 0</math><br/>         10) <math>2\text{tg}^4 3x - 3\text{tg}^2 3x + 1 = 0</math><br/>         11) <math>(1 - \cos 2x)(\text{ctg} x + \sqrt{3}) = 0</math><br/>         12) <math>\sin x = \sin 3</math><br/>         13) <math>\text{tg} 2x = -\sqrt{3}</math>, на отрезке <math>[-\pi/2; \pi]</math><br/>         14) <math>2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0</math>; <math>8 &lt; x &lt; 40</math></p> | <p>1) <math>\cos x = 0</math><br/>         2) <math>3\text{ctg} x = 0</math><br/>         3) <math>-2\sin x = \sqrt{2}</math><br/>         4) <math>2\cos(2x - 4\pi) = -\sqrt{3}</math><br/>         5) <math>\cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x = 1</math><br/>         6) <math>\cos^2 2x - \sin^2 2x = -1</math><br/>         7) <math>1/2 \sin 4x = 1</math><br/>         8) <math>1 - \cos^2 x = 0</math><br/>         9) <math>2\cos^2 3x + 5\sin 3x - 4 = 0</math><br/>         10) <math>2\text{tg} x - 2\text{ctg} x = 3</math><br/>         11) <math>(\sin x + 1)(\text{ctg} 2x - \sqrt{3}) = 0</math><br/>         12) <math>\cos x = \cos 4</math><br/>         13) <math>\text{tg} x/2 = -\sqrt{3}/3</math>, на отрезке <math>[-3\pi/2; 2\pi]</math><br/>         14) <math>\cos 2x = 1 - 3\cos x</math>; <math>1 &lt; x &lt; 50</math></p> |
|---|--|

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Тригонометрические уравнения - 2)

**Вариант № 1**

**Вариант № 2**

*Решите уравнения*

- |   |   |
|---|---|
| <p>1) <math>\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0</math><br/>         2) <math>\text{tg} x + \text{ctg} x = 2</math><br/>         3) <math>\sin x + \sin 5x = 0</math><br/>         4) <math>3 - 4\cos^2 x = 0</math><br/>         5) <math>\sin x - 7\cos x = 0</math><br/>         6) <math>3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x</math><br/>         7) <math>3\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x + 5\cos^2 x = 2</math><br/>         8) <math>\text{tg}^2 x = \frac{1 - \cos x}{1 - \sin x}</math></p> | <p>1) <math>\cos 2x + 3\sin x = 2</math><br/>         2) <math>\text{tg} x + \text{ctg} x = -2</math><br/>         3) <math>\cos x + \cos 5x = 0</math><br/>         4) <math>1 - 4\sin^2 x = 0</math><br/>         5) <math>5\sin x + 6\cos x = 0</math><br/>         6) <math>4\sin^2 x = 3\sin x \cos x + \cos^2 x</math><br/>         7) <math>2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = -1</math><br/>         8) <math>\text{ctg}^2 x = \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x}</math></p> |
|---|---|

- |  |   |
|--|---|
| 9) $1 - 2\sin \frac{x}{6} = \cos \frac{x}{3}$  | 9) $2\cos \frac{x}{6} - 1 = \cos \frac{x}{3}$                                 |
| 10) $\sin 2x = \sin 5x$  | 10) $\cos 4x = \cos 6x$   |
| 11) $\cos 3x = \sin x$   | 11) $\sin 3x = \cos x$  |
| 12) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$                                       | 12) $\sin x - \sin 3x - \sin 5x + \sin 7x = 0$                                |
| 13) $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$   | 13) $\cos 3x \cos 6x = \cos 4x \cos 7x$                                       |
| 14) $\sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x = 1$  | 14) $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = \sqrt{2}$                                   |
| 15) $\sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x + \sin^2 5x = 2$                              | 15) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$                        |
| 16) $\cos 2x - \sin 2x = 3,5$  | 16) $\sin 4x + \cos 4x = 2,5$   |
| 17) $4\sin x + 5\cos x = 6$  | 17) $3\sin x + 5\cos x = 4$   |
| 18) $\sin x + \cos x = 2,5 + 5\sin x \cos x$   | 18) $\sin x - \cos x + 5\sin x \cos x = 1$                                    |
| 19) $ \sin x  = \sin x + 2\cos x$  | 19) $ \cos x  = \cos x - 2\sin x$   |
| 20) $\cos 4x \cdot \lg(-x^2 + x + 2) = 0$  | 20) $\sin 2x \cdot \lg(-x^2 + 4x + 5) = 0$                                    |
| 21) $\sin 3x \cdot \sin 2x = 1$  | 21) $\cos 2x \cdot \cos 4x = -1$  |
| 22) $(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \sin 4x = 2$   | 22) $\sqrt{2} (\sin x + \cos x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ |
| 23) $\cos \frac{x}{5} \cdot \cos \frac{2x}{5} \cdot \cos \frac{4x}{5} = \frac{1}{8}$ | 23) $2\sin 7x + \sqrt{3} \cos 3x + \sin 3x = 0$                               |

### **САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Тригонометрические неравенства)**

*Решите неравенства*

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1) $\sin x < 1/2$                               | 1) $\cos x > -1/2$                             | 17) $2\operatorname{tg} 2x \leq 3\operatorname{tg} x$                   |
| 2) $\cos 2x > 0$                                | 2) $\sin 3x < 0$                               | 18) $\log_{\sin x}^2 2 \leq 3 \log_{\sin x} \sin x + 2 \log_{\sin x} 2$ |
| 3) $\operatorname{tg}(2x - \pi/3) < \sqrt{3}/3$ | 3) $\operatorname{tg}(2x + \pi/6) > -\sqrt{3}$ | 19) $\cos x - \sin x - \cos 2x > 0$                                     |
| 4) $\sin x > \cos x$                            | 4) $\sin x < \cos x$                           | 20) $\sqrt{5 - 2\sin x} \geq 6\sin x - 1$                               |
| 5) $3 - 4\cos^2 x > 0$                          | 5) $1 - 4\sin^2 x < 0$                         | 21) $\sin \pi x \cdot \sqrt{3 + 5x - 2x^2} \geq 0$                      |
| 6) $\cos x \cdot \sqrt{4 - x^2} < 0$            | 6) $\sin x \cdot \sqrt{9 - x^2} > 0$           | 22) $\log_x \cos 2x > 0$  |
| 7) $\cos 2x + 5\cos x + 3 \geq 0$               | 7) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 \geq 0$            | 23) $\log_{\cos x} \sin 2x \geq 0$                                      |
- 8\*)  $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1$ ; 9)  $|\sin x| > \cos^2 x$ ; 10)  $|18\cos x/3 - 4| \leq 13$ ; 11)  $|10\sin 2x + 2| \geq 7$

- 12\*)  $\log_2(\cos^2 x - 1/2 \cos x) \leq -1$       13\*)  $0,2^{\cos 2x} - 25^{-\cos^2 x} < 4 \times (125)^{-0,5}$
- 14\*)  $\cos 2x + \sin 2x + \cos x - \sin x \leq 1$ , при  $-\pi/2 < x < \pi/2$
- 15\*) *Найти ООФ:*  $y = \log_3(25 - x^2) + \sqrt{\sin x - 1/2}$ ;  $y = \log_{\pi} \log_{\cos 4x}(7 - x)$
- 16\*) *Найти решения нер-ва*  $\sqrt{\sin 2x} < \cos x - \sin x$ , удовлетв. условию  $|x| < \pi$

### **САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Производная)**

1) *Найти производные функций*

- |  |  |
|--|--|
| а) $f(x) = 5x^3 - 3x^9$                | а) $f(x) = 2x^7 + 3x^3$                |
| б) $f(x) = 6\sqrt[3]{x} + 4\sqrt{x}$   | б) $f(x) = 6\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x}$   |
| в) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$     | в) $f(x) = \frac{1 - 2x + 3x^2}{x}$    |
| г) $f(x) = 1/6 x^3 - 0,5x^2 - 3x + 2$  | г) $f(x) = -1/6 x^3 + 1,5x^2 + 5x - 3$ |
| д) $f(x) = x\sqrt{x}$                  | д) $f(x) = -x\sqrt{x}$                 |
| е) $f(x) = \frac{4 - 3x}{x + 2}$       | е) $f(x) = \frac{3 + 2x}{x - 5}$       |
| ж) $f(x) = e^{-5x}$                    | ж) $f(x) = e^{-0,3x}$                  |
| з) $f(x) = x \cdot 2^x$                | з) $f(x) = x \cdot 3^x$                |
| и) $f(x) = \ln(2x + 1)$                | и) $f(x) = \ln(3x - 4)$                |
| к) $f(x) = \ln \cos x/2$               | к) $f(x) = \ln \sin x/2$               |
| л) $f(x) = \log_3(2x^2 - 3x + 1)$      | л) $f(x) = \log_{1/2}(3x^2 - 2x + 50)$ |
| м) $f(x) = \cos(5 - 3x)$               | м) $f(x) = \sin(3 - 2x)$               |
| н) $f(x) = \operatorname{ctg}(2 - 5x)$ | н) $f(x) = \operatorname{tg}(4 - 3x)$  |
| о) $f(x) = 2\sin 3x \cos 3x$           | о) $f(x) = \cos^2 4x - \sin^2 4x$      |
| п) $f(x) = \log_2^2(x^2 - \sin x)$     | п) $f(x) = \log_3^2(x^2 + \cos x)$     |

**2) Найдите значение выражения**

- |   |  |
|---|--|
| а) $f'(0,5)$ , если $f(x) = \frac{3}{5 - 4x}$         | а) $f'(-0,5)$ , если $f(x) = \frac{4}{3 + 2x}$       |
| б) $f'(-\pi/4)$ , если $f(x) = 3\sin^2 x$             | б) $f'(-3\pi/4)$ , если $f(x) = 5\cos^2 x$           |
| в) $f'(1) + f(1)$ , если $f(x) = (2x - 3)\sqrt{x}$    | в) $f'(1) - f(1)$ , если $f(x) = (3x + 4)\sqrt{x}$   |
| г) $f'(-3)$ , если $f(x) = e^{-1/3x-1} + \ln(3 - 3x)$ | г) $f'(-2)$ , если $f(x) = e^{0,5x+1} + \ln(1 - 2x)$ |
| д) $f'(0) + f'(\pi/3)$ , $f(x) = (x^2 - 3x)\cos 3x$   | д) $f'(0) + f'(-\pi/2)$ , $f(x) = (3x^2 + x)\cos 2x$ |

**3) Решите уравнение  $y'(x) = 0$ , если**

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| а) $y = 4x + \frac{8}{x}$ | а) $y = 3x + \frac{9}{x}$ |
| б) $y = \ln \sin x$       | б) $y = \ln \cos x$       |

**4) Решите неравенство  $f'(x) < 0$  [ $f'(x) > 0$ ], если**

$f(x) = (x - 3) \cdot (x + 2)^2$	$f(x) = (4 - x) \cdot (x + 3)^2$
----------------------------------	----------------------------------

**5) При каких значениях  $x$  функция недифференцируема?**

$f(x) = \sqrt{x^4 - 8x^2 + 16}$	$f(x) = \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}$
---------------------------------	--------------------------------

**САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Уравнение касательной)**

**1) Напишите уравнение касательной к гр-ку функции в точке с абсциссой  $x_0$ .**

- |  |  |
|--|--|
| а) $f(x) = -x^2 + 6x + 8$ , $x_0 = -2$ | а) $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ , $x_0 = -1$ |
| б) $f(x) = e^{0,5x}$ , $x_0 = \ln 4$   | б) $f(x) = \ln(2x - e)$ , $x_0 = e$    |

**2) Найдите уравнение касательной к графику функции**

$f(x) = x^2 - 4x + 5$	$f(x) = x^2 + 3x + 5$
-----------------------	-----------------------

если эта касательная проходит через точку  $(0; 4)$  [ $(0; 1)$ ] и абсцисса точки касания положительна [отрицательна].

**3) К графику функции  $y = \frac{3}{x+2}$  [ $y = -\frac{4}{x-3}$ ] проведены две**

параллельные касательные, одна из которых проходит через точку графика с абсциссой  $x_0 = -1$  [ $x_0 = 1$ ]. Найдите абсциссу точки, в которой другая касательная касается графика данной функции.

**4) Какой угол (острый, прямой или тупой) образует с положительным направлением оси  $Ox$  касательная к графику функции в точках  $-1; 0; 1$ ?**

$y = x^3 - x^2$	$y = x^2 - x^3$
-----------------	-----------------



5) В какой точке касательная к графику функции  $y = -x^2 + 4x - 3$  параллельна оси абсцисс?

5) В какой точке касательная к графику функции  $y = 0,5x^2 + 1$  параллельна прямой  $y = -x - 1$  ?

6) Прямая  $y = x - 2$  [ $y = -x + 3$ ] касается графика функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0 = -1$  [ $x_0 = -2$ ]. Найдите  $f(-1)$  [ $f(-2)$ ].

7) Найдите координаты точки, в которой касательная к графику функции  $y = \log_4(x - 2)$  [ $y = \log_3(5 - x)$ ] в точке  $x_0 = 3$  [ $x_0 = 4$ ] пересекает ось Оу.

8) При каком значении  $p$  прямая  $y = ex + p$  [ $y = 2ex + p$ ] является касательной к графику функции  $f(x) = \ln x$  ?

9) При каком значении  $p$  прямая  $y = 3 + x$  [ $y = 4 - x$ ] является касательной к графику функции  $f(x) = e^{x-p}$  [ $f(x) = e^{-x-p}$ ] ?

10) Найдите уравнение касательной к графику функции  $y = e^{2x+1}$  если эта касательная проходит через точку  $(-0,5; 0)$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Исследование функций)

1) Найти стационарные (критические) точки функции.

$$f(x) = -x^3/3 + x^2/2 + 2x - 3 \quad | \quad f(x) = -x^3/3 - x^2/4 + 3x - 2$$

2) Найти точки экстремума функции.

$$f(x) = 0,5x^4 - 2x^3; f(x) = xe^{x^2-3x} \quad | \quad f(x) = 1,5x^4 + 3x^3; f(x) = x(1/e)^{x^2-x}$$

3) Найти экстремумы функции.

$$1-в) f(x) = (6-3x)\sqrt{x} \quad | \quad 2-в) f(x) = \frac{8+2x}{\sqrt{x}} \quad | \quad 3-б) f(x) = x^2 \cdot e^x; y = \frac{x^3 - x^2}{e^{-x}}$$

4) Найти промежутки убывания функции.

$$1-в) f(x) = x^3 - 6x^2 + 5 \quad | \quad 2-в) f(x) = x^3 + 9x^2 - 4 \quad | \quad 3-б) f(x) = \lg \sin x$$

5) Найти промежутки возрастания функции.

$$1) f(x) = \frac{3x+2}{1-4x}; f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x} \quad | \quad 2) f(x) = \frac{1+4x}{2x-3}; f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x} \quad | \quad 3-б) y = \frac{2 \ln^2 x + 3 \ln x}{x}$$

6) Найти промежутки возрастания и убывания функции.

$$1) y = \frac{x^3}{e^{0,5x}}; y = 1,5 \lg^2 x + \lg^3 x \quad | \quad 2) y = \frac{e^{-0,5x}}{x+1}; y = (x^2 - 2x + 1)x \quad | \quad 3-б) y = \frac{x}{\ln x}$$

7) При каком значении  $p$  функция имеет экстремум в точках  $x_1$  и  $x_2$  ?  
 $f(x) = x\sqrt{p-x^2}, x_1 = 2, x_2 = -2 \quad | \quad f(x) = x^2\sqrt{p-x}, x_1 = 0, x_2 = 6$

8) Постройте график функции.

$$\begin{array}{l} \text{а) } y = x^3 - 12x + 2 \\ \text{б) } y = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 - 4x + 3} \\ \text{в) } y = -x^4 + 2x^3 + 2 \\ \text{г) } y = 3x^5 - 5x^3 + 1 \\ \text{д) } y = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{а) } y = -x^3 + 3x + 1 \\ \text{б) } y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 3} \\ \text{в) } y = x^4 - 2x^3 \\ \text{г) } y = 10x^6 - 12x^5 - 15x^4 + 20x^3 \\ \text{д) } y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{а) } y = \cos 2x - 2 \cos x \\ \text{б) } y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} \\ \text{в) } y = 10^{\lg|x+1|-1} \\ \text{г) } y = 3^{\log_3(x^2-4x+1)} \\ \text{д) } y = \sqrt{\lg \sin x} \end{array} \right.$$

е\*)  $y = \frac{x^3 - 4}{(x-1)^3}$ . Сколько действительных корней имеет уравнение  $y = C$  ?

9\*) При каком значении параметра  $p$  значения функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + p$  в точке  $x = 2$  и в точках экстремума, взятые в некотором порядке, являются членами геометрической прогрессии?

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Наибольшее и наименьшее значения)

#### **Вариант № 1**

#### **Вариант № 2**

1) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

а)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$ ,  $[1/2; 2]$

а)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ ,  $[-4; -1/3]$

б)  $f(x) = 1/2 \sin 3x$ ,  $[4\pi/9; \pi]$

б)  $f(x) = 1/3 \cos 2x$ ,  $[\pi/6; \pi]$

в)  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x+p}$ ,  $[-1; 2]$

в)  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ ,  $[1/e; e^3]$

г)  $f(x) = \frac{3^x + 3^{2-x}}{\ln 3}$ ,  $[-1; 2]$

г)  $f(x) = 3^{2x} + 2 \cdot 3^{3-x}$ ,  $[-1; 2]$

д)  $f(x) = \frac{4}{x+1} + x$ ,  $[0; 3]$

д)  $f(x) = \frac{4}{x-1} + x$ ,  $[-2; 0]$

2) При каком значении  $x$  функция  $y = x^3 - x^2$  [ $y = x^4 + x^3$ ] на отрезке  $[0,5; 1]$  ( $[-1; -0,5]$ ) принимает наименьшее значение?

3) Найдите область значений функции.

1)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ ,  $-0,5 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ; 2)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ ,  $-0,1 \leq x \leq 0,5$ ; 3) Д – ть:

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{x}{1+x^2} \leq \frac{1}{2}$$

4) Наибольшее значение функции  $f(x) = -x^2 + bx + c$  равно 7, а значение  $c$  на 25% меньше  $b$ . Найдите положительное значение  $b$ .

4) Наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  равно 1, а значение  $c$  на 25% больше  $b$ . Найдите положительное значение  $b$ .

5) Найдите наименьшее [наибольшее] значение функции на промежутке  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 5$ ,  $(-2; 1)$  |  $f(x) = 4x^5 - 15x^4 - 3$ ,  $(-1; 1)$

6) В каких пределах изменяются значения функции?

$f(x) = \cos x + 1/2 \cos 2x$ ,  $x \in [0; \pi]$

$f(x) = \sin x + 1/2 \sin 2x$ ,  $x \in [-\pi/2; \pi/3]$

7) Площадь прямоугольника равна  $81 \text{ см}^2$  [ $25 \text{ см}^2$ ]. Найдите наименьший возможный периметр этого прямоугольника.

8) Периметр равнобедренного треугольника равен 20 см [60 см]. При каком значении боковой стороны [высоты, проведённой к основанию], площадь треугольника наибольшая?

9) Число 24 [18] представьте в виде суммы двух положительных слагаемых, таких, что произведение их квадратов принимает наибольшее значение.

[сумма их квадратов принимает наименьшее значение.]

10) Требуется изготовить закрытый [открытый] цилиндрический бак ёмкостью  $V$ . При каком радиусе основания на изготовление бака уйдёт наименьшее количество материала?

11\*) Найдите отношение высоты к радиусу основания цилиндра, который при заданном объёме имеет наименьшую полную поверхность.

12\*) Найдите отношение высоты к радиусу основания конуса, который при заданном объёме имеет наименьшую площадь боковой поверхности.

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Первообразная)

### Вариант № 1

### Вариант № 2

1) Найти первообразные функций

а)  $f(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{x^2}{3} - 6x + 2$

б)  $f(x) = \frac{x^2}{3} - \sin 2x$

в)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ , при  $x > 0,5$

г)  $f(x) = \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$ , если  $F(4) = -2$

д)  $f(x) = \frac{6}{(4-3x)^2}$ , если  $F(1,5) = 1$

е)  $f(x) = (\sqrt{4x+2})^{-1} + \sin \frac{x}{2}$ , при  $x > -$

0,5 ж)  $f(x) = \cos 3x + \frac{1}{\sin^2 x}$

з)  $f(x) = \frac{6x-2}{1+\sqrt{6x-1}}$

и)  $f(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x$

к)  $f(x) = \sin(1,5x-1) + \sqrt{x}$

л)  $f(x) = \frac{1}{3\cos^2(7-x)} + \frac{x^2}{2}$

м)  $f(x) = \cos^2 x$

а)  $f(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{2} - 4x + 3$

б)  $f(x) = \frac{x^3}{2} - \cos 3x$

в)  $f(x) = \sqrt{4x+2}$ , при  $x > -0,5$

г)  $f(x) = \left(\frac{x}{5} + 2\right)^2$ , если  $F(-15) = 6$

д)  $f(x) = \frac{4}{(3-0,5x)^2}$ , если  $F(-2) = 5$

е)  $f(x) = (\sqrt{2x-1})^{-1} - \cos \frac{x}{4}$ , при  $x >$

0,5 ж)  $f(x) = \sin 3x - \frac{1}{\cos^2 x}$

з)  $f(x) = \frac{3-8x}{2+\sqrt{8x+1}}$

и)  $f(x) = \sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x$

к)  $f(x) = \cos(1-1,5x) + \sqrt{x+1}$

л)  $f(x) = \frac{1}{5\sin^2(2-x)} + \frac{x}{3}$

м)  $f(x) = \sin^2 x$

2) Для функции  $f(x)$  найти первообразную, график которой проходит через данную точку. 1)  $f(x) = 2\sin 3x$ ,  $M(\pi/3; 0)$ ; 2)  $f(x) = 3\cos 2x$ ,  $M(\pi/4; 0)$

3) Найти ту первообразную  $F(x)$  функции  $f(x) = 3x - 1$  [ $f(x) = 2x - 4$ ], для которой уравнение  $F(x) = 5$  [ $F(x) = 1$ ] имеет 2 равных корня.

4) Найти те первообразную функции  $f(x) = x^2 - 5x + 3$  [ $f(x) = x^2 - 2x + 1$ ], графики которых касаются прямой  $y = -3x - 1$  [ $y = 4x - 2$ ].

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Интеграл)

### Вариант № 1

$$\int_{-1}^2 (x^2 - 6x + 9)dx; \int_0^2 \frac{1}{(2x-1)^2} dx; \int_0^4 \sqrt{2x+1} dx; \int_{5\pi/3}^{3\pi} \cos 0,5x dx; \int_0^2 3^{0,5x} dx; \int_1^4 \frac{6}{x\sqrt{x}} dx; \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}; \int_0^{\pi/3} \sin^2 x dx$$

2) При каком значении  $p$ :  $\int_{p/2}^p \frac{1-2x}{3} dx = -\frac{4}{3}$ ;  $\int_1^2 (p^2 + (4-4p)x + 4x^3) dx \leq 12$

### Вариант № 2

$$\int_{-3}^1 (x^2 + 4x + 4)dx; \int_0^{1/3} \frac{1}{(1-6x)^2} dx; \int_{-1}^0 \sqrt{4+3x} dx; \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx; \int_0^{\log_2 3} 2^{3x} dx; \int_1^9 5\sqrt{x} dx; \int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^2 x}; \int_0^{\pi/4} \cos^2 x dx$$

2) При каком значении  $p$ :  $\int_{p/2}^p \frac{1+2x}{4} dx = 2\frac{1}{2}$ ;  $\int_0^1 (p + (4-p)x + 4p^2 x^3) dx \leq \frac{17}{2} p - 14$

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Площадь криволинейной трапеции)

Вычислите площади фигур, ограниченных графиками

- |  |  |
|--|--|
| 1) $y = -x^2 + 4x - 3, y = 0$  | 1) $y = -x^2 + x + 2, y = 0$   |
| 1-б) $y = x^2 - 2, y = 2x - 2$   | 1-б) $y = x^2 - 2, y = 2x - 2$   |
| 2) $y = x^2 + 4x + 10, x = 0$ и касательной в точке $x_0 = -3$   | 2) $y = x^2 - 2x + 5, x = 0,$ и касательной в точке $x_0 = 2$  |
| 3) $y = \sin x, y = \cos x, x = \pi/4, x = \pi$  | 3) $y = \sin x, y = \cos x, -3\pi/2 \leq x \leq \pi/2$   |
| 4) $f(x) = 4x, F(x)$ , если график функции $f(x)$ пересекает график своей первообразной $F(x)$ в двух точках, одна из которых $(-1; -4)$ . | 4) $f(x) = 2x, F(x)$ , если график функции $f(x)$ пересекает график своей первообразной $F(x)$ в двух точках, одна из которых $(3; 6)$ . |
| 5) $f(x) = -2x + 4, F(x), x = 1$ , если график функции $f(x)$ является касательной для графика $F(x)$ .                                    | 5) $f(x) = -2x - 4, F(x), x = -4$ , если график функции $f(x)$ является касательной для графика $F(x)$ .                                 |
| 6) $y = 8/x, y = 6 - x$  | 6) $y = 3/x, y = 4 - x$  |
| 7) $y = e^x, y = e^2, x = 0$   | 7) $y = e^{-x}, y = e, x = e$  |
| 8) $y =  \sin x ; x = \frac{4\pi}{3}; \pi \leq x \leq \frac{4\pi}{3}; y = 0$   | 8) $y =  \cos x ; \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}; y = 0; x = \frac{5\pi}{6}$   |
| 9) $y = \sqrt{ x }, y = 0, x = -4, x = 1$  | 9) $y = \sqrt{ x }, y = 0, x = -9, x = 4$  |
- 10) Найти  $p$ , если известна площадь фигуры, ограниченной графиками  $y = \sqrt{x}, y = px^2, S = 2\frac{2}{3}$   $y = \sqrt{x}, y = px, S = 4,5$

11) В каком отношении парабола  $y = 1/2 x^2$  [ $y = x^2$ ] делит площадь круга  $x^2 + y^2 \leq 8$  [ $x^2 + y^2 \leq 2$ ]?

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (Задачи из билетов по алгебре)

1) Найдите: а)  $\sin(\arccos 4/5)$ ; б)  $\cos(\arcsin 1/6)$ ; в)  $\cos x \cos y$ , если  $x = 37^\circ 30', y = 7^\circ 30'$

г)  $\frac{\cos^2 32^\circ - \sin^2 28^\circ}{\cos 4^\circ}$ ; д)  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{\sqrt{3} \cos \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = a$ ; е)  $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}$

ж)  $\left(1 - \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}\right) \cdot \left(1 - \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}\right)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{11}$     з)  $(1/9)^{\log_3 \sqrt{x+1} - 0,5 \log_3 (x^2 - 1)}$

и)  $\lg(x^3 + 8) - 0,5 \lg(x^2 + 4x + 4) - \lg(x^2 - 2x + 4)$

2) Решить уравнения.

а)  $\arccos(x - 1) = \pi/4$     б)  $\operatorname{arctg}(4x + 2) = -\pi/6$     в)  $\sqrt{x-1} - \sqrt{4-x} = -\sqrt{x+2}$

г)  $x^{3x^2 - 5x - 2} = 1$     д)  $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2$     е)  $4^{\log_9 x^2} + 2 = 4^{\log_9 x+1} - 4^{\log_9 x}$     ж)  $x^{\lg x} = 100x$

3) Решить неравенства. а)  $\sin x + \sqrt{3} \cos x < 0$ ; б)  $\sin^2 x \geq 1/2$ ; в)  $2\cos^2 x + 5\cos x - 3 < 0$   
г)  $5^{\lg x} - 3^{\lg x - 1} < 3^{\lg x + 1} - 5^{\lg x - 1}$ ; д)  $\log_2(9 - 2^x) < 3 - x$ ; е)  $2\log_x 25 - 3\log_{25} x > 1$

4) Найти угловой коэффициент и угол наклона касательной, проведённой к графику функции  $y = 1 + \sin x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \pi$ .

5) В каких точках касательная к  $y = 1/3x^3 - x^2 - x + 1$  параллельна  $y = 2x - 1$ ?

6) Построить:  $f(x)=x^2 \cdot e^x$ ;  $y=2\sin\left(|x|+\frac{\pi}{2}\right)$ ;  $y=\sin^2(\log_5(2-x)) + \cos^2(\log_5(2-x))$

ЯГубов.РФ