



МГУ – ШКОЛЕ

М. А. Иченская

Геометрия

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

11



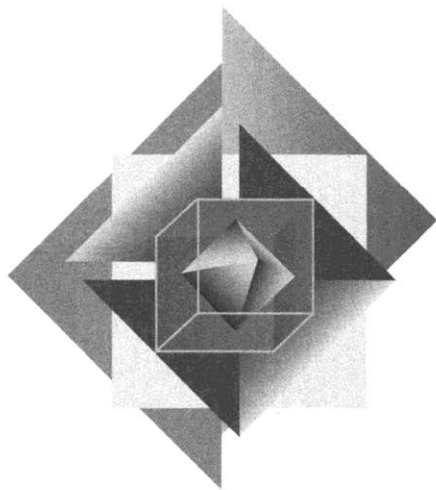
БАЗОВЫЙ
УРОВЕНЬ

М. А. Иченская



Геометрия

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ



11
класс

Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций

Базовый уровень

Москва
«Просвещение»
2019

УДК 373:514
ББК 22.151я72
И96

12+

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Иченская М. А.
И96 Геометрия. Самостоятельные работы. 11 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций : базовый уровень / М. А. Иченская. — М. : Просвещение, 2019. — 64 с. : ил. — (МГУ — школе). — ISBN 978-5-09-058444-9.

Учебное пособие содержит самостоятельные работы по курсу геометрии 11 класса и ориентировано на учебник «Геометрия. 10—11 классы» авторов Л. С. Атанасяна и др. Материал пособия организован в виде разрезных карточек.

Учебное пособие адресовано школьникам, учителям математики и студентам педвузов.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-09-058444-9

© Издательство «Просвещение», 2019
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2019
Все права защищены

Цилиндр и его поверхность. Свойства цилиндра

11 класс

С—1, В—1

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота равна 3 м. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.

2. В цилиндре проведена плоскость параллельно его оси, отсекающая от окружности основания дугу в 120° . Ось цилиндра равна 10 см, её расстояние от секущей плоскости a равно 2 см. Найдите площадь сечения цилиндра.

11 класс

С—1, В—2

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, площадь которого равна Q . Найдите площадь основания цилиндра.

2. Высота цилиндра равна 6 дм, радиус основания равен 5 дм. Длина отрезка, концы которого лежат на окружностях обоих оснований, равна 10 дм. Найдите расстояние от данного отрезка до оси цилиндра.

11 класс

С—1, В—3

1. Высота цилиндра равна 6 см, радиус основания равен 5 см. Найдите площадь сечения, проведённого параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от неё.

2. Отношение площади основания цилиндра к площади его осевого сечения равно $\pi : 4$. Найдите угол между диагоналями осевого сечения цилиндра.

11 класс

С—1, В—4

1. Высота цилиндра равна 8 дм, радиус основания равен 5 дм. Цилиндр пересечён плоскостью параллельно его оси так, что сечением является квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до этого сечения.

2. Осевое сечение цилиндра — квадрат со стороной a . Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.

11 класс

С—2, В—1

1. Высота цилиндра на 10 см больше радиуса его основания, а площадь его полной поверхности равна 144π см². Определите радиус основания и высоту цилиндра.

2. Из круглого листа металла выштампован цилиндрический стакан с диаметром 25 см и высотой 50 см. Определите диаметр листа металла.

11 класс

С—2, В—2

1. Определите площадь полной поверхности равностороннего цилиндра (диаметр основания которого равен его высоте), если площадь его боковой поверхности равна 50 см².

2. Высота цилиндрической трубы с диаметром 65 см равна 18 м. Сколько квадратных метров жести требуется на её изготовление, если на заклёпку уходит 10% всего количества жести?

11 класс

С—2, В—3

1. Стороны прямоугольника равны a и b . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, полученного вращением этого прямоугольника вокруг стороны, равной a .

2. Полуцилиндрический свод подвала имеет размеры: 6 м в длину и 5,8 м в диаметре. Найдите площадь полной поверхности подвала.

11 класс

С—2, В—4

1. Радиус основания цилиндра равен R ; площадь его боковой поверхности равна сумме площадей оснований. Найдите его высоту.

2. Цилиндрический паровой котёл имеет размеры: 0,7 м в диаметре и 3,8 м в длину. Как велико давление пара на полную поверхность котла, если на 1 см² пар давит с силой в 10 кг?

Конус и его поверхность. Свойства конуса

11 класс

С—3, В—1

1. В равностороннем конусе (в осевом сечении правильный треугольник) радиус основания равен R . Найдите площадь сечения, проведённого через две образующие, угол между которыми равен 30° .

2. Конусообразная палатка с высотой 3,5 м и диаметром основания 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины ушло на палатку?

11 класс

С—3, В—2

1. Высота конуса равна H . Угол между высотой и образующей равен 60° . Найдите площадь сечения, проведённого через две взаимно перпендикулярные образующие.

2. Равнобедренный треугольник вращается вокруг своей высоты. Определите стороны этого треугольника, если его периметр равен 30 см, а площадь полной поверхности тела вращения равна 6π см².

11 класс

С—3, В—3

1. В конусе, высота которого равна радиусу основания R , проведена через его вершину плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в 90° . Определите площадь полученного сечения.

2. Площадь поверхности конической башни равна 250 м², диаметр основания равен 9 м. Найдите высоту шпиля.

11 класс

С—3, В—4

1. Через вершину конуса под углом 45° к основанию проведена плоскость, отсекающая четверть окружности основания. Высота конуса равна 10 см. Определите площадь сечения.

2. Крыша силосной башни имеет форму конуса. Высота крыши равна 2 м, диаметр башни равен 6 м. Сколько листов кровельного железа требуется для покрытия крыши, если лист имеет размеры $0,7 \text{ м} \times 1,4 \text{ м}$ и на швы ушло 10% кровельного железа?

11 класс

С—4, В—1

1. Радиусы оснований усечённого конуса равны 3 м и 6 м, высота конуса равна 4 м. Найдите образующую конуса.

2. Определите площадь боковой поверхности усечённого конуса, если его образующая составляет с плоскостью основания угол 30° , а площадь осевого сечения конуса равна F .

11 класс

С—4, В—2

1. Радиусы оснований усечённого конуса равны R и r , образующая наклонена к основанию под углом 45° . Найдите высоту конуса.

2. Сколько металла потребуется на изготовление урны в форме усечённого конуса, если её высота равна 80 см, а диаметры нижнего и верхнего оснований равны соответственно 32 см и 12 см?

11 класс

С—4, В—3

1. Высота усечённого конуса равна H . Найдите его образующую, если она наклонена к основанию под углом 30° .

2. Сколько олифы потребуется для покраски 100 вёдер в форме усечённого конуса, если диаметры ведра равны соответственно 30 см и 25 см, образующая равна 27,5 см и если на покраску 1 м^2 требуется 50 г олифы?

11 класс

С—4, В—4

1. Радиусы оснований усечённого конуса равны соответственно 3 дм и 7 дм, его образующая равна 5 дм. Найдите площадь осевого сечения конуса.

2. Определите площадь боковой поверхности усечённого конуса, у которого образующая составляет с плоскостью основания угол 45° , а радиусы оснований равны соответственно R и r .

Сфера и шар. Свойства сферы

11 класс

С—5, В—1

1. Шар, радиус которого равен 41 см, пересечён плоскостью на расстоянии 9 см от центра шара. Найдите площадь сечения шара.

2. На сфере даны три точки, расстояния между которыми равны 6 см, 8 см и 10 см. Радиус сферы 13 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости, проходящей через эти три точки.

11 класс

С—5, В—2

1. Радиус сферы равен 63 см. Точка находится на касательной плоскости к сфере на расстоянии 16 см от точки касания. Найдите расстояние от этой точки до поверхности сферы.

2. Диаметр шара равен 25 см. Даны точка A на его поверхности и окружность, все точки которой удалены (по прямой) от точки A на 15 см. Найдите радиус этой окружности.

11 класс

С—5, В—3

1. Радиус сферы равен R . Через конец радиуса проведена плоскость под углом 60° к нему. Найдите площадь сечения сферы.

2. Два равных шара радиуса R расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Определите длину линии, по которой пересекаются их поверхности.

11 класс

С—5, В—4

1. Через одну точку сферы радиуса R проведены плоскости: первая — касательная к сфере, вторая — под углом 30° к первой. Найдите площадь сечения.

2. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Найдите расстояние от плоскости треугольника до центра шара, касательного к сторонам этого треугольника, если радиус шара равен 5 см.

11 класс

С—6, В—1

1. В сфере проведены по одну сторону от центра два параллельных сечения. Площади их равны 49π дм² и 4π м², а расстояние между ними — 9 дм. Найдите площадь сферы.

2. Полусфера и вписанный в неё конус имеют общее основание и общую высоту; через середину высоты проведена плоскость, параллельная основанию. Докажите, что площадь сечения, заключённая между боковой поверхностью конуса и полусферой, равна половине площади основания.

11 класс

С—6, В—2

1. Докажите, что площадь полной поверхности равностороннего конуса равна площади сферы, построенной на его высоте как на диаметре.

2. Радиусы оснований шарового слоя равны соответственно 20 м и 24 м, а радиус шара равен 25 м. Определите площадь поверхности шарового слоя (рассмотрите два случая).

11 класс

С—6, В—3

1. Докажите, что площадь поверхности тела, образуемого вращением квадрата около стороны, равна площади сферы, радиус которой — сторона квадрата.

2. Радиус шара равен 15 см. Определите площадь части его поверхности, видимой из точки, удалённой от центра шара на 25 см.

11 класс

С—6, В—4

1. Если равносторонний конус и полусфера имеют общее основание, то площадь боковой поверхности конуса равна площади полусферы. Докажите.

2. Высота шарового слоя равна 7 см, а радиусы оснований равны соответственно 16 см и 33 см. Найдите площадь поверхности шарового слоя.

Объёмы параллелепипеда и призмы

11 класс

С—7, В—1

1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ AC_1 равна 35 см, а рёбра относятся как 2 : 3 : 6. Найдите его объём.

2. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм, у которого одна диагональ равна 17 см, а стороны равны 9 см и 10 см. Площадь полной поверхности этого параллелепипеда равна 334 см^2 . Найдите его объём.

3. Грани наклонного параллелепипеда — ромбы со стороной a и острым углом 60° . Найдите объём параллелепипеда.

11 класс

С—7, В—2

1. Площади трёх граней прямоугольного параллелепипеда равны 2 м^2 , 3 м^2 и 6 м^2 . Найдите его объём.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания равны $2\sqrt{2}$ см и 5 см и образуют угол 45° , меньшая диагональ параллелепипеда равна 7 см. Найдите его объём.

3. Основание наклонного параллелепипеда — квадрат со стороной, равной 1 м. Одно из боковых рёбер образует с каждой прилегающей стороной основания угол 60° и равно 2 м. Найдите объём параллелепипеда.

11 класс

С—7, В—3

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна l и с одной гранью составляет угол 30° , а с другой — 45° . Найдите его объём.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 8 см и 15 см и образуют угол 60° , меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объём параллелепипеда.

3. Основание наклонного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — ромб со стороной 2 м и острым углом 60° . Ребро AA_1 также равно 2 м и образует с рёбрами AB и AD углы, равные 45° . Найдите объём параллелепипеда.

11 класс

С—7, В—4

1. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны: 15 м, 50 м и 36 м. Найдите ребро равновеликого (равного по объёму) ему куба.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания a и b образуют угол 30° . Площадь боковой поверхности равна S . Найдите объём параллелепипеда.

3. Основание наклонного параллелепипеда — прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см, боковое ребро, равное 5 см, образует со сторонами основания углы, равные 60° . Найдите объём параллелепипеда.

11 класс

С—8, В—1

1. Найдите объём правильной треугольной призмы по стороне основания a и боковому ребру b .

2. В основании прямой призмы лежит трапеция $ABCD$, в которой параллельные стороны $AD = 30$ см и $BC = 22$ см, а непараллельные стороны $AB = 26$ см, $CD = 25$ см. Площадь сечения $AA_1 C_1 C$ равна 4000 см². Найдите объём призмы.

11 класс

С—8, В—2

1. Найдите объём правильной четырёхугольной призмы по стороне основания a и боковому ребру b .

2. Площадь основания прямой треугольной призмы равна 4 см^2 , а площади боковых граней равны 9 см^2 , 10 см^2 и 17 см^2 . Найдите объём призмы.

11 класс

С—8, В—3

1. Найдите объём правильной шестиугольной призмы по стороне основания a и боковому ребру b .

2. Высота прямой треугольной призмы равна 5 м , её объём равен 24 м^3 , а площади боковых граней относятся как $17 : 17 : 16$. Найдите стороны основания призмы.

11 класс

С—8, В—4

1. Найдите объём правильной восьмиугольной призмы по стороне основания a и боковому ребру b .

2. В прямой треугольной призме стороны основания равны 4 см , 5 см и 7 см , а боковое ребро равно большей высоте основания. Найдите объём призмы.

Объём пирамиды

11 класс

С—9, В—1

1. В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 3 м, боковое ребро равно 5 м. Найдите её объём.
 2. В треугольной пирамиде стороны основания равны 3 м, 3 м и 4 м. Все боковые рёбра равны 3 м. Найдите объём пирамиды.
 3. Боковые грани пирамиды наклонены к основанию под углом 45° , в основании лежит треугольник со сторонами 39 см, 39 см и 30 см. Найдите объём пирамиды.
-

11 класс

С—9, В—2

1. В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 1 м, боковое ребро равно 7 см. Найдите её объём.
 2. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 39 см, 17 см и 28 см. Боковые рёбра равны 22,9 см. Найдите объём пирамиды.
 3. Ромб со стороной 15 см лежит в основании пирамиды, каждая грань которой наклонена к основанию под углом 45° . Площадь боковой поверхности пирамиды равна 3 дм². Найдите объём пирамиды.
-

11 класс

С—9, В—3

1. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а боковое ребро равно 8 см. Найдите её объём.
2. Основание пирамиды — равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Боковые рёбра равны 9 см. Найдите объём пирамиды.
3. Основание пирамиды — прямоугольник, площадь которого равна 1 м², две боковые грани перпендикулярны основанию, а две другие наклонены к нему под углами 30° и 60° . Найдите объём пирамиды.

11 класс

С—9, В—4

1. Боковые рёбра правильной треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 4 см. Найдите объём пирамиды.

2. В основании пирамиды лежит прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м. Каждое боковое ребро равно 12,5 м. Найдите объём пирамиды.

3. В треугольной пирамиде двугранные углы при основании равны между собой, стороны основания равны 7 см, 8 см и 9 см. Объём пирамиды равен 40 см^3 . Найдите площадь её боковой поверхности.

11 класс

С—10, В—1

1. Сколько литров воды вмещает яма, вырытая в виде усечённой пирамиды, если глубина ямы равна 1,5 м, сторона нижнего квадратного основания — 0,8 м, а верхнего — 1,2 м?

2. Найдите объём правильной треугольной усечённой пирамиды по боковому ребру, равному 10 м, и сторонам основания, равным 8 м и 6 м.

11 класс

С—10, В—2

1. Гранитная подставка имеет вид усечённой пирамиды высотой 3,6 м с квадратным основанием. Стороны основания равны 2,8 м и 2 м. Найдите массу подставки (удельный вес гранита $2,5 \text{ т/м}^3$).

2. Определите объём правильной треугольной усечённой пирамиды, если её стороны оснований равны 30 м и 20 м, а площадь боковой поверхности равна сумме площадей оснований.

1. В усечённой пирамиде объём равен 76 м^3 , высота равна 6 м и площадь одного из оснований равна 18 м^2 . Найдите площадь другого основания пирамиды.

2. Боковое ребро правильной четырёхугольной усечённой пирамиды равно l , а стороны оснований равны a и b . Найдите объём пирамиды, если $l = 5 \text{ м}$, $a = 4 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$.

1. В усечённой пирамиде разность площадей оснований равна 6 см^2 , её высота равна 9 см , а объём равен 42 см^3 . Найдите площадь каждого основания пирамиды.

2. Определите объём правильной шестиугольной усечённой пирамиды, если стороны её оснований равны a и b , боковое ребро составляет с плоскостью нижнего основания угол 30° .

Объёмы цилиндра, конуса, шара

11 класс

С—11, В—1

1. Суточное выпадение осадков составило 15 мм. Сколько воды оказалось в круглой клумбе, диаметр которой 8 м?
 2. Образующая конуса равна 6 см, а угол между ней и плоскостью основания равен 60° . Найдите объём конуса.
 3. Прямоугольный треугольник с катетами 4 м и 3 м вращается вокруг гипотенузы. Найдите объём тела вращения.
-

11 класс

С—11, В—2

1. При постройке городского водопровода длиной 1 км были использованы трубы диаметром 60 см. Определите объём земли, которую пришлось вывезти при прокладке водопровода.
 2. Образующая конуса равна 6 см, а угол при вершине осевого сечения равен 60° . Найдите объём конуса.
 3. Ромб со стороной a и острым углом 30° вращается вокруг одной из сторон. Найдите объём тела вращения.
-

11 класс

С—11, В—3

1. Определите вместимость зернового элеватора, имеющего 40 резервуаров. Форма каждого из них — цилиндр высотой 30 м, диаметром основания 10 м (1 м^3 зерна весит 0,8 т).
 2. Осевым сечением конуса является треугольник со сторонами 5 м, 5 м и 8 м. Найдите объём конуса.
 3. Треугольник со сторонами 15 см, 41 см и 52 см вращается вокруг наибольшей стороны. Найдите объём тела вращения.
-

11 класс

С—11, В—4

1. В цилиндрическую цистерну ёмкостью 12 т налито горючее. Сколько горючего содержится в цистерне, если её высота равна 6 м, а уровень горючего составляет 2 м?
2. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник с основанием 12 см. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найдите объём конуса.
3. Параллелограмм, площадь которого равна Q , а бо́льшая сторона равна a , вращается вокруг этой стороны. Найдите объём тела вращения.

11 класс**С—12, В—1**

1. Медный куб, ребро которого равно 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

2. Радиус шара равен R . Определите объём шарового сектора, если дуга в осевом сечении сектора равна 90° .

3. Внешний диаметр полого шара равен 18 см, толщина стенок равна 3 см. Найдите объём стенок шара.

11 класс**С—12, В—2**

1. Свинцовый шар, диаметр которого равен 20 см, переливается в шарики в 10 раз меньшего диаметра. Сколько таких шариков получится?

2. Радиус шара равен R . Определите объём шарового сектора, если дуга в его осевом сечении равна 60° .

3. Площадь поверхности шара равна 225π м². Определите его объём.

11 класс**С—12, В—3**

1. Имеется кусок свинца весом 1 кг. Сколько шариков диаметром 1 см можно отлить из этого куска? (Удельный вес свинца $11,4$ г/см³.)

2. Радиусы оснований шарового слоя равны 3 м и 4 м, а радиус шара равен 5 м. Найдите объём шарового слоя, если его основания расположены по одну сторону от центра шара.

3. Объём стенок полого шара равен 876π см³, а толщина стенок равна 3 см. Определите радиусы его поверхностей (наружной и внутренней).

11 класс**С—12, В—4**

1. Нужно отлить свинцовый шар диаметром 3 см. Имеются свинцовые шарики диаметром 5 мм. Сколько таких шариков надо взять?

2. Плоскость, перпендикулярная диаметру шара, делит его на две части, равные 3 см и 9 см. Чему равен объём каждой части шара?

3. Внутренний диаметр чугунного полого шара равен 8 см, а внешний — 10 см. Определите массу шара, если удельный вес чугуна $7,3$ г/см³.

Взаимное расположение многогранников и тел вращения

11 класс

С—13, В—1

1. В шар радиуса R вписан цилиндр, диагональ осевого сечения которого наклонена к плоскости основания цилиндра под углом α . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. В конус вписан шар радиуса r . Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен α . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

3. По стороне a правильного шестиугольника определите объём тела, полученного его вращением вокруг большей диагонали.

11 класс

С—13, В—2

1. Шар касается всех граней куба. Найдите отношение площадей поверхностей этих фигур.

2. В сферу радиуса R вписан цилиндр радиуса r . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

3. Равнобедренная трапеция, острый угол которой равен 45° и боковая сторона которой равна меньшему основанию, вращается вокруг боковой стороны, длина которой равна 3 см. Определите объём тела вращения.

11 класс

С—13, В—3

1. В шар радиуса R вписан конус, наибольший угол между образующими которого прямой. Найдите площадь полной поверхности конуса.

2. В шар вписан равносторонний цилиндр. Найдите отношение площадей поверхностей этих тел.

3. Треугольник со сторонами 9 см, 10 см и 17 см вращается вокруг высоты, проведённой из вершины его меньшего угла. Определите объём полученного тела.

11 класс

С—13, В—4

1. Вокруг равностороннего цилиндра описана сфера, площадь полной поверхности цилиндра равна Q . Найдите площадь сферы.

2. Высота конуса равна радиусу окружности его основания. Площадь сферы равна площади полной поверхности конуса. Найдите радиус сферы, если высота конуса равна a .

3. Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вращается вокруг оси, которая параллельна его большему катету и отстоит от него на 3 см. Определите объём тела вращения.

11 класс

С—14, В—1

1. Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 4 см, 6 см и 12 см. Найдите радиус описанного шара.

2. Определите радиус шара, вписанного в правильную пирамиду, у которой высота равна h , а двугранный угол при основании равен 60° .

11 класс

С—14, В—2

1. Радиус шара равен 9 дм. В него вписана правильная четырёхугольная призма, высота которой 14 дм. Найдите сторону основания призмы.

2. В правильном тетраэдре ребро равно a . Найдите радиусы описанного и вписанного шаров.

11 класс

С—14, В—3

1. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно 2 м, сторона основания равна 3 м. Найдите диаметр описанного шара.

2. В шар вписана правильная четырёхугольная пирамида, высота которой делится центром шара на две части: 4 см и 5 см. Найдите объём пирамиды.

11 класс

С—14, В—4

1. Вокруг шара радиуса R описана правильная треугольная призма. Найдите площадь поверхности и объём призмы.

2. В пирамиде все боковые рёбра равны 9 см, а её высота равна 5 см. Найдите радиус описанной сферы.

Векторы в пространстве

11 класс

С—15, В—1

1. $ABCD$ — прямоугольник, S — произвольная точка пространства. Докажите, что $\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{DA}$.

2. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$.

3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CD}$.

11 класс

С—15, В—2

1. Точки M и N — середины сторон AB и BC параллелограмма $ABCD$, S — произвольная точка пространства. Выразите вектор $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$ через вектор $\overrightarrow{MN}$.

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{CD}$.

3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1 A}$.

11 класс

С—15, В—3

1. Точка M — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$, S — произвольная точка пространства. Выразите вектор $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD}$ через вектор $\overrightarrow{BM}$.

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AD}$.

3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{B_1 B}$.

1. Точки M и N — середины параллельных сторон AB и CD трапеции $ABCD$, точка O не принадлежит плоскости трапеции. Выразите вектор $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ через векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$.

2. Перечислите все упорядоченные пары вершин правильной шестиугольной призмы, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$ (основания призмы — шестиугольники $ABCDEF$ и $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$).

3. Дан параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

1. Дан треугольник ABC . Точка D лежит на стороне BC , причём $BD : DC = 1 : 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{BD}$ через векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$. Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BB_1}$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. Точка K лежит на стороне BC , причём $BK = KC$. Выразите вектор $\overrightarrow{AK}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$.

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$, M — точка пересечения его диагоналей. Разложите вектор $\overrightarrow{B_1M}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $\overrightarrow{B_1A_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{B_1C_1} = \vec{b}$, $\overrightarrow{B_1B} = \vec{c}$.

1. Дан параллелограмм $KLMN$. Точка A лежит на стороне MN , причём $MA : AN = 1 : 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{AK}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\overrightarrow{KL} = \vec{a}$, $\overrightarrow{KN} = \vec{b}$.

2. Дан тетраэдр $ABCD$. Точка K лежит на стороне BC , причём $CK = KB$. Выразите вектор $\overrightarrow{DK}$ через векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. Точка K — середина стороны AB , точка L лежит на стороне DC , причём $CL = \frac{1}{2}DL$. Выразите вектор $\overrightarrow{KL}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

2. Дан параллелепипед $PLMNP_1L_1M_1N_1$. Разложите вектор $\overrightarrow{L_1N}$ по векторам $\overrightarrow{P_1P}$, $\overrightarrow{P_1L}$ и $\overrightarrow{P_1N_1}$.

Метод координат в пространстве

11 класс

С—17, В—1

1. Даны точки $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(0; 0; 3)$, $D(1; 2; 0)$. Какие из этих точек лежат: а) в плоскости Oxy ; б) на оси Oz ; в) в плоскости Oyz ?

2. Найдите расстояние от точки $A(1; 2; 3)$ до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.

3. На оси Ox найдите точку $C(x; 0; 0)$, равноудалённую от двух точек $A(1; 2; 3)$ и $B(-2; 1; 3)$.

11 класс

С—17, В—2

1. Даны точки $A(0; 1; 3)$, $B(4; 0; 5)$, $C(3; 0; 0)$, $D(1; 4; 5)$. Какие из этих точек лежат: а) в плоскости Oyz ; б) на оси Ox ; в) в плоскости Oxz ?

2. Найдите расстояние от точки $B(3; 2; -1)$ до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.

3. На оси Oy найдите точку $M(0; y; 0)$, равноудалённую от двух точек $A(-4; 2; 6)$ и $B(2; 4; 6)$.

11 класс

С—17, В—3

1. Даны точки $M(7; 6; 5)$, $B(3; 0; 1)$, $C(0; 2; 3)$, $D(4; 0; 0)$. Какие из этих точек лежат: а) в плоскости Oyz ; б) на оси Ox ; в) в плоскости Oxz ?

2. Найдите расстояние от точки $M(2; 3; -4)$ до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.

3. На оси Oz найдите точку $P(0; 0; z)$, равноудалённую от двух точек $C(-3; 2; 1)$ и $D(4; -2; 0)$.

11 класс

С—17, В—4

1. Даны точки $A(0; 0; 4)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(5; 0; 1)$, $D(2; 5; 3)$. Какие из этих точек лежат: а) в плоскости Oxy ; б) на оси Oz ; в) в плоскости Oyz ?

2. Найдите расстояние от точки $B(-2; 3; 4)$ до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.

3. На оси Oy найдите точку $P(0; y; 0)$, равноудалённую от двух точек $M(-2; 3; 1)$ и $D(2; 5; 0)$.

11 класс

С—18, В—1

1. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(1; 3; 2)$, $B(0; 2; 4)$, $C(1; 1; 4)$, $D(2; 2; 2)$ есть параллелограмм.

2. У отрезка AB заданы координаты одного конца отрезка $A(2; 3; -1)$ и его середины $C(1; 1; 1)$. Найдите координаты второго конца отрезка $B(x; y; z)$.

3. Докажите, что середина отрезка с концами в точках $A(a; c; -b)$ и $B(-a; d; b)$ лежит на оси Ox .

11 класс

С—18, В—2

1. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ является ромбом, если $A(6; 7; 8)$, $B(8; 2; 6)$, $C(4; 3; 2)$ и $D(2; 8; 4)$.

2. У отрезка MN заданы координаты одного конца отрезка $M(4; 6; -2)$ и его середины $O(2; 2; 2)$. Найдите координаты второго конца отрезка $N(x; y; z)$.

3. Докажите, что середина отрезка с концами в точках $A(-a; -c; b)$ и $B(a; c; d)$ лежит на оси Oz .

11 класс

С—18, В—3

1. Докажите, что четырёхугольник $MNKO$ является параллелограммом, если $M(2; 1; 3)$, $N(1; 0; 7)$, $K(-2; 1; 5)$ и $O(-1; 2; 1)$.

2. У отрезка AB заданы координаты одного конца отрезка $A(-4; 3; 6)$ и его середины $E(-3; 0; 5)$. Найдите координаты второго конца отрезка $B(x; y; z)$.

3. Докажите, что середина отрезка с концами в точках $M(m; -n; k)$ и $N(x; n; -k)$ лежит на оси Ox .

11 класс

С—18, В—4

1. Докажите, что четырёхугольник $MEFQ$ является ромбом, если $M(0; 2; 0)$, $E(1; 0; 0)$, $F(2; 0; 2)$ и $Q(1; 2; 2)$.

2. Дан отрезок AB и его середина — точка O . Известно, что $B(8; -3; 4)$ и $O(2; 5; -2)$. Найдите координаты второго конца отрезка $A(x; y; z)$.

3. Докажите, что середина отрезка с концами в точках $M(x; -y; z)$ и $N(-x; k; -z)$ лежит на оси Oy .

11 класс**С—19, В—1**

1. Даны четыре точки: $A(2; 7; -3)$, $B(1; 0; 3)$, $C(-3; -4; 5)$, $D(-2; 3; -1)$. Укажите среди векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ равные векторы.

2. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}(2; n; 3)$ и $\vec{b}(3; 2; m)$ коллинеарны?

3. При каком значении n векторы $\vec{a}(2; -1; 3)$ и $\vec{b}(1; 3; n)$ перпендикулярны?

11 класс**С—19, В—2**

1. Даны четыре точки: $M(0; 3; -4)$, $N(3; 7; 0)$, $K(2; 5; -2)$, $F(5; 9; 2)$. Укажите среди векторов $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MK}$, $\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{NK}$, $\overrightarrow{NF}$ и $\overrightarrow{KF}$ равные векторы.

2. При каких значениях a и b векторы $\vec{m}(a; 2; 5)$ и $\vec{n}(3; b; 4)$ коллинеарны?

3. При каком значении m векторы $\vec{a}(m; 3; -2)$ и $\vec{b}(4; 2; -1)$ перпендикулярны?

11 класс**С—19, В—3**

1. Даны четыре точки: $A(0; 4; 1)$, $B(3; 8; 2)$, $C(6; 11; 5)$, $D(3; 7; 4)$. Укажите среди векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$ равные векторы.

2. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}(m; 2; 5)$ и $\vec{b}(1; -1; n)$ коллинеарны?

3. При каком значении k векторы $\vec{a}(-4; k; 2)$ и $\vec{b}(2; 1; 5)$ перпендикулярны?

11 класс**С—19, В—4**

1. Даны четыре точки: $A(-5; 0; 3)$, $B(2; 3; -2)$, $C(-1; 0; -5)$, $D(-8; -3; 0)$. Укажите среди векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$ равные векторы.

2. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}(m; n; 2)$ и $\vec{b}(6; 9; 3)$ коллинеарны?

3. При каком значении m векторы $\vec{a}(m; -2; -3)$ и $\vec{b}(-2; 3; 8)$ перпендикулярны?

11 класс

С—20, В—1

1. Найдите угол между прямыми AB и CD , если известны координаты точек $A(6; -8; -2)$, $B(5; -8; -1)$, $C(7; -7; -9)$, $D(7; -5; -11)$.

2. В треугольнике PQF найдите угол Q , если $P(1; -1; 0)$, $Q(0; 1; -1)$, $F(4; 0; 7)$.

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро равно 5 дм. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A_1 C}$.

11 класс

С—20, В—2

1. Даны четыре точки: $M(1; 0; 2)$, $N(2; 1; 0)$, $K(0; -2; -4)$, $E(-2; -4; 0)$. Найдите угол между прямыми MN и KE .

2. В треугольнике ABC вершины имеют координаты: $A(2; 0; 3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-1; 2; 4)$. Найдите косинус угла C .

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро равно 2 см. Найдите угол между диагональю куба и его боковым ребром.

11 класс

С—20, В—3

1. Даны четыре точки: $A(0; 1; -1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(3; 1; 0)$, $D(2; -3; 1)$. Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

2. В треугольнике ABC заданы координаты его вершин: $A(0; 1; -1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(3; 1; 0)$. Найдите косинус угла C .

3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $AB = 1$, $BC = CC_1 = 2$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{DB_1}$ и $\overrightarrow{BC_1}$.

11 класс

С—20, В—4

1. Вычислите угол между прямыми AB и CD , если известны координаты точек $A(-6; -15; 7)$, $B(-7; -15; 8)$, $C(14; -10; 9)$, $D(14; -10; 7)$.

2. В треугольнике MNK заданы координаты его вершин: $M(2; -1; 0)$, $N(3; -2; 1)$, $K(0; 1; 4)$. Найдите косинус угла N .

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = BC = 2$, $AA_1 = 3$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{A_1 C_1}$.

Скалярное произведение векторов

11 класс

С—21, В—1

1. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Вычислите скалярное произведение векторов: а) $\overrightarrow{DC_1} \cdot \overrightarrow{AA_1}$; б) $\overrightarrow{DD_1} \cdot \overrightarrow{BC}$.

2. Центр описанной окружности лежит внутри треугольника ABC . Какой знак имеет скалярное произведение $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$?

11 класс

С—21, В—2

1. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Вычислите скалярное произведение векторов: а) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$; б) $\overrightarrow{C_1 D} \cdot \overrightarrow{B_1 A}$.

2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC , если $AC < BC < AB$ и $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} > 0$.

11 класс

С—21, В—3

1. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Вычислите скалярное произведение векторов: а) $\overrightarrow{A_1 D} \cdot \overrightarrow{CC_1}$; б) $\overrightarrow{A_1 D} \cdot \overrightarrow{CB_1}$.

2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC , если $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.

11 класс

С—21, В—4

1. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a , точки M и N — середины рёбер AB и AD соответственно. Вычислите скалярное произведение векторов: а) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C_1 B_1}$; б) $\overrightarrow{C_1 C} \cdot \overrightarrow{BA}$.

2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC , если $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} < 0$.

11 класс

С—22, В—1

1. Точка M — середина стороны AB треугольника ABC . Вычислите MC , если $AC = a$, $BC = 2a$, $\angle ACB = 60^\circ$.

2. Вычислите угол φ между векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

11 класс

С—22, В—2

1. Точка K — середина стороны DE треугольника DEF . Вычислите FK , если $DF = m$, $FE = m\sqrt{2}$, $\angle DFE = 135^\circ$.

2. Вычислите угол φ между векторами $\vec{m}$ и $\vec{q} = \vec{m} - 2\vec{n} + 3\vec{p}$, где $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

11 класс

С—22, В—3

1. Точка P — середина стороны MN треугольника MNE . Вычислите PE , если $ME = 2a$, $EN = 3a$, $\angle MEN = 120^\circ$.

2. Вычислите угол φ между векторами $\vec{c}$ и $\vec{p} = 12\vec{a} + 4\vec{b} - 3\vec{c}$, где $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

11 класс

С—22, В—4

1. На стороне AB треугольника ABC взята точка M , такая, что $AM : MB = 2 : 1$. Вычислите CM , если $AC = 6$, $BC = 4$, $\angle ACB = 120^\circ$.

2. Вычислите угол φ между векторами $\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n} - \vec{p}$ и $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n} + \vec{p}$, где $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
С—1, С—2 К—1	Цилиндр и его поверхность. Свойства цилиндра	38, 39
С—3, С—4 К—1	Конус и его поверхность. Свойства конуса	40—42
С—5, С—6 К—1	Сфера и шар. Свойства сферы	43—46, 50, 51
С—7, С—8 К—2	Объёмы параллелепипеда и призмы	52—54
С—9, С—10 К—2	Объём пирамиды	58
С—11, С—12 К—3	Объёмы цилиндра, конуса, шара	55, 59—62
С—13, С—14 К—4	Взаимное расположение многогранников и тел вращения	38—62
С—15, С—16 К—5	Векторы в пространстве	63—70
С—17 — С—20 К—6	Метод координат в пространстве	71—74
С—21, С—22 К—6	Скалярное произведение векторов	76—78

ОТВЕТЫ

Работа	Вариант	Ответ
С—1	В—1	1. 5 м. 2. $40\sqrt{3}$ см ² .
	В—2	1. $\frac{\pi Q}{4}$. 2. 3 дм.
	В—3	1. 36 см ² . 2. 90°.
	В—4	1. 3 дм. 2. $a\sqrt{2}$.
С—2	В—1	1. 4 см и 14 см. 2. 75 см.
	В—2	1. ≈ 75 см ² . 2. ≈ 40 м ² .
	В—3	1. 2паб. 2. ≈ 116 м ² .
	В—4	1. R. 2. ≈ 912 т.
С—3	В—1	1. R. 2. $\approx 25,3$ м ² .
	В—2	1. $2H^2$. 2. 11 см, 11 см, 8 см.
	В—3	1. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$. 2. $\approx 17,1$ м.
	В—4	1. $100\sqrt{2}$ см ² . 2. ≈ 38 листов.

Работа	Вариант	Ответ
С—4	В—1	1. 5 м. 2. $2\pi F$.
	В—2	1. $R - r$. 2. $\approx 0,633 \text{ м}^2$.
	В—3	1. $2H$. 2. $\approx 4,3 \text{ кг}$.
	В—4	1. 30 дм^2 . 2. $\sqrt{2}\pi(R^2 - r^2)$.
С—5	В—1	1. $16\pi \text{ дм}^2$. 2. 12 см .
	В—2	1. 2 см . 2. 12 см .
	В—3	1. $\frac{1}{4}\pi R^2$. 2. $\pi R\sqrt{3}$.
	В—4	1. $\frac{1}{4}\pi R^2$. 2. 3 см .
С—6	В—1	1. $25\pi \text{ м}^2$.
	В—2	2. $400\pi \text{ м}^2$ или $1100\pi \text{ м}^2$.
	В—3	2. $180\pi \text{ см}^2$.
	В—4	2. $910\pi \text{ см}^2$.

Работа	Вариант	Ответ
С—7	В—1	1. 4500 см^3 . 2. 360 см^3 . 3. $\frac{1}{2}\sqrt{2}a^3$.
	В—2	1. 6 м^3 . 2. 60 см^3 . 3. $\sqrt{2} \text{ м}^3$.
	В—3	1. $\frac{1}{8}l^3\sqrt{2}$. 2. 780 см^3 . 3. 4 м^3 .
	В—4	1. 30 м . 2. $\frac{abS}{4(a+b)}$. 3. $30\sqrt{2} \text{ см}^3$.
С—8	В—1	1. $\frac{1}{4}a^2b\sqrt{3}$. 2. 7320 см^3 .
	В—2	1. a^2b . 2. 12 см^3 .
	В—3	1. $1,5a^2b\sqrt{3}$. 2. $3,4 \text{ м}$, $3,4 \text{ м}$, $3,2 \text{ м}$.
	В—4	1. $2a^2b \operatorname{ctg} 22,5^\circ$. 2. 48 см^3 .

Работа	Вариант	Ответ
С—9	В—1	1. 32 м^3 . 2. $\sqrt{11} \text{ м}^3$. 3. 1800 см^3 .
	В—2	1. 6 см^3 . 2. 420 см^3 . 3. 500 см^3 .
	В—3	1. $\frac{16\sqrt{11}}{3} \text{ см}^3$. 2. 48 см^3 . 3. $\frac{1}{3} \text{ м}^3$.
	В—4	1. $10\frac{2}{3} \text{ см}^3$. 2. 360 м^3 . 3. 60 см^2 .
С—10	В—1	1. 1520 л . 2. $\frac{74\sqrt{74}}{3} \text{ м}^3$.
	В—2	1. $\approx 55 \text{ т}$. 2. 1900 м^2 .
	В—3	1. 8 м^2 . 2. $\frac{259\sqrt{2}}{6} \text{ м}^3$.
	В—4	1. 2 см^2 и 8 см^2 . 2. $\frac{1}{2}(a^3 - b^3)$.

Работа	Вариант	Ответ
С—11	В—1	1. $\approx 753,6$ л. 2. $9\sqrt{3}\pi$ см ³ . 3. $9,6\pi$ м ³ .
	В—2	1. $\approx 282,6$ м ³ . 2. $9\sqrt{3}\pi$ см ³ . 3. $\frac{1}{4}\pi a^3$.
	В—3	1. $\approx 75\ 360$ т. 2. 16π м ³ . 3. 1404π см ³ .
	В—4	1. 4 т. 2. 72π см ³ . 3. $\frac{\pi Q^2}{a}$.
С—12	В—1	1. ≈ 6 см. 2. $\frac{1}{3}\pi R^3(2-\sqrt{2})$. 3. ≈ 2148 см ³ .
	В—2	1. 1000. 2. $\frac{1}{3}\pi R^3(2-\sqrt{3})$. 3. $562,5\pi$ м ³ .
	В—3	1. ≈ 168 . 2. $12\frac{2}{3}\pi$ м ³ . 3. 10 см и 7 см.
	В—4	1. 216. 2. 45π см ³ и 243π см ³ . 3. 1866 г $\approx 1,9$ кг.

Работа	Вариант	Ответ
С—13	В—1	1. $2\pi R^2 \sin 2\alpha$. 2. $\frac{\pi r^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$. 3. πa^3 .
	В—2	1. $S_{\kappa} : S_{\text{ш}} = 6 : \pi$. 2. $4\pi r \sqrt{R^2 - r^2}$. 3. $4,5\pi(5 + 3\sqrt{2}) \text{ см}^3$.
	В—3	1. $\pi R^2(\sqrt{2} + 1)$. 2. $S_{\text{н}} : S_{\text{ш}} = 3 : 4$. 3. $504\pi \text{ см}^3$.
	В—4	1. $\frac{4}{3}Q$. 2. $\frac{a}{2}\sqrt{\sqrt{2} + 1}$. 3. $280\pi \text{ см}^3$.
С—14	В—1	1. 7 см. 2. $\frac{1}{3}h$.
	В—2	1. 8 дм. 2. $\frac{1}{4}a\sqrt{6}, \frac{1}{12}a\sqrt{6}$.
	В—3	1. 4 м. 2. 54 см^3 .
	В—4	1. $18R^2\sqrt{3}, 6R^3\sqrt{3}$. 2. 8,1 см.

Работа	Вариант	Ответ
С—15	В—1	2. $(A, C), (C, A), (A_1, C_1), (C_1, A_1)$. 3. $\overrightarrow{AD_1}$.
	В—2	1. $-2\overrightarrow{MN}$. 2. $(C, D), (D, C), (A, B), (B, A), (A_1, B_1), (B_1, A_1), (D_1, C_1), (C_1, D_1)$. 3. $\overrightarrow{AC_1}$.
	В—3	1. $-2\overrightarrow{BM}$. 2. $(A, D), (D, A), (C, B), (B, C), (C_1, B_1), (B_1, C_1), (A_1, D_1), (D_1, A_1)$. 3. $\overrightarrow{CB_1}$.
	В—4	1. $-0,5(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$. 2. $(A, C), (C, A), (D, F), (F, D), (A_1, C_1), (C_1, A_1), (F_1, D_1), (D_1, F_1)$. 3. $\overrightarrow{DC}$.
С—16	В—1	1. $\frac{1}{3}(\vec{c} - \vec{b})$. 2. $\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE_1}$.
	В—2	1. $\vec{m} + 0,5\vec{n}$. 2. $\overrightarrow{B_1M} = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.
	В—3	1. $-\left(\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}\right)$. 2. $0,5(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$.
	В—4	1. $\vec{b} + \frac{1}{6}\vec{a}$. 2. $\overrightarrow{P_1P} + \overrightarrow{P_1N_1} - \overrightarrow{P_1L}$.

Работа	Вариант	Ответ
С—20	В—1	1. 60° . 3. 90° .
	В—2	1. 0° . 2. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
	В—3	1. $\frac{5\sqrt{7}}{21}$. 2. $\frac{2}{\sqrt{30}}$. 3. 90° .
	В—4	1. 45° . 3. 90° .
С—21	В—1	1. а) a^2 ; б) 0 . 2. $\vec{CA} \cdot \vec{CB} > 0$.
	В—2	1. а) a^2 ; б) $2a^2$. 2. Внутри треугольника.
	В—3	1. а) $-a^2$; б) $2a^2$. 2. На середине гипотенузы AB .
	В—4	1. а) $-a^2$; б) $2a^2$. 2. Вне треугольника.

Работа	Вариант	Ответ
С—22	В—1	1. $\frac{a}{2}\sqrt{7}$. 2. 45° .
	В—2	1. $\frac{1}{2}m$. 2. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{14}$.
	В—3	1. $\frac{a}{2}\sqrt{7}$. 2. $\cos \varphi = -\frac{3}{13}$.
	В—4	1. $\frac{2}{3}\sqrt{37}$. 2. $\cos \varphi = -\frac{2}{3}$.

Содержание

Цилиндр и его поверхность. Свойства цилиндра	3
Конус и его поверхность. Свойства конуса	7
Сфера и шар. Свойства сферы	11
Объёмы параллелепипеда и призмы	15
Объём пирамиды	21
Объёмы цилиндра, конуса, шара	27
Взаимное расположение многогранников и тел вращения	31
Векторы в пространстве	35
Метод координат в пространстве	41
Скалярное произведение векторов	49
Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника	53
Ответы	54



Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельные работы

11 класс

Учебное пособие
для общеобразовательных организаций

Базовый уровень

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Зав. редакцией *Е. В. Эргле*

Редактор *Л. В. Кузнецова*

Младший редактор *Е. А. Андрееenkova*

Художественный редактор *Т. В. Глушкова*

Художник *Ю. В. Тигина*

Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *И. Ю. Соколовой*

Корректор *О. Н. Леонова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01.

Подписано в печать 27.07.18. Формат 70 × 90¹/₁₆. Бумага типографская.

Гарнитура SchoolBookCSanPin. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,46.

Тираж 1500 экз. Заказ № 5855ТДЛ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в России.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд»

в филиале «Тверской полиграфический комбинат детской литературы»

ОАО «Издательство «Высшая школа».

170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, 46.

Тел.: +7(4822) 44-85-98. Факс: +7(4822) 44-61-51.