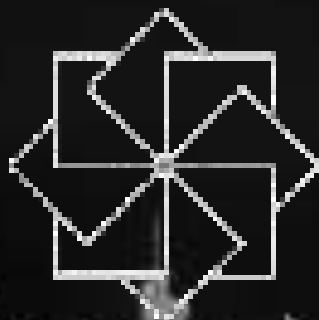




E-Math

БОЛЬШОЙ ЗАДАЧНИК ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

Яросвет Легкодѳмов

ELECTRONICAL MATH SYSTEM (E-MATH) |

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВСТУПЛЕНИЕ.....	2
ВАРИАНТЫ ОГЭ. ЧАСТЬ «В».....	3
РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ	12
АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ	12
СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ	13
ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ	14
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	20
УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ	21
НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ.....	24
ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	25
ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	26
ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ	29
ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ.....	30
УГЛЫ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ.....	31
ТРЕУГОЛЬНИКИ ОБЩЕГО ВИДА	32
РАВНОБЕДРЕННЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ.....	34
РАВНОСТОРОННИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ	34
ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ	35
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ.....	36
ПРЯМОУГОЛЬНИК.....	38
РОМБ	38
КВАДРАТ	39
ТРАПЕЦИЯ	39
ДРУГИЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ	41
ОКРУЖНОСТЬ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТЫ	42
ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ	44
ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ	45
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ	46
ФИГУРЫ НА КВАДРАТНОЙ РЕШЁТКЕ	52
КОМБИНАЦИИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ОКРУЖНОСТЕЙ	54
ВАРИАНТЫ ОГЭ. ЧАСТЬ «С».....	56
КОНТРОЛЬНЫЙ ВАРИАНТ	60
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ВАРИАНТА ОГЭ	64
ОТВЕТЫ.....	65
КРАТКИЙ КУРС МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ	69
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ «ФИПИ».....	73
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	75

ВСТУПЛЕНИЕ

Дорогой друг!

В первую очередь, данная книга полезна для учащихся 7–9 классов, готовящихся к основному государственному экзамену (ОГЭ). Это задачник по математике, который не содержит стандартный набор типовых экзаменационных вариантов и заданий. В начале книги приводятся три варианта только с заданиями части «В», а в конце – четыре варианта с заданиями части «С» и один полный вариант. В пособии также приведены нестандартные, интересные и «вирусные» задачи из курса средней школы.

Как работать с задачиком? Выберите актуальные для вас разделы и проработайте предложенные нами задания. В конце пособия есть ответы на все задания.

Если возле номера задания стоит звёздочка, то данное задание повышенного или высокого уровня сложности, которое может встретиться на ОГЭ в части «С» или на ЕГЭ профильного уровня в части «В». Но это вовсе не означает, что задания такого типа необязательны к выполнению.

Я, Ярослав Легкодымов, представитель сообщества «E-Math». У нашей организации есть свой собственный YouTube-канал и группа ВКонтакте. Каждый день мы выкладываем интересные факты из математики, полезную теорию, еженедельные задания и проводим открытые онлайн-уроки, где разбираем актуальные для Вас темы.

Удачи в подготовке!



https://www.youtube.com/channel/UCBx_8uikv1e4DSQVw7WEOGg



https://vk.com/e_math



math_ogeege@inbox.ru

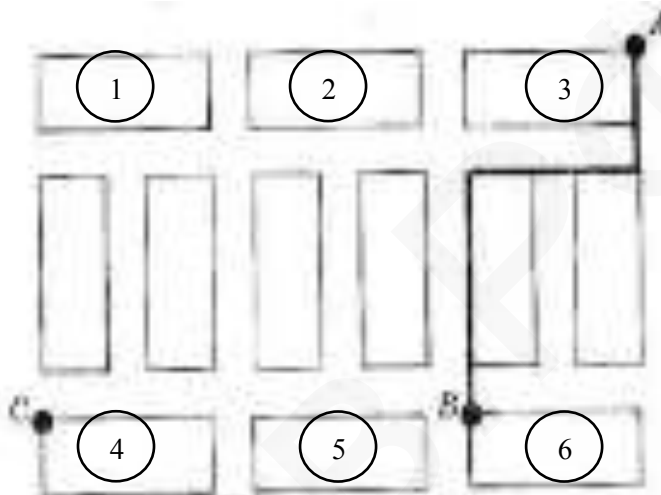
ВАРИАНТЫ ОГЭ. ЧАСТЬ «В»

Вариант I

Прочитайте текст и выполните задания 1–5

На плане одного из кварталов города Москва изображены строения, каждое из которых имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 130 м, ширина всех улиц в этом квартале равна 30 м. (см. рис. ниже).

Электричество подведено, имеется магистральное газоснабжение.



#1. Для пунктов *A*, *B* и *C*, определите, номерам каких строений они соответствуют. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр.

Пункт	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
№ строения			

Ответ: _____.

#2. Паркет продаётся упаковками по 1,5 кв. м в каждой упаковке. Каждая дощечка имеет форму прямоугольника со сторонами 5 см и 20 см. Сколько дощечек в такой упаковке?

Ответ: _____.

#3. Найдите площадь, которую занимает одно строение. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

#4. Найдите длину пути (в метрах) от пункта *A* до пункта *B*, изображённого на плане.

Ответ: _____.

#5. Платеж за потребление электроэнергии осуществляется по двухтарифному счётчику. Тариф зависит от времени суток. Общая сумма платежа складывается из сумм по каждому из двух тарифов. Квитанция на оплату содержит следующую таблицу.

Тарифная зона	Показания счётчика		Расход факт.	Тариф, руб.	Сумма к оплате, руб.
	Текущее	Предыдущее			
день (T1)	9632	9546		3,80	
ночь (T2)	6231	5937		0,95	

Вычислите общую сумму платежа за указанный в таблице расход электроэнергии.

Ответ: _____.

#6. Стас выбирает трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 48.

Ответ: _____.

#7. Из формулы центростремительного ускорения $a_{\text{цс}} = \omega^2 R$ найдите R (в метрах), если $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ и $a_{\text{цс}} = 64 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

#8. Найдите значение выражения $\frac{12}{5} : \frac{15}{2}$.

Ответ: _____.

#9. Решите уравнение $5 - 2(4x - 7) = 3$.

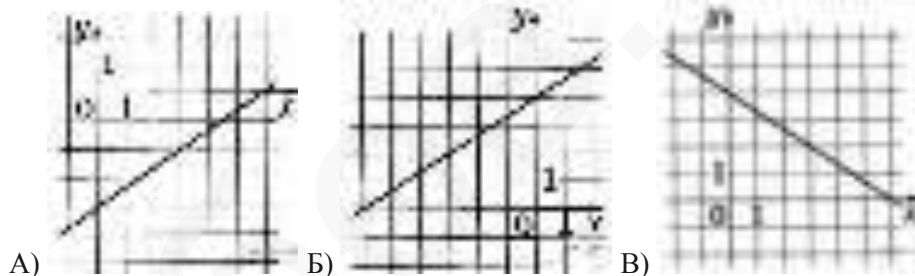
Ответ: _____.

#10. Найдите значение выражения $2\sqrt{3^6} - (3\sqrt{2})^2$.

Ответ: _____.

#11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{2}{3}x + 4$

2) $y = \frac{2}{3}x - 4$

3) $y = \frac{2}{3}x + 4$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

#12. На координатной прямой отмечено число a .



Какие из этих утверждений для этого числа являются верными?

1) $5 - a < 0$

2) $a - 6 > 0$

3) $a - 5 < 0$

4) $a - 4 > 0$

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответа без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

#13. В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 44° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

#14. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

#15. В треугольнике ABC известно, что угол BAC равен 28° , AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

#16. Какие из следующих утверждений верны?

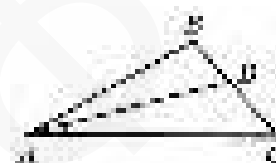
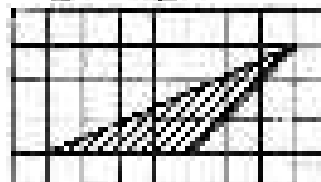
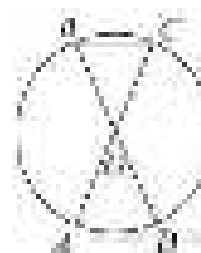
- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных вариантов ответа в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

#17. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. Каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

Ответ: _____.



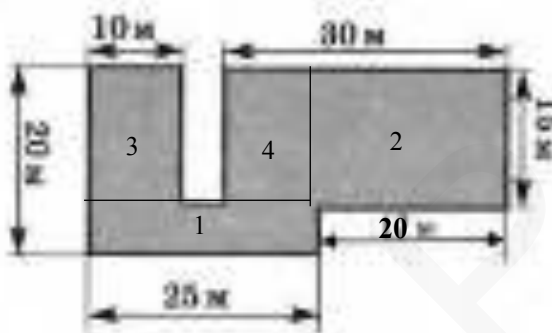
Вариант II

Прочитайте текст и выполните задания 1–5

На рисунке изображён план участка по адресу: г. Комарово, ул. Московская, д. 18. Участок имеет форму десятиугольника (см. рис. ниже). Вокруг него построен забор.

Справа от калитки (входа на участок) находится гараж, отмеченный на плане цифрой 3, а слева — площадка и жилой дом соответственно. Гараж, жилой дом, дорожка возле входа и площадка имеют форму прямоугольника. Дорожка внутри участка вымощена тротуарной плиткой размером $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Размеры гаража и площадки перед жилым домом равны.

Электричество подведено, имеется магистральное газоснабжение.



#1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	дорожка	гараж	площадка
Цифры				

Ответ: _____.

#2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 10 штук. На 1 м^2 уходит 4 плитки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить дорожку перед входом на участок и площадку перед жилым домом?

Ответ: _____.

#3. Найдите кратчайшее расстояние от калитки (входа на участок) до гаража. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

#4. Какова площадь участка (в м^2)?

Ответ: _____.

#5. В таблице приведена стоимость работ по покраске потолков.

Цвет потолка	Цена в рублях за 1 м^2 (в зависимости от площади помещения)			
	до 10 м^2	от 11 до 30 м^2	от 31 до 60 м^2	свыше 60 м^2
белый	105	85	70	60
цветной	120	100	90	85

Хозяин решил покрасить потолок в любой цвет, кроме белого. Пользуясь данными, представленными в таблице, определите (в рублях), какова будет стоимость работ, если действует сезонная скидка в 15%.

Ответ: _____.

#6. На экзамене 50 билетов, Сеня **не выучил** 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

#7. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -100 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

#8. Найдите значение выражения $(9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (11 \cdot 10^5)$.

Ответ: _____.

#9. Решите уравнение $3x^2 + 5x = 2 - 2x - x^2$. Если корней несколько, в ответе запишите их произведение.

Ответ: _____.

#10. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{147} \cdot \sqrt{128}}{\sqrt{24}}$.

Ответ: _____.

#11. На рисунке изображён эскиз графика линейной функции $y = ax - 2$. Найдите значение a .



Ответ: _____.

#12. Какие из следующих неравенств не следуют из неравенства $z < y - x$?

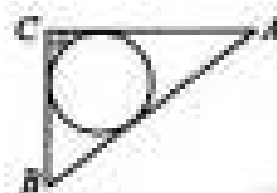
- 1) $x - y > z$ 2) $y - x - z < 0$ 3) $y - z > x$ 4) $z + x - y < 0$

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответа без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

#13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 13$, $BC = 5$ (см. рис.). Найдите радиус вписанной окружности.

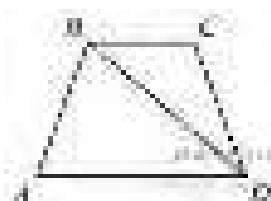
Ответ: _____.



#14. Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 60° . Найдите площадь ромба, делённую на $\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

#15. В трапеции $ABCD$ $AB = CD$, $\angle BDA = 42^\circ$ и $\angle BDC = 17^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

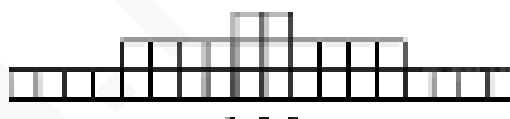
#16. Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.
- 2) Сумма углов выпуклого n -угольника равна $(n - 2) \cdot 180^\circ$.
- 3) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен полупериметру этого квадрата.
- 4) Внутренние углы при одной из боковых сторон трапеции всегда равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

#17. Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке: в каждой следующей строке на 8 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 16-й строке?



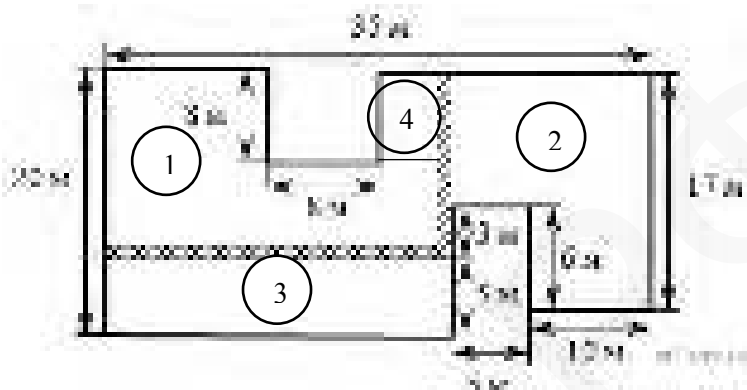
Ответ: _____.

Вариант III

Прочитайте текст и выполните задания 1–5

На рисунке изображён план сада в городе Сочи. Сад имеет форму двенадцатиугольника (см. рис. ниже). Справа от входа в сад находится клумба с цветами, обозначенная на плане цифрой 4. Штриховой линией показана деревянная дорожка шириной 0,5 м. Всю остальную площадь сада занимают деревья. Цифрами 1, 2, 3 обозначены яблони, вишни и абрикосы соответственно.

Вдоль периметра сада вырыта канава.



#1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	абрикосы	яблони	клумба	вишни
Цифры				

Ответ: _____.

#2. Сколько брусков потребуется для того, чтобы выложить дорожку, если один брусок имеет размеры 0,5 м × 0,5 м?

Ответ: _____.

#3. Какова длина канавы (в метрах)?

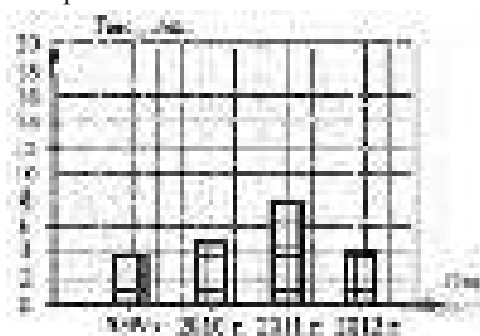
Ответ: _____.

#4. Найдите площадь всего сада. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

#5. На диаграмме показано количество посаженных деревьев и кустарников в г. Сочи за период с 2009 по 2012 гг. Определите, сколько всего было посажено зелёных насаждений за 2011 г. и 2012 г.? Ответ дайте в тысячах.

Ответ: _____.



#6. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 160, 157, 158, 149, 152. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____.

#7. Высота h (в м), на которой окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v (в м/с), можно вычислять по формуле $h = vt - \frac{gt^2}{2}$. С какой начальной скоростью (в м/с) надо бросить тело, чтобы за 4 с оно оказалось на высоте 4 м, если $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

#8. Найдите значение выражения $\frac{0,9 \cdot 0,2}{0,27}$. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

#9. Найдите корни уравнения $x = \frac{-(7x+15)}{x+1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите меньший из них.

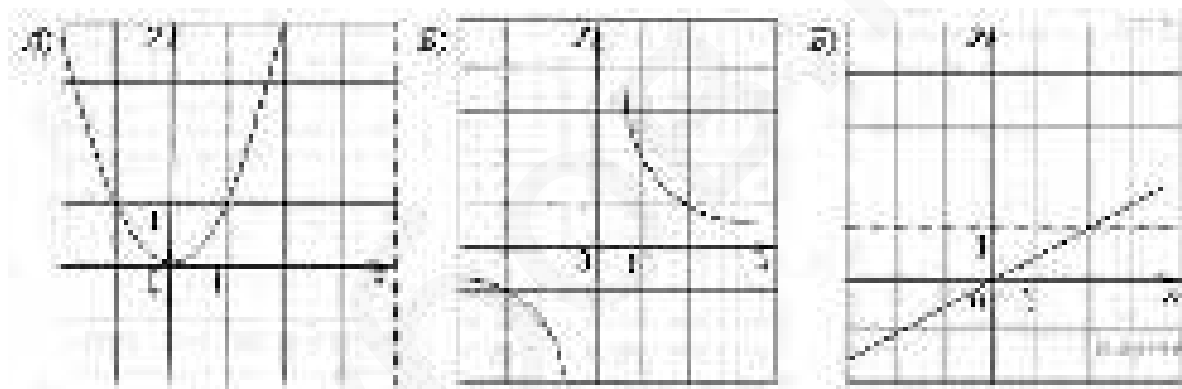
Ответ: _____.

#10. Найдите значение выражения $\frac{8^{11} \cdot 32^{-2}}{4^7}$.

Ответ: _____.

#11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \sqrt{x}$

2) $y = \frac{x}{2}$

3) $y = \frac{2}{x}$

4) $y = x^2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

#12. Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -10 + 2x > 0, \\ 7 - 6x > -5. \end{cases}$$

1) нет решений

2) $(5; +\infty)$

3) $(2; 5)$

4) $(-\infty; 2)$

В ответе укажите номер правильного варианта.

Ответ: _____.

#13. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 59° . Ответ дайте в градусах.



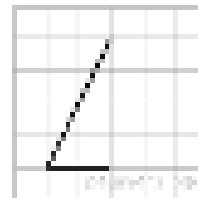
Ответ: _____.

#14. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит AD на отрезки $AH = 3$, $HD = 16$. Диагональ BD параллелограмма равна 20. Найдите площадь параллелограмма.



Ответ: _____.

#15. Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

#16. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) В остроугольном треугольнике все углы острые.
- 2) Две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны между собой.
- 3) Всякая трапеция – равнобокая.

В ответе запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

#17. Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 580 м, а за каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньше, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

Ответ: _____.

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

- #1. Найдите сумму $\frac{2a-7b^2}{b} + 7b$.
- #2. Сократите дробь $\frac{a^2+4a}{a^2+8a+16}$.
- #3. Сократите дробь $\frac{2c-4}{cd-2d}$.
- #4. Сократите дробь $\frac{2ab-10a+5-b}{2a^2-7a+3}$.
- #5. Найдите разность $\frac{16}{4a-a^2} - \frac{4}{a}$.
- #6. Упростите выражение $\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) \cdot \frac{1}{b+a}$.
- #7. Выполните умножение $\frac{x^2-4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2}$.
- #8. Выполните деление $\frac{64b^2+128b+64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right)$.
- #9. Упростите выражение $(a^3 - 25a) \left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5}\right)$.
- #10. Упростите выражение $\frac{8a}{9c} - \frac{64a^2+81c^2}{72ac} + \frac{9c-64a}{8a}$.
- #11. Упростите выражение $\frac{25x^2-9}{x^2+x-12} \cdot \frac{x+4}{5x+3} + \frac{2x}{3-x}$.
- #12. Упростите выражение $\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.
- #13*. Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a-8b+2}{8a-5b+2} = 3$.
- #14*. Найдите значение выражения $\frac{p(a)}{p(6-a)}$, если $p(a) = \frac{a(6-a)}{a-3}$.
- #15*. Сократите дробь $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$.
- #16*. Упростите выражение $\left(\frac{x+4a}{x-a} - \frac{3-ax}{x+a} - \frac{5a-3-a^2}{x^2-a^2} : \frac{1}{x}\right) \cdot (x^2 - a^2)$.
- #17*. Выполните действия: $\left(\frac{2a-4b}{b^2+4ab} - \frac{3a+b}{b^2-4ab}\right) \cdot (b^2 - 4ab) + \frac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}$.
- #18*. Упростите выражение $\frac{x}{\frac{2}{x+1}-1} - \frac{2+\frac{4x}{1-x}}{x+1} + 3$.
- #19*. Упростите выражение $\left(\left(\frac{b^2+2b+2}{b^4+4}\right)^{-1} - 1\right) \cdot (b+1)^{-1}$.

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

- #20. Упростите выражение $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{-a}}$.

- #21. Сравните числа $\sqrt{37} + \sqrt{35}$ и 12.
- #22. Какое из данных чисел больше: $\sqrt{\frac{6}{7} + 7 + \frac{7}{6}}$ или 3?
- #23. Сколько целых чисел расположено между $\sqrt{13}$ и $\sqrt{130}$?
- #24. Какое из чисел $\sqrt{0,36}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{3,6}$ является иррациональным?
- #25. Какое из чисел $\sqrt{25000}$, $\sqrt{0,0025}$, $\sqrt{2,5}$ является рациональным?
- #26. Найдите значение выражения $\sqrt{3^6}$.
- #27. Найдите значение выражения $\sqrt{9^3}$.
- #28. Найдите значение выражения $4\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \cdot 5$.
- #29. Найдите значение выражения $\sqrt{63 \cdot 50 \cdot 14}$.
- #30. Найдите значение выражения $\sqrt{3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt{3 \cdot 2^4}$.
- #31. Найдите значение выражения $(\sqrt{19} - 7)^2 + 14\sqrt{19}$.
- #32. Найдите значение выражения $\frac{1}{5+\sqrt{23}} + \frac{1}{5-\sqrt{23}}$.
- #33. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{75}}{\sqrt{48}}$.
- #34*. Упростите выражение $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}-3}}$.
- #35*. Найдите значение выражения $\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2}$.
- #36*. Найдите сумму иррациональных чисел: $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} + \sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$.
- #37*. Выполните сложение двух рациональных дробей: $\frac{z\sqrt{z}+y\sqrt{y}}{\sqrt{z}+\sqrt{y}} + \frac{z\sqrt{z}-y\sqrt{y}}{\sqrt{z}-\sqrt{y}}$.
- #38*. Упростите выражение $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}+2} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{13}{-\sqrt{3}+4}\right) \cdot \frac{2}{3+3\sqrt{3}}$.
- #39*. Упростите выражение $\frac{1}{1+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+3}}$.
- #40*. Найдите значение выражения $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + \dots}}}}$.

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

- #41. Представьте выражение $\frac{2^n}{4}$ в виде степени с основанием 2.
- #42. Представьте выражение $4^m \cdot 4$ в виде степени с основанием 4.
- #43. Представьте выражение $\frac{1}{x^5} \cdot \frac{1}{x^9}$ в виде степени с основанием x .

#44. Представьте выражение $\frac{(c^{-6})^{-2}}{c^{-3}}$ в виде степени с основанием c .

#45. Представьте выражение $a^7(a^{-5})^2$ в виде степени с основанием a .

#46. Найдите значение выражения $\frac{2^{-4} \cdot 2^1}{2^{-6}}$.

#47. Найдите значение выражения $5^{-7} \cdot (5^5)^2$.

#48. Вычислите: $\frac{8^{21}}{8^8 \cdot 8^{10}}$.

#49. Найдите значение выражения $(343^7)^4 : (49^7)^6$.

#50. Найдите значение выражения $9^8 \cdot 25^6 : 225^6$.

#51. Найдите значение выражения $\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^4}$.

#52. Найдите значение выражения $\frac{(3 \cdot 4)^4}{3^2 \cdot 4^3}$.

#53*. Найдите значение выражения $\frac{18 \cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1} \cdot 2^{4n-3}}$.

#54*. Упростите выражение $\frac{(5^{1-5n})^2 \cdot (4^{2n+1})^3 \cdot (2,5)^{11n}}{160}$.

#55*. Упростите выражение $\frac{(3 \cdot 3^n)^{3n}}{(9^n)^2} : 27^{n^2-n}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

#56. Записана стоимость (в рублях) пачки сливочного масла «Неженка» в магазинах микрорайона: 26, 32, 31, 33, 24, 27, 37. Найдите среднее арифметическое этого ряда чисел.

#57. Курс доллара в течение недели: 30,48; 30,33; 30,45; 30,28; 30,37; 30,29; 30,33. Найдите моду этого ряда.

#58. Каждые полчаса гидролог замеряет температуру воды в водоёме и получает следующий ряд значений: 12,8; 13,1; 12,7; 13,2; 12,7; 13,3; 12,6; 12,9; 12,7; 13; 12,7. Найдите медиану этого ряда.

#59. Дан ряд чисел: 12; 13; 18; 15; 12; 19. Найдите медиану этого числового ряда.

#60. Продажа фруктов в магазине за неделю представляет ряд: 345, 229, 456, 358, 538, 649, 708 кг в день. Найдите разницу между медианой и средним арифметическим этого ряда чисел.

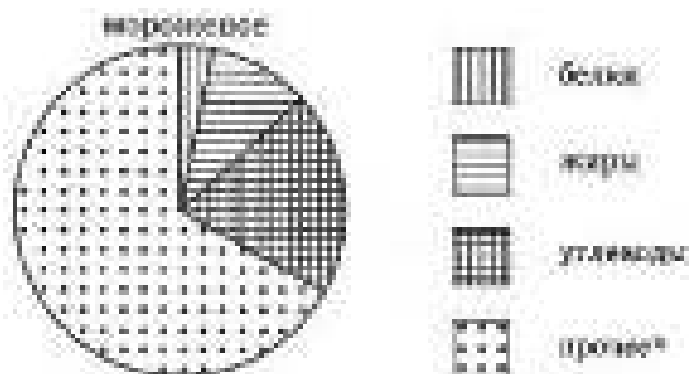
#61. Средний рост учеников класса, в котором учится Даша, равен 170 см. Рост Даши 173 см. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Даша — самая высокая девушка в классе.
- 2) В классе обязательно найдётся девушка ниже 170 см.
- 3) В классе обязательно найдётся ученик ростом менее 171 см.
- 4) В классе обязательно найдётся ученик ростом 167 см.

#62. В среднем каждый ученик класса, в котором учится Серёжа, тратит на дорогу до школы 36 минут. Серёжа тратит на дорогу 10 минут. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Обязательно найдётся ученик класса, который тратит на дорогу более 40 минут.
- 2) Обязательно найдётся ученик класса, который тратит на дорогу ровно 36 минут.
- 3) В классе каждый ученик, кроме Серёжи, тратит на дорогу более 36 минут.
- 4) Обязательно найдётся ученик, который тратит на дорогу более 36 минут.

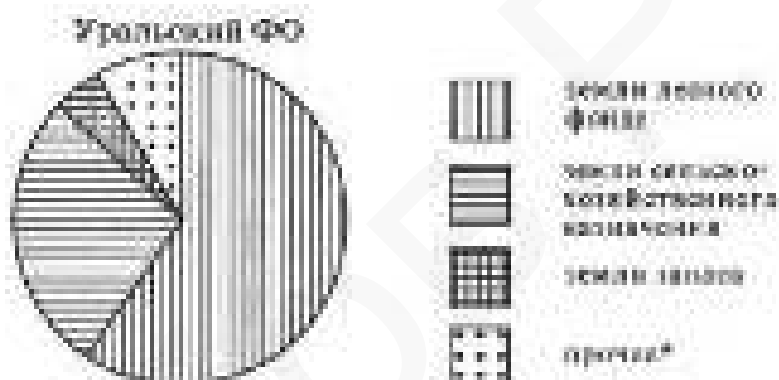
#63. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочном мороженом.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.

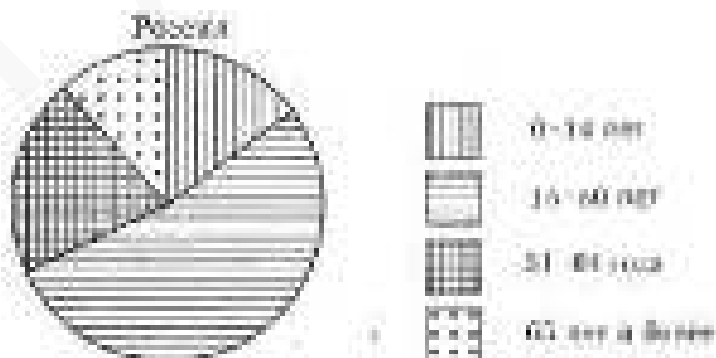
#64. На диаграмме показано распределение земель Уральского федерального округа по категориям.



*прочее – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

Определите по диаграмме, в каких пределах находятся земли сельскохозяйственного назначения.

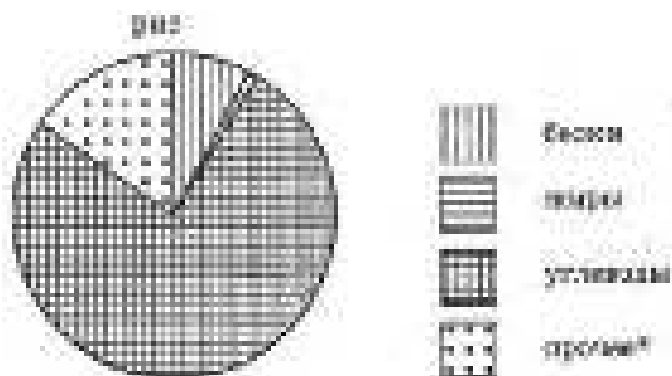
#65. На диаграмме показан возрастной состав населения России.



Какова численность населения России, если людей в возрасте от 50 до 64 лет в России проживает примерно 30 млн?

- 1) около 98 млн 2) около 7 млн 3) около 143 млн 4) около 179 млн

#66. На диаграмме показано содержание питательных веществ в рисе.

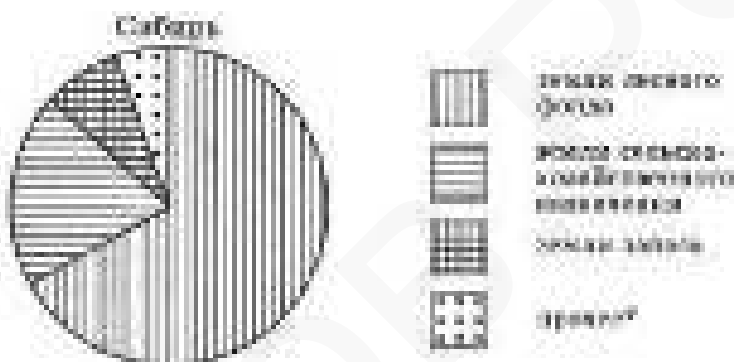


*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Какая примерно масса риса содержит 200 г белков?

- 1) около 20 г 2) около 250 г 3) около 1 кг 4) около 2 кг

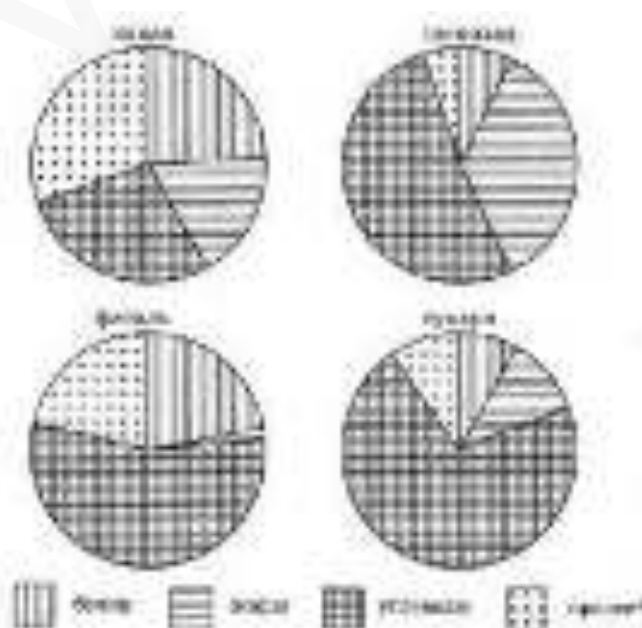
#67. На диаграмме показано распределение земель Сибири по категориям.



*прочее – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

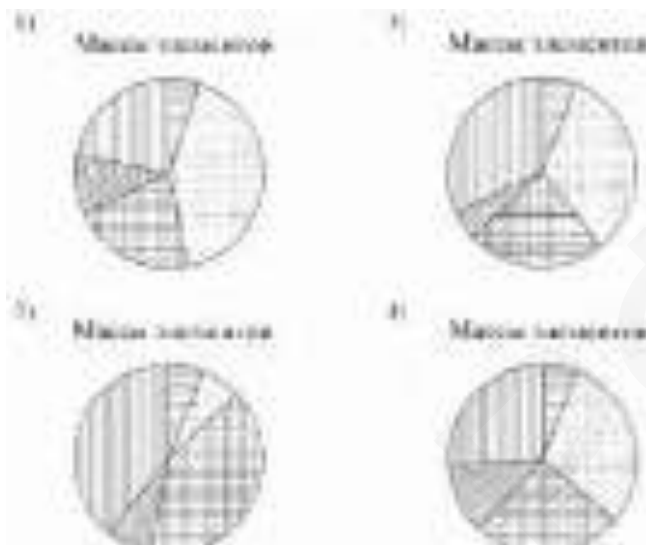
Определите по диаграмме, земли какой категории преобладают.

#68. На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сливочных сухарях.

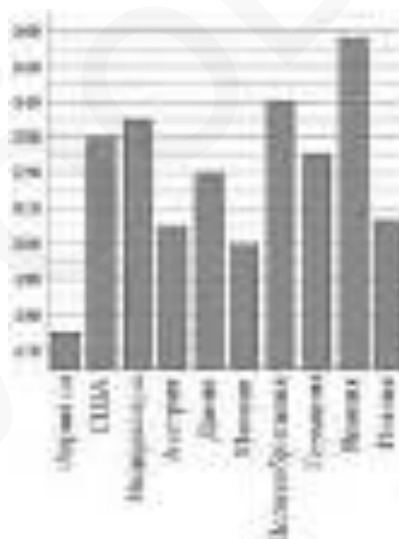


Определите по диаграмме, в каком продукте содержание веществ, отличных от белков, жиров и углеводов, превышает 25%.

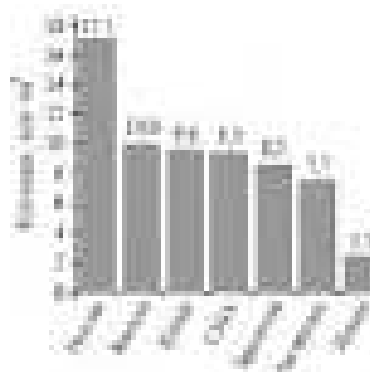
#69. Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение масс элементов в молекуле цистеина, если масса водорода составляет 6% всей массы, азота — 12%, углерода — 30%, кислорода — 26% и серы — 26%?



#70. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-бальной шкале). Среди представленных стран первое место занимает Япония. Какое место занимает Германия?



#71. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 2) Площадь Китая больше площади Австралии.
- 3) Россия — крупнейшая по площади территории страна мира.
- 4) Площадь Канады больше площади США на 1,5 млн км².

#72. Дорожный знак, изображённый на рисунке, называется «Ограничение ширины». Его устанавливает в случае достаточно узкой дороги впереди транспортного средства, чтобы ограничить его проезд, габариты которого не превышают установленную ширину.



Какому транспортному средству этот знак запрещает проезд?

- 1) транспортному средству шириной 3,1 м
- 2) транспортному средству шириной 2,5 м
- 3) транспортному средству шириной 1 м
- 4) транспортному средству шириной 2 м

#73. В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9 класса. Оцените результат мальчика, пробежавшего эту дистанцию за 5,09 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, с	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

#74. В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

#75. В таблице представлены результаты забега мальчиков 8 класса. Зачёт ставится при условии, если показан результат не хуже 10,6 с.

Номера дорожек	I	II	III	IV
Время, с	10,5	10,9	10,4	10,7

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

#76. В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах 1 километр для учащихся 10 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, мин и сек	5:10	5:40	6:10	5:10	5:40	6:10

Какую отметку получит мальчик, пробежавший на лыжах 1 км за 5 минут 15 секунд?

#77. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет находится дальше всех от Солнца?

Планета	Венера	Марс	Уран	Нептун
Расстояние (в км)	$1,082 \cdot 10^8$	$2,28 \cdot 10^8$	$2,871 \cdot 10^9$	$4,497 \cdot 10^9$

#78. Бизнесмен Соловьёв выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 9:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва – Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038А	00:43	08:45
020У	00:54	09:00
016А	01:00	08:38
030А	01:10	09:37

Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) из московских поездов, которые подходят бизнесмену Соловьёву.

#79. В таблице даны рекомендуемые суточные нормы потребления (в г/сутки) жиров, белков и углеводов детьми от 1 года до 14 лет и взрослыми.

Вещество	Дети от 1 года до 14 лет	Мужчины	Женщины
Жиры	40–97	70–154	60–102
Белки	26–87	65–117	58–87
Углеводы	170–420	257–586	

Какой вывод о суточном потреблении жиров 10-летней девочкой можно сделать, если по подсчётам диетолога в среднем за сутки она потребляет 102 г жиров?

- 1) потребление в норме
- 2) потребление выше рекомендуемой нормы
- 3) потребление ниже рекомендуемой нормы
- 4) в таблице недостаточно данных

#80. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую и третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 59,2 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0–74,9
Первая	55,0–64,9
Вторая	45,0–54,9
Третья	менее 45,0

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- #81. На тарелке лежат 8 пирожков, одинаковые на вид: 3 пирожка с капустой, 1 пирожок с картошкой и 4 пирожка с мясом. Мальчик Петя берёт один из них наугад. Найдите вероятность того, что ему попадётся пирожок с мясом.
- #82. На столе стоят стаканы с фруктовыми йогуртами, одинаковыми на вид: 9 с вишней и 6 с клубничным. Девочка Катя наугад берёт один стакан. Найдите вероятность того, что это будет клубничный йогурт.
- #83. В коробке лежат шариковые авторучки, одинаковые на вид: 5 с красной пастой, 7 с зелёной и 8 с синей. Девочка Катя наугад выбирает одну авторучку. Найдите вероятность того, что она окажется с синей пастой.
- #84. Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают. Какова вероятность того, что случайно выбранный монитор **не** работает?
- #85. В среднем из 200 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- #86. Одновременно бросают 3 монеты. Какова вероятность того, что выпадут три решка?
- #87. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало больше трёх очков.
- #88. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 30 до 54 делится на 2?
- #89. На экзамене 25 билетов, Антон **не** выучил 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- #90. В соревновании по прыжкам в высоту участвуют 6 спортсменов из Франции, 8 спортсменов из Италии, 7 из Австрии, 9 из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из Франции.
- #91. В финал соревнований вышли 6 спортсменов, выступающих за различные спортивные клубы: 3 за ЦСКА, 2 за «Спартак», 1 за «Динамо». Порядок выступающих определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что первым будет выступать спартаковец?
- #92. Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что жребий начинать игру Кате **не** выпадет.
- #93. В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
- #94. Из тридцати выпускников шестеро поступили в МАИ, восемь человек — в МАДИ, четверо — в МГУ, а остальные пошли работать. Какова вероятность, что случайно выбранный выпускник работает?
- #95. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,22. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
- #96. Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,03. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся небракованными?

#97. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

#98*. В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Лампочки перегорают независимо друг от друга.

а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.

б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки.

УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ

#99. Решите уравнение $7x - 9 = 40$.

#100. Решите уравнение $3x - 2 = x + 4$.

#101. Решите уравнение $7(6d - 9) + 5 = 194$.

#102. Решите уравнение $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.

#103. Решите уравнение $3x - 1 - (x - 4) = -(4 - x) - 1$.

#104. Решите уравнение $(x + 1)(x - 6) = 0$.

#105. Решите уравнение $(-f + 3)(2 - 4f) = 0$.

#106. Решите уравнение $4x^2 + x = 0$.

#107. Решите уравнение $x^2 = -16x$.

#108. Решите уравнение $x^2 = 8$.

#109. Решите уравнение $x^2 - 121 = 0$.

#110. Решите уравнение $5x^2 + 1 = 1$.

#111. Решите уравнение $0,9567x^2 = 0$.

#112. Решите уравнение $7x^2 + 3 = 1$.

#113. Найдите корни уравнения $x^2 - x = 12$.

#114. Найдите корни уравнения $x^2 - 7x - 8 = 0$.

#115. Найдите корни уравнения $2x^2 + 11x - 6 = 0$.

#116. Найдите корни уравнения $5x^2 + 9x + 4 = 0$.

#117. Решите уравнение $(x - 7)^2 = 64$.

#118. Решите уравнение $21x^2 - 4x - 1 = 0$. Полученные корни округлите до десятых.

#119. Найдите корни уравнения $x^2 - 15x = -11x + 16 - x^2$.

#120. Квадратный трёхчлен разложен на множители: $4x^2 - 29x + 45 = 4(x - 5)(x - a)$. Найдите a .

#121. Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2 + 2x - 35 = (x - 5)(x - a)$. Найдите a .

#122. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни -2 ; 1 . Найдите q .

#123. Решите уравнение $x + \frac{16}{x} = -10$.

- #124. Решите уравнение $\frac{6}{x+2} = \frac{9}{x-2}$.
- #125. Решите уравнение $\frac{1}{x+6} = 2$.
- #126. Решите уравнение $\frac{x-14}{x-13} = \frac{14}{15}$.
- #127. Решите уравнение $x + \frac{x}{7} = \frac{4}{7}$.
- #128. Решите уравнение $\frac{5-x}{3} - x = 1$.
- #129. Решите уравнение $\frac{5}{x-7} + \frac{3}{x-5} = -2$.
- #130. Решите уравнение $\sqrt{x} = 2$.
- #131. Решите уравнение $\sqrt{x} = -4$.
- #132. Решите уравнение $\sqrt{3x} = 3$.
- #133. Найдите корень уравнения $\sqrt{55 - 3x} = 7$.
- #134. Найдите корень уравнения $\sqrt{-72 - 17x} = -x$.
- #135. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{7}{4x-57}} = \frac{1}{3}$.
- #136. Решите уравнение $|x| = 8$.
- #137. Решите уравнение $|5x - 2| = 4$.
- #138. Решите уравнение $|3 - 4x| = |5 - 6x|$.
- #139*. Решите уравнение $7x^2 + 2|x - 1| = 2$.
- #140*. Решите уравнение $|3x - 8| + |2 - 4x| + |x - 5| = 7$.
- #141*. Решите уравнение $||x| - 5| = 3$.
- #142*. Решите уравнение $|x - |2x + 3|| = 3x - 1$.
- #143*. Решите уравнение $||x - 5| - 5| - 5| = 5$.
- #144. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 3x + 2y = 12. \end{cases}$
- #145. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = -1, \\ -x + 2y = 7. \end{cases}$
- #146. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2(x - 3) - 4(y + 7) = 1, \\ 3(2 - x) + 7(y - 1) = 3. \end{cases}$
- #147. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x - \frac{12x+y}{8} = 3, \\ \frac{x-y}{2} + \frac{1}{16} = \frac{y}{3}. \end{cases}$
- #148. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$

#149*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{2y-x}{3} = 1, \\ \frac{x}{6} - \frac{y-2x}{3} = -2\frac{2}{3}. \end{cases}$$

#150*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7, \\ x + 5xy + y = 1. \end{cases}$$

#151*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{6}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7, \\ \frac{3}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$$

#152*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + 1 = \frac{6y}{x}, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

#153*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$$

#154*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$$

#155*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3, \\ 6 = -\frac{1}{y^2} + \frac{1}{x^2}. \end{cases}$$

#156*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

#157*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$$

#158*. Найдите наименьшее значение выражения $(2x^2 + 3y + x + 5)^2 + (y + 3 - 2x)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

#159*. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при которых равны значения выражений $2 + \sqrt{2a - 3b - 1}$ и $\sqrt{4 - (a - 2b)^2}$.

#160*. Решите уравнение $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$.

#161*. Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

#162*. Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

#163*. Решите уравнение $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

#164*. Решите уравнение $\left(\frac{(x^2-1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right)\left(\frac{(x^2-1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

#165*. Решите уравнение $\frac{x+4}{x-5} + \frac{x}{x+5} = \frac{50}{x^2-25}$.

#166*. Решите уравнение $\frac{3}{x^2+x-6} - \frac{2}{2x^2-5x+2} = \frac{x}{2x^2+5x-3}$.

#167*. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 + 27} - 18x - 2\sqrt{3} = 0$.

#168*. Решите уравнение $(3x^2 - 1)^2 + 2(3x^2 - 1)(x - 3) + (x - 3)^2 = 0$.

#169*. Решите уравнение $(x - 3)^4 - 3(x - 3)^2 - 10 = 0$.

#170*. Решите уравнение $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7\left(\frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1}\right) - 1$.

НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

#171. Решите неравенство $-3 - x \geq x - 6$.

#172. Решите неравенство $4x + 5 \geq 6x - 2$.

#173. Решите неравенство $5 - 4(x - 2) < 22 - x$.

#174. Решите неравенство $2x - 5 < 9 - 6(x - 3)$.

#175. Решите неравенство $\frac{5}{6} - x < \frac{2}{3}$.

#176. При каком значении x значение выражения $9x + 7$ меньше значения выражения $8x - 3$?

#177. При каких значениях t выражение $t + 5$ принимает только отрицательные значения?

#178. Решите неравенство $x^2 - 49 < 0$.

#179. Решите неравенство $81x^2 > 64$.

#180. Решите неравенство $2x - x^2 \leq 0$.

#181. Решите неравенство $x^2 < 7x$.

#182. Решите неравенство $(x + 2)(x - 7) \leq 0$.

#183. Решите неравенство $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$.

#184. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2 + 70 > 0$

2) $x^2 - 70 > 0$

3) $x^2 + 70 < 0$

4) $x^2 - 70 < 0$

#185. Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

1) $x^2 + 15 \geq 0$

2) $x^2 - 15 \leq 0$

3) $x^2 - 15 \geq 0$

4) $x^2 + 15 \leq 0$

#186. Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

1) $x^2 - 3x - 11 < 0$

2) $x^2 - 3x + 11 < 0$

3) $x^2 - 3x + 11 > 0$

4) $x^2 - 3x - 11 > 0$

#187. Решите систему неравенств $\begin{cases} x - 5,2 \geq 0, \\ x + 4 \leq 10. \end{cases}$

#188. Решите систему неравенств $\begin{cases} -8 + 4x > 0, \\ 4 - 3x > -8. \end{cases}$

#189. Решите систему неравенств $\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$

#190*. Найдите все целочисленные решения $(x; y)$ системы неравенств $\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$

#191*. Решите неравенство $\frac{x^2}{3} \geq \frac{3x+3}{4}$.

#192*. Решите неравенство $(3x - 2)(x + 4) > -11$.

#193*. Решите неравенство $\frac{-14}{(x-5)^2 - 2} \geq 0$.

#194*. Решите неравенство $(3x - 5)^2 \geq (5x - 3)^2$.

#195*. Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

#196*. Решите неравенство $\frac{2x-1}{\sqrt{-x^2-0,5x+0,5}} \geq \frac{5x+1}{\sqrt{-x^2-0,5x+0,5}}$.

#197*. Решите неравенство $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leq 0$.

#198*. Решите систему неравенств $\begin{cases} 7(3x + 2) - 3(7x + 2) > 2x, \\ (x - 5)(x + 8) < 0. \end{cases}$

#199*. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{6-3x}{4+(9-2x)^2} \geq 0, \\ 5-8x \leq 23-5x. \end{cases}$

#200*. Решите систему неравенств $\begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \frac{2}{x^2-5x+6}\right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leq 0. \end{cases}$

ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

#201. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ...

#202. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ...

#203. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание — на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

#204. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

#205. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые не делятся и на 2, и на 3.

#206. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; ...

#207. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?

#208. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.

#209. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

#210. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?

#211. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

#212. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5 ?

- #213. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.
- #214. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.
- #215. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.
- #216. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем за предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?
- #217*. Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена $a_n = \frac{n-18}{0,25}$. Найдите сумму первых тридцати ее членов с четными номерами: $a_2 + a_4 + \dots + a_{60}$.
- #218. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16 \cdot (-0,5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.
- #219. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.
- #220. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый больше третьего на 728.
- #221. При каком целом значении x последовательность $x, x + 2, 5x - 2$ является геометрической прогрессией?
- #222*. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c + a, a + b, b + c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.
- #223*. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q , а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q .
- #224. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4, b_5 = 12, b_8 = 32$?
- #225. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7, b_4 = 21\sqrt{3}, b_6 = 63\sqrt{3}$?
- #226. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n , если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.
- #227. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1; ...?
- #228*. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

- #229*. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в A , увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B .
- #230*. Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

#231*. Поезд был задержан на переезде на 16 минут и ликвидировал опоздание на перегоне в 80 км, идя со скоростью на 10 км/ч большей, чем полагалось по расписанию. Какова скорость поезда по расписанию?

#232*. Из пункта A выехал автобус, в тот же момент навстречу ему из пункта B выехал автомобиль. Расстояние между пунктами A и B равно 1 764 000 м. В пункт C , расположенный на расстоянии 900 000 м от пункта A , автомобиль приехал на 1 час раньше автобуса. Найдите скорости автобуса и автомобиля, если скорость автомобиля на 6 км/ч больше скорости автобуса.

#233*. Из турбазы в одном направлении выходят три туриста с интервалом в 30 мин. Первый идёт со скоростью 3 км/ч, второй со скоростью 4 км/ч. Третий турист догоняет первого, а ещё через 30 мин догоняет второго. Найдите скорость третьего туриста.

#234*. Из городов A и B одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 42 минуты раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 28 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

#235*. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 35 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 179 км, скорость первого велосипедиста — 16 км/ч, скорость второго — 24 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист до места встречи.

#236*. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 22 км. Турист прошёл путь из A в B за 4 часа, из которых спуск занял 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 2 км/ч?

#237*. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

#238*. Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

#239*. Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

#240*. Расстояние между пристанями A и B равно 48 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 25 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

#241*. Из пункта A в пункт B , расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта B вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от A до B пройдёт плот к моменту возвращения катера в пункт B , если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

#242*. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 210 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 24 км/ч (стоянка длится 9 часов), а пункт отправления теплоход возвращается через 27 часов после отплытия из него.

#243*. От пристани A к пристани B , расстояние между которыми 280 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 4 часа после этого следом за ним, со скоростью, на 8 км/ч

большой, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно.

#244*. Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 4 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 6 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

#245*. Катер прошёл от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 48 км, сделал стоянку на 20 мин и вернулся обратно через $5\frac{1}{3}$ ч после начала поездки. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 20 км/ч.

#246*. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

#247*. Первая труба пропускает на 9 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

#248*. Игорь и Паша красят забор за 8 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 9 часов, а Володя и Игорь — за 24 часа. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

#249*. Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

#250*. Имеется два сплава с разным содержанием золота: в первом содержится 50%, а во втором — 80% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% золота?

#251*. Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

#252*. Смешали некоторое количество 17-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 81-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

#253*. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса первого сплава меньше массы второго на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

#254*. Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

#255*. Свежие грибы содержат 90% воды, а сухие грибы — 12%. Сколько получится сухих грибов из 11 кг свежих?

#256. Яблоки подешевели на 20%. Сколько яблок можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг?

#257. На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Андреев, Борисов, Васильев. Во время выборов за Васильева было отдано в 1,5 раза больше голосов, чем за Андреева, а за Борисова — в 4 раза больше, чем за Андреева и Васильева вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

#258*. Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд «Транспортир» и «Линейка» четыре истинны, а одно — ложно. Определите, с каким счетом закончился матч, и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд). Ответ обоснуйте.

- 1) Выиграл «Транспортир».
- 2) Всего в матче было заброшено менее 10 шайб.
- 3) Матч закончился вничью.
- 4) Всего в матче было заброшено более 8 шайб.
- 5) «Линейка» забросила более 3 шайб.

#259*. Паша сказал, что написанное на доске неравенство имеет более 5 решений, являющихся целыми числами, Саша — что более 6, а Витя — что более 7. Учитель ответил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

#260*. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5}$.

#261*. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-30; -8)$ и $B(35; 5)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y ?

#262*. Постройте график функции $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$ и определите, при каких значениях k построенный график не будет иметь общих точек с прямой $y = kx$.

#263*. Постройте график функции $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

#264*. Постройте график функции $y = \frac{4x-5}{4x^2-5x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#265*. Постройте график функции $y = \frac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2}$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

#266*. Постройте график функции $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

#267*. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x} \right| + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#268*. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#269*. Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

#270*. Известно, что графики функций $y = -x^2 + p$ и $y = 2x + 2$ имеют ровно одну общую точку. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

#271*. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 4$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и построьте данные графики в одной системе координат.

#272*. Постройте график функции $y = 3|x + 7| - x^2 - 13x - 42$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

#273*. Постройте график функции $y = -4 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

#274*. Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75)|x|}{x - 1}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

#275*. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 8x + 10, & \text{если } x \geq -5, \\ x, & \text{если } x < -5. \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#276*. Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет иметь с графиком единственную общую точку.

#277*. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 0,5 & \text{при } x < -2, \\ -2x - 6,5 & \text{при } -2 \leq x \leq -1, \\ x - 3,5 & \text{при } x > -1. \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

#278*. Парабола проходит через точки $K(0; -2)$, $L(4; 6)$, $M(1; 3)$. Найдите координаты её вершины.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

#279*. На доске написано более 54, но менее 72 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

#280*. На доске написано число 2015 и ещё несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

а) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?

б) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

#281*. На доске было написано 20 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

#282*. Каждое из чисел 1, -2 , -3 , 4, -5 , 7, -8 , 9 по одному записывают на 8 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2 , -3 , 4, -5 , 7, -8 , 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

#283*. На конкурсе «Мисс–261» выступление каждой участницы оценивают шесть судей. Каждый судья выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что за выступление Ксюши Путимцевой все члены жюри выставили различные оценки. По старой системе оценивания итоговый балл за выступление определяется как среднее арифметическое всех оценок судей. По новой системе оценивания итоговый балл вычисляется следующим образом: отбрасываются две наибольшие оценки, и считается среднее арифметическое четырех оставшихся оценок.

а) Может ли разность итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равной $\frac{1}{2019}$?

б) Найдите наименьшее возможное значение разности итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

#284*. В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом а первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число а встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвертую, из четвертой — пятую, и так далее.

а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.

б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.

#285*. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

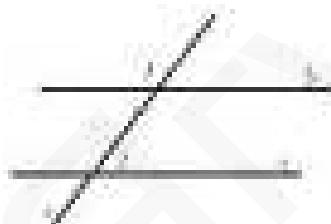
а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 3$, $d = 2$?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$?

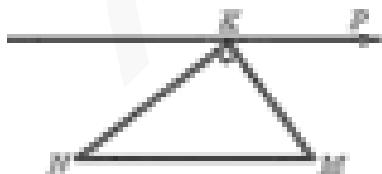
в) Каковы все возможные значения d , если $m = 7d$ и известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?

УГЛЫ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

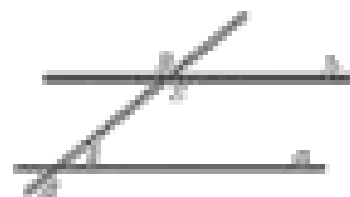
#286. На рисунке $a \parallel b$, c — секущая, $\angle 1 = 105^\circ$. Найдите $\angle 2$.



#287. $KP \parallel NM$, $\angle NKP = 120^\circ$ (см. рисунок). Найдите $\angle KMN$.



#288. Даны две прямые, причём $a \parallel b$, d — секущая (см. рисунок). Найдите величину $\angle 3$, если известно соотношение $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 5$.



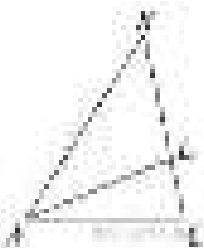
#289. Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



ТРЕУГОЛЬНИКИ ОБЩЕГО ВИДА

#290. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 65° и 85° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 14.

#291. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 112° , угол ABC равен 106° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

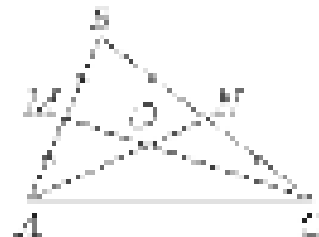


#292. У треугольника со сторонами 16 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?

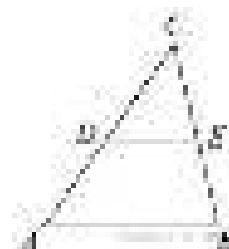
#293. В треугольнике одна из сторон равна 2, а опущенная на нее высота — 17. Найдите площадь треугольника.

#294. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 120° . Найдите площадь треугольника.

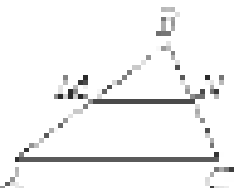
#295. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 12$, $CM = 18$. Найдите AO .



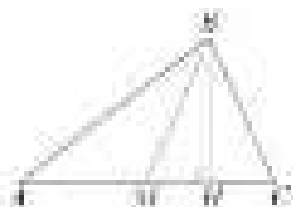
#296. В треугольнике ABC известно, что DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 94. Найдите площадь треугольника ABC .



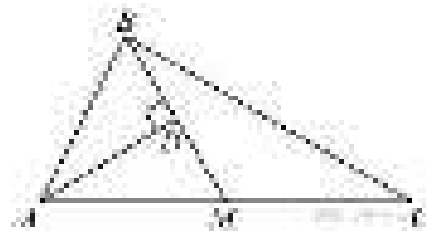
#297. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB = 66$, $AC = 44$, $MN = 24$. Найдите AM .



#298. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота. Известно, что $AC = 96$ и $BC = BM$. Найдите AH .



#299. Прямая AD , перпендикулярная медиане BM треугольника ABC , делит угол BAC пополам. Найдите сторону AC , если сторона AB равна 3.



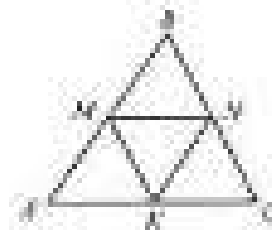
#300*. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, AD и BC пересекаются в точке O , при этом $BO = OC$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .

#301*. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 16$, $DC = 24$, $AC = 25$.

#302*. Найдите отношение двух сторон треугольника, если его медиана, выходящая из их общей вершины, образует с этими сторонами углы в 60° и 90° .

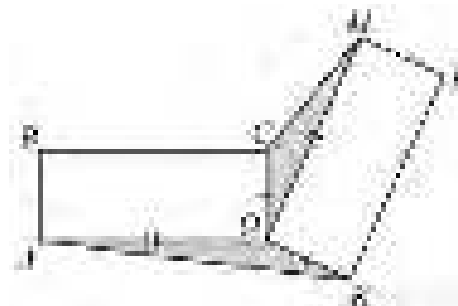
#303*. Высота треугольника разбивает его основание на два отрезка с длинами 8 и 9. Найдите длину этой высоты, если известно, что другая высота треугольника делит ее пополам.

#304*. Треугольник MNK образован средними линиями треугольника ABC (см. рис.). Докажите, что все его углы равны соответствующим углам треугольника ABC .



#305*. В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

#306*. Два равных прямоугольника имеют общую вершину O (см. рис.). Докажите, что площади треугольников AOK и COM равны.



#307*. Медиана BM и биссектриса DP треугольника BCD пересекаются в точке K , длина стороны DC относится к длине DB как 9:7. Найдите отношение площади треугольника BDK к площади четырёхугольника $KPCM$.

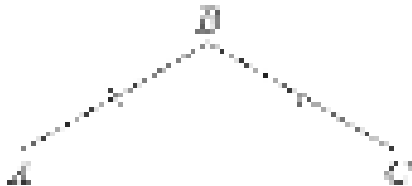
#308*. Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $2\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$ и 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если угол KAC – тупой.

#309*. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 34:13, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 39.

#310*. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 84. Найдите стороны треугольника ABC .

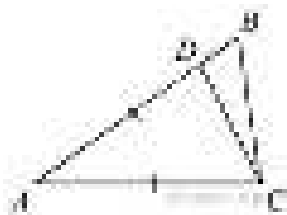
РАВНОБЕДРЕННЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

#311. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 122^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



#312. В треугольнике ABC $AB = BC = 26$, $AC = 20$. Найдите длину медианы BM .

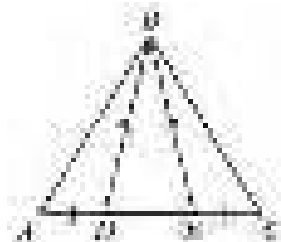
#313. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD = AC$. Известно, что $\angle CAB = 52^\circ$ и $\angle ACB = 66^\circ$. Найдите угол DCB . Ответ дайте в градусах.



#314. Периметр равнобедренного треугольника равен 324, а основание — 160. Найдите площадь треугольника.

#315. Площадь равнобедренного треугольника равна $196\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.

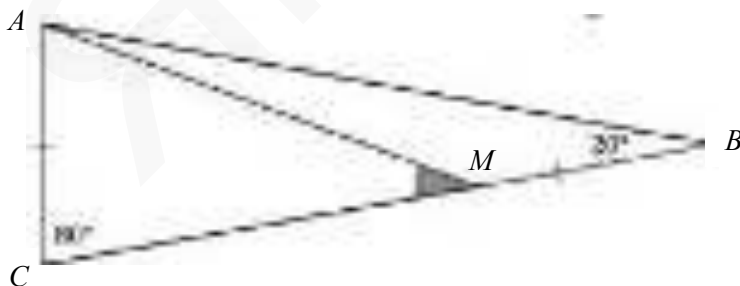
#316*. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



#317*. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

#318*. В треугольнике ABC угол B равен 36° , $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

#319*. Найдите угол AMC (см. рис. ниже).



РАВНОСТОРОННИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

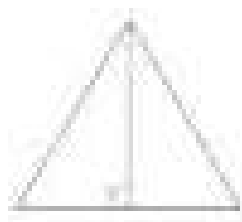
#320. Какова градусная мера одного угла (в градусах) равностороннего треугольника?

#321. Сторона равностороннего треугольника равна 48. Найдите его площадь.

#322. Периметр равностороннего треугольника равен 264. Найдите его площадь.

#323. Высота равностороннего треугольника равна 7. Найдите его площадь.

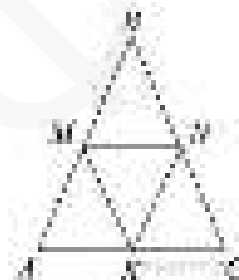
#324. Высота равностороннего треугольника равна $97\sqrt{3}$. Найдите его периметр.



#325. Сторона равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.

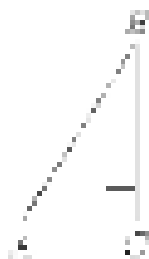
#326. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.

#327*. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что $AMNK$ — ромб.

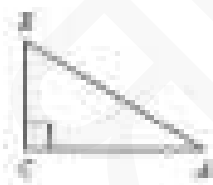


ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

#328. В треугольнике ABC угол C прямой $AC = 6, AB = 10$. Найдите $\sin B$.



#329. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC = 8, \sin A = 0,4$. Найдите AB .

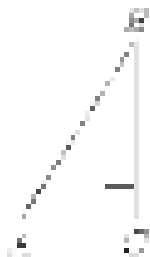


#330. В треугольнике ABC угол C равен $90^\circ, BC = 5, AC = 20$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



#331. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 16 и 20 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

#332. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{3}{7}$, $AB = 21$. Найдите AC .



#333. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\cos A$.

#334. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 8$, $AC = 32$.

#335. Катеты прямоугольного треугольника равны $6\sqrt{11}$ и 2 . Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

#336. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину гипотенузы.

#337. В треугольнике ABC $AB = BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH = 18$ и $CH = 42$. Найдите $\cos B$.



#338. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9 . Найдите площадь этого треугольника.

#339. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 23 , а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

#340. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10 , острый угол, прилежащий к нему, равен 60° , а гипотенуза равна 20 . Найдите площадь треугольника.

#341. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

#342*. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 15 и 25 . Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

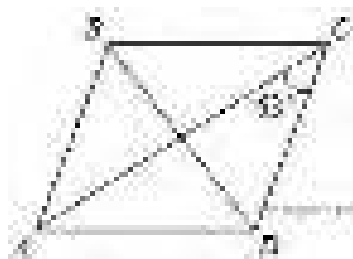
#343*. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 28 , а площадь равна 98 .

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

#344. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 22° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

#345. На продолжении стороны AD параллелограмма $ABCD$ за точкой D отмечена точка E так, что $DC = DE$. Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$, если $\angle DEC = 53^\circ$. Ответ дайте в градусах.

#346. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 63^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

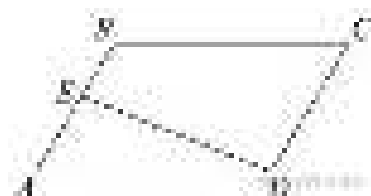


#347. Одна из сторон параллелограмма равна 16, а опущенная на нее высота равна 25. Найдите площадь параллелограмма.

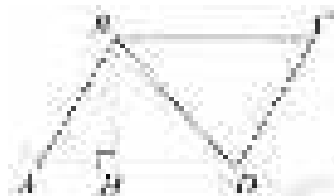
#348. Одна из сторон параллелограмма равна 13, другая равна 24, а один из углов — 45° . Найдите площадь параллелограмма.

#349. Одна из сторон параллелограмма равна 21, другая равна 15, а косинус одного из углов равен $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. Найдите площадь параллелограмма.

#350. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 6. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь трапеции $EBCD$.



#351. Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 7$ и $HD = 24$. Диагональ параллелограмма BD равна 51. Найдите площадь параллелограмма.



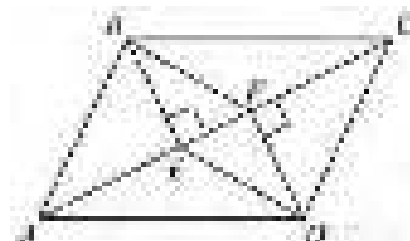
#352*. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите BC , если $AB = 30$.

#353*. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает его сторону BC в точке E . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $BE = 5$, $EC = 2$, а $\angle CBA = 150^\circ$.

#354*. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 19$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 10.

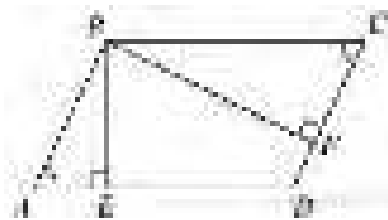
#355*. В параллелограмме большая диагональ и сторона равны соответственно $\sqrt{37}$ и 3. Найдите периметр параллелограмма, если его острый угол равен 60° .

#356*. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.



#357*. Сторона MN параллелограмма $MNKL$ вдвое больше стороны ML . Точка J — середина стороны MN . Докажите, что DJ — биссектриса угла MLK .

#358*. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



#359*. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AMD .

#360*. Три стороны параллелограмма равны. Докажите, что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.

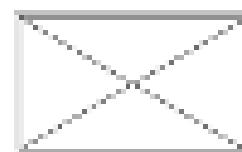
ПРЯМОУГОЛЬНИК

#361. В прямоугольнике одна сторона равна 13, другая сторона равна 9. Найдите площадь прямоугольника.

#362. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

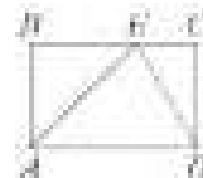
#363. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 102, а отношение соседних сторон равно 2:15.

#364. Диагональ прямоугольника образует угол 47° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



#365. Диагонали прямоугольника $KMNP$ пересекаются в точке C . Найдите $\angle MNC$, если $\angle MCN = 46^\circ$. Ответ дайте в градусах.

#366. На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB = 70$ и $AD = 94$, отмечена точка E так что, $\angle EAB = 45^\circ$. Найдите ED .

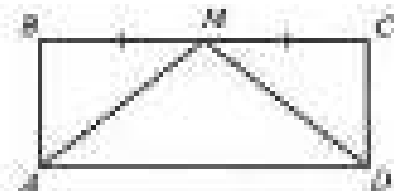


#367. В прямоугольнике диагональ равна 92, а угол между ней и одной из сторон равен 60° , длина этой стороны равна 46. Найдите площадь прямоугольника.

#368. В прямоугольнике одна сторона равна 30, а диагональ равна 34. Найдите площадь прямоугольника.

#369*. Периметр прямоугольника равен 30, а диагональ равна 14. Найдите площадь этого прямоугольника.

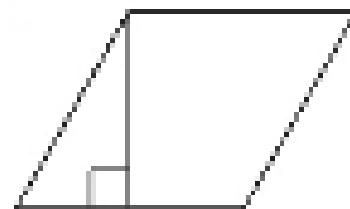
#370*. В прямоугольнике $ABCD$ точка M – середина BC (см. рис.). Докажите, что треугольник AMD – равнобедренный.



РОМБ

#371. Площадь ромба равна 15, а периметр равен 20. Найдите высоту ромба.

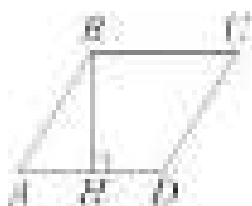
#372. Сторона ромба равна 30, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



#373. Сторона ромба равна 5 см, а длины диагоналей относятся как 4 : 3. Найдите сумму длин диагоналей ромба.

#374. Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.

#375. Высота BH ромба $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 24$ и $HD = 50$. Найдите площадь ромба.



#376*. В четырёхугольнике диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам. Докажите, что данный четырёхугольник – ромб.

#377. Сторона ромба равна 10, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.



#378. Периметр ромба равен 88, а один из его углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

#379. В ромбе сторона равна 10, одна из диагоналей — $10\sqrt{3}$, а угол, из которого выходит эта диагональ, равен 60° . Найдите площадь ромба.

#380*. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

#381*. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 28.

КВАДРАТ

#382. Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

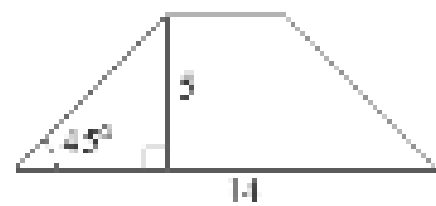
#383. Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь этого квадрата.

#384. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.

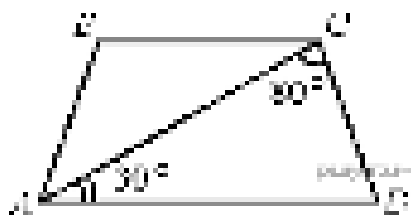
#385. Найдите диагональ квадрата, если его сторона равна 8 см.

ТРАПЕЦИЯ

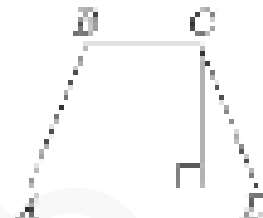
#386. В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



#387. Найдите угол ABC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 30° и 80° соответственно.



#388. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 8 и 15. Найдите длину основания BC .



#389. В трапеции $ABCD$ $AB = CD$, $AC = AD$ и $\angle ABC = 128^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



#390. Основания трапеции равны 17 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



#391. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{7}{2}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 77.



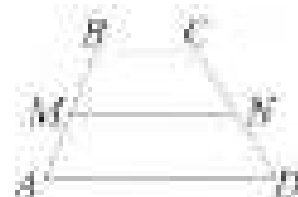
#392*. Углы при одном из оснований трапеции равны 50° и 40° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.

#393. Основания трапеции равны 6 и 30, одна из боковых сторон равна $7\sqrt{3}$, а угол между ней и одним из оснований равен 120° . Найдите площадь трапеции.

#394. Основания трапеции равны 7 и 56, одна из боковых сторон равна 21, а косинус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2\sqrt{6}}{7}$. Найдите площадь трапеции.

#395. Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, а площадь трапеции равна 4. Найдите высоту трапеции.

#396. В трапеции $ABCD$ $AD = 7$, $BC = 3$, а её площадь равна 5. Найдите площадь трапеции $BCNM$, где MN – средняя линия трапеции $ABCD$.



#397*. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а её периметр равен 52. Найдите площадь трапеции.

#398*. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

#399*. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

#400*. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.

#401*. Прямая, параллельная основаниям AD и BC трапеции $ABCD$, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 10 \text{ см}$, $BC = 15 \text{ см}$.

#402*. Середина M основания AD трапеции $ABCD$ равноудалена от концов другого основания. Докажите, что трапеция $ABCD$ – равнобедренная.

#403*. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

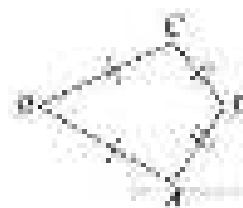
#404*. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.

#405*. Углы при одном из оснований трапеции равны 86° и 4° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 4 и 1. Найдите основания трапеции.

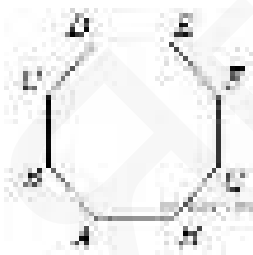
#406*. В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD . Угол ADC равен 60° , сторона AB равна 2. Найдите площадь этой трапеции.

ДРУГИЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

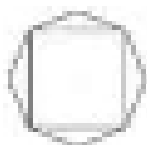
#407. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 78^\circ$, $\angle D = 160^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.



#408. $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG . Ответ дайте в градусах.



#409*. Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится квадрат.



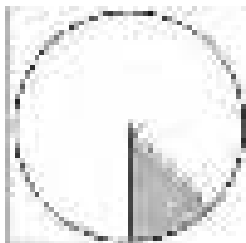
#410*. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.

ОКРУЖНОСТЬ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТЫ

#411. Длина окружности равна 29π . Найдите радиус этой окружности.

#412. Радиус круга равен 41. Найдите его площадь, деленную на π .

#413. Площадь круга равна 88. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 45° .



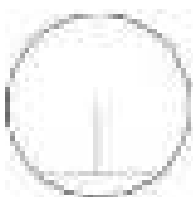
#414. Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3, а угол сектора равен 120° . В ответе укажите площадь, деленную на π .

#415. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 2π , угол сектора равен 180° , а радиус круга равен 2.

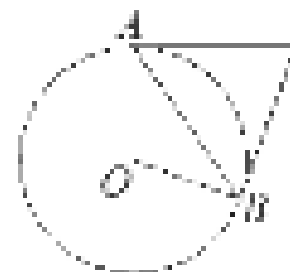
#416. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см.



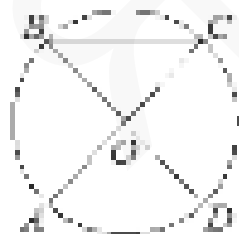
#417. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



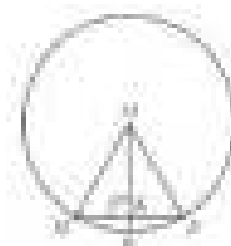
#418. Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 68° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



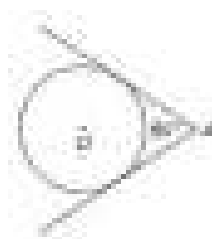
#419. В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 88° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



#420. Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN в её середине — точке K . Найдите длину хорды MN , если $KB = 1$ см, а радиус окружности равен 13 см.



#421. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60° , а расстояние от точки A до точки O равно 8.



#422*. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle KCB$, если $\angle ABC = 20^\circ$.

#423*. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 6$, $AC = 10$.

#424*. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины C прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K , отличных от точки B . Найдите BH , если $PK = 12$.

#425*. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 24$, а расстояние от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.

#426*. В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны.



#427*. В окружности проведены хорды AC и BD так, что они пересекаются в точке P (см. рис.). Докажите, что угол APB равен полусумме угловых величин дуг AB и CD .



#428*. Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D , причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD . Докажите, что CD перпендикулярно EF .

#429*. Окружности с центрами в точках X и Z не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.

#430*. Центры двух окружностей находятся на расстоянии $\sqrt{80}$. Радиусы окружностей равны 4 и 8. Найдите длину общей касательной.

#431*. Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 2,5; 0,5 и 4,5 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

#432*. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$.

#433*. Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN . Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 6$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

#434. Найдите величину (в градусах) вписанного угла α , опирающегося на хорду AB , равную радиусу окружности.



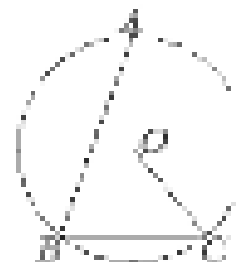
#435. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 140^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.



#436. Точки A, B, C и D лежат на одной окружности так, что хорды AB и CD взаимно перпендикулярны, а $\angle ACD = 55^\circ$. Найдите величину угла BDC .



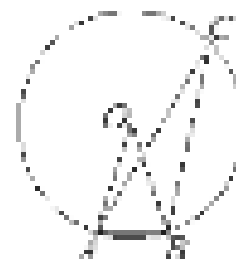
#437. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A, B и C . Известно, что $\angle ABC = 71^\circ$ и $\angle OAB = 22^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



#438. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 25^\circ$. Найдите угол BOC . Ответ дайте в градусах.



#439. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 27° . Ответ дайте в градусах.

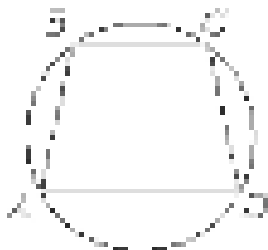


#440*. В окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL . Докажите, что OK и OL равны.

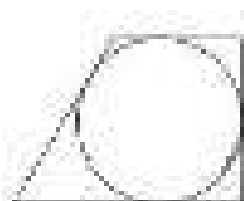
#441*. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B , проведена биссектриса угла A . Известно, что она пересекает серединный перпендикуляр, проведенный к стороне BC в точке K . Найдите угол BSK , если известно, что угол ACB равен 40° .

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

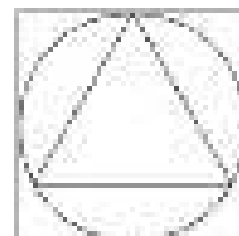
#442. Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



#443. Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.



#444. Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



#445. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70° , угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



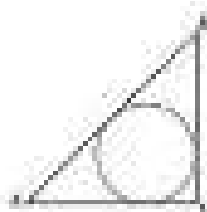
#446. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC (см. рисунок).



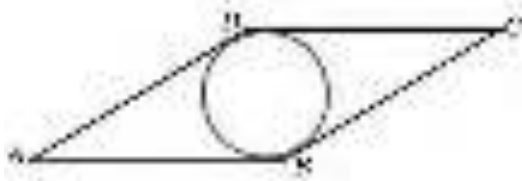
#447. Радиус окружности, описанной около правильного двенадцатиугольника $A_1A_2\dots A_{12}$, равен $5\sqrt{3}$. Найдите длину диагонали A_1A_5 .

#448. В треугольнике ABC угол B равен 72° , угол C равен 63° , $BC = 2\sqrt{2}$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

#449. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $40 + 20\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



#450. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 25. Найдите сторону ромба.



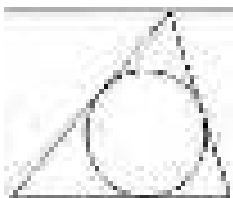
#451. Сторона квадрата равна $38\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

#452. Сторона квадрата равна 56. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

#453. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $22\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

#454. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

#455. Периметр треугольника равен 54, одна из сторон равна 15, а радиус вписанной в него окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



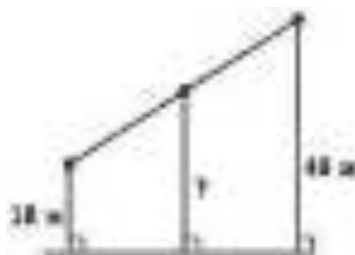
#456*. Длины двух сторон треугольника равны 2 и 3, его площадь равна $\frac{3\sqrt{15}}{4}$. Медиана, проведённая к его третьей стороне, меньше её половины. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

#457*. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 49° , 69° и 62° .

#458*. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 9$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 116° и 94° .

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

#459. На одной прямой на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Крайние находятся от дороги на расстояниях 18 м и 48 м. Найдите расстояние, на котором находится от дороги средний столб.

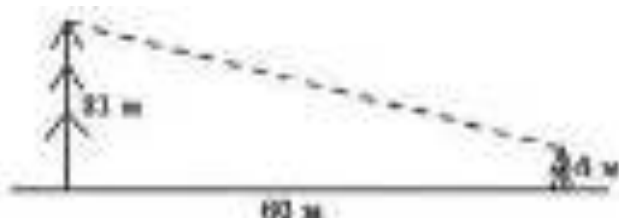


#460. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошёл 600 м. На каком расстоянии от дома оказался мальчик?

#461. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 100 м. На каком расстоянии от дома оказалась девочка?

#462. Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?

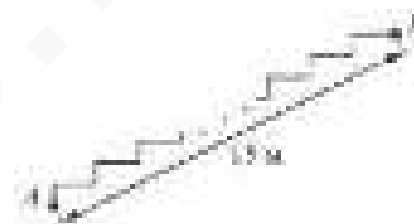
#463. В 60 м одна от другой растут две сосны. Высота одной 31 м, а другой — 6 м. Найдите расстояние между их верхушками.



#464. Глубина крепостного рва равна 8 м, ширина 5 м, а высота крепостной стены от её основания 20 м. Длина лестницы, по которой можно взобраться на стену, на 2 м больше, чем расстояние AB от края рва до верхней точки стены (см. рис). Найдите длину лестницы.



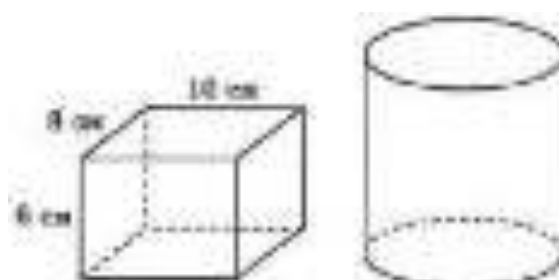
#465. Лестница соединяет точки A и B . Высота каждой ступени равна 28 см, а длина — 96 см. Расстояние между точками A и B составляет 15 м. Найдите высоту, на которую поднимается лестница (в метрах).



#466. Из круглого бревна нужно вырезать брус с поперечным сечением 5×12 (см). Какой наименьший диаметр должно иметь бревно?

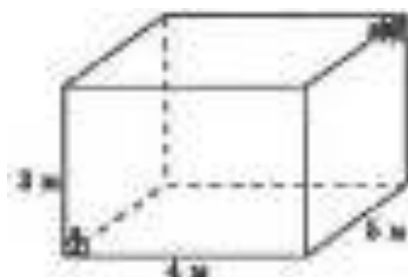


#467. Какого наименьшего диаметра должен быть цилиндрический сосуд, чтобы в него можно было поместить деталь в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами $6 \times 8 \times 10$ (см)?



#468. В одном углу комнаты с размерами $4 \times 5 \times 3$ (м), сидит муха. В противоположном углу сидит паук. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности комнаты, по которому паук может

доползти до мухи. В ответе укажите приближённое значение в метрах с точностью до одного знака после запятой.



#469. Колесо имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

#470. Сколько спиц в колесе, если углы между соседними спицами равны 18° ?

#471. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 5 ч?

#472. Какой угол описывает часовая стрелка за 20 мин?

#473. На какой угол поворачивается минутная стрелка пока часовая проходит $1^\circ 30'$?

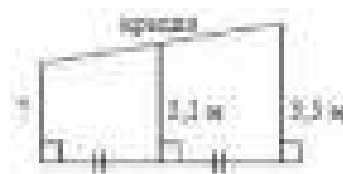
#474. За сколько часов Земля повернётся вокруг своей оси на 90° ?

#475. На сколько градусов повернётся Земля вокруг своей оси за 8 часов?

#476. Сколько всего осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке?



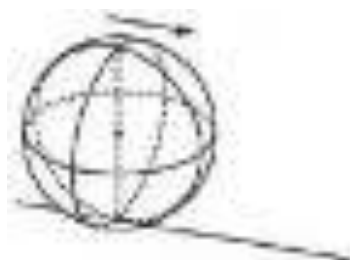
#477. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 3,1 м, высота большой опоры 3,3 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.



#478. Поезд едет со скоростью 81 км/ч. Диаметр его колеса равен 120 см. Сколько оборотов в минуту делает колесо поезда? ($\pi \approx 3$)



#479. Шар диаметром 1 м откатился по прямой на 10 м. Сколько полных оборотов он сделал?

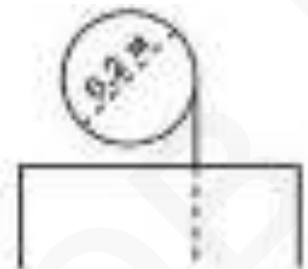


#480. Обхват ствола секвойи равен 6,3 м. Чему равен его диаметр (в метрах)? Ответ округлите до целого.



#481. Две трубы, диаметры которых равны 13 см и 84 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.

#482. Сколько оборотов должен сделать вал, чтобы поднять воду из колодца глубиной 9 м, если диаметр вала равен 0,2 м? ($\pi \approx 3$)



#483. Длина экватора земного шара примерно равна 40 000 км. На сколько метров увеличился бы этот экватор, если бы радиус земного шара увеличился на 1 м? ($\pi \approx 3$)

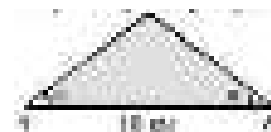
#484. Два спортсмена должны пробежать один круг по дорожке стадиона, форма которого — прямоугольник с примыкающими к нему с двух сторон полукругами. Один бежит по дорожке, расположенной на 2 м дальше от края, чем другой. Какое расстояние должно быть между ними на старте, чтобы компенсировать разность длин дорожек, по которым они бегут? ($\pi \approx 3$)



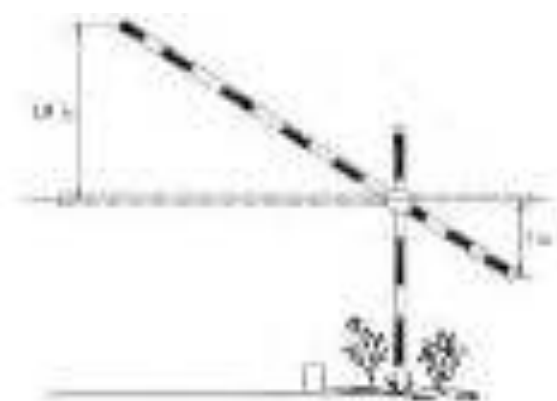
#485. Солнце видно с Земли под углом $30'$. Найдите приближённое расстояние до Солнца, зная, что его диаметр приближённо равен 1 300 000 км. В ответе укажите целое число километров. ($\pi \approx 3$)

#486. Расстояние от Земли до Луны приблизительно равно 408 000 км. Диаметр Земли приближённо равен 13 000 км. Найдите примерный угол, под которым Земля видна с поверхности Луны. В ответе укажите целое число градусов. ($\pi \approx 3$)

#487. Склоны гор образуют с горизонтом угол α , косинус которого равен 0,8. Расстояние по карте между точками A и B равно 10 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.



#488. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо — 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,8 м?

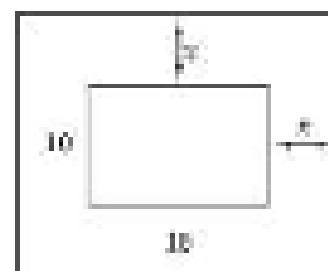


#489. Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $20 \times 50 \times 100$ см можно поместить в кузов машины размером $5 \times 2,5 \times 3$ м?

#490. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.



#491. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»



Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

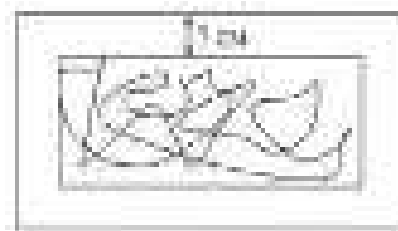
1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$

3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$

2) $(10 + x)(15 + x) = 500$

4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$

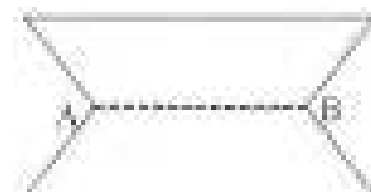
#492. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 23 см и 39 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1161 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



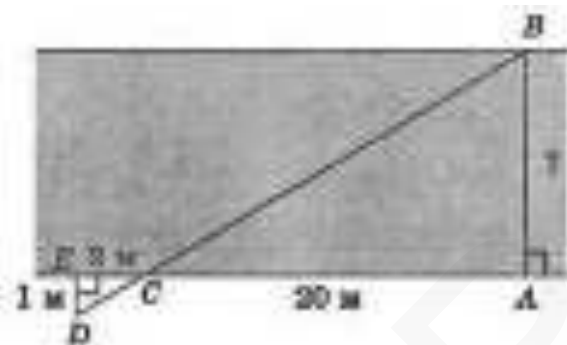
#493. Сколько досок длиной 2 м, шириной 10 см и толщиной 25 мм выйдет из бруса длиной 60 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $40 \text{ см} \times 50 \text{ см}$?

#494. Пол комнаты, имеющий форму прямоугольника со сторонами 7 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 20 см. Сколько потребуется таких дощечек?

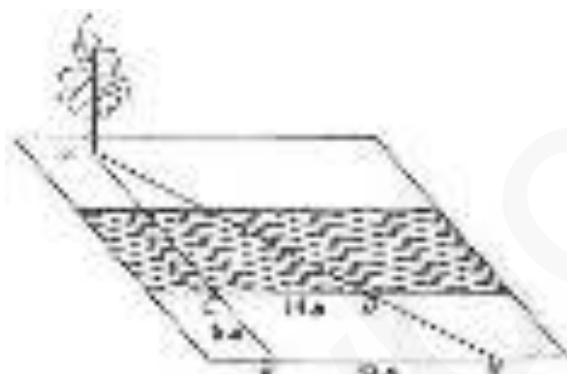
#495. Имеется лист фанеры прямоугольной формы, длина и ширина которого соответственно равны 10 дм и 5 дм. Из него, как показано на рисунке, вырезаны две одинаковые части в форме равнобедренных треугольников. Сколько килограммов краски потребуется, чтобы покрасить получившуюся фигуру, если длина отрезка AB равна 6 дм, а на 1 дм^2 поверхности расходуется 0,012 кг краски?



#496. Используя данные, приведённые на рисунке, найдите ширину AB реки.



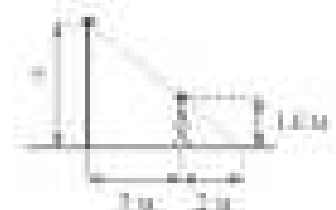
#497. Найдите расстояние от путника B , стоящего на одном берегу реки, до дерева A на другом берегу (см. рис.), если $BN = 35 \text{ м}$, $CD = 14 \text{ м}$, $BC = 6 \text{ м}$. Ответ дайте в метрах.



#498. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в см) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

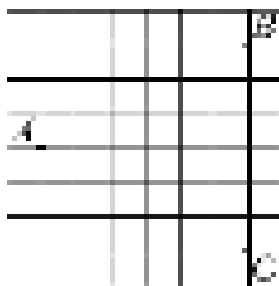


#499. Человек, рост которого 1,6 м, стоит на расстоянии 3 м от уличного фонаря. При этом длина его тени равна 2 м. Определите высоту фонаря в метрах.

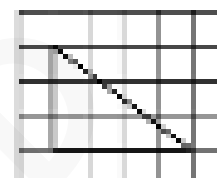


ФИГУРЫ НА КВАДРАТНОЙ РЕШЁТКЕ

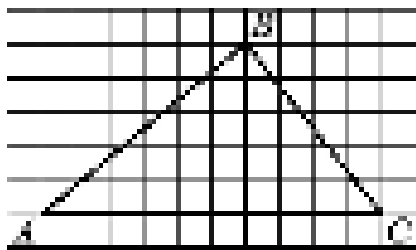
#500. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



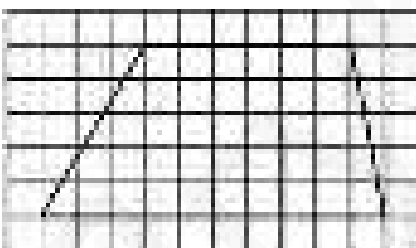
#501. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



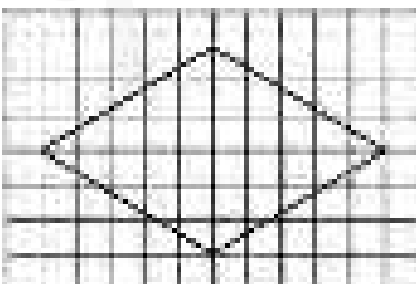
#502. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



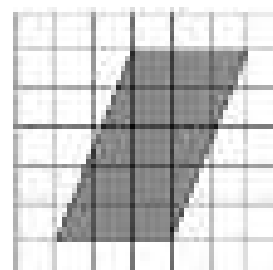
#503. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



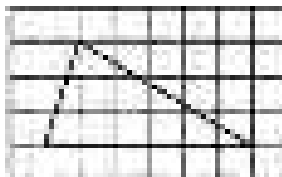
#504. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



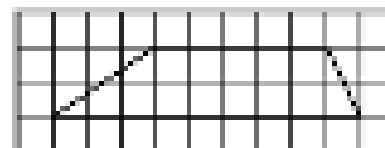
#505. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображён параллелограмм. Найдите длину его большей высоты. Ответ дайте в сантиметрах.



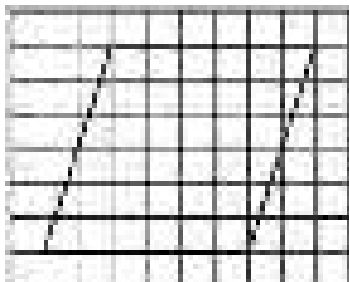
#506. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



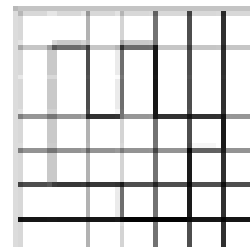
#507. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



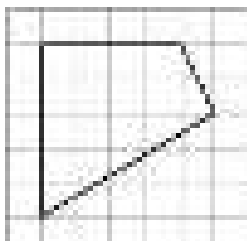
#508. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



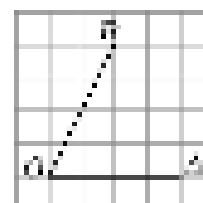
#509. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



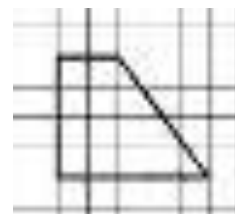
#510. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке.



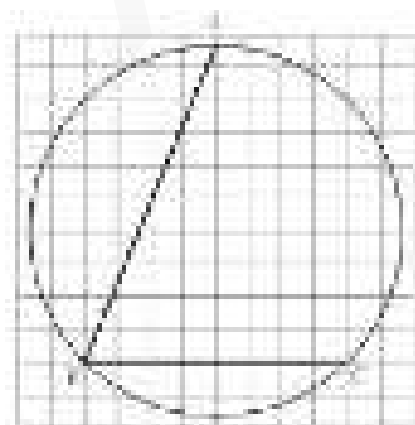
#511. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



#512. Найдите синус острого угла трапеции, изображённой на рисунке.



#513. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



КОМБИНАЦИИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ОКРУЖНОСТЕЙ

#514*. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите длину стороны AC , если радиус описанной окружности треугольника ABC равен 7.

#515*. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 15$, $BC = 14$.

#516*. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $17:15$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 16$.

#517*. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 8, катет BC равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой CB .

#518*. На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

#519*. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

#520*. Высоты остроугольного треугольника ABC , проведённые из точек B и C , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1 . Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC .

#521*. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 27$, $MD = 18$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

#522*. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM = 17$ и $MB = 19$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .

#523*. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

#524*. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 34 и 14, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 12$.

#525*. Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 2$ и $CD = 5$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

#526*. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

#527*. В выпуклом четырёхугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырёхугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ = 14$, $SQ = 4$.

- #528*. Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.
- #529*. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 5:4, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 6$.
- #530*. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC = 48$, $BC = 28$ и $CD = 24$.
- #531*. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .
- #532*. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 8 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.
- #533*. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 38° , 78° и 64° .
- #534*. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 81$, $MD = 9$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .
- #535*. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.
- #536*. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP , равен 8, тангенс угла BAC равен $\frac{4}{3}$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC .
- #537*. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM = 7$ и $MB = 17$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .
- #538*. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 8$, $AC = 64$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .
- #539*. Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.
- #540*. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC = 12$, $BC = 18$ и $CD = 8$.
- #541*. В треугольнике ABC угол B равен 120° , а длина стороны AB на $3\sqrt{3}$ меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC .
- #542*. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC = 40$, $BC = 34$ и $CD = 20$.

ВАРИАНТЫ ОГЭ. ЧАСТЬ «С»

Вариант I

К заданиям 18–23 напишите подробное решение и краткий ответ. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Пишите чётко и разборчиво.

#18*. Решите неравенство $\frac{11}{25-(x-4)^2} \leq 0$.

#19*. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур.

а) Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

б) Найдите вероятность того, что Б. выигрывает оба раза.

#20*. Постройте график функции $y = \frac{1-3|x|}{3x^2-|x|}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

#21*. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.

#22*. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 48:23, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 46.

#23*. Рассматривается последовательность $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

а) Существует ли арифметическая прогрессия длины 5 составленная из членов этой последовательности?

б) Можно ли составить арифметическую прогрессию бесконечной длины из этих чисел?

Вариант II

К заданиям 18–23 напишите подробное решение и краткий ответ. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Пишите чётко и разборчиво.

#18*. Найдите значение выражения $\frac{P(b)}{P(\frac{1}{b})}$, если $P(b) = (b + \frac{5}{b})(5b + \frac{1}{b})$.

#19*. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды.

- а) Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.
- б) Найдите вероятность того, что орёл выпадет оба раза.

#20*. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 4, & \text{если } x < -3, \\ -3,5x - 4,5, & \text{если } -3 \leq x \leq 0, \\ -2x + 1, & \text{если } x > 0 \end{cases}$ и найдите все значения a , при которых прямая $y = a$ пересекает построенный график ровно в двух точках.

#21*. Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

- а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.
- б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 3$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

#22*. Окружности радиусов 14 и 35 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

#23*. Задумано несколько натуральных чисел (не обязательно различных). Эти числа и все их возможные произведения (по 2 числа, по 3 числа и т. д.) выписывают на доску. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют одно такое число n , а остальные числа, равные n , стирают. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

- а) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?
- б) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.

Вариант III

К заданиям 18–23 напишите подробное решение и краткий ответ. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Пишите чётко и разборчиво.

#18*. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{x+1}{3} - \frac{y}{5} = 2. \end{cases}$$

#19*. Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок — что не менее 8 баночек, ослик Иа — что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

#20*. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x-1)}{1-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#21*. Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB , являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 4 и 8. Прямая, содержащая гипотенузу AB , является их общей внешней касательной.

а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB .

б) Найдите площадь треугольника ACB .

#22*. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 7$.

#23*. Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_6$ состоит из неотрицательных однозначных чисел. Пусть M_k — среднее арифметическое всех членов этой последовательности, кроме k -го. Известно, что $M_1 = 1$, $M_2 = 2$.

а) Существует ли такая последовательность, для которой $M_3 = 3$?

б) Найдите наибольшее возможное значение M_3 .

Вариант IV

К заданиям 18–23 напишите подробное решение и краткий ответ. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Пишите чётко и разборчиво.

#18*. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x = 36$.

#19*. Два человека одновременно отправляются из одного и того же места по одной дороге на прогулку до опушки леса, находящейся в 4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

#20*. Постройте график функции $y = \frac{x-2}{2x-x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

#21*. Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC , причём $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC , если известно, что $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 4$.

#22*. Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

#23*. Трое друзей играли в шашки. Один из них сыграл 25 игр, а другой — 17 игр. Мог ли третий участник сыграть

а) 34;

б) 35;

в) 56 игр?

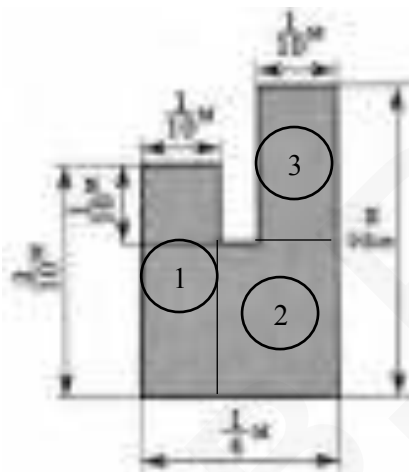
КОНТРОЛЬНЫЙ ВАРИАНТ

Часть «В»

Прочитайте текст и выполните задания 1–5

На рисунке изображён план клумбы с цветами, вокруг которой поставлена изгородь. Клумба имеет форму восьмиугольника (см. рис. ниже).

Цифрой 1 обозначены розы. Площадь, которую занимают розы, равна $0,03 \text{ м}^2$. Под цифрами 3 и 2 отмечены тюльпаны и лилии соответственно.



#1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	лилии	тюльпаны	розы
Цифры			

Ответ: _____.

#2. Какую площадь (в м^2) занимают лилии?

Ответ: _____.

#3. Найдите площадь всей клумбы (в м^2).

Ответ: _____.

#4. Сколько метров изгороди потребовалось для этой клумбы с цветами?

Ответ: _____.

#5. Садовод решил разбить на своём дачном участке 4 квадратные клумбы и 8 клумб в виде правильных треугольников, огородив каждую из них небольшим заборчиком. Длина каждой стороны у любой клумбы равна одному метру. Найдите общую длину всех заборчиков в метрах.

Ответ: _____.

#6. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна $0,21$. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

#7. Перемещение s (в м) при равноускоренном движении некоторого тела с нулевой начальной скоростью можно вычислить по формуле $s = t + 2t^2$, где t – время (в с). Пользуясь этой формулой, определите, через сколько секунд после начала движения перемещение будет равно 10 м.

Ответ: _____.

#8. Найдите значение выражения $28 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{14}$.

Ответ: _____.

#9. Найдите корни уравнения $5x^2 + 15x = 0$. В ответ запишите полученные корни в порядке убывания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

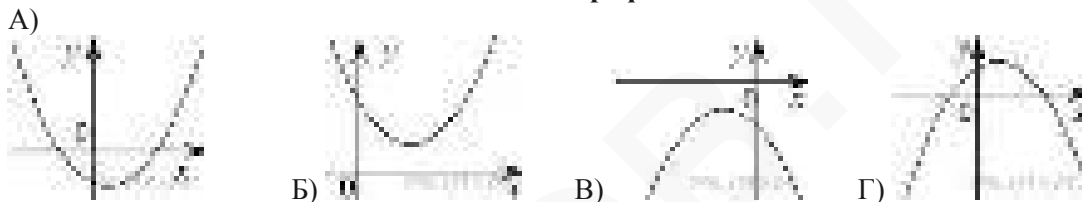
Ответ: _____.

#10. Найдите значение выражения $(\sqrt{2} - \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{7})$.

Ответ: _____.

#11. На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента a и дискриминанта D .

Графики



Знаки чисел

1) $a > 0, D > 0$

2) $a > 0, D < 0$

3) $a < 0, D > 0$

4) $a < 0, D < 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

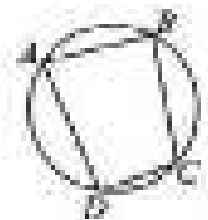
#12. Укажите решение неравенства $(x + 8)(x - 3) < 0$.



Ответ: _____.

#13. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём угол B равен 87° (см. рис.). Найдите угол D . Ответ дайте в градусах.

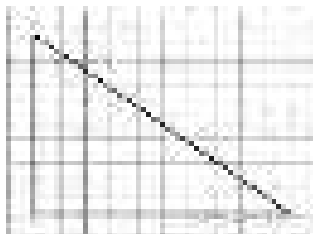
Ответ: _____.



#14. Радиус круга равен 3, а длина ограничивающей его окружности равна 6π . Найдите площадь круга. В ответ запишите площадь, деленную на π .

Ответ: _____.

#15. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: _____.

#16. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений всегда верны.

- 1) Все углы ромба – острые.
- 2) Все высоты ромба равны.
- 3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- 4) Радиус окружности, вписанной в ромб, равен стороне этого ромба.
- 5) В ромбе с углом в 60° одна из диагоналей равна его стороне.

Ответ: _____.

#17. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание – на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

Ответ: _____.

Часть «С»

К заданиям 18–23 напишите подробное решение и краткий ответ. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Пишите чётко и разборчиво.

#18*. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \left(\frac{2}{x^2 - 2x - 1} + 2x^2 - 4x - 7 \right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0. \end{cases}$$

#19*. Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 33% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 47% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

#20*. Постройте график функции $y = 3x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geq 3,3$?

#21*. Основания трапеции равны 4 и 9, а её диагонали равны 5 и 12.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- б) Найдите площадь трапеции.

#22*. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 64. Найдите стороны треугольника ABC .

#23*. Саша берёт пять различных натуральных чисел и проделывает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результата и третьего числа, потом среднее арифметическое полученного результата и четвёртого числа, потом среднее арифметическое полученного результата и пятого числа — число A .

- а) Может ли число A равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
- б) В какое наибольшее целое число раз число A может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ВАРИАНТА ОГЭ

Распределение заданий КИМ по уровням сложности

В табл. 1 представлено распределение заданий КИМ по уровням сложности:

Таблица 1. Распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный балл
Базовый	16	16
Повышенный	5	18
Высокий	2	8
Итого	23	42

Уровень 1 состоит из 16 заданий базового (Б) уровня сложности и 1 задания повышенного (П) уровня сложности. 8 математических работ, выполненных по уровню сложности распределения экзаменационной работы, являются базовыми. Прогнозируемые баллы: 16–20 и 7 заданий с повышенной сложностью: 18–20.

Уровень 2 состоит из заданий повышенного (П) и высокого (В) уровней сложности. Дифференциальные задания высокого уровня сложности 2 приведены в таблице.

Таблица 2. Математические задания высокого уровня сложности

Число баллов	18	20	20	21	22	23
Уровень сложности	П	П	П	П	П	В
Средний балл выполнения	15–16	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22

Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Для оценки результатов выполнения работ используются следующие баллы. В таблице 3 приводятся системы формирования оценок баллы.

Таблица 3. Системы формирования оценок баллы

Максимальное количество баллов за задание			Максимальное количество баллов		
Часть	Часть 2		За часть 1	За часть 2	За работу в целом
№ 1–17	18–20	21–23	1	2	3
1	2	3	1	2	3

Таблица 3. Система оценки выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом. Для оценки результатов выполнения работ используются следующие баллы. В таблице 3 приводятся системы формирования оценок баллы.

Количество баллов, выставленных за задание части 2, определяется количеством ошибок в ответе на задание. Если ответ правильный, то за задание выставляется 2 балла. Если ответ неправильный, то за задание выставляется 1 балл.

Максимальный возможный балл за работу в целом — 42.

Источник: Спецификация к перспективной модели с сайта www.fipi.ru

Шкала оценивания

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
Кол-во баллов	0–7	8–14	15–21	22–32

Примечание. Рекомендуемый минимальный результат выполнения экзаменационной работы – 8 баллов (оценка «3»), набранные в сумме за выполнение заданий обоих модулей, при условии, что из них **не менее 2 баллов получено по модулю «Геометрия»**.

Минимальные баллы ОГЭ для зачисления в профильные классы

- для естественнонаучного профиля: 18 баллов, из них не менее 6 по геометрии;
- для экономического профиля: 18 баллов, из них не менее 5 по геометрии;
- для физико-математического профиля: 19 баллов, из них не менее 7 по геометрии;

ОТВЕТЫ

Варианты части «В»

Вариант I: 1. 364. 2. 150. 3. 6500. 4. 370. 5. 606,1. 6. 0,02. 7. 4. 8. 0,32. 9. 2. 10. 36. 11. 231. 12. 34. 13. 68. 14. 6. 15. 14. 16. 13. 17. 10.

Вариант II: 1. 2134. 2. 110. 3. 10. 4. 725. 5. 21750. 6. 0,9. 7. -148. 8. 8910. 9. -0,5. 10. 28. 11. 2. 12. 12. 13. 2. 14. 50. 15. 79. 16. 34. 17. 122.

Вариант III: 1. 3142. 2. 67. 3. 136. 4. 566. 5. 12. 6. 10. 7. 21. 8. 0,67. 9. -5. 10. 512. 11. 432. 12. 1. 13. 29,5. 14. 228. 15. 2. 16. 12. 17. 5.

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

1. $\frac{2a}{b}$. 2. $\frac{a}{a+4}$. 3. $\frac{2}{d}$. 4. $\frac{b-5}{a-3}$. 5. $\frac{4}{4-a}$. 6. $\frac{b-a}{ab}$. 7. $\frac{x-2}{2x}$. 8. $16b + 16$. 9. $-10a$. 10. -8 . 11. $\frac{3x-3}{x-3}$. 12. -3 . 13*. 8. 14*. -1 . 15*. 1. 16*. $x^2 + 4a^2 + ax^2 + 3a$. 17*. $\frac{2ab+b^2+a^2}{b+4a}$. 18*. $1-x$. 19*. $\frac{b^2-2b+1}{b+1}$.

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

20. $\sqrt{-b}$. 21. $\sqrt{37} + \sqrt{35} < 12$. 22. $\sqrt{\frac{6}{7} + 7 + \frac{7}{6}} > 3$. 23. 7. 24. $\sqrt{3,6}$. 25. $\sqrt{0,0025}$. 26. 27. 27. 27. 28. 180. 29. 210. 30. 84. 31. 68. 32. 5. 33. 2. 34*. 3. 35*. 1. 36*. $4\sqrt{3}$. 37*. $2z + 2y$. 38*. $\frac{10-3\sqrt{3}}{3}$. 39*. $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. 40*. $\sqrt{1+n|n+2|}$.

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

41. 2^{n-2} . 42. 4^{m+1} . 43. x^{-14} . 44. c^{15} . 45. a^{-3} . 46. 8. 47. 125. 48. 512. 49. 1. 50. 81. 51. 50. 52. 36. 53*. $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$. 54*. 10^{n+1} . 55*. 9^{n+2} .

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

56. 30. 57. 30,33. 58. 13,3. 59. 16,5. 60. 111. 61. 3. 62. 1. 63. Белки. 64. 20–50%. 65. 3. 66. 4. 67. Земли лесного фонда. 68. Какао. 69. 4. 70. Пятое. 71. 4. 72. 1. 73. Отметка «4». 74. «хорошо». 75. I, III. 76. отметка «3». 77. Нептун. 78. 016А. 79. 2. 80. Первая.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

81. 0,5. 82. 0,4. 83. 0,4. 84. 0,03. 85. 0,98. 86. 0,125. 87. 0,5. 88. 0,52. 89. 0,84. 90. 0,2. 91. $\frac{1}{3}$. 92. 0,8. 93. 0,3. 94. 0,4. 95. 0,78. 96. 0,9409. 97. 0,7. 98*. а) 0,512; б) 0,096.

УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ

99. $x = 7$. 100. $x = 3$. 101. $d = 6$. 102. $x = -4,5$. 103. $x = -8$. 104. $x_1 = -1$; $x_2 = 6$. 105. $f_1 = 0,5$; $f_2 = 3$. 106. $x_1 = -0,25$; $x_2 = 0$. 107. $x_1 = -16$; $x_2 = 0$. 108. $x_1 = -2\sqrt{2}$; $x_2 = 2\sqrt{2}$. 109. $x_1 = -11$; $x_2 = 11$. 110. $x = 0$. 111. $x = 0$. 112. $x \notin \mathbb{R}$. 113. $x_1 = -3$; $x_2 = 4$. 114. $x_1 = -1$; $x_2 = 8$. 115. $x_1 = -6$; $x_2 = 0,5$. 116. $x_1 = -1$; $x_2 = -0,8$. 117. $x_1 = -1$; $x_2 = 15$. 118. $x_1 \approx -0,1$; $x_2 \approx 0,3$. 119. $x_1 = -2$; $x_2 = 4$. 120. $a = 2,25$. 121. $a = -7$. 122. $q = -2$. 123. $x_1 = -8$; $x_2 = -2$. 124. $x = -10$. 125. $x = -5,5$. 126. $x = 28$. 127. $x = 0,5$. 128. $x = 0,5$. 129. $x_1 = 2$; $x_2 = 6$. 130. $x = 4$. 131. $x \in \emptyset$. 132. $x = 3$. 133. $x = 2$. 134. $x_1 = -9$; $x_2 = -8$. 135. $x = 30$. 136. $x_1 = -8$; $x_2 = 8$. 137. $x_1 = -0,4$; $x_2 = 1,2$. 138. $x_1 = 0,8$; $x_2 = 1$. 139*. $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{2}{7}$. 140*. $x \in \emptyset$. 141*. $x_1 = -8$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$; $x_4 = 8$. 142*. $x = 2$. 143*. $x_1 = -10$; $x_2 = 0$; $x_3 = 10$; $x_4 = 20$. 144. $(x; y) = (2; 3)$. 145. $(x; y) = (1; 4)$. 146. $(x; y) = (130,5; 56,5)$. 147. $(x; y) = \left(7 \frac{11}{136}; 4 \frac{11}{34}\right)$. 148. $(x_1; y_1) = (0; -2)$; $(x_2; y_2) = (-2; 2)$. 149*. $(x; y) = (-2; 3)$. 150*. $(x_1; y_1) = \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$; $(x_2; y_2) = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$. 151*. $(x; y) = (2; 1)$. 152*. $(x_1; y_1) = (2; 1)$; $(x_2; y_2) = (4,5; -1,5)$.

153*. $(x_1; y_1) = (2; -3); (x_2; y_2) = \left(-\frac{2}{3}; 2\frac{1}{3}\right)$. **154***. $(x_1; y_1) = (-1; -1); (x_2; y_2) = (1; 1)$. **155***. $(x; y) = (0,4; 2)$. **156***. $(x_1; y_1) = (-4; -3); (x_2; y_2) = (-3; -4); (x_3; y_3) = (3; 4); (x_4; y_4) = (4; 3)$. **157***. $(x; y) = (4; 10)$. **158***. Наименьшее значение выражения равно 0; $(x_1; y_1) = (0,5; -2); (x_2; y_2) = (-4; -11)$. **159***. $(0; 0); (0; 1)$. **160***. $x = 1$. **161***. $x_1 = -5; x_2 = 1$. **162***. $x_1 = -2; x_2 = 2; x_3 = 6$. **163***. $x_1 = 2; x_2 = 4$. **164***. $x_1 = -2; x_2 = 2$. **165***. $x = 3$. **166***. $x = 3$. **167***. $x_1 = 1; x_2 = 5$. **168***. $x_1 = -1\frac{1}{3}; x_2 = 1$. **169***. $x_1 = -\sqrt{5} + 3; x_2 = \sqrt{5} + 3$. **170***. $x_1 = -1; x_2 = 7 - 2\sqrt{11}; x_3 = 5; x_4 = 7 + 2\sqrt{11}$.

НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

171. $x \in (-\infty; 1,5]$. **172.** $x \in (-\infty; 3,5]$. **173.** $x \in (-3; \infty)$. **174.** $x \in (-\infty; 4)$. **175.** $x \in \left(\frac{1}{6}; \infty\right)$. **176.** При $x < -10$. **177.** При $t < -5$. **178.** $x \in (-7; 7)$. **179.** $x \in \left(-\infty; -\frac{8}{9}\right) \cup \left(\frac{8}{9}; \infty\right)$. **180.** $x \in (-\infty; 0] \cup [2; \infty)$. **181.** $x \in (0; 7)$. **182.** $x \in [-2; 7]$. **183.** $x \in (-\infty; -3] \cup [2,5; \infty)$. **184.** 1. **185.** 4. **186.** 2. **187.** $x \in [5,2; 6]$. **188.** $x \in (2; 4)$. **189.** $x \in (-\infty; 0]$. **190***. $(1; 5); (2; 5); (0; 6); (1; 6); (2; 6)$. **191***. $x \in (-\infty; -0,75] \cup [3; \infty)$. **192***. $x \in (-\infty; -3) \cup \left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$. **193***. $x \in (5 - \sqrt{2}; 5 + \sqrt{2})$. **194***. $x \in [-1; 1]$. **195***. $x \in \left(1\frac{2}{3}; \infty\right)$. **196***. $x \in (-1; -\frac{2}{3}]$. **197***. $x \in \left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **198***. $x \in (-8; 4)$. **199***. $x \in [-6; 2]$. **200***. $x = 4$.

ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

201. 0,9. **202.** -0,3. **203.** 11. **204.** 9646. **205.** 2436. **206.** 15. **207.** Да. **208.** 10; 6; 2. **209.** Нет. **210.** Да. **211.** 0; 12. **212.** Да. **213.** 0. **214.** 1925. **215.** 2525. **216.** 20. **217***. 1560. **218.** $-10\frac{2}{3}$. **219.** $\frac{1}{9}$. **220.** 81. **221.** При $x = 2$. **222***. $-\frac{1}{2}$. **223***. $q = 1$. **224.** Нет. **225.** Да. **226.** 16. **227.** Да. **228***. $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = 64$.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

229*. 10 км/ч. **230***. 14 км/ч. **231***. 50 км/ч. **232***. 54 км/ч; 60 км/ч. **233***. 5 км/ч. **234***. 1,4 часа. **235***. 113 км. **236***. 6 км/ч. **237***. 450 м. **238***. 8 км. **239***. 18 км/ч. **240***. 25 км/ч. **241***. 0,4с. **242***. 24 км/ч. **243***. 20 км/ч. **244***. 8 км/ч. **245***. 4 км/ч. **246***. 10 деталей в час. **247***. 21 литр воды в минуту. **248***. за 432 минуты. **249***. за 12 ч; за 24 ч. **250***. 5:1. **251***. 2,6 кг. **252***. 49%. **253***. 36 кг. **254***. 2 кг. **255***. 1,25 кг. **256.** 3,5 кг. **257.** 80%. **258***. 5:4 в пользу «Транспортира». **259***. 6 целочисленных решений.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

261*. Уравнение прямой: $y = 0,2x - 2$; пересечение в точке $(0; -2)$. **262***. При $k = \frac{2}{3}$; 1; 2. **263***. При $m = 3,5$. **264***. При $k = \frac{16}{25}$. **265***. $k \in \left[\frac{1}{4}; \infty\right)$. **266***. При $k = 0$; 9; -9. **267***. При $m = -1$; 1. **268***. При $c = -6,25$; -4; 6. **269***. При $c = -1$; 0. **271***. $(2; 0)$. **272***. При $m = 0$; 3. **273***. При $m \in (-\infty; -5) \cup (-5; -4)$. **274***. При $m = 0,75$. **275***. При $m \in (-\infty; -6) \cup (-5; \infty)$. **276***. При $c \in (-1; 0]$. **277***. При $m = -4,5$; -2,5. **278***. $(3; 7)$.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

279*. а) 63; б) 29. **280***. а) может (например, числа 1; 2; 3; 5; 2015); б) 4 (например, 1; 2; 3; 2015). **281***. а) да; б) нет. **282***. а) нет; б) 4. **283***. а) нет; б) 1. **285***. а) 14; б) 90; в) 1.

УГЛЫ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

286. 75° . **287.** 30° . **288.** 150° . **289.** 40° .

ТРЕУГОЛЬНИКИ ОБЩЕГО ВИДА

290. 14. **291.** 62° . **292.** 8. **293.** 17. **294.** 75. **295.** 8. **296.** 376. **297.** 30. **298.** 72. **299.** 6. **301***. 15. **302***. 1:2. **303***. 12. **307***. 112:135. **308***. $\frac{3\sqrt{2}}{8}$. **309***. 141. **310***. $AB = 52\sqrt{13}$, $BC = 42\sqrt{2}$, $AC = 32\sqrt{5}$.

РАВНОБЕДРЕННЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

311. 29°. **312.** 24. **313.** 2°. **314.** 1440. **315.** 28. **319*.** 30°.

РАВНОСТОРОННИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

320. 60°. **321.** $576\sqrt{3}$. **322.** $1936\sqrt{3}$. **323.** $\frac{49\sqrt{3}}{3}$. **324.** 582. **325.** 18. **326.** 24.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

328. 0,6. **329.** 20. **330.** 4. **331.** 12. **332.** 9. **333.** 0,4. **334.** 16. **335.** 0,1. **336.** 2. **337.** 0,3. **338.** 18. **339.** 264,5.
340. $50\sqrt{3}$. **341.** 5. **342*.** 12. **343*.** 15°; 75°.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

344. 79°. **345.** 106°. **346.** 58,5°. **347.** 400. **348.** $156\sqrt{2}$. **349.** 90. **350.** 4,5. **351.** 1395. **352*.** 60. **353*.** 17,5.
354*. 380. **355*.** 14.

ПРЯМОУГОЛЬНИК

361. 117. **362.** 204. **363.** 270. **364.** 86°. **365.** 67°. **366.** 74. **367.** $2116\sqrt{3}$. **368.** 480. **369*.** 14,5.

РОМБ

371. 3. **372.** 15; 15. **373.** 14 см. **374.** 24. **375.** 5180. **377.** 60. **378.** 242. **379.** $50\sqrt{3}$. **380*.** 60°; 60°; 120°;
120°. **381*.** 56:841.

КВАДРАТ

382. 32. **383.** 1600. **384.** 0,5. **385.** $8\sqrt{2}$ см.

ТРАПЕЦИЯ

386. 4. **387.** 110°. **388.** 7. **389.** 76°. **390.** 9,5. **391.** 99. **392*.** 28; 2. **393.** 189. **394.** 472,5. **395.** 2. **396.** 2.
397*. 156. **398*.** $20\sqrt{6}$. **399*.** 49 см². **400*.** 26. **401*.** 12 см. **405*.** 5; 3. **406*.** $3\sqrt{3}$.

ДРУГИЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

407. 61°. **408.** 135.

ОКРУЖНОСТЬ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТЫ

411. 14,5. **412.** 1681. **413.** 11. **414.** 3. **415.** 2. **416.** 5. **417.** 90. **418.** 34°. **419.** 46°. **420.** 10 см. **421.** 4. **422*.**
35°. **423*.** 6,4. **424*.** 12. **425*.** 32. **430*.** 8. **431*.** 120°. **432*.** 5,4. **433*.** $3\sqrt{3}$.

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

434. 30°. **435.** 154. **436.** 35°. **437.** 49°. **438.** 155°. **439.** 13,5°. **441*.** 25°.

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

442. 99°. **443.** 32. **444.** 4. **445.** 21°. **446.** 45°. **447.** 15. **448.** 2. **449.** 20. **450.** 100. **451.** 38. **452.** 28. **453.** 88.
454. 12. **455.** 27. **456*.** 8. **457*.** 82°; 42°; 56°. **458*.** 12.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

459. 33 м. **460.** 1000 м или 1 км. **461.** 500 м или 0,5 км. **462.** 50 км. **463.** 65 м. **464.** 15 м. **465.** 4,2 м.
466. 13 см. **467.** 10 см. **468.** 8,6 м. **469.** 20°. **470.** 20. **471.** 150°. **472.** 10°. **473.** 18°. **474.** За 6 часов. **475.**
120°. **476.** 6. **477.** 2,9 м. **478.** 375 оборотов в минуту. **479.** 3 полных оборота. **480.** 2 м. **481.** 85 см. **482.**
15 оборотов. **483.** На 6 метров. **484.** 12 м. **485.** 156 000 000 км. **486.** 2°. **487.** 12,5 км. **488.** На 0,6 метров.
489. 375 коробок. **490.** 49. **491.** 1. **492.** 2 см. **493.** 240 досок. **494.** 3150 дощечек. **495.** 0,48 кг. **496.** 10
м. **497.** 10 метров. **498.** 500 см. **499.** 4 метра.

ФИГУРЫ НА КВАДРАТНОЙ РЕШЁТКЕ

500. 6. **501.** 4. **502.** 5. **503.** 8. **504.** 10. **505.** 5. **506.** 9. **507.** 14. **508.** 36. **509.** 16. **510.** 16,5. **511.** 2. **512.** 0,8. **513.** 67,5°.

КОМБИНАЦИИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ОКРУЖНОСТЕЙ

514*. 14. **515*.** $\sqrt{210}$. **516*.** 17. **517*.** $18\frac{1}{16}$ или 18,0625. **518*.** 4,8. **519*.** 4,5. **520*.** 45°. **521*.** 15. **522*.** 161,5. **523*.** 2. **524*.** 14,4. **525*.** $\sqrt{13}$. **526*.** $2\sqrt{42}$. **527*.** 45. **528*.** 24 см². **529*.** 5. **530*.** 42. **531*.** 26. **532*.** 5040. **533*.** 24°; 104°; 52°. **534*.** 80. **535*.** 168. **536*.** 10. **537*.** 11,9. **538*.** 63. **539*.** 52°. **540*.** 15. **541*.** 3. **542*.** 51.

Варианты части «С»

Вариант I: **18*.** $x \in (-\infty; -1) \cup (9; \infty)$. **19*.** а) 0,17; б) 0,33. **20*.** При $b \in [0; \infty)$. **21*.** б) 8. **22*.** 142. **23*.** а) да; б) нет.

Вариант II: **18*.** 1. **19*.** а) 0,25; б) $\frac{3}{8}$ или 0,375. **20*.** При $a \in (-4,5; 6]$. **21*.** б) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **22*.** 40. **23*.** а) нет; б) 1; 1; 1; 1; 1; 82 или 1; 1; 1; 1; 2; 41.

Вариант III: **18*.** $(x; y) = (2; -5)$. **19*.** 7 баночек. **20*.** При $k = 3; -3; -3,25$. **21*.** б) 32. **22*.** $7\sqrt{2}$. **23*.** а) нет; б) 2,8.

Вариант IV: **18*.** $x_1 = -4; x_2 = -3; x_3 = 3$. **19*.** 3 км. **20*.** При $k = -0,25$. **21*.** б) 1:15. **22*.** 5:27. **23*.** а) да; б) нет; в) нет.

Контрольный вариант

1. 231. **2.** 0,03. **3.** 0,08. **4.** 1,4. **5.** 40. **6.** 0,71. **7.** 2. **8.** 1. **9.** 0–3. **10.** –5. **11.** 1243. **12.** 1. **13.** 93. **14.** 9. **15.** 10. **16.** 235. **17.** 8. **18*.** $x \in (-1; 3)$. **19*.** 2 кг. **20*.** При $x \in (0; \frac{10}{11}]$. **21*.** б) 30. **22*.** $16\sqrt{13}; 32\sqrt{13}; 48\sqrt{5}$. **23*.** а) да (например, 1; 3; 8; 11; 2); б) 2.

КРАТКИЙ КУРС МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Алгебра

Признаки делимости

Признак делимости на 2	Делится на 2, если оканчивается чётной цифрой
Признак делимости на 3	Делится на 3, если сумма цифр делится на 3
Признак делимости на 4	Делится на 4, если сумма 2-х последних цифр делится на 4
Признак делимости на 5	Делится на 5, если оканчивается цифрой 0 или 5
Признак делимости на 9	Делится на 9, если сумма цифр делится на 9
Признак делимости на 10	Делится на 10, если оканчивается цифрой 0

Свойства модуля

- 1) $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$
- 2) $|a| = |-a|$
- 3) $|ab| = |a| \cdot |b|$
- 4) $|a + b| = |a| + |b|$
- 5) $|a| + |b| = a + b$
- 6) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, где $b \neq 0$
- 7) $|a - b| = |b - a|$
- 8) $|a|^2 = a^2$
- 9) $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a, a \geq 0$
- 10) $|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \text{ или } x \leq -a$

Свойства степени с целым показателем

- 1) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$
- 2) $a^1 = a$
- 3) $a^0 = 1$, где $a \neq 0$
- 4) $a^2 \geq 0$
- 5) $a \geq 0 \Rightarrow a^{2k} \geq 0$
- 6) $a \leq 0 \Rightarrow a^{2k+1} \leq 0$
- 7) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 8) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, где $a \neq 0$
- 9) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 10) $(ab)^n = a^n b^n$
- 11) $\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, где $b \neq 0$
- 12) $\left(\frac{a}{b} \right)^{-n} = \left(\frac{b}{a} \right)^n$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$

Свойства квадратного (арифметического) корня

- 1) $\sqrt{a} \geq 0$
- 2) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- 3) $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$
- 4) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, где $b \neq 0$
- 5) $(\sqrt{a})^2 = a$
- 6) $\sqrt{a^2} = |a|$

Формулы сокращённого умножения

- 1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- 4) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 5) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- 6) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 8) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Арифметическая прогрессия

- 1) $a_n = a_1 + d(n - 1)$
- 2) $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$
- 3) $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

Геометрическая прогрессия

$$1) b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad 2) b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1} \quad 3) S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ при } q \neq 1$$

Комбинаторика и теория вероятностей

Определение факториала. Свойства факториалов

$$\begin{array}{ll} 1) n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n \ (n \geq 0, n \in \mathbb{Z}) & 4) 0! = 1 \\ 2) n! = n \cdot (n-1)! & 5) \frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = 2n \\ 3) (n+1)! = (n+1) \cdot n! & 6) \frac{(2n)!}{(2n-2)!} = 2n(2n-1) = 4n^2 - 2n \end{array}$$

Виды соединений

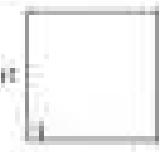
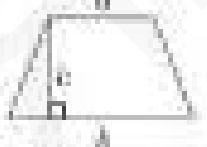
$$\begin{array}{l} 1) \text{ Перестановки: } P_n = n! \\ 2) \text{ Размещения: } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \\ 3) \text{ Сочетания: } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \end{array}$$

Классическое определение вероятности. Вероятность событий

$$\begin{array}{l} 1) P(A) = \frac{m}{n}, \text{ где } m - \text{благоприятные исходы, а } n - \text{все исходы} \\ 2) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ 3) P(A \cup B) = P(A) + P(B) \end{array}$$

Геометрия

Планиметрия

 $S = a^2$	Свойствами тригонометрических функций $\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$ Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$
 $S = ab$	Теорема косинусов: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$ Теорема синусов: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
 $S = ah$ $S = ab \cdot \sin \alpha$	Свойства подобия $\frac{S_1}{S_2} = k^2$
 $S = \frac{1}{2} ah$ $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$	Площадь треугольника, заданного сторонами a, b и $\angle C$: $S = \frac{1}{2} ab \sin C$
 $S = \frac{1}{2} ab$	Свойства окружности, вписанной в многоугольник: $r = \frac{1}{2} d$
 $S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$	Свойства окружности, вписанной в многоугольник: $r = \frac{1}{2} d$
 $S = \frac{a+b}{2} h$	Свойства окружности, вписанной в многоугольник: $r = \frac{1}{2} d$
 $S = \frac{abc}{4R}$ $S = \frac{1}{2} ab \sin C$	Свойства окружности, вписанной в многоугольник: $r = \frac{1}{2} d$

Стереометрия

	$V = SH$		$V = \frac{1}{3}SH$
	$V = SH$ $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$		$V = \frac{1}{3}SH$ $S_{\text{бок}} = \pi Rl$
	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $S_{\text{пол}} = 4\pi R^2$	$S_{\text{пол}}$ — площадь поверхности $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности S — площадь основания H — высота R — радиус l — образующая r — радиус основания	

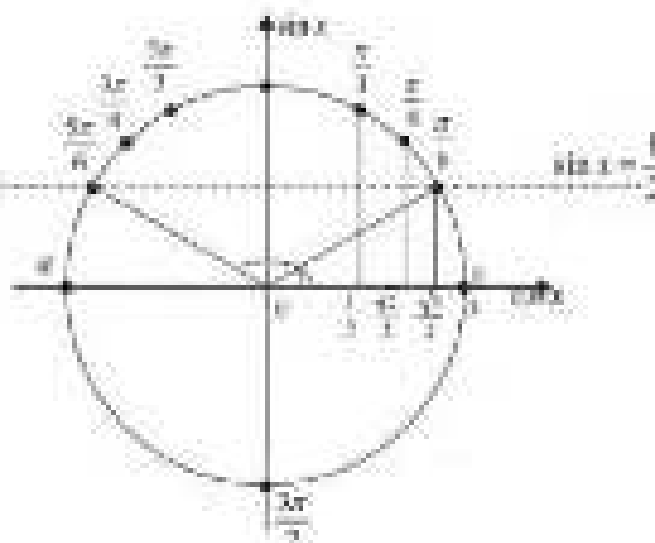
Тригонометрия

Таблица значений тригонометрических функций

Функция	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Основные тригонометрические формулы и тригонометр

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$
- $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
- $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$



СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ «ФИПИ»

Алгебра

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Геометрия

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- #1. Математика. 9-й класс. Подготовка к ОГЭ-2018. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2018 года: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. О. Иванова — Ростов-на-Дону: издательство «Легион», 2017.
- #2. Математика. 9-й класс. Подготовка к ОГЭ-2019. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2019 года: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. О. Иванова — Ростов-на-Дону: издательство «Легион», 2018.
- #3. Ященко И. В. ОГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания части 1 — Москва: издательство «Экзамен», МЦНМО, 2018.
- #4. «Wild Mathing»: интерактивный задачник для подготовки к ЕГЭ — 2-е издание, 2018.
- #5. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко — Москва: издательство «Национальное образование», 2019.
- #6. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрические задачи с практическим содержанием — Москва: МЦНМО, 2010.
- #7. Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.fipi.ru>
- #8. Образовательный портал «РЕШУ ОГЭ» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://oge.sdamgia.ru>
- #9. Образовательный портал «РЕШУ ЕГЭ» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://ege.sdamgia.ru>
- #10. Образовательный портал «РЕШУ ВПР» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://vpr.sdamgia.ru>
- #11. Образовательный портал «УМК ШКОЛА» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://school.umk-spo.biz>
- #12. Ларин Александр Александрович. Математика. Репетитор [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://alexlarin.net>