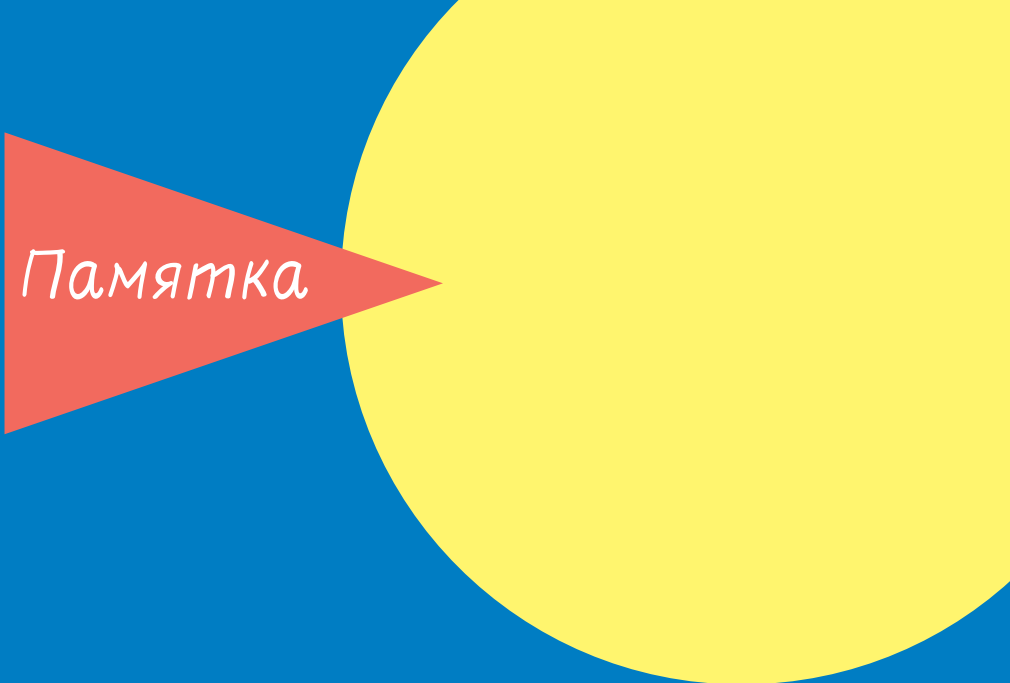




Памятка

# Вся геометрия

**8 класса** в кратком изложении

(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

# Вся геометрия

## Памятка

### 8 класса в кратком изложении

(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

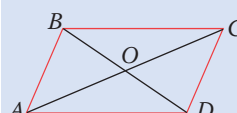
#### СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                    |   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Параллелограмм и его виды .....                                                                                                                    | 1 |
| Трапеция. Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника .....                                                                                         | 2 |
| Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике .....                                                                            | 2 |
| Синус, косинус, тангенс углов $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$<br>Связь между $\sin \alpha$ , $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$ ..... | 2 |
| Подобные треугольники. Теоремы о среднем пропорциональном .....                                                                                    | 3 |

|                                                                                  |   |
|----------------------------------------------------------------------------------|---|
| Формулы площадей .....                                                           | 3 |
| Правильные треугольники .....                                                    | 3 |
| Углы в круге .....                                                               | 4 |
| Вписанная и описанная окружности .....                                           | 4 |
| Четыре замечательные точки треугольника .....                                    | 5 |
| Условия существования вписанной и описанной окружности около четырехугольника .. | 6 |
| Векторы .....                                                                    | 6 |
| Умножение вектора на число .....                                                 | 7 |
| Сложение и вычитание векторов .....                                              | 7 |

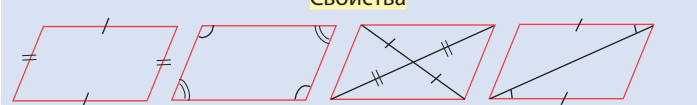
#### Параллелограмм и его виды

##### Параллелограмм



**Определение**  $ABCD$  – четырехугольник,  
 $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ ,  
 $ABCD$  – параллелограмм

**Свойства**

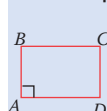


##### Признаки параллелограмма

$ABCD$  – параллелограмм, если:

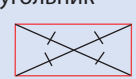
- 1)  $AD \parallel BC$  (1-ый признак)
- 2)  $AD = BC$ ,  $AB = DC$  (2-ой признак)
- 3)  $AO = OC$ ;  $BO = OD$  (3-ий признак)

##### Прямоугольник

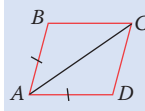


**Определение**  $ABCD$  – параллелограмм,  $\angle A = 90^\circ$ ,  
 $ABCD$  – прямоугольник

**Свойства**

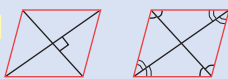


##### Ромб



**Определение**  $ABCD$  – параллелограмм,  $AB = AD$ ,  
 $ABCD$  – ромб

**Свойства**



##### Признаки прямоугольника

$ABCD$  – прямоугольник, если:

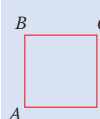
$ABCD$  – параллелограмм и  $AC = BD$

##### Признаки ромба

$ABCD$  – ромб, если:

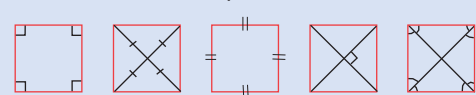
- 1)  $AB = BC = CD = AD$  (1-ый признак)
- 2)  $ABCD$  – параллелограмм и  $AC \perp BD$  (2-ой признак)
- 3)  $ABCD$  – параллелограмм и  $AC$  – биссектриса  $\angle A$  (3-ий признак)

##### Квадрат



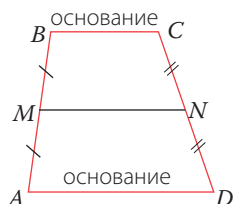
**Определение**  $ABCD$  – прямоугольник,  $AB = AD$ ,  
 $ABCD$  – квадрат

**Свойства**



или  $ABCD$  – ромб,  $\angle A = 90^\circ$ ,  
 $ABCD$  – квадрат

# Трапеция. Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника

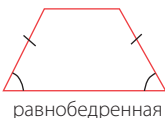


$AD \parallel BC; AB \nparallel CD$   
(по определению)  
 $MN$  – средняя линия

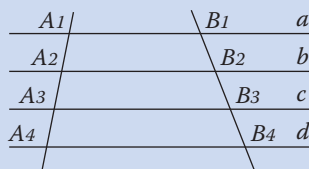
$$MN \parallel AD$$

$$MN = \frac{1}{2} (AD + BC)$$

## Виды трапеций

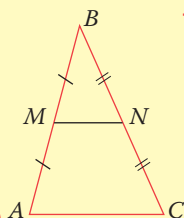


## Теорема Фалеса



Если  $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$  и  
 $a \parallel b \parallel c \parallel d$ , то  
 $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$

## Средняя линия треугольника



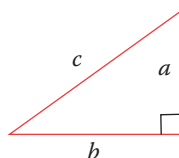
$MN$  – средняя линия  $\triangle$   
( $AM = MB; BN = NC$ )

### Свойства $MN$

- 1)  $MN \parallel AC$
- 2)  $MN = \frac{1}{2} AC$

## Соотношение между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике

### Теорема Пифагора

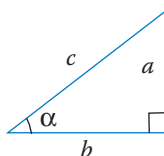


$$c^2 = a^2 + b^2, \quad c = \sqrt{a^2 + b^2};$$

$$a^2 = c^2 - b^2, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2};$$

$$b^2 = c^2 - a^2, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2};$$

### Определение синуса, косинуса и тангенса острого угла и следствия из них

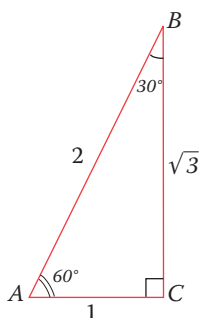


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad a = c \cdot \sin \alpha, \quad c = \frac{a}{\sin \alpha};$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad b = c \cdot \cos \alpha, \quad c = \frac{b}{\cos \alpha};$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}, \quad a = b \cdot \tan \alpha, \quad b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

## Синус, косинус, тангенс углов $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ . Связь между $\sin \alpha, \cos \alpha$ и $\tan \alpha$



Дано:  $\triangle ABC$   
 $AB = 2$   
 $BC = \sqrt{3}$   
 $AC = 1$

Получаем, что:  
 $2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$  – верно.  
Следовательно  $\triangle ABC$  – прямоугольный по обратной теореме Пифагора

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

### Формулы приведения

$$1) \sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$$

$$2) \cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

### Связь между $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$

$$1) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$2) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

основное тригонометрическое тождество

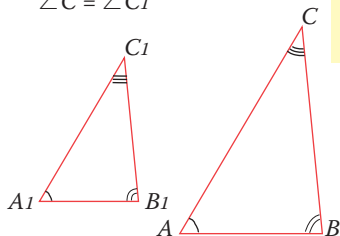
|        | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           |
|--------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin$ | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$        |
| $\tan$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |

# Подобные треугольники

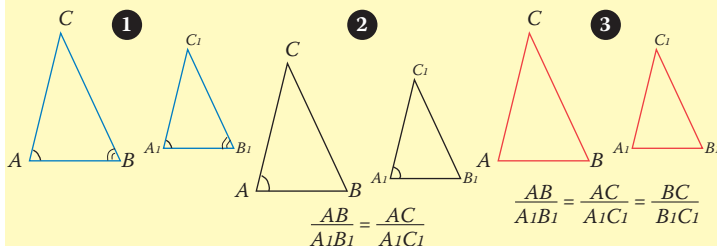
## Определение

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ,  
если выполняются следующие условия:

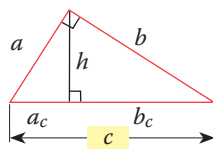
- $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$
- $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$



## Признаки подобия треугольников



## Теоремы о среднем пропорциональном

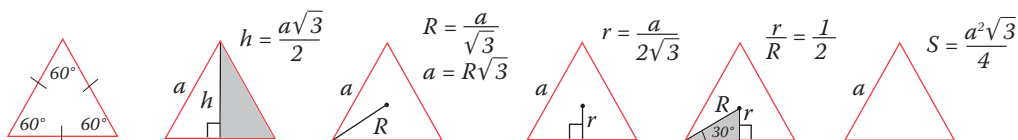


$$\begin{aligned} h^2 &= ac \cdot bc, & h &= \sqrt{ac \cdot bc}; \\ a^2 &= c \cdot ac, & a &= \sqrt{ca \cdot c}; \\ b^2 &= c \cdot bc, & b &= \sqrt{cb \cdot c} \end{aligned}$$

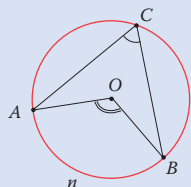
## Формулы площадей

|                                       |                                  |                                                             |           |                      |
|---------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------|----------------------|
| $S = \frac{ah}{2}$                    | $S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ | $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$<br>где $p = \frac{a+b+c}{2}$ | $S = pr$  | $S = \frac{abc}{4R}$ |
| $S = \frac{1}{2} ab$                  | $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$     | $S = ab$                                                    | $S = ah$  | $S = ab \sin \alpha$ |
| $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$ | $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$        | $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$                                 | $S = a^2$ |                      |

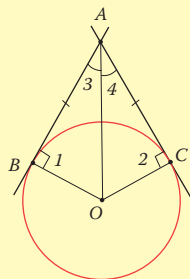
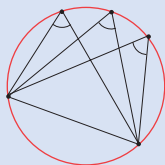
## Правильные треугольники



## Углы в круге

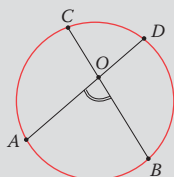


$\angle AOB$  – центральный;  
 $\angle AOB = \overset{\frown}{AnB}$ .  
 $\angle ACB$  – вписанный;  
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AnB}$ .



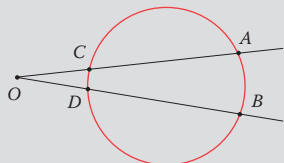
$AB, AC$  – касательные.  
 Значит:

- 1)  $AB = AC$ ;
- 2)  $\triangle ABO$  и  $\triangle ACO$  – прямоугольные;
- 3)  $\angle 3 = \angle 4$

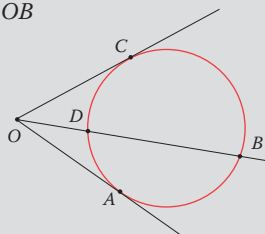
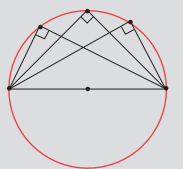


$$1. \angle AOB = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{AB});$$

$$2. AO \cdot OD = CO \cdot OB$$



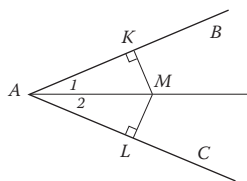
$$\angle AOB = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD})$$



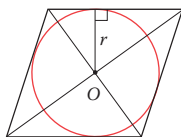
$\angle BOC = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{DC})$   
 $OC$  – касательная  
 $OB$  – секущая  
 $OB \cdot OD = OC^2$

$C = 2\pi R$  – длина окружности;  
 $S = \pi R^2$  – площадь круга;  
 $\pi \approx 3,14159 \dots$   
 $R$  – радиус

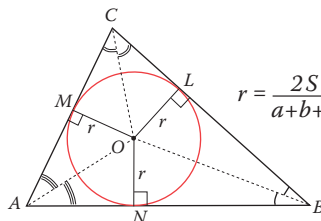
## Вписанная и описанная окружности



**Теорема.** Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон. Обратное: каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе.



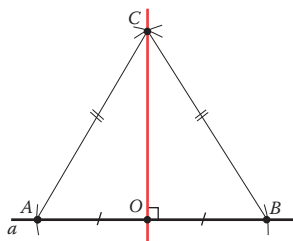
**Вписанная окружность.** Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется *вписанной* в многоугольник, а *многоугольник* – *описанным* около этой окружности.



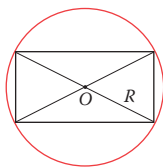
$$r = \frac{2S}{a+b+c}$$

Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

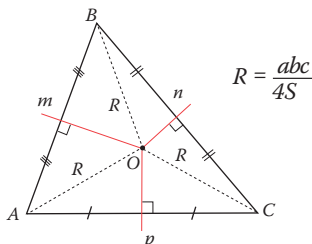
В любой треугольник можно вписать окружность.



Серединный перпендикуляр  $CO$  к отрезку  $AB$  – это Г.М.Т., равноудаленных от концов отрезка  $AB$ .



**Описанная окружность.** Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется *описанной* около многоугольника, а *многоугольник* – *вписанным* в эту окружность.



Значит: центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения перпендикуляров к сторонам треугольника, проведенных через середины этих сторон.

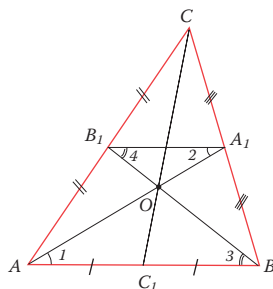
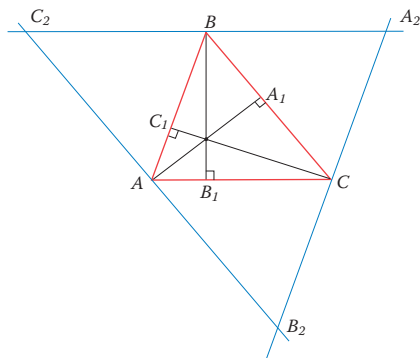
$R$  описанной окружности  $= AO = OC = OB$

Около любого треугольника можно описать окружность.

Центр описанной окружности около треугольника может быть расположен внутри него, вне его, на середине гипотенузы.

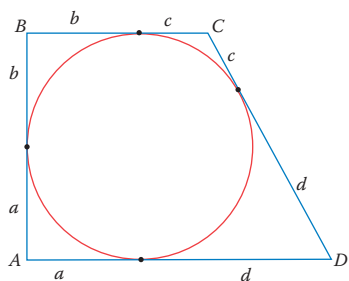
## Четыре замечательные точки треугольника

1. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
2. Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.
3. Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.
4. Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины.

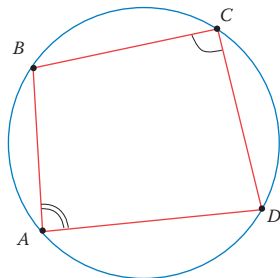


$$AO : OA_1 = 2 : 1$$

## Условия существования вписанной и описанной окружностей около четырехугольника

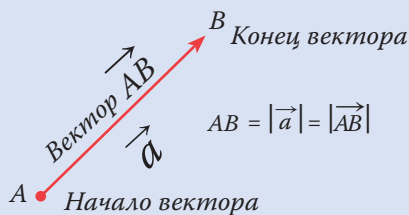


$$AB + CD = AD + BC$$

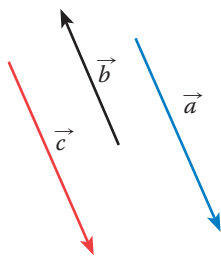


$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$

## Векторы



1. Вектором называется направленный отрезок.
2. Вектор характеризуется направлением и длиной.
3. Направление – множество сонаправленных лучей.
4.  $|\vec{a}|$  – длина вектора.

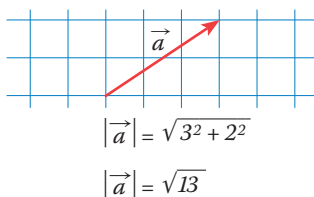
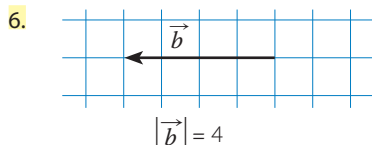


1. Коллинеарные векторы ( $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$ )
2. Сонаправленные векторы  $\vec{a} \uparrow \vec{c}$
3. Противоположно направленные векторы  $\vec{a} \downarrow \vec{b}$
4.  $\vec{a} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \uparrow \vec{c} \\ |\vec{a}| = |\vec{c}| \end{cases}$

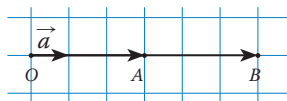
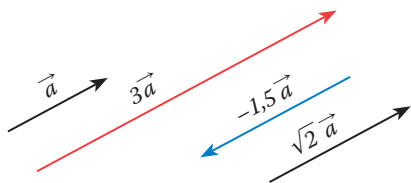
$$\vec{MM} = \vec{0}$$

Имеет любое направление

5. От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один.



# Умножение вектора на число

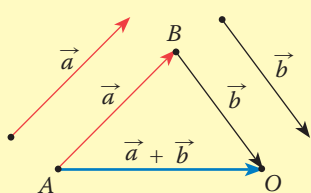


$$\begin{aligned}\vec{OB} &= 2\vec{OA} = 2(3\vec{a}) \\ \vec{OB} &= 6\vec{a} = (2 \cdot 3)\vec{a}\end{aligned}$$

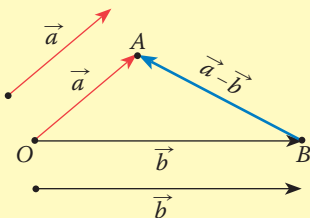
## Свойства умножения :

1.  $(kl) \vec{a} = k(l \vec{a})$  (сочетательный закон)
2.  $(k + l) \vec{a} = k \vec{a} + l \vec{a}$   
(первый распределительный закон)
3.  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k \vec{a} + k \vec{b}$   
(второй распределительный закон)

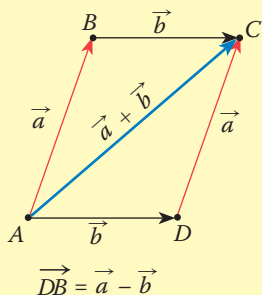
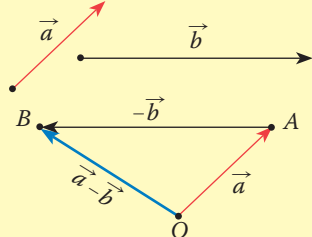
# Сложение и вычитание векторов



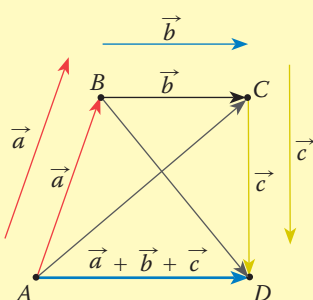
Это правило сложения векторов называется *правилом треугольника*.



$$\text{Проверка: } \vec{b} + (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$$



*Правило параллелограмма*



*Сумма нескольких векторов*

## Законы сложения векторов :

1.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$   
(переместительный)
2.  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$   
(сочетательный)
3.  $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$



## О методе

За основу данного справочного пособия взят авторский метод Гориной Д.А. Он изложен в форме книжки-раскладушки. Весь учебный материал по геометрии 8-го класса представлен, как на ладони, и его можно охватить единым взглядом. Метод Гориной Д.А. позволяет легко освоить знания по геометрии и прочно укрепить их в памяти. Рисунки, графики и цветовое оформление материала облегчают обучение. Эффективность данного метода проверена годами на практике. Пособие предназначено для учащихся, учителей, родителей.

## Об авторе

Горина Д.А. – учитель с многолетним педагогическим стажем. Она преподавала математику во всех параллелях (с 5 по 10 классы), в том числе и в классах с углубленным изучением математики. Кроме того, она обладает большим опытом работы с трудными учениками. Учитель высшей категории, отличник народного просвещения, Горина Д.А. имеет награду Института «Открытое общество» – Грант Сороса.

*Пособие, которое вы держите в руках, первоначально я разработала специально для своих учеников, которые с трудом осваивали геометрию по обычным учебникам. Я решила представить для них учебный материал как можно доступнее: в сжатой и наглядной форме.*

*В результате благодаря этому методу моим ученикам было гораздо легче вспомнить пройденный материал и усвоить новый. Геометрия перестала быть для них сложным предметом.*

*Теперь я хочу поделиться со всеми накопленным опытом и искренне верю, что это пособие поможет любому ученику в освоении геометрии.*

### Другие книги автора

«Вся геометрия 7 класса в кратком изложении»

«Вся геометрия 9 класса в кратком изложении»

*Горина Д.А.*

ISBN 978-5-9900239-8-7



Горина Д.А., Вся геометрия 8 класса в кратком изложении – М.: Евробукс, 2009. – 8 с.

© Горина Д.А., 2009

© «Евробукс», 2009