

МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

Может применяться в неравенствах, в которых правая часть равна 0, а левая представлена в виде дроби или произведения, т.е. $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq (\geq) 0$ или $P(x) * Q(x) \leq (\geq) 0$

Алгоритм

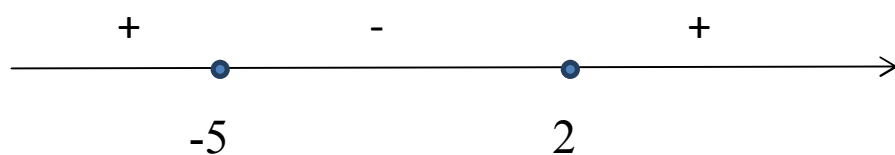
1. Найти нули числителя и знаменателя (или сомножителей), решив уравнения $P(x)=0$, $Q(x)=0$.
2. Нанести их на числовую ось, отметить их кратность (если $(x-2)^3=0$, то число 2-корень нечётной кратности, если $(x-2)^6=0$, то число 2-корень чётной кратности).
3. Вычислить знак левой части на каждом из полученных промежутков, начиная со знака + и дальше расставляя с учётом кратности корней:
А. если нуль **чётной** кратности, то не **меняя** знака
В. если нуль **нечётной** кратности, то **чередую** знаки.
4. Выбрать промежутки, соответствующие знаку неравенства: " $>$ " - " $+$ " или " $<$ " - " $-$ ".
5. Записать ответ.

Пример

$$\frac{3x-6}{2x+10} > 0$$

1. Нули числителя и знаменателя: $3x-6=0$, $x=2$, $2x+10=0$, $x=-5$

2. Нанести на числовую ось:



3. Т.к. знак данного неравенства $>$, то выбираю промежутки, на которых знак +:

Ответ: $(-\infty; -5)$ и $(2; +\infty)$

Индивидуальные задания

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
Решите неравенства 1. $\frac{2x+8x^2}{2x-1} > 0$ 2. $\frac{(x+10)(2x-3)}{2x} > 0$ 3. $\frac{x(x+2)}{1-2x} < 0$ 4. $\frac{4x-2}{5x+10} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-4}{2x+1} < 0$ 6. $\frac{4-49x^2}{x-5} \geq 0$ 7. $3x^3+4x^2-4x \leq 0$ 8. $\frac{2x-1}{x+4} < 1$	Решите неравенства 1. $\frac{3-2x}{x+4} \geq 0$ 2. $\frac{(x-5)(3x-1)}{9-x} > 0$ 3. $\frac{x(x-4)}{2-3x} \leq 0$ 4. $\frac{8x^2-9x}{3-6x} \geq 0$ 5. $\frac{4-x^2}{2x-3} < 0$ 6. $\frac{8-32x^2}{12-x} > 0$ 7. $x^3-14x^2+48x \leq 0$ 8. $\frac{x-4}{2x-3} < 2$	Решите неравенства 1. $\frac{8+x}{x-3} \leq 0$ 2. $\frac{(x+2)(2x+9)}{5-x} < 0$ 3. $\frac{x(x+7)}{4-x} > 0$ 4. $\frac{x-16x^2}{10-3x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-64}{9-x} > 0$ 6. $\frac{9x^2-36}{1-x} < 0$ 7. $x^3-14x^2-15x < 0$ 8. $\frac{x-4}{2x+1} \leq -1$	Решите неравенства 1. $\frac{9-6x}{x+1} \leq 0$ 2. $\frac{(x-11)(3x-8)}{6-x} < 0$ 3. $\frac{x(x-2)}{1+4x} > 0$ 4. $\frac{4x-9x^2}{10-x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-25}{3-x} \geq 0$ 6. $\frac{8x^2-2}{3-x} < 0$ 7. $x^3-19x^2+84x \leq 0$ 8. $\frac{3x-4}{x} \leq -2$
5 вариант	6 вариант	3 вариант	4 вариант
Решите неравенства 1. $\frac{7-3x}{x-2} \leq 0$ 2. $\frac{(x-12)(2x-8)}{5+x} \leq 0$ 3. $\frac{x(x-6)}{1-x} > 0$ 4. $\frac{9x-16x^2}{10+3x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-49}{3+x} > 0$ 6. $\frac{9x^2-3}{1+x} < 0$ 7. $2x^3+5x^2-3x < 0$ 8. $\frac{3x+4}{x} \leq -1$	Решите неравенства 1. $\frac{8+x}{x-3} \leq 0$ 2. $\frac{(x+2)(2x+9)}{5-x} < 0$ 3. $\frac{x(x+7)}{4-x} > 0$ 4. $\frac{x-16x^2}{10-3x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-64}{9-x} > 0$ 6. $\frac{9x^2-36}{1-x} < 0$ 7. $x^3-14x^2-15x < 0$ 8. $\frac{x-4}{2x+1} \leq -1$	Решите неравенства 1. $\frac{8+x}{x-3} \leq 0$ 2. $\frac{(x+2)(2x+9)}{5-x} < 0$ 3. $\frac{x(x+7)}{4-x} > 0$ 4. $\frac{x-16x^2}{10-3x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-64}{9-x} > 0$ 6. $\frac{9x^2-36}{1-x} < 0$ 7. $x^3-14x^2-15x < 0$ 8. $\frac{x-4}{2x+1} \leq -1$	Решите неравенства 1. $\frac{9-6x}{x+1} \leq 0$ 2. $\frac{(x-11)(3x-8)}{6-x} < 0$ 3. $\frac{x(x-2)}{1+4x} > 0$ 4. $\frac{4x-9x^2}{10-x} \geq 0$ 5. $\frac{x^2-25}{3-x} > 0$ 6. $\frac{8x^2-2}{3-x} < 0$ 7. $x^3-19x^2+84x \leq 0$ 8. $\frac{3x-4}{x} \leq -2$

Группа 1_____

Фамилия Имя _____

Тест по теме «Метод интервалов»

№	Утверждение	Да/нет
1	Я знаю какие неравенства можно решить с помощью метода интервалов	
2	Я понимаю алгоритм метода интервалов	
3	Я могу применить метод интервалов для решения простого неравенства без ОК	
4	Я понимаю как находить знаки на получившихся промежутках	

Обязательные результаты обучения

В результате работы с опорным конспектом обучающийся должен

уметь

решать неравенства с помощью метода интервалов;
изображать на координатной прямой множества решений простейших неравенств.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

построения и исследования простейших математических моделей.

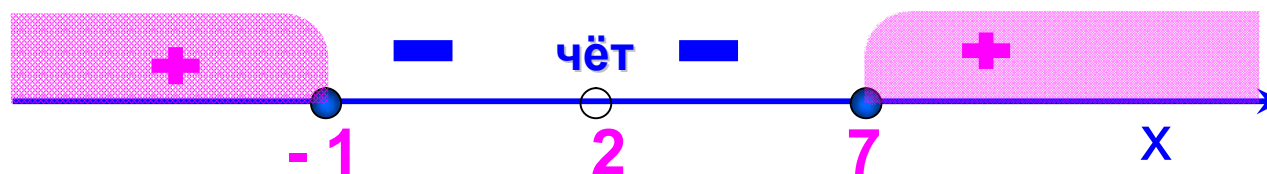
Результат выполнения контрольных заданий:

8-6 правильных ответов- высокий уровень самооценки в области математики;

5-4 правильных ответов- достаточный уровень;

3 и менее- уровень, требующий индивидуального консультирования.

Метод интервалов

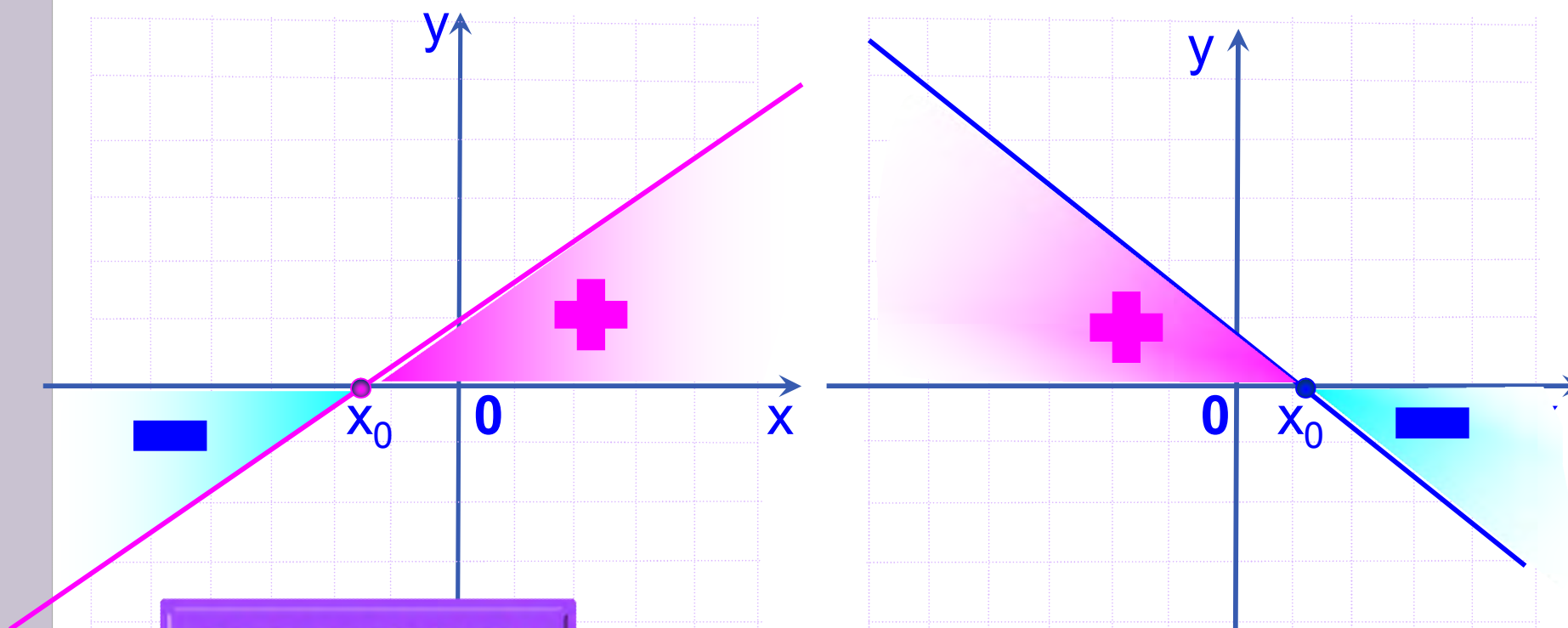


Корни многочлена делят числовую ось на промежутки, на каждом из которых функция сохраняет свой знак без изменения - либо везде положителен, либо отрицателен

Исследуем линейную функцию: $y = kx + b$

$k > 0$

$k < 0$

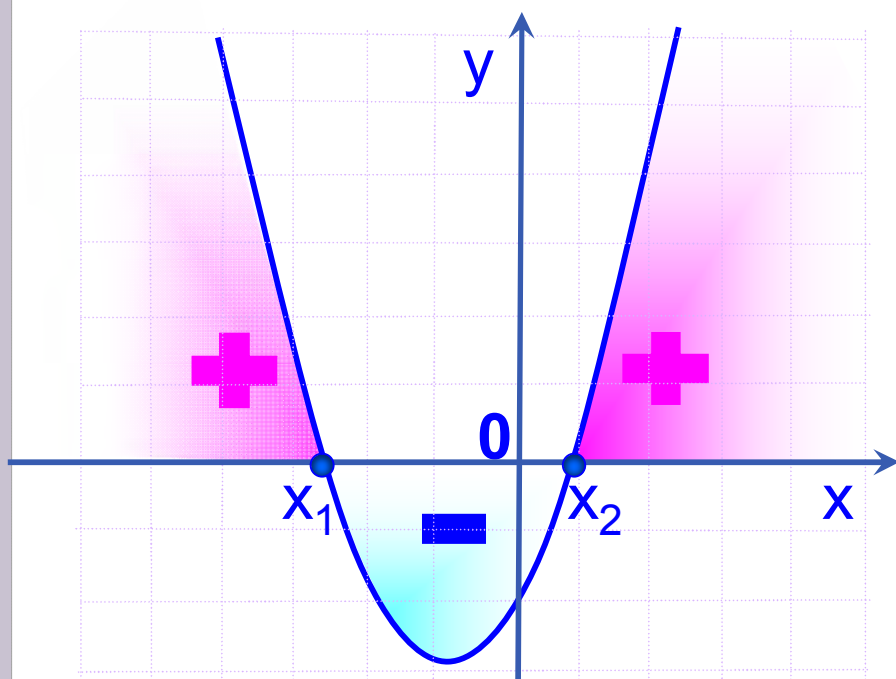


ЭТО ВАЖНО!

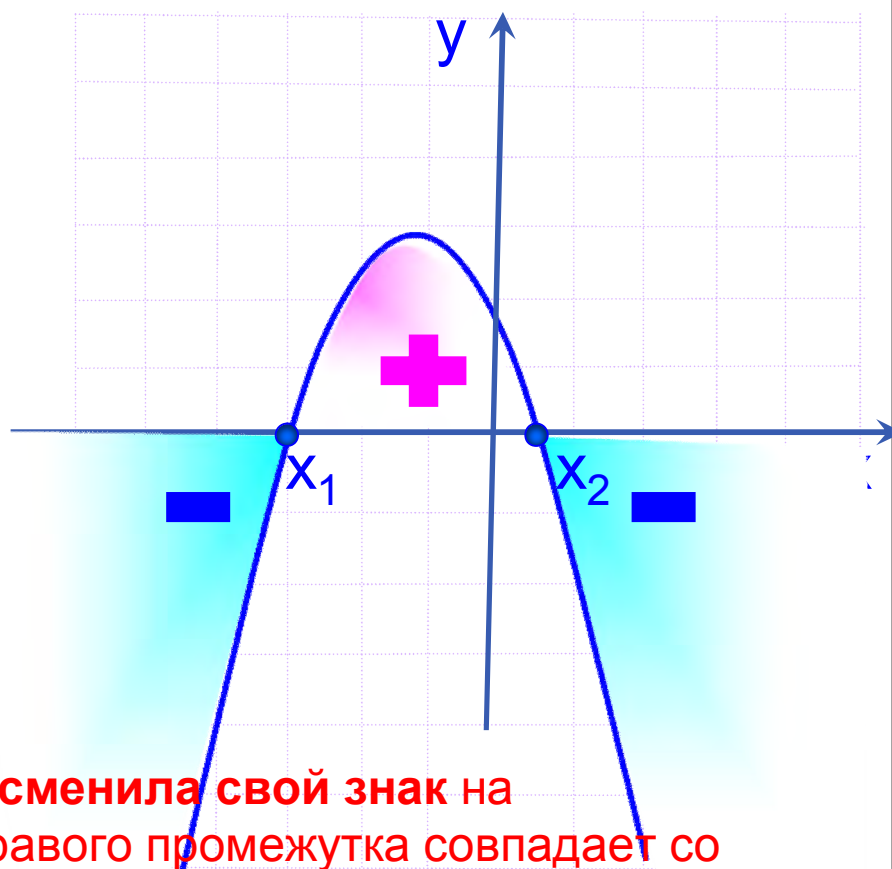
При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента.

Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

$a > 0, D > 0$



$a < 0, D > 0$

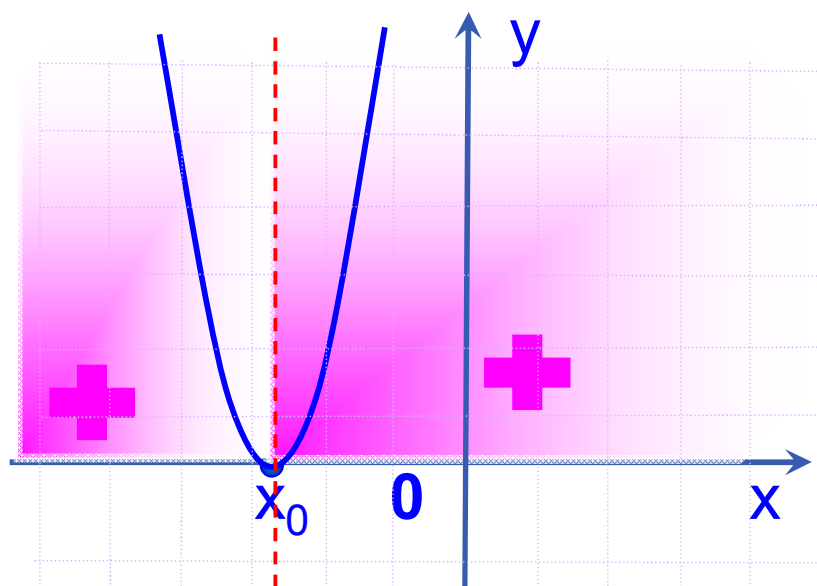


ЭТО ВАЖНО!

При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента.

Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

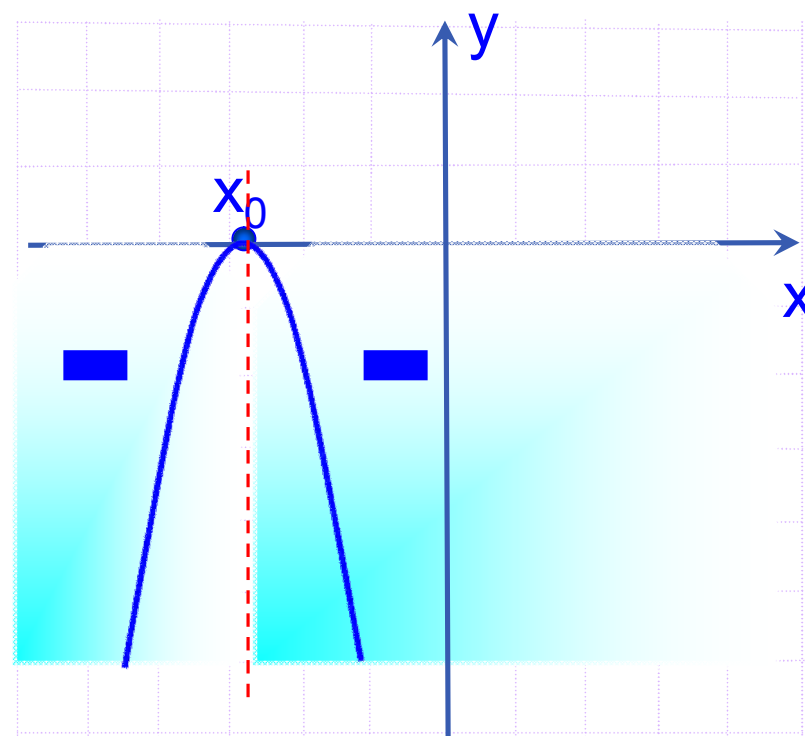
$a > 0, D = 0$



ЭТО ВАЖНО!

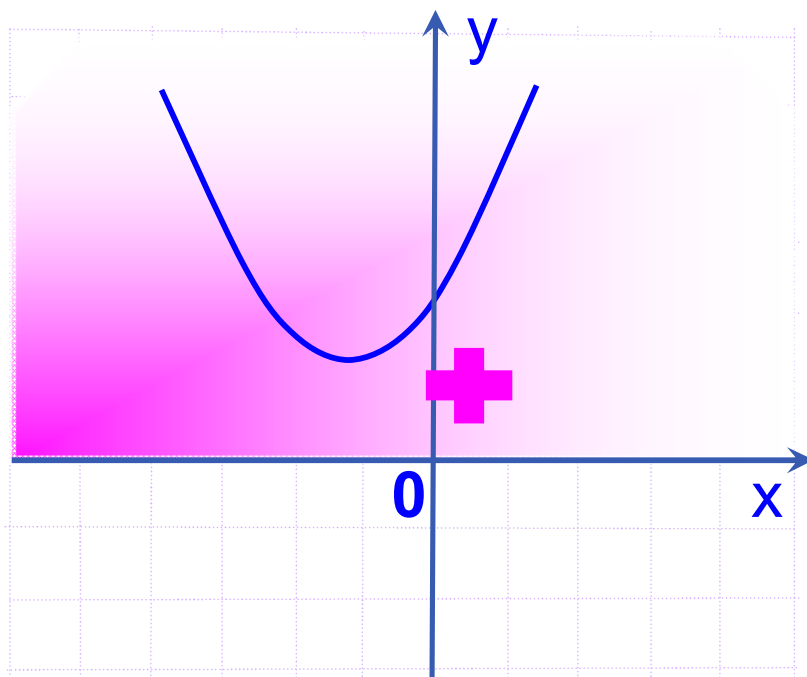
При переходе через корень функции свой знак **не поменяла**, знак старшего коэффициента совпадает со знаком крайнего правого промежутка.

$a < 0, D = 0$



Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

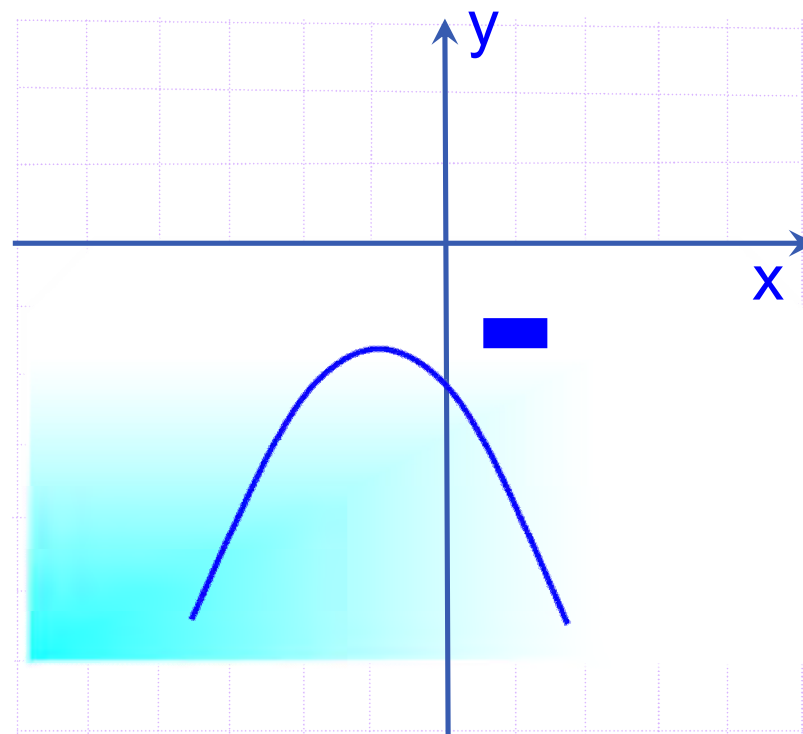
$a > 0, D < 0$



ЭТО ВАЖНО!

Функция **сохраняет** свой знак на всей числовой оси.

$a < 0, D < 0$



Выводы

- 1) если корень функции встречается **нечетное** число раз, то при переходе через него функция меняет свой знак **на противоположный**;
- если корень встречается **четное** число раз, то при переходе через него функция свой знак **сохраняет**;
- 2) если корней нет, то функция сохраняет свой знак на всей числовой оси;
- 3) знак на любом из промежутков можно определить методом подстановки;
- 4) Знак справа от большего корня совпадает со знаком старшего коэффициента многочлена.

Алгоритм решения неравенств методом интервалов

- Привести неравенство к сравнению многочлена с нулем;
- Найти корни многочлена, для дробно – рациональных неравенств корни числителя и знаменателя находят отдельно.
- Нанести корни на числовую ось (если неравенство строгое, то корни на числовой оси «выкалываем»; корни знаменателя «выкалываем» всегда, т. к. на нуль делить нельзя).
- Определить знак на одном из промежутков.
- Расставить знаки на всех остальных промежутках.
- Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

ЭТО ВАЖНО!

Методом интервалов решают неравенства с нулем в правой части:

$$f(x) > 0; \frac{f(x)}{g(x)} > 0.$$

Решение неравенств

$$\text{№1. } a = 1 > 0 \quad x^2 - 3x - 4 \geq 0$$

Неравенство готово для решение методом интервалов, т. к. в правой части находится нуль. Находим корни.

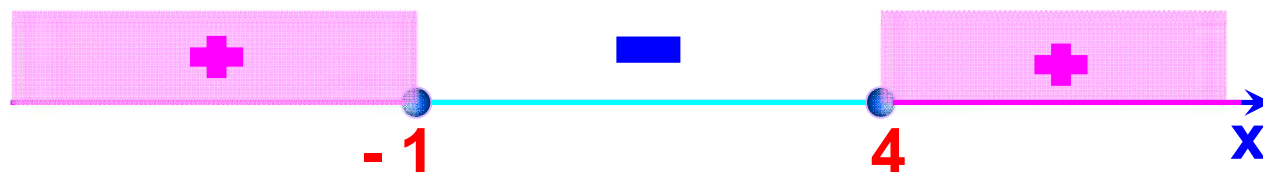
$$\text{Корни : } x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 x_2 = -4$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -1$$



Ответ: $(-\infty ; -1] \cup [4 ; +\infty)$

$a = -1 < 0$
№2. $-x^2 + 6x - 8 > 0$

Корни : $-x^2 + 6x - 8 = 0 \mid \times (-1)$

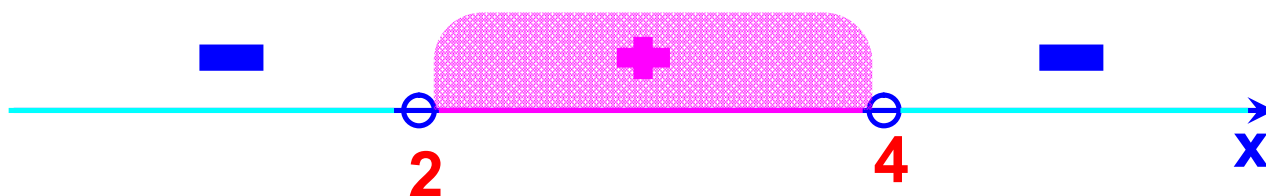
$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 x_2 = 8$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4$$



Ответ: (2;4)

№3. $3x^2 \leq 1$

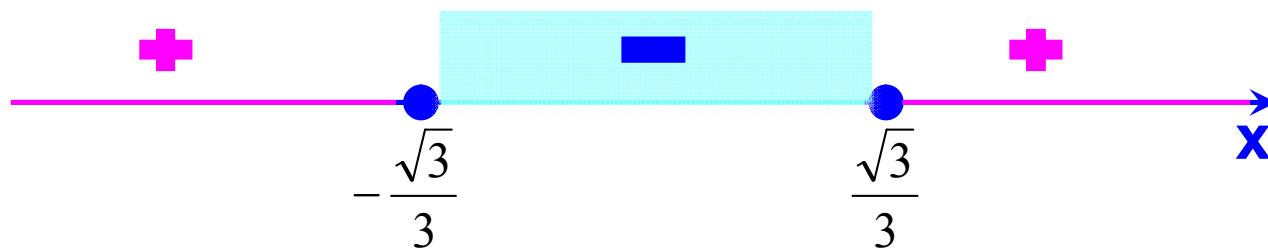
$a = 3 > 0$ $3x^2 - 1 \leq 0$

Корни : $3x^2 - 1 = 0$

$$3x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$



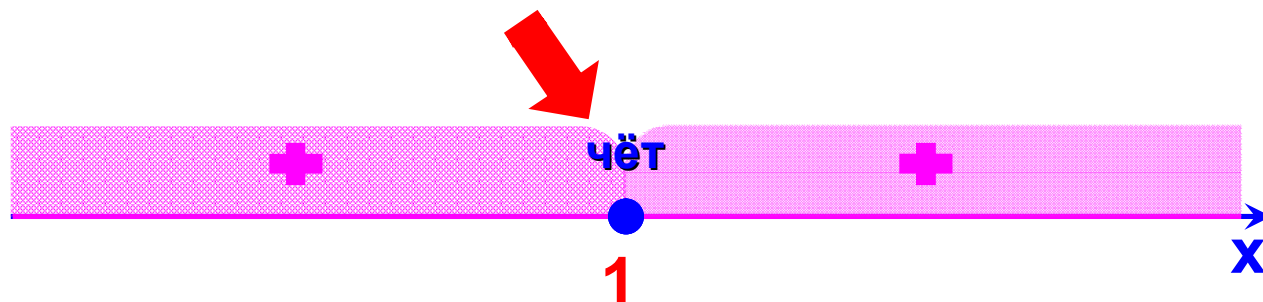
Ответ: $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

$a = 1 > 0$

№7. $x^2 - 2x + 1 \geq 0$



Корни : $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
 $x = 1$ (2 раза)

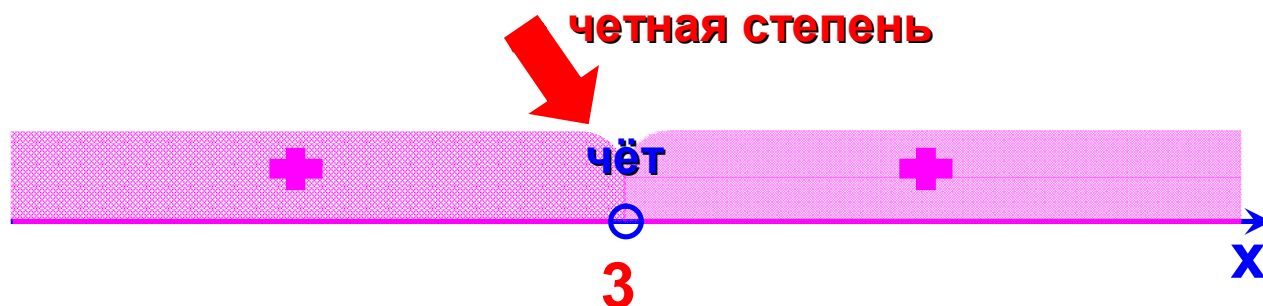


Ответ: $(-\infty; +\infty) \cup (1; +\infty)$

$$\text{№8. } (x - 3)^{18} > 0$$

Корни : $x - 3 = 0$
 $x = 3$ (18 раз)

Обращаем внимание на знак перед старшим коэффициентом и на четность – нечетность степени.



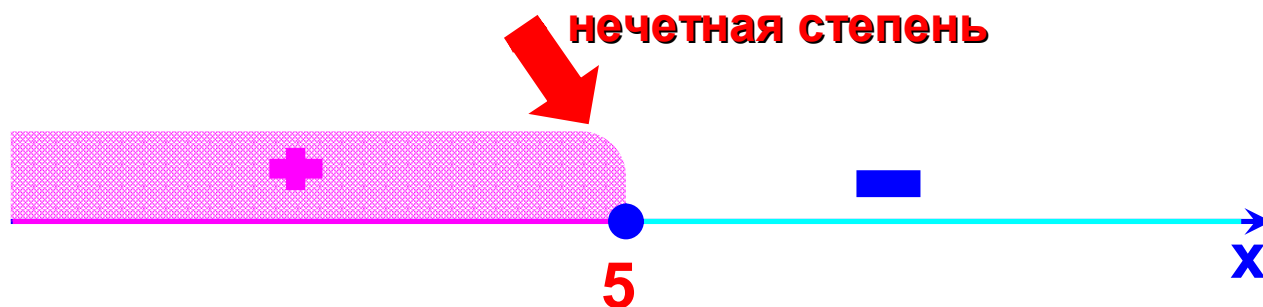
Ответ: $(-\infty ; 3) \cup (3; +\infty)$

$a = -1 < 0$

№9. $(5 - x)^5 \geq 0$

Корни : $5 - x = 0$

$x = 5$ (5 раз)

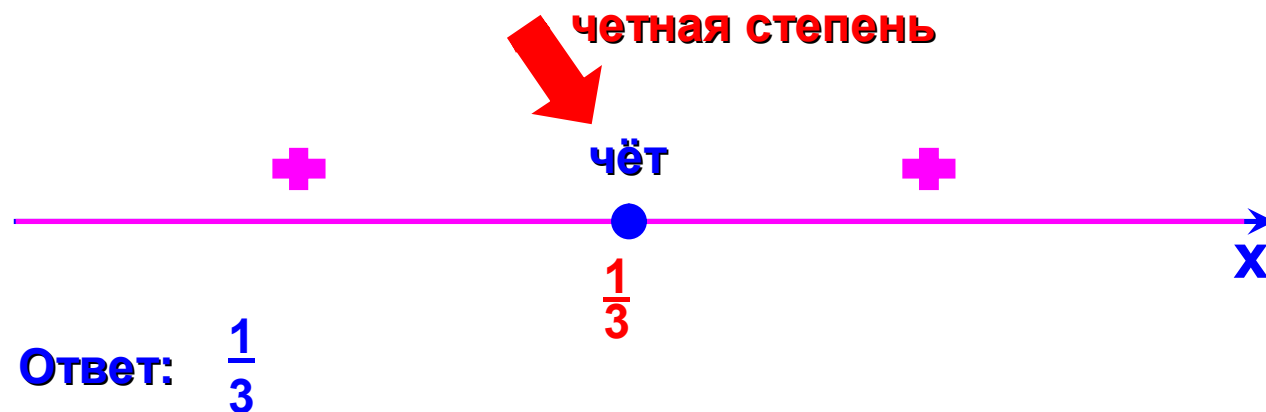


Ответ: $(-\infty ; 5]$

$$\text{№10. } (1 - 3x)^{50} \leq 0$$

Корни : $1 - 3x = 0$

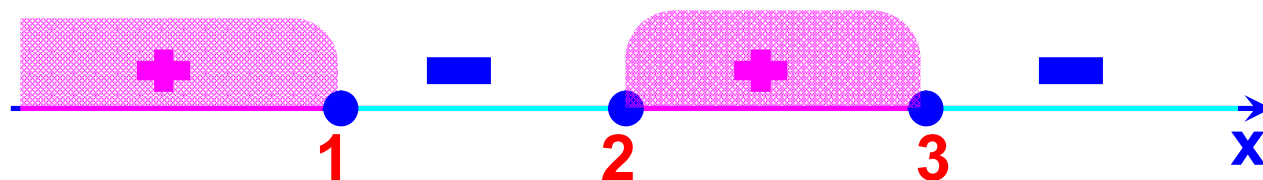
$x = \frac{1}{3}$ (50 раз)



№11. $(x - 1)^{a_1 = 1 > 0} (x - 2)^{a_2 = 1 > 0} (3 - x)^{a_3 = -1 < 0} \geq 0$

Корни : 1 ; 2 ; 3

Знак произведения отрицательный.

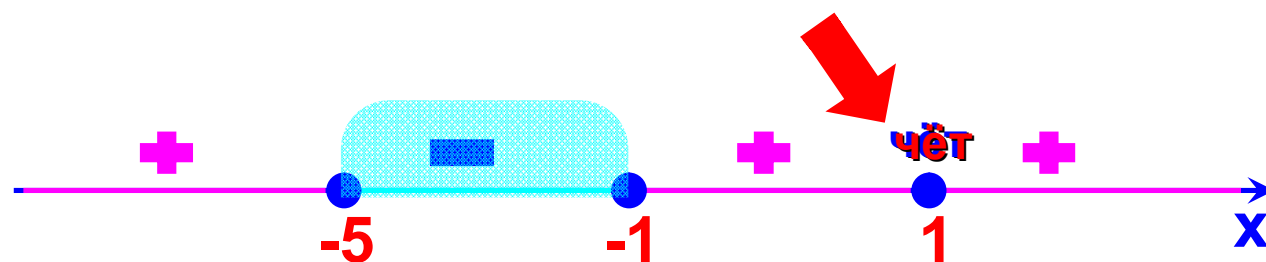


Ответ: $(-\infty ; 1] \cup [2; 3]$

№12. $\overset{a_1=1>0}{(x^2-1)}\overset{a_2=1>0}{(x^2+4x-5)} \leq 0$

Корни : ± 1 ; -5 ; 1

Знак произведения положительный.



Ответ: $[-5; 1] \cup \{1\}$

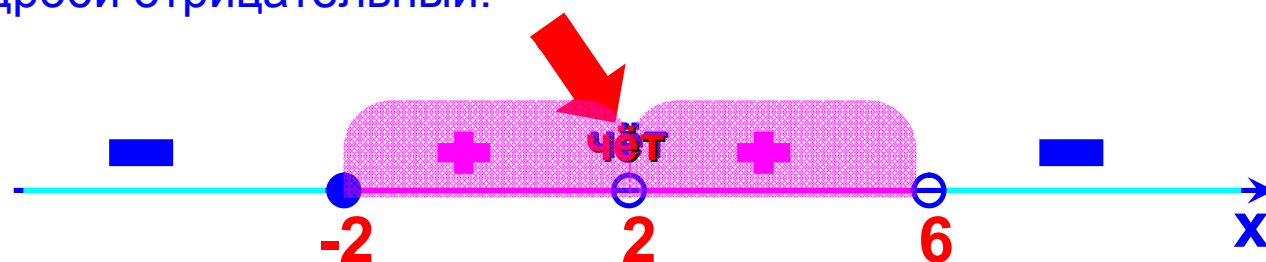
№13. $\frac{4 - x^2}{x^2 - 8x + 12} \geq 0$

$a_1 < 0$
 $a_2 > 0$

Корни числителя : ± 2

Корни знаменателя : $2; 6$ (корни знаменателя «выкалываем» всегда)

Знак дроби отрицательный.



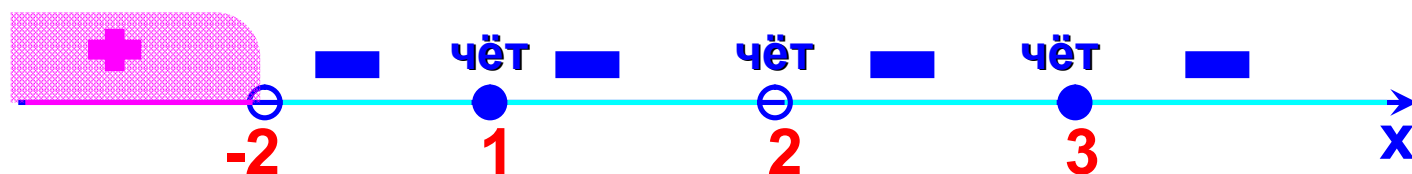
Ответ: $[-2; 2) \cup (2; 6)$

$$\text{№14. } \frac{(1-x)^2 (2-x)^3 (3-x)^4}{x^2 - 4} \geq 0$$

Корни числителя : 1 (2 раза); 2 (3 раза); 3 (4 раза)

Корни знаменателя : ± 2

Знак дроби отрицательный.



Ответ: $(-\infty; 2) \cup \{1; 3\}$

№15. $\frac{1}{x} < 1$

$$\frac{1}{x} - 1 < 0$$

$$\frac{1-x}{x} \overset{-}{\underset{+}{<}} 0$$

Корни числителя : 1

Корни знаменателя : 0



Ответ: $(-\infty ; 0) \cup (1; +\infty)$