



Памятка

Вся геометрия

7 класса в кратком изложении

(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

Вся геометрия

Памятка

7 класса в кратком изложении

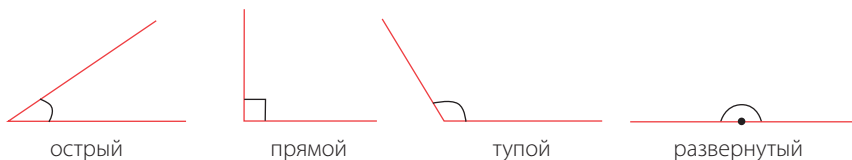
(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

Содержание

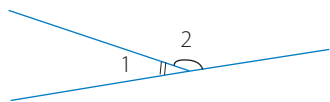
Виды углов.....	1
Виды треугольников.....	2
Биссектриса, медиана и высота треугольника.....	2
Перпендикуляр и наклонная.....	3
Равенство треугольников.....	3
Признаки равенства прямоугольных треугольников.....	4

Прямые на плоскости.....	4
Внешний угол треугольника.....	5
Соотношения между сторонами и углами треугольника.....	5
Что такое аксиома, теорема, обратная теорема и определение?.....	6
Окружность и круг.....	6
Доказательство от противного.....	7
Геометрическое место точек.....	7

Виды углов



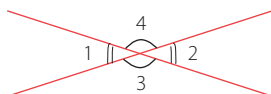
Смежные и вертикальные углы



Углы 1 и 2 –
смежные



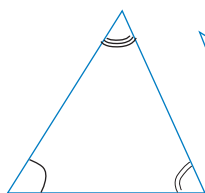
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$



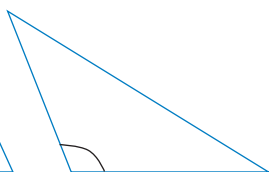
$\angle 1$ и $\angle 2$,
 $\angle 3$ и $\angle 4$ –
вертикальные

Вертикальные углы равны

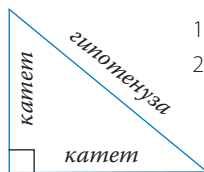
Виды треугольников



остроугольный



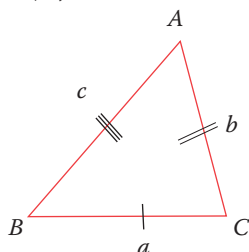
тупоугольный



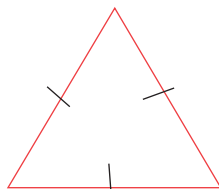
прямоугольный

В любом треугольнике:

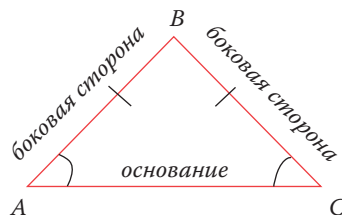
1. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
2. $|b - c| < a < b + c$



разносторонний



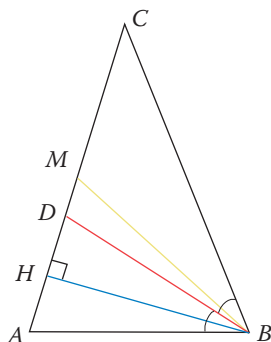
равносторонний



равнобедренный

$$\triangle ABC; AB = BC \iff \angle A = \angle C$$

Биссектриса, медиана и высота треугольника



BD – биссектриса



$$\angle ABD = \angle CBD$$

BM – медиана



$$AM = MC$$

BH – высота



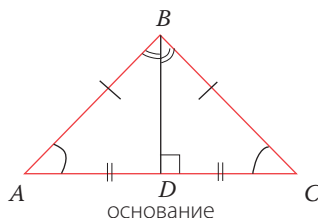
$$BH \perp AC$$

Эти три отрезка совпадают, когда они проведены к основанию равнобедренного треугольника. Доказательство опирается на 1-ый признак равенства треугольников

$$\triangle ABC; AB = BC \\ BD - \text{биссектриса}$$



BD – медиана
 BD – высота



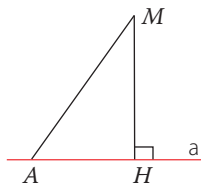
Перпендикуляр и наклонная

ТЕОРЕМА

Из точки M к прямой a можно провести только один перпендикуляр MH .

Отрезок MA называют наклонной, проведенной из точки M к прямой a .
 $MH < MA$

Расстояние от точки M до прямой a – это длина перпендикуляра MH .



Отрезок $MH \perp a$

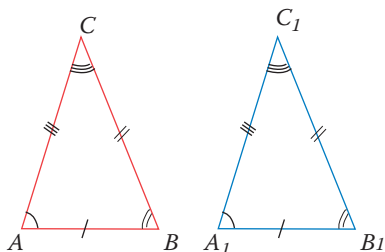
Равенство треугольников

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Геометрические фигуры называются равными, если при наложении они совпадают.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$; в равных треугольниках соответствующие стороны и соответствующие углы равны.

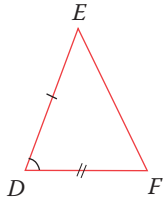
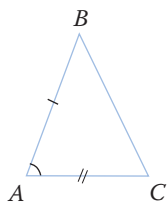
При этом против равных углов лежат равные стороны, а против равных сторон – равные углы.



Три признака равенства треугольников

Первые два доказываются наложением, а 3-ий признак – приложением с использованием свойств равнобедренного треугольника.

1-ый признак. По двум сторонам и углу между ними

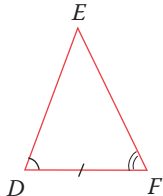
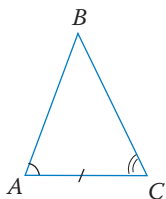


$$\begin{aligned} AB &= DE \\ AC &= DF \\ \angle A &= \angle D \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

2-ой признак. По стороне и прилежащим к ней углам

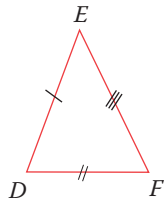
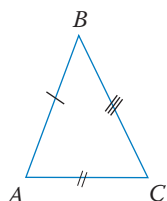


$$\begin{aligned} AC &= DF \\ \angle A &= \angle D \\ \angle C &= \angle F \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

3-ий признак. По трем сторонам



$$\begin{aligned} AB &= DE \\ AC &= DF \\ BC &= EF \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

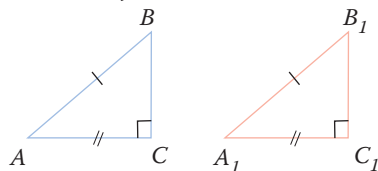
Признаки равенства прямоугольных треугольников

1-ый признак. По гипотенузе и катету

$$\begin{aligned} AB &= A_1B_1 \\ AC &= A_1C_1 \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

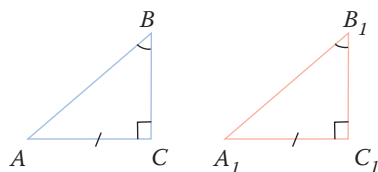


2-ой признак. По катету и противолежащему острому углу

$$\begin{aligned} AC &= A_1C_1 \\ \angle B &= \angle B_1 \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

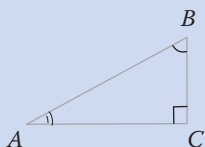
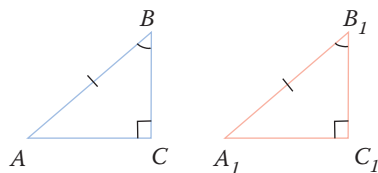


3-ий признак. По гипотенузе и острому углу

$$\begin{aligned} AB &= A_1B_1 \\ \angle B &= \angle B_1 \end{aligned}$$



$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$



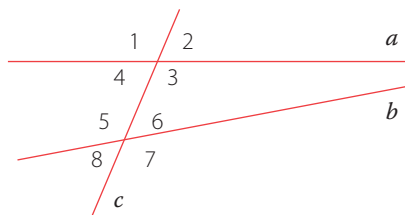
$$1) \angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$2) \text{ Если } \angle A = 30^\circ, \text{ то } BC = 1/2 AB$$

Прямые на плоскости

Прямые на плоскости могут: 1) пересекаться ($a \cap b = M$)

2) не пересекаться, такие прямые называются параллельными ($n \parallel m$)



Прямые a и b пересечены секущей c .

Накрестлежащие углы: 3 и 5, 4 и 6

Внутренние односторонние углы: 3 и 6, 4 и 5

Соответственные углы: 1 и 5, 2 и 6, 4 и 8, 3 и 7

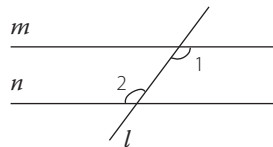
Три признака параллельности прямых и обратные им теоремы

1 признак

$\angle 1$ и $\angle 2$ – внутренние
накрестлежащие
при m , n и секущей l
и $\angle 1 = \angle 2$



$m \parallel n$

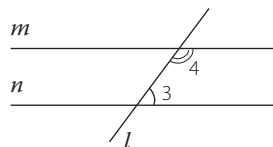


2 признак

$\angle 3$ и $\angle 4$ – внутренние
односторонние
при m , n и секущей l
и $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$



$m \parallel n$

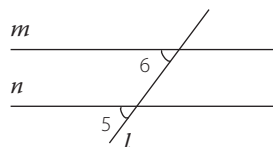


3 признак

$\angle 5$ и $\angle 6$ –
соответственные
при m , n и секущей l
и $\angle 5 = \angle 6$



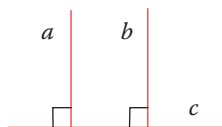
$m \parallel n$



$a \perp c$
 $b \perp c$



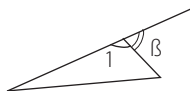
$a \parallel b$



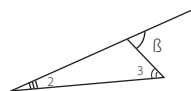
Отрезки называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.
Аналогично дается определение параллельности 2-х лучей, а также луча и отрезка.

Внешний угол треугольника ($\angle \beta$)

$\angle \beta$ и $\angle 1$ – смежные
 $\angle \beta + \angle 1 = 180^\circ$

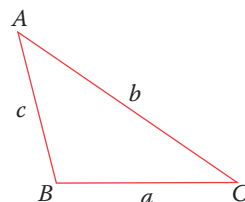


$\angle \beta = \angle 2 + \angle 3$



Соотношения между сторонами и углами треугольника

- 1) В любом $\triangle$ -ке каждая сторона меньше суммы двух других ($b < a + c$)
- 2) Против меньшей стороны лежит меньший угол ($c < a \Rightarrow \angle C < \angle A$)
- 3) Против меньшего угла лежит меньшая сторона ($\angle C < \angle A \Rightarrow c < a$)



Что такое аксиома, теорема, обратная теорема и определение?

Аксиома – это утверждение, которое не вызывает сомнений, то есть принимается без доказательства.

Примеры аксиом.

- 1) Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля.
- 2) Через любые две точки можно провести прямую и только одну
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости лишь одну прямую параллельную данной (аксиома параллельных прямых).

Теорема – это утверждение, правильность которого устанавливается путем рассуждения. Рассуждение называется доказательством. Формулировка теоремы состоит из двух частей. В одной части говорится, что дано (эта часть теоремы называется **условием**). В другой части говорится о том, что должно быть доказано. Эта часть называется **заключением** теоремы.

Пример теоремы. Если треугольник равнобедренный, то углы при основании равны.

В этой теореме дано: $\triangle$ – равнобедренный (условие).

Надо доказать: углы при основании равны (заключение).

Обратная теорема. Ее можно получить, сделав заключение условием, а условие – заключением.

Вот обратная теорема теоремы вышеописанной: если в треугольнике два угла равны, то этот $\triangle$ – равнобедренный. Дано: $\triangle$, 2 угла в нем равны (условие).

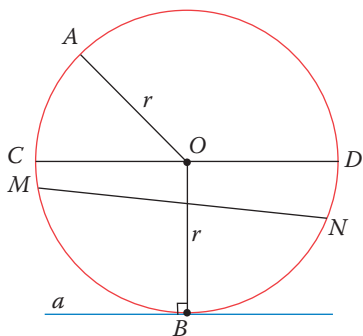
Доказать: $\triangle$ – равнобедренный (заключение).

Определение. Это слово используется в геометрии наряду со словами аксиома и теорема. Дать определение чему-либо – это значит объяснить, что это такое.

Например, говорят: «Дайте определение окружности»

На это отвечают: «Окружностью называется линия на плоскости, все точки которой равноудалены от одной точки»

Окружность и круг



Круг – это часть плоскости, ограниченная окружностью.

O – центр окружности (круга)

AO – радиус окружности (круга)

CD – диаметр

MN – хорда

AC – дуга

Прямая a , имеющая с окружностью одну общую точку B , являющаяся касательной к окружности. В этом случае выполняется условие:

$a \perp OB$, где $OB = r$.

Построение циркулем и линейкой без масштабных делений

С помощью этих инструментов надо научиться решать хотя бы простейшие задачи:

- 1) построение угла, равного данному
- 2) построение биссектрисы угла
- 3) построение перпендикулярных прямых
- 4) построение середины отрезка
- 5) построение треугольника по трем элементам:
 - а) по двум сторонам и углу между ними
 - б) по стороне и двум прилежащим к ней углам
 - в) по трем сторонам

Доказательство от противного

Часто при доказательстве теорем, в частности, если напрямую оно «не идет», используют способ, который называется доказательством от противного. Отправная точка рассуждений определила название этого способа. В начале рассуждений делают предположение (допущение), противное (противоположное) тому, что требуется доказать. Рассуждая на основании этого предположения, приходят к нелепому выводу (абсурду, противоречию). Значит, предположение было неверным, а верно то, что утверждается в теореме.

Докажите методом от противного теоремы:

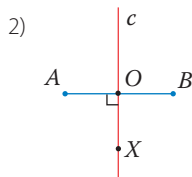
- 1) Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую
- 2) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Геометрическое место точек (Г.М.Т.)

Г.М.Т. называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством

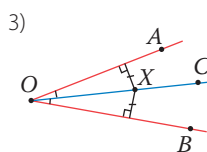
Некоторые примеры Г.М.Т.:

- 1) Окружность – г.м.т. на плоскости, равноудаленных от одной точки (центр окружности)



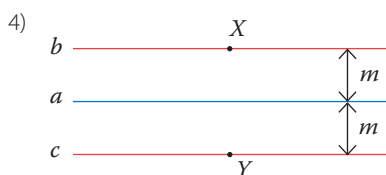
$AO = OB$; $c \perp AB$;
 CO – серединный перпендикуляр отрезка

Прямая c есть г.м.т., равноудаленных от концов отрезка AB



$\angle AOC = \angle BOC$;
 OC – биссектриса

OC есть г.м.т., равноудаленных от сторон угла



Г.м.т., удаленных на данное расстояние от прямой, есть две параллельные ей прямые.

При доказательстве теорем и решении задач придерживаются определенной формы записи:

Дано: Доказать [найти или построить]: Док-во [решение или построение]:	Рисунок (чертеж)
--	------------------------------------

Прежде чем доказывать теорему или решать задачу, надо выделить на рисунке равные элементы пометками или цветным фломастером. Эти пометки помогут увидеть на рисунке нужные признаки. Действия, которые вам придется делать при решении задачи (или доказательстве теоремы), следует обосновывать, то есть указывать на какой ранее изученный материал вы опираетесь.

Обозначение углов (отрезков) буквами позволяет составлять алгебраические уравнения, которые легко решаются.

О методе

За основу данного справочного пособия взят авторский метод Гориной Д.А. Он изложен в форме книжки-раскладушки. Весь учебный материал по геометрии 7-го класса представлен, как на ладони, и его можно охватить единым взглядом. Метод Гориной Д.А. позволяет легко освоить знания по геометрии и прочно укрепить их в памяти. Рисунки, графики и цветное оформление материала облегчают обучение. Эффективность данного метода проверена годами на практике. Пособие предназначено для учащихся, учителей, родителей.

Об авторе

Горина Д.А. – учитель с многолетним педагогическим стажем. Она преподавала математику во всех параллелях (с 5 по 10 классы), в том числе и в классах с углубленным изучением математики. Кроме того, она обладает большим опытом работы с трудными учениками. Учитель высшей категории, отличник народного просвещения, Горина Д.А. имеет награду Института «Открытое общество» – Грант Сороса.

Пособие, которое вы держите в руках, первоначально я разработала специально для своих учеников, которые с трудом осваивали геометрию по обычным учебникам. Я решила представить для них учебный материал как можно доступнее: в сжатой и наглядной форме.

В результате благодаря этому методу моим ученикам было гораздо легче вспомнить пройденный материал и усвоить новый. Геометрия перестала быть для них сложным предметом.

Теперь я хочу поделиться со всеми накопленным опытом и искренне верю, что это пособие поможет любому ученику в освоении геометрии.

Другие книги автора

«Вся геометрия 8 класса в кратком изложении»

«Вся геометрия 9 класса в кратком изложении»

Горина Д.А.

ISBN 978-5-9900239-7-0



Горина Д.А., Вся геометрия 7 класса в кратком изложении – М.: Евробукс, 2009. – 8 с.

© Горина Д.А., 2009

© «Евробукс», 2009