

**Сборник задач по геометрии для подготовки к ОГЭ**  
**(задания открытого банка, фипи)**

## Оглавление

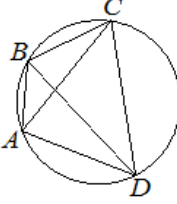
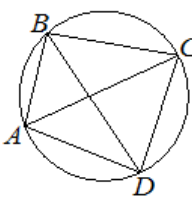
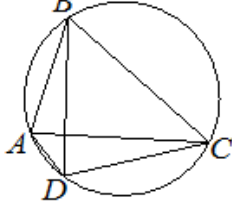
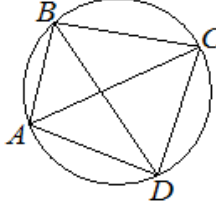
|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| Часть 1 .....                             | 3  |
| Окружность .....                          | 3  |
| Вписанный и описанный многоугольник ..... | 4  |
| Центральный и вписанный угол .....        | 5  |
| Касательная к окружности .....            | 7  |
| Площадь .....                             | 8  |
| Площадь параллелограмма .....             | 9  |
| Площадь трапеции .....                    | 9  |
| Параллелограмм .....                      | 10 |
| Прямоугольник .....                       | 11 |
| Трапеция .....                            | 11 |
| Треугольник .....                         | 12 |
| Правильный многоугольник .....            | 15 |
| Утверждения .....                         | 15 |
| Часть 2 .....                             | 22 |
| Окружность .....                          | 22 |
| Окружность и треугольник .....            | 23 |
| Окружность и четырехугольник .....        | 25 |
| Трапеция .....                            | 26 |
| Треугольник .....                         | 28 |
| Параллелограмм .....                      | 31 |

## Часть 1

### Окружность

|                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) Центральный угол <math>AOB</math> опирается на хорду <math>AB</math> так, что угол <math>OAB</math> равен <math>60^\circ</math>. Найдите длину хорды <math>AB</math>, если радиус окружности равен 8.</p>                                            | <p>2) Точка <math>O</math> — центр окружности, на которой лежат точки <math>A, B</math> и <math>C</math> таким образом, что <math>OABC</math> — ромб. Найдите угол <math>OCB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>      |
| <p>3) В окружности с центром в точке <math>O</math> проведены диаметры <math>AD</math> и <math>BC</math>, угол <math>ABO</math> равен <math>75^\circ</math>. Найдите величину угла <math>ODC</math>.</p>                                                   | <p>4) В окружности с центром в точке <math>O</math> проведены диаметры <math>AD</math> и <math>BC</math>, угол <math>ABO</math> равен <math>55^\circ</math>. Найдите величину угла <math>ODC</math>.</p>              |
| <p>5) В окружности с центром в точке <math>O</math> проведены диаметры <math>AD</math> и <math>BC</math>, угол <math>OAB</math> равен <math>25^\circ</math>. Найдите величину угла <math>OCD</math>.</p>                                                   | <p>6) На окружности с центром <math>O</math> отмечены точки <math>A</math> и <math>B</math> так, что <math>\angle AOB = 12^\circ</math>. Длина меньшей дуги <math>AB</math> равна 96. Найдите длину большей дуги.</p> |
| <p>7) Отрезки <math>AB</math> и <math>CD</math> являются хордами окружности. Найдите длину хорды <math>CD</math>, если <math>AB = 20</math>, а расстояния от центра окружности до хорд <math>AB</math> и <math>CD</math> равны соответственно 24 и 10.</p> | <p>8) Какой угол (в градусах) описывает часовая стрелка за 2 часа 4 минуты?</p>                                                                                                                                       |
| <p>9) Какой угол (в градусах) описывает часовая стрелка за 1 час 44 минуты?</p>                                                                                                                                                                            | <p>10) На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая поворачивается на <math>21^\circ</math>?</p>                                                                                          |
| <p>11) Колесо имеет 20 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                                                            | <p>12) Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен <math>8^\circ</math></p>                                                                                                            |

### Вписанный и описанный многоугольник

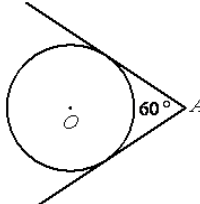
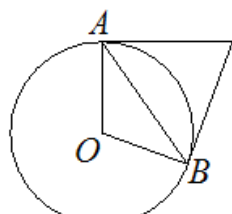
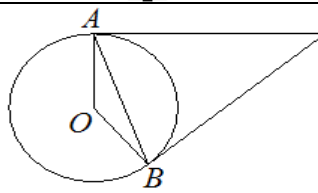
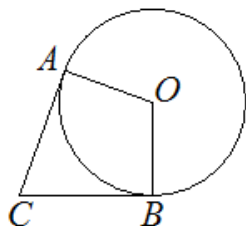
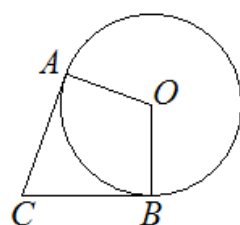
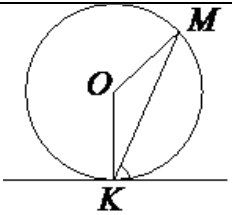
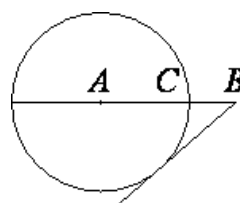
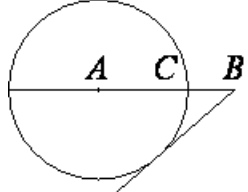
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>13)Четырёхугольник <math>ABCD</math> вписан в окружность. Угол <math>ABC</math> равен <math>138^\circ</math>, угол <math>CAD</math> равен <math>83^\circ</math>. Найдите угол <math>ABD</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  | <p>14)Четырёхугольник <math>ABCD</math> вписан в окружность. Угол <math>ABD</math> равен <math>39^\circ</math>, угол <math>CAD</math> равен <math>55^\circ</math>. Найдите угол <math>ABC</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  |
| <p>15)Четырёхугольник <math>ABCD</math> вписан в окружность. Угол <math>ABC</math> равен <math>70^\circ</math>, угол <math>CAD</math> равен <math>49^\circ</math>. Найдите угол <math>ABD</math>. Ответ дайте в градусах.</p>   | <p>16)Четырёхугольник <math>ABCD</math> вписан в окружность. Угол <math>ABC</math> равен <math>92^\circ</math>, угол <math>CAD</math> равен <math>60^\circ</math>. Найдите угол <math>ABD</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  |
| <p>17)В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AC=12</math>, <math>BC=5</math>, угол <math>C</math> равен <math>90^\circ</math>. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.</p>                                                                                                    | <p>18)В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AC=20</math>, <math>BC=21</math>, угол <math>C</math> равен <math>90^\circ</math>. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.</p>                                                                                                    |
| <p>19)Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.</p>                                                                                                                                                                                                                                      | <p>20)Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 79.</p>                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p>21)Около трапеции, один из углов которой равен <math>49^\circ</math>, описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.</p>                                                                                                                                                                                | <p>22)В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 24, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.</p>                                                                                                                                                                                       |
| <p>23)В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 20, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.</p>                                                                                                                                                                                      | <p>24)Около трапеции, один из углов которой равен <math>34^\circ</math>, описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.</p>                                                                                                                                                                                 |
| <p>25)Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:4:11. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 14.</p>                                                                                                                                | <p>26)Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:7:8. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 20.</p>                                                                                                                                  |
| <p>27)В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 6.</p>                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

### Центральный и вписанный угол

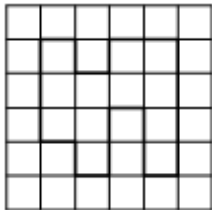
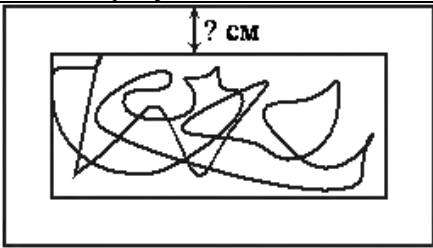
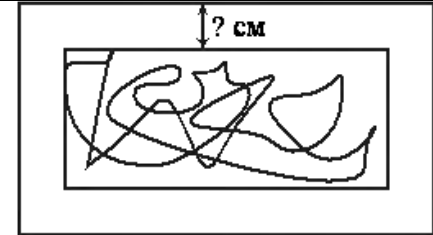
|                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>28) Точка <math>O</math> – центр окружности, <math>\angle AOB = 84^\circ</math> (см. рисунок). Найдите величину угла <math>ACB</math> (в градусах).</p>                                                                                                   | <p>29) В окружности с центром в точке <math>O</math> отрезки <math>AC</math> и <math>BD</math> — диаметры. Угол <math>AOD</math> равен <math>148^\circ</math>. Найдите угол <math>ACB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>    |
| <p>30) Точка <math>O</math> – центр окружности, <math>\angle AOB = 130^\circ</math> (см. рисунок). Найдите величину угла <math>ACB</math> (в градусах).</p>                                                                                                  | <p>31) В окружности с центром в точке <math>O</math> отрезки <math>AC</math> и <math>BD</math> — диаметры. Угол <math>AOD</math> равен <math>114^\circ</math>. Найдите угол <math>ACB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>    |
| <p>32) Точка <math>O</math> — центр окружности, <math>\angle BOC = 160^\circ</math> (см. рисунок). Найдите величину угла <math>BAC</math> (в градусах).</p>                                                                                                  | <p>33) Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Найдите угол <math>ABC</math>, если угол <math>BAC</math> равен <math>9^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  |
| <p>34) Точка <math>O</math> – центр окружности, <math>\angle AOB = 72^\circ</math> (см. рисунок). Найдите величину угла <math>ACB</math> (в градусах).</p>                                                                                                   | <p>35) Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Найдите угол <math>ABC</math>, если угол <math>BAC</math> равен <math>44^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p> |
| <p>36) На окружности по разные стороны от диаметра <math>AB</math> взяты точки <math>M</math> и <math>N</math>. Известно, что <math>\angle NBA = 43^\circ</math>. Найдите угол <math>NMB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                 | <p>37) Центральный угол <math>AOB</math>, равный <math>60^\circ</math>, опирается на хорду <math>AB</math> длиной 4. Найдите радиус окружности.</p>                                                                          |
| <p>38) Точка <math>O</math> — центр окружности, на которой лежат точки <math>A, B</math> и <math>C</math>. Известно, что <math>\angle ABC = 75^\circ</math> и <math>\angle OAB = 43^\circ</math>. Найдите угол <math>BCO</math>. Ответ дайте в градусах.</p> | <p>39) Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Радиус окружности равен 8,5. Найдите <math>BC</math>, если <math>AC = 8</math>.</p>                                |

|                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>40) Точка <math>O</math> — центр окружности, на которой лежат точки <math>A, B</math> и <math>C</math>. Известно, что <math>\angle ABC = 61^\circ</math> и <math>\angle OAB = 8^\circ</math>. Найдите угол <math>BCO</math>.<br/>Ответ дайте в градусах.</p> | <p>41) Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Радиус окружности равен 14,5. Найдите <math>AC</math>, если <math>BC = 21</math>.</p>                                                                                                                      |
| <p>42) На окружности с центром в точке <math>O</math> отмечены точки <math>A</math> и <math>B</math> так, что <math>\angle AOB = 122^\circ</math>. Длина меньшей дуги <math>AB</math> равна 61. Найдите длину большей дуги <math>AB</math>.</p>                 | <p>43) Сторона <math>AC</math> треугольника <math>ABC</math> проходит через центр описанной около него окружности. Найдите <math>\angle C</math>, если <math>\angle A = 81^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                                                 |
| <p>44) На окружности с центром в точке <math>O</math> отмечены точки <math>A</math> и <math>B</math> так, что <math>\angle AOB = 18^\circ</math>. Длина меньшей дуги <math>AB</math> равна 5. Найдите длину большей дуги <math>AB</math>.</p>                   | <p>45) Треугольник <math>ABC</math> вписан в окружность с центром в точке <math>O</math>. Точки <math>O</math> и <math>C</math> лежат в одной полуплоскости относительно прямой <math>AB</math>. Найдите угол <math>ACB</math>, если угол <math>AOB</math> равен <math>27^\circ</math>.</p>                          |
| <p>46) Окружность с центром в точке <math>O</math> описана около равнобедренного треугольника <math>ABC</math>, в котором <math>AB = BC</math> и <math>\angle ABC = 57^\circ</math>. Найдите угол <math>BOC</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                 | <p>47) Треугольник <math>ABC</math> вписан в окружность с центром в точке <math>O</math>. Точки <math>O</math> и <math>C</math> лежат в одной полуплоскости относительно прямой <math>AB</math>. Найдите угол <math>ACB</math>, если угол <math>AOB</math> равен <math>113^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p> |
| <p>48) Окружность с центром в точке <math>O</math> описана около равнобедренного треугольника <math>ABC</math>, в котором <math>AB = BC</math> и <math>\angle ABC = 123^\circ</math>. Найдите угол <math>BOC</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

### Касательная к окружности

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>49) Из точки <math>A</math> проведены две касательные к окружности с центром в точке <math>O</math>. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен <math>60^\circ</math>, а расстояние от точки <math>A</math> до точки <math>O</math> равно 6.</p>                         |    |
| <p>50) Касательные в точках <math>A</math> и <math>B</math> к окружности с центром в точке <math>O</math> пересекаются под углом <math>72^\circ</math>. Найдите угол <math>ABO</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                             |    |
| <p>51) Касательные в точках <math>A</math> и <math>B</math> к окружности с центром в точке <math>O</math> пересекаются под углом <math>38^\circ</math>. Найдите угол <math>ABO</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                             |    |
| <p>52) В угол <math>C</math> величиной <math>83^\circ</math> вписана окружность, которая касается сторон угла в точках <math>A</math> и <math>B</math>, точка <math>O</math> — центр окружности. Найдите угол <math>AOB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                    |   |
| <p>53) В угол <math>C</math> величиной <math>79^\circ</math> вписана окружность, которая касается сторон угла в точках <math>A</math> и <math>B</math>, точка <math>O</math> — центр окружности. Найдите угол <math>AOB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                    |  |
| <p>54) Прямая касается окружности в точке <math>K</math>. Точка <math>O</math> — центр окружности. Хорда <math>KM</math> образует с касательной угол, равный <math>84^\circ</math>. Найдите величину угла <math>OMK</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                        |  |
| <p>55) На отрезке <math>AB</math> выбрана точка <math>C</math> так, что <math>AC=75</math> и <math>BC=10</math>. Построена окружность с центром <math>A</math>, проходящая через <math>C</math>. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки <math>B</math> к этой окружности.</p> |  |
| <p>56) На отрезке <math>AB</math> выбрана точка <math>C</math> так, что <math>AC=80</math> и <math>BC=2</math>. Построена окружность с центром <math>A</math>, проходящая через <math>C</math>. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки <math>B</math> к этой окружности.</p>  |  |

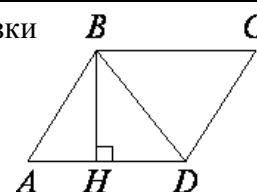
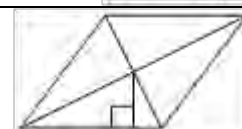
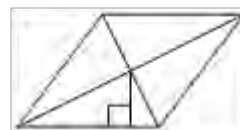
## Площадь

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 57) В прямоугольнике одна сторона равна 72, а диагональ равна 78. Найдите площадь прямоугольника.                                                                                                                                                                                                       |                                                                                       |
| 58) Периметр квадрата равен 84. Найдите площадь этого квадрата.                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                       |
| 59) Периметр квадрата равен 164. Найдите площадь квадрата.                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                       |
| 60) На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \times 1$ изображена фигура. Найдите её площадь.                                                                                                                                                                                                           |    |
| 61) Площадь прямоугольного земельного участка равна 18 га, ширина участка равна 240 м. Найдите длину этого участка в метрах.                                                                                                                                                                            |                                                                                       |
| 62) Две трубы, диаметры которых равны 7 см и 24 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.                                                                |                                                                                       |
| 63) Две трубы, диаметры которых равны 36 см и 48 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.                                                               |                                                                                       |
| 64) Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 2,6 м и 3,6 м?                                                                                                                                       |                                                                                       |
| 65) Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3,4 м и 4,6 м?                                                                                                                                       |                                                                                       |
| 66) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 3 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 30 см. Сколько потребуется таких дощечек?                                                                                                                 |                                                                                       |
| 67) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 5 м и 8 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 40 см. Сколько потребуется таких дощечек?                                                                                                                 |                                                                                       |
| 68) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 25 см. Сколько потребуется таких дощечек?                                                                                                                |                                                                                       |
| 69) Площадь прямоугольного земельного участка равна 20 га, ширина участка равна 250 м. Найдите длину этого участка в метрах.                                                                                                                                                                            |                                                                                       |
| 70) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 10 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 20 см. Сколько потребуется таких дощечек?                                                                                                                |  |
| 71) Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 20 см и 23 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна $1258 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах. |  |
| 72) Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 23 см и 39 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна $1161 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах. |  |

|                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 73) Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $30 \times 50 \times 90$ (см) можно поместить в кузов машины размером $2,4 \times 3 \times 2,7$ (м)? |
| 74) Сколько досок длиной 2 м, шириной 10 см и толщиной 20 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $40 \text{ см} \times 60 \text{ см}$ ?             |
| 75) Сколько досок длиной 3 м, шириной 10 см и толщиной 25 мм выйдет из бруса длиной 90 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $30 \text{ см} \times 70 \text{ см}$ ?             |
| 76) Сколько досок длиной 4 м, шириной 20 см и толщиной 30 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $30 \text{ см} \times 40 \text{ см}$ ?             |
| 77) Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $30 \times 60 \times 90$ (см) можно поместить в кузов машины размером $2,7 \times 6 \times 3,6$ (м)? |

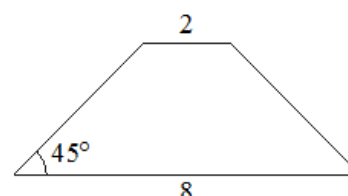
### Площадь параллелограмма

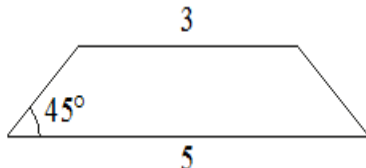
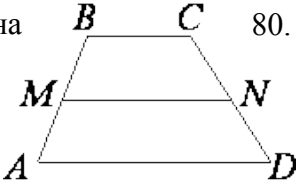
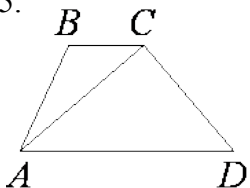
|                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 78) Сторона ромба равна 19, а расстояние от центра ромба до неё равно 4. Найдите площадь ромба.                                                                       |
| 79) Сторона ромба равна 29, а диагональ равна 42. Найдите площадь ромба.                                                                                              |
| 80) Сторона ромба равна 39, а диагональ равна 30. Найдите площадь ромба.                                                                                              |
| 81) Периметр ромба равен 116, а один из углов равен $30^\circ$ . Найдите площадь ромба.                                                                               |
| 82) Площадь ромба равна 8, а периметр равен 32. Найдите высоту ромба.                                                                                                 |
| 83) Периметр ромба равен 72, а один из углов равен $30^\circ$ . Найдите площадь этого ромба.                                                                          |
| 84) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 6.                                                                                                            |
| 85) Сторона ромба равна 10, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.                                           |
| 86) Сторона ромба равна 12, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.                                           |
| 87) Площадь ромба равна 63, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.                                                                                                |
| 88) Высота $BH$ параллелограмма $ABCD$ делит его сторону $AD$ на отрезки $AH=1$ и $HD=63$ . Диагональ параллелограмма $BD$ равна 65. Найдите площадь параллелограмма. |



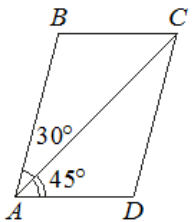
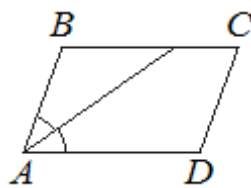
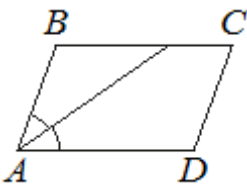
### Площадь трапеции

|                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 111) В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



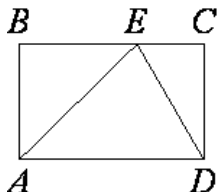
|                                                                                                                                                                       |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 112) В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен $45^\circ$ .<br>Найдите площадь этой трапеции.        |  |
| 113) В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=9$ , $BC=3$ , а её площадь равна 80. Найдите площадь трапеции $BCNM$ , где $MN$ — средняя линия трапеции $ABCD$ .            |  |
| 114) В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=4$ , $BC=1$ , а её площадь равна 35. Найдите площадь треугольника $ABC$ .                                                    |  |
| 115) Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 30. Точка $E$ — середина стороны $CD$ . Найдите площадь трапеции $ABED$ .                                                   |                                                                                     |
| 116) Основания трапеции равны 1 и 13, одна из боковых сторон равна $15\sqrt{2}$ , а угол между ней и одним из оснований равен $135^\circ$ . Найдите площадь трапеции. |                                                                                     |
| 117) Основания трапеции равны 9 и 54, одна из боковых сторон равна 27, а синус угла между ней и одним из оснований равен $4/9$ . Найдите площадь трапеции.            |                                                                                     |
| 118) Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.                                                         |                                                                                     |

### Параллелограмм

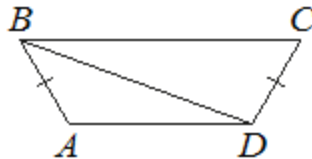
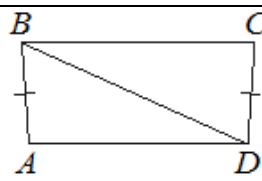
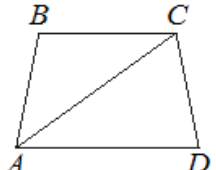
|                                                                                                                                                                                |                                                                                     |                                                                                                                                                                             |                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 119) Диагональ $AC$ параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные $30^\circ$ и $45^\circ$ . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах. |  | 120) Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$ , если биссектриса угла $A$ образует со стороной $BC$ угол, равный $33^\circ$ . Ответ дайте в градусах.                     |  |
| 121) В параллелограмме $ABCD$ диагональ $AC$ в 2 раза больше стороны $AB$ и $\angle ACD=104^\circ$ . Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.   |                                                                                     | 122) Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$ , если биссектриса угла $A$ образует со стороной $BC$ угол, равный $15^\circ$ . Ответ дайте в градусах.                     |    |
|                                                                                                                                                                                |                                                                                     | 123) В параллелограмме $ABCD$ диагональ $AC$ в 2 раза больше стороны $AB$ и $\angle ACD=21^\circ$ . Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах. |                                                                                       |

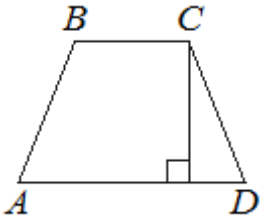
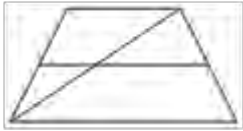
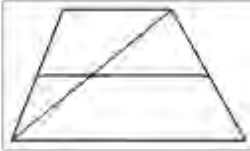
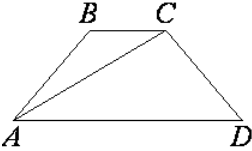
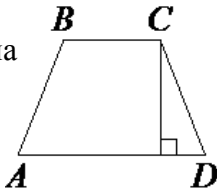
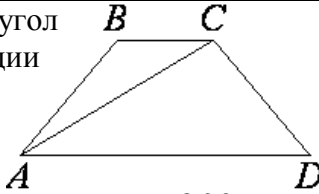
|                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 124) Биссектрисы углов $A$ и $D$ параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне $BC$ . Найдите $AB$ , если $BC=34$ .                                          | 125) Биссектрисы углов $A$ и $D$ параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне $BC$ . Найдите $BC$ , если $AB=42$ .                             |
| 126) Диагональ $BD$ параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные $65^\circ$ и $50^\circ$ . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах. | 127) Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$ , если биссектриса угла $A$ образует со стороной $BC$ угол, равный $31^\circ$ . Ответ дайте в градусах. |
| 128) Высота $AH$ ромба $ABCD$ делит сторону $CD$ на отрезки $DH=12$ и $CH=3$ . Найдите высоту ромба.                                                                           | 129) Высота $AH$ ромба $ABCD$ делит сторону $CD$ на отрезки $DH=15$ и $CH=2$ . Найдите высоту ромба.                                                              |

### Прямоугольник

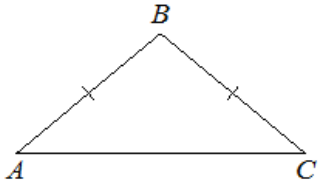
|                                                                                                                                                                   |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 130) Диагональ прямоугольника образует угол $50^\circ$ с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах. |                                                                                       |
| 131) Диагональ прямоугольника образует угол $48^\circ$ с одной из его сторон. Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.        |                                                                                       |
| 132) На стороне $BC$ прямоугольника $ABCD$ , у которого $AB=3$ и $AD=7$ , отмечена точка $E$ так, что $\angle EAB=45^\circ$ . Найдите $ED$ .                      |  |

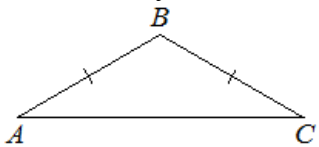
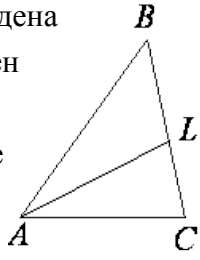
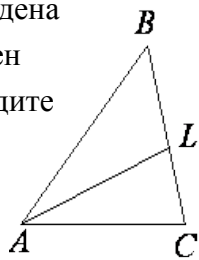
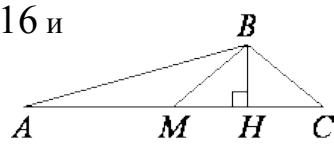
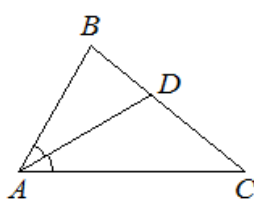
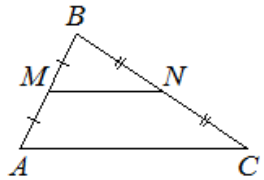
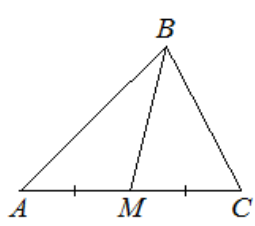
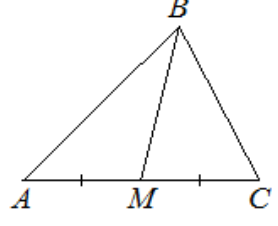
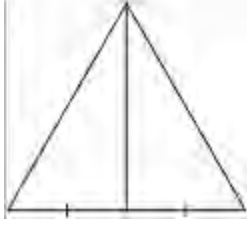
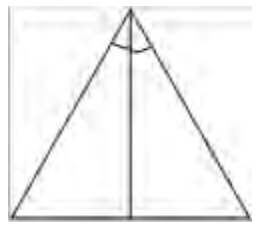
### Трапеция

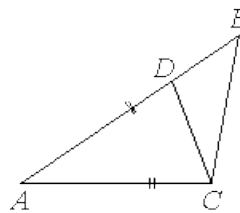
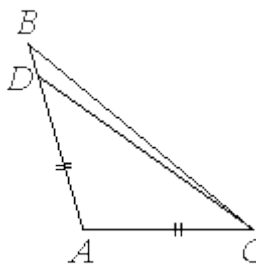
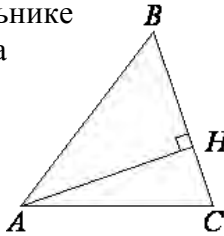
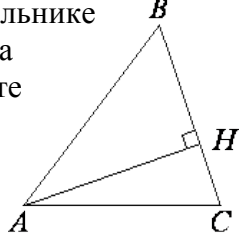
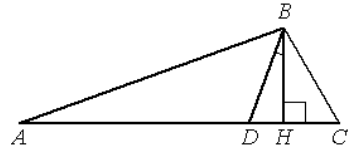
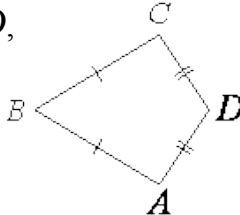
|                                                                                                                                                 |                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 133) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$ , $\angle BDA=14^\circ$ и $\angle BDC=106^\circ$ . Найдите угол $ABD$ .<br>Ответ дайте в градусах. |  | 134) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$ , $\angle BDA=24^\circ$ и $\angle BDC=70^\circ$ . Найдите угол $ABD$ .<br>Ответ дайте в градусах.                                                                 |  |
| 135) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна $352^\circ$ . Найдите меньший угол этой трапеции.<br>Ответ дайте в градусах.                |  | 136) Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$ , если диагональ $AC$ образует с основанием $AD$ и боковой стороной $AB$ углы, равные $33^\circ$ и $13^\circ$ соответственно. Ответ дайте в градусах. |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>137) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины <math>C</math>, делит основание <math>AD</math> на отрезки длиной 8 и 15. Найдите длину основания <math>BC</math>.</p>                                                                                                     | <p>138) Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.</p>                                                                                                                                          |
| <p>139) Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.</p>                                                                                                                                             | <p>140) Найдите больший угол равнобедренной трапеции <math>ABCD</math>, если диагональ <math>AC</math> образует с основанием <math>AD</math> и боковой стороной <math>AB</math> углы, равные <math>22^\circ</math> и <math>13^\circ</math> соответственно. Ответ дайте в градусах.</p>  |
| <p>141) Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 63, боковая сторона равна 30. Найдите длину диагонали трапеции.</p>                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>142) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна <math>26^\circ</math>. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                                                                                                |
| <p>143) Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен <math>1/4</math>. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 4.</p>                                                                                                                                                                                                               | <p>144) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины <math>C</math>, делит основание <math>AD</math> на отрезки длиной 1 и 17. Найдите длину основания <math>BC</math>.</p>                                                                                                                                                                                      |
| <p>145) Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 19, а её боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.</p>                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>146) Основания равнобедренной трапеции равны 11 и 21, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.</p>                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p>147) Найдите меньший угол равнобедренной трапеции <math>ABCD</math>, если диагональ <math>AC</math> образует с основанием <math>BC</math> и боковой стороной <math>CD</math> углы, равные <math>30^\circ</math> и <math>105^\circ</math> соответственно. Ответ дайте в градусах</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

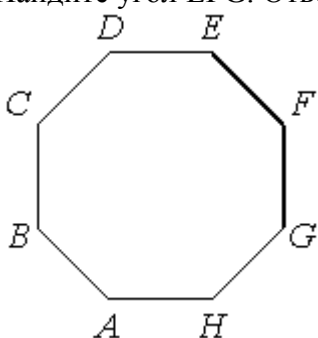
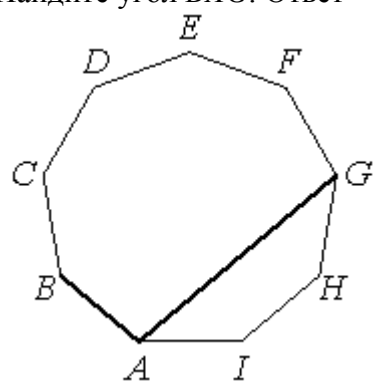
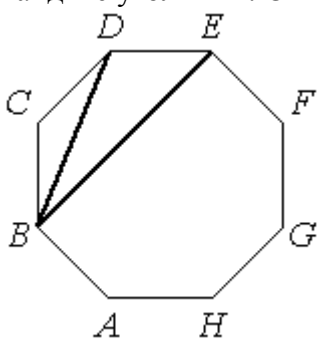
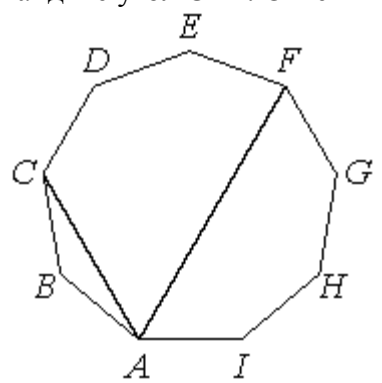
### Треугольник

|                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>148) Один из острых углов прямоугольного треугольника равен <math>23^\circ</math>. Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.</p>  | <p>149) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AB=BC</math>, <math>\angle ABC=108^\circ</math>. Найдите угол <math>BCA</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>150) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AB=BC</math>, <math>\angle ABC=128^\circ</math>. Найдите угол <math>BCA</math>.<br/>         Ответ дайте в градусах.</p>                                                                          | <p>151) В треугольнике <math>ABC</math> проведена биссектриса <math>AL</math>, угол <math>ALC</math> равен <math>112^\circ</math>, угол <math>ABC</math> равен <math>106^\circ</math>.<br/>         Найдите угол <math>ACB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                 |
| <p>152) В треугольнике <math>ABC</math> проведена биссектриса <math>AL</math>, угол <math>ALC</math> равен <math>58^\circ</math>, угол <math>ABC</math> равен <math>54^\circ</math>. Найдите угол <math>ACB</math>.<br/>         Ответ дайте в градусах.</p>  | <p>153) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>BM</math> — медиана и <math>BH</math> — высота. Известно, что <math>AC=64</math>, <math>HC=16</math> и <math>\angle ACB=37^\circ</math>.<br/>         Найдите угол <math>AMB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>   |
| <p>154) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>\angle BAC=62^\circ</math>, <math>AD</math> — биссектриса. Найдите угол <math>BAD</math>.<br/>         Ответ дайте в градусах.</p>                                                               | <p>155) Точки <math>M</math> и <math>N</math> являются серединами сторон <math>AB</math> и <math>BC</math> треугольника <math>ABC</math>, сторона <math>AB</math> равна 21, сторона <math>BC</math> равна 22, сторона <math>AC</math> равна 28. Найдите <math>MN</math>.</p>  |
| <p>156) Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 16. Найдите гипотенузу этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                           | <p>157) Катеты прямоугольного треугольника равны 16 и 30. Найдите гипотенузу этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <p>158) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 16 и 20 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                             | <p>159) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 20 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                |
| <p>160) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AC=14</math>, <math>BM</math> — медиана, <math>BM=10</math>. Найдите <math>AM</math>.</p>                                                                                                       | <p>161) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AC=58</math>, <math>BM</math> — медиана, <math>BM=37</math>. Найдите <math>AM</math>.</p>                                                                                                                        |
| <p>162) Сторона равностороннего треугольника равна <math>16\sqrt{3}</math>. Найдите медиану этого треугольника.</p>                                                                                                                                         | <p>163) Биссектриса равностороннего треугольника равна <math>13\sqrt{3}</math>. Найдите сторону этого треугольника.</p>                                                                                                                                                      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>164) В прямоугольном треугольнике <math>ABC</math> катет <math>AC=25</math>, а высота <math>CH</math>, опущенная на гипотенузу, равна <math>4\sqrt{21}</math>. Найдите <math>\sin \angle ABC</math>.</p>                                                                         | <p>165) В прямоугольном треугольнике <math>ABC</math> катет <math>AC=70</math>, а высота <math>CH</math>, опущенная на гипотенузу, равна <math>7\sqrt{19}</math>. Найдите <math>\sin \angle ABC</math>.</p>                                                                         |
| <p>166) Точка <math>D</math> на стороне <math>AB</math> треугольника <math>ABC</math> выбрана так, что <math>AD=AC</math>. Известно, что <math>\angle CAB=10^\circ</math> и <math>\angle ACB=166^\circ</math>. Найдите угол <math>DCB</math>.<br/><br/>Ответ дайте в градусах.</p>  | <p>167) Точка <math>D</math> на стороне <math>AB</math> треугольника <math>ABC</math> выбрана так, что <math>AD=AC</math>. Известно, что <math>\angle CAB=122^\circ</math> и <math>\angle ACB=47^\circ</math>. Найдите угол <math>DCB</math>.<br/><br/>Ответ дайте в градусах.</p>  |
| <p>168) Катеты прямоугольного треугольника равны <math>2\sqrt{91}</math> и 6. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                 | <p>169) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 15. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>170) В треугольнике <math>ABC</math> известно, что <math>AB=BC=37</math>, <math>AC=24</math>. Найдите длину медианы <math>BM</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                          | <p>171) Высота равностороннего треугольника равна <math>12\sqrt{3}</math>. Найдите сторону этого треугольника.</p>                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p>172) В остроугольном треугольнике <math>ABC</math> высота <math>AH</math> равна <math>19\sqrt{21}</math>, а сторона <math>AB</math> равна 95. Найдите <math>\cos B</math>.</p>                                                                                                 | <p>173) В остроугольном треугольнике <math>ABC</math> высота <math>AH</math> равна <math>5\sqrt{91}</math>, а сторона <math>AB</math> равна 50. Найдите <math>\cos B</math>.</p>                                                                                                  |
| <p>174) Высота равностороннего треугольника равна <math>78\sqrt{3}</math>. Найдите его периметр.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>175) Высота равностороннего треугольника равна <math>53\sqrt{3}</math>. Найдите его периметр.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <p>176) В треугольнике <math>ABC</math> углы <math>A</math> и <math>C</math> равны <math>20^\circ</math> и <math>60^\circ</math> соответственно. Найдите угол между высотой <math>BH</math> и биссектрисой <math>BD</math>.</p>                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>177) В выпуклом четырехугольнике <math>ABCD</math> известно, что <math>AB=BC</math>, <math>AD=CD</math>, <math>\angle B=77^\circ</math>, <math>\angle D=141^\circ</math>. Найдите угол <math>A</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

## Правильный многоугольник

|                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>178) <math>ABCDEFGH</math> — правильный восьмиугольник. Найдите угол <math>EFG</math>. Ответ дайте в градусах.</p>   | <p>179) <math>ABCDEFGHI</math> — правильный девятиугольник. Найдите угол <math>BAG</math>. Ответ дайте в градусах.</p>   |
| <p>180) <math>ABCDEFGH</math> — правильный восьмиугольник. Найдите угол <math>DBE</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  | <p>181) <math>ABCDEFGHI</math> — правильный девятиугольник. Найдите угол <math>CAF</math>. Ответ дайте в градусах.</p>  |

## Утверждения

Какое из следующих утверждений верно? В ответ запишите номер выбранного утверждения.

|    |                                                                                                                |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) | Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника. |
| 2) | Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.                               |
| 3) | Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.   |

|     |                                                                                                                 |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4)  | Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.                           |
| 5)  | Центры вписанной и описанной окружностей равнобедренного треугольника совпадают.                                |
| 6)  | Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.  |
| 7)  | Центром описанной окружности треугольника является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам. |
| 8)  | Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.                           |
| 9)  | Вокруг любого треугольника можно описать окружность.                                                            |
| 10) | В любой четырёхугольник можно вписать окружность.                                                               |
| 11) | В любой ромб можно вписать окружность.                                                                          |
| 12) | В любой прямоугольник можно вписать окружность.                                                                 |
| 13) | Любой прямоугольник можно вписать в окружность.                                                                 |
| 14) | В любой треугольник можно вписать окружность.                                                                   |
| 15) | Любой прямоугольник можно вписать в окружность.                                                                 |
| 16) | Любой квадрат можно вписать в окружность.                                                                       |
| 17) | Вокруг любого параллелограмма можно описать окружность.                                                         |
| 18) | Любой параллелограмм можно вписать в окружность.                                                                |
| 19) | Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.                                     |
| 20) | Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.                                                      |
| 21) | Все диаметры окружности равны между собой.                                                                      |
| 22) | Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.             |
| 23) | Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.                    |
| 24) | Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.                                |
| 25) | Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.                                 |
| 26) | Для точки, лежащей внутри круга, расстояние до центра круга меньше его радиуса.                                 |
| 27) | Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.                                    |
| 28) | Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.                     |
| 29) | Из двух хорд окружности больше та, середина которой находится дальше от центра окружности.                      |
| 30) | В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.                             |

|     |                                                                                                                                                                           |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 31) | Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.                                                                                                                 |
| 32) | Если две различные прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.                                                                     |
| 33) | Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.                                                                                                         |
| 34) | Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.                                                                                                             |
| 35) | Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.                                                                                                       |
| 36) | Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.                                                                            |
| 37) | Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.                                                                                |
| 38) | Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.                                                                                                                 |
| 39) | Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.                                                                                                      |
| 40) | Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.                                                                                                        |
| 41) | Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника.                                                                                                  |
| 42) | Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.                                                            |
| 43) | Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.                                             |
| 44) | Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.                                                      |
| 45) | Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.                                                |
| 46) | Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны. |
| 47) | Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.                                                                   |
| 48) | Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.                                                                   |
| 49) | Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.             |
| 50) | Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны.                                                         |
| 51) | Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны $90^\circ$ , то эти две прямые параллельны.                                         |
| 52) | Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны                                                                                |

|     |                                                                                                                                    |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 53) | Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны                                  |
| 54) | Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна $180^\circ$ , то эти прямые параллельны |
| 55) | Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны, то эти прямые параллельны.                  |
| 56) | Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.                                                                       |
| 57) | Все квадраты имеют равные площади.                                                                                                 |
| 58) | Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.                                                                       |
| 59) | Существует квадрат, который не является прямоугольником.                                                                           |
| 60) | Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.                                                              |
| 61) | Все квадраты имеют равные площади.                                                                                                 |
| 62) | Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.                                                           |
| 63) | В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.                                                                          |
| 64) | Все углы прямоугольника равны.                                                                                                     |
| 65) | Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.                                                                                  |
| 66) | Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.                                                                  |
| 67) | У любой трапеции боковые стороны равны.                                                                                            |
| 68) | У любой трапеции основания параллельны.                                                                                            |
| 69) | Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.                                                                       |
| 70) | Основания любой трапеции параллельны.                                                                                              |
| 71) | В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.                                                                               |
| 72) | Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.                                                                            |
| 73) | Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.                                                              |
| 74) | Боковые стороны любой трапеции равны.                                                                                              |
| 75) | Диагонали прямоугольной трапеции равны.                                                                                            |
| 76) | В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.                                                                               |
| 77) | Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.                                                                  |
| 78) | Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.                                                                                   |
| 79) | Основания равнобедренной трапеции равны.                                                                                           |
| 80) | Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.                                                                |
| 81) | Все углы ромба равны.                                                                                                              |
| 82) | Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.                                                                                |
| 83) | Диагонали ромба равны.                                                                                                             |

|      |                                                                                                                |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 84)  | Диагонали ромба перпендикулярны.                                                                               |
| 85)  | Если в ромбе один из углов равен $90^\circ$ , то такой ромб — квадрат.                                         |
| 86)  | Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.                     |
| 87)  | Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.                             |
| 88)  | Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.                            |
| 89)  | Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.                                  |
| 90)  | Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.                     |
| 91)  | Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.                                            |
| 92)  | В параллелограмме есть два равных угла.                                                                        |
| 93)  | Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.                                             |
| 94)  | Существует ромб, который не является квадратом.                                                                |
| 95)  | Ромб не является параллелограммом.                                                                             |
| 96)  | Если в ромбе один из углов равен 90 градусам, то этот ромб является квадратом.                                 |
| 97)  | Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.                             |
| 98)  | Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.                     |
| 99)  | Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.                    |
| 100) | Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.                             |
| 101) | Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом                                |
| 102) | Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.                                                |
| 103) | Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом. |
| 104) | Все углы прямоугольника равны.                                                                                 |
| 105) | Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.                                          |
| 106) | Любой квадрат является прямоугольником.                                                                        |
| 107) | Все квадраты имеют равные площади.                                                                             |
| 108) | В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны                                                       |
| 109) | Диагонали прямоугольника равны.                                                                                |
| 110) | Диагонали любого прямоугольника делят его на 4 равных треугольника.                                            |

|      |                                                                                                                     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 112  | Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.                                                                 |
| 113  | Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его смежных сторон.                                     |
| 114  | Существует параллелограмм, который не является прямоугольником.                                                     |
| 115  | Не существует прямоугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.                                           |
| 116  | Существует квадрат, который не является прямоугольником.                                                            |
| 117  | Квадрат является прямоугольником.                                                                                   |
| 118  | Любой квадрат является ромбом.                                                                                      |
| 119  | Существует квадрат, который не является ромбом.                                                                     |
| 120  | Существует прямоугольник, который не является параллелограммом.                                                     |
| 121  | Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.                                                                         |
| 122  | Диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам.                                                              |
| 123  | Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.                                                                 |
| 124  | Любой квадрат является прямоугольником.                                                                             |
| 125  | Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.                                               |
| 126  | Вертикальные углы равны.                                                                                            |
| 127  | Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.                                                         |
| 128  | Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.                                                |
| 129  | Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.                                                           |
| 130  | Сумма смежных углов равна $180^\circ$                                                                               |
| 131  | Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.                                                      |
| 132  | Смежные углы всегда равны.                                                                                          |
| 133  | Треугольник с углами $40^\circ$ , $70^\circ$ , $70^\circ$ — равнобедренный.                                         |
| 134  | Если из точки $M$ проведены две касательные к окружности и $A$ и $B$ — точки касания, то отрезки $MA$ и $MB$ равны. |
| 135) | Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.                                                         |
| 136) | Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.                                                                 |
| 137) | Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.                                                          |
| 138  | Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна $90^\circ$                                                     |
| 139  | Сумма углов тупоугольного треугольника равна $180^\circ$                                                            |
| 140  | Сумма углов любого треугольника равна $180^\circ$                                                                   |
| 141) | Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.                                                        |
| 142  | Сумма углов остроугольного треугольника равна $180^\circ$                                                           |
| 143) | В остроугольном треугольнике все углы острые.                                                                       |

|      |                                                                                                                                   |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 144) | В тупоугольном треугольнике все углы тупые.                                                                                       |
| 145  | В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.                                                                               |
| 146) | Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.                                                     |
| 147) | В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.                                                                      |
| 148) | Любые два равносторонних треугольника подобны.                                                                                    |
| 149  | У равностороннего треугольника три оси симметрии.                                                                                 |
| 150  | Все высоты равностороннего треугольника равны.                                                                                    |
| 151  | Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.                                                                        |
| 152  | Всякий равносторонний треугольник является остроугольным.                                                                         |
| 153  | Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным.                                                                         |
| 154  | Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.               |
| 155  | Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины угла, противоположного основанию, делит этот угол пополам.           |
| 156  | У равнобедренного треугольника есть ось симметрии.                                                                                |
| 157  | Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к его основанию, является его высотой.                                          |
| 158  | Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.                                                             |
| 159  | Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой.                                                              |
| 160  | Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.                                                          |
| 161  | Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.                                                           |
| 162  | Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.           |
| 163  | Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части. |
| 164  | Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.                                                             |
| 165  | Площадь круга меньше квадрата длины его диаметра.                                                                                 |
| 166  | Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.                                                      |
| 167  | Если две стороны треугольника равны, то равны и противоположные им углы.                                                          |
| 168  | Если два угла треугольника равны, то равны и противоположные им стороны.                                                          |
| 169  | Против большей стороны треугольника лежит меньший угол.                                                                           |
| 170) | Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.                                                                                  |
| 171  | Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.                                                                                      |
| 172  | Против равных сторон треугольника лежат равные углы.                                                                              |
| 173  | Против большей стороны треугольника лежит больший угол.                                                                           |

|      |                                                                                                                                      |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 174  | Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.                                                                            |
| 175  | У равностороннего треугольника есть центр симметрии.                                                                                 |
| 176  | На плоскости существует единственная точка, равноудалённая от концов отрезка.                                                        |
| 177) | Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.                                                          |
| 178  | Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.                                                             |
| 179  | Площадь треугольника не превышает произведения двух его сторон.                                                                      |
| 180  | Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный                                                         |
| 181  | Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку.                                         |
| 182  | Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.                                                      |
| 183) | Тангенс любого острого угла меньше единицы.                                                                                          |
| 184) | Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.                       |
| 185  | Все прямоугольные треугольники подобны.                                                                                              |
| 186  | Если один из углов треугольника прямой, то треугольник прямоугольный.                                                                |
| 187) | Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.                                                              |
| 188) | Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.                                                             |
| 189) | Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.                                                      |
| 190) | Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.                                                                |
| 191) | Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника. |
| 192) | Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.                                         |

## Часть 2

### Окружность

1. Окружности радиусов 28 и 36 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

2. Окружности радиусов 42 и 84 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

3. Окружности радиусов 18 и 90 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности. Найдите длину хорды  $CD$ , если  $AB=24$ , а расстояния от центра окружности до хорд  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 16 и 12.

5. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $IJ$  перпендикулярны.

### Окружность и треугольник

6. Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 15 и 24, касаются сторон угла с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

7. Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 39 и 42, касаются сторон угла с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

8. В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 5:3, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=16$ .

9. В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 5:4, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=6$ .

10. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB=20$ ,  $AC=40$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

11. Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .

12. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB=30$ ,  $AC=100$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

13. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB=8$ ,  $AC=64$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

14. Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 18 и 40 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{5}{3}$ .

15. На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=15$ ,  $MD=12$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

16. На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=50$ ,  $MD=45$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

17. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  взята точка  $D$  так, что окружность, проходящая через точки  $A$ ,  $C$  и  $D$ , касается прямой  $BC$ . Найдите  $AD$ , если  $AC=20$ ,  $BC=10$  и  $CD=8$ .

18. Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=10$  и  $MB=18$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

19. Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=17$  и  $MB=19$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

20. Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=3$  и  $MB=12$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

21. Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $BH$ , если  $PK=11$ .

22. Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен 6,4, а  $AB=6$ .

23. Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK=14$ , а сторона  $AC$  в 2 раза больше стороны  $BC$ .

24. Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK=16$ , а сторона  $AC$  в 1,6 раза больше стороны  $BC$ .

25. Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AP=9$ , а сторона  $BC$  в 3 раза меньше стороны  $AB$ .

26. Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $63^\circ$  и  $87^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 11.

27. Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $64^\circ$  и  $86^\circ$ .

Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 13.

### Окружность и четырехугольник

28. В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=24$ ,  $BC=12$ .

29. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=9$ , а углы  $B$  и  $C$  четырехугольника равны соответственно  $98^\circ$  и  $142^\circ$ .

30. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=8$ , а углы  $B$  и  $C$  четырехугольника равны соответственно  $92^\circ$  и  $148^\circ$ .

31. Четырехугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=19$  и  $CD=28$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

32. Четырехугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=19$  и  $CD=22$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

33. Четырехугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=39$  и  $CD=12$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

34. В выпуклом четырехугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырехугольника  $NPQM$  можно описать окружность,  $PQ=96$ ,  $SQ=9$ .

35. В выпуклом четырехугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырехугольника  $NPQM$  можно описать окружность,  $PQ=44$ ,  $SQ=22$ .

36. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  углы  $DAC$  и  $DBC$  равны. Докажите, что углы  $CDB$  и  $CAB$  также равны.

37. Известно, что около четырехугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AD$  и  $BC$  четырехугольника пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что треугольники  $KAB$  и  $KCD$  подобны.

38. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырехугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=9$ , а углы  $B$  и  $C$  четырехугольника равны соответственно  $116^\circ$  и  $94^\circ$ .

39. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырехугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=19$ , а углы  $B$  и  $C$  четырехугольника равны соответственно  $95^\circ$  и  $115^\circ$ .

40. В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=12$ ,  $BC=9$ .

### Трапеция

41. Основания трапеции относятся как 2:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

42. Углы при одном из оснований трапеции равны  $44^\circ$  и  $46^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 2. Найдите основания трапеции.

43. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 7, а средняя линия равна 10.

44. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 17 и 9, а средняя линия равна 5.

45. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 20 и 25, а основание  $BC$  равно 5. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

46. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=33$ ,  $BC=18$ ,  $CF:DF=2:1$ .

47. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=44$ ,  $BC=24$ ,  $CF:DF=3:1$ .

48. Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD=24$ .

49. Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $30^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD=29$ .

50. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $ADC$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 4. Найдите площадь трапеции.

51. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $ADC$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 1. Найдите площадь трапеции.

52. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB=13$ .

53. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 48 и 24, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB=13$ .

54. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB=13$ .
55. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.
56. Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что точка  $P$  равноудалена от прямых  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ .
57. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .
58. Углы при одном из оснований трапеции равны  $18^\circ$  и  $72^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 4. Найдите основания трапеции.
59. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 12 и 13, а основание  $BC$  равно 4. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
60. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 24 и 40, а основание  $BC$  равно 4. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
61. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.
62. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $F$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BFC$  и  $AFD$  равна половине площади трапеции.
63. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 4 и 64,  $BD=16$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
64. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF=16$ ,  $BF=12$ .
65. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF=32$ ,  $BF=24$ .
66. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 13 и 11, а средняя линия равна 10.
67. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 9, а средняя линия равна 6.
68. Основания трапеции относятся как 1:2. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
69. Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $45^\circ$  и  $120^\circ$ , а  $CD=40$ .

70. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=45$ ,  $BC=20$ ,  $CF:DF=4:1$ .

71. Боковая сторона трапеции равна  $\sqrt{13}$ , а основания равны 3 и 4. Найдите диагональ трапеции.

72. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ , причем  $AO=3OC$ . Площадь треугольника  $AOD=36$ . Найдите площадь трапеции.

73. Большее основание равнобедренной трапеции равно 8, боковая сторона 9, а диагональ 11. Найдите меньшее основание.

74. Высота равнобедренной трапеции равна 12, средняя линия 16. Найдите периметр трапеции, если её диагональ перпендикулярна боковой стороне.

75. Диагональ равнобедренной трапеции равна 5, а площадь равна 12. Найдите высоту трапеции.

76. Высота трапеции равна 5, диагонали трапеции 13 и  $\sqrt{41}$ . Найдите площадь.

## Треугольник

77. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 25:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 17.

78. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 8:5, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 20.

79. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 26:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 7.

80. В прямоугольном треугольнике  $ABE$  с прямым углом  $E$  проведена биссектриса  $BT$ , причем  $AT=15$ ,  $TE=12$ . Найдите площадь треугольника  $ABT$ .

81. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $CE$ . Найдите длину отрезка  $DE$ , если  $AC=6$ ,  $AE=2$ ,  $CD=3$ .

82. В треугольнике  $ABC$ , площадь которого  $S$ , биссектриса  $CE$  и медиана  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите площадь четырехугольника  $ADEF$ , если  $BC=a$ ,  $AC=b$ .

83. В треугольнике  $ABC$  длина стороны  $AB=18$ , длина биссектрисы  $AE=4\sqrt{15}$ , длина отрезка  $EC=5$ . Определите периметр треугольника  $ABC$ .

84. В треугольнике  $KLM$  проведены биссектриса  $KP$  и высота  $KH$ . Известно, что  $MK:KL=1:2$ ,  $PH:MH=3:2$ , а площадь треугольника  $KPH=30$ . Найдите площадь  $KLM$ .

85. Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  делит медиану, проведенную из вершины  $B$  в отношении  $5:4$ , считая от вершины  $B$ . В каком отношении, считая от вершины  $C$ , эта биссектриса делит медиану, проведенную из вершины  $C$ .

86. В треугольнике  $ABC$  проведены медиана  $AM$  и высота  $АН$ . Известно, что  $MH:BN=3:2$ , а площадь треугольника  $AMH=24$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

87. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную  $84$ . Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

88. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную  $4$ . Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

89. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB_1$  и  $ACB$  подобны.

90. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.

91. Точка  $H$  является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH=5$ ,  $AC=45$ .

92. Площадь равнобедренного треугольника  $ABC$  равна  $90$ , а боковая сторона равна  $10\sqrt{3}$ . К основанию  $AB$  и стороне  $BC$  проведены высоты  $CP$  и  $АН$ , пересекающиеся в точке  $K$ . Найдите площадь  $СКН$ .

93. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $BC$  выбрана точка  $D$  так, что  $BD:DC=1:2$ . Медиана  $CE$  пересекает отрезок  $AD$  в точке  $F$ . Какую часть площади треугольника  $ABC$  составляет площадь треугольника  $AEF$ .

94. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=4:1$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади треугольника  $ABC$ .

95. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=7:2$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади четырехугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $ABC$ .

96. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади четырехугольника  $KPCM$ .

97. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади четырехугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $AMK$ .

98. Медиана  $BM$  и биссектриса  $AP$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ , длина стороны  $AC$  втрое больше длины стороны  $AB$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABK$  к площади четырехугольника  $KPCM$ .

99. Медиана  $BM$  и биссектриса  $AP$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ , длина стороны  $AC$  втрое больше длины стороны  $AB$ . Найдите отношение площади четырехугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $ABC$ .

100. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 32. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

101. Медиана  $BM$  и биссектриса  $AP$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ , длина стороны  $AC$  относится к длине стороны  $AB$  как 5:7. Найдите отношение площади четырехугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $ABC$ .

102. Медиана  $BM$  и биссектриса  $AP$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ , длина стороны  $AC$  относится к длине стороны  $AB$  как 7:9. Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади четырехугольника  $KPCM$ .

103. Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH=4$ ,  $AC=16$ .

104. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

105. Катеты прямоугольного треугольника равны 10 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

106. Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 72. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

107. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 15 и 39. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

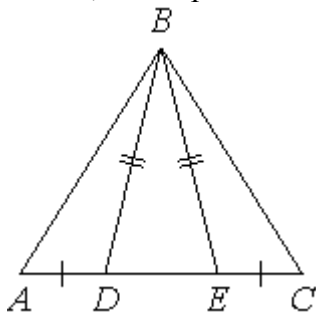
108. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB=12$ ,  $DC=48$ ,  $AC=35$ .

109. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB=11$ ,  $DC=22$ ,  $AC=27$ .

110. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN=14$ ,  $AC=21$ ,  $NC=10$ .

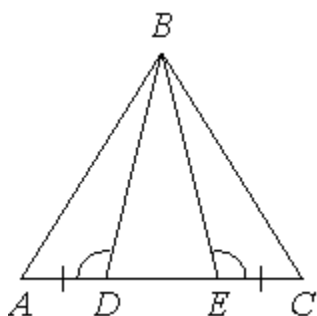
111. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN=17$ ,  $AC=51$ ,  $NC=32$ .

112. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки  $BD$  и  $BE$  тоже равны. Докажите, что треугольник  $ABC$  —



равнобедренный.

113. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  равны (см. рисунок). Оказалось, что углы  $ADB$  и  $BEC$  тоже равны. Докажите, что треугольник  $ABC$  — равнобедренный.



114. Стороны  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  треугольника  $ABC$  равны  $2\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{13}$  и 2 соответственно. Точка  $K$  расположена вне треугольника  $ABC$ , причём отрезок  $KC$  пересекает сторону  $AB$  в точке, отличной от  $B$ . Известно, что треугольник с вершинами  $K$ ,  $A$  и  $C$  подобен исходному. Найдите косинус угла  $AKC$ , если  $\angle KAC > 90^\circ$ .

115. Стороны  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  треугольника  $ABC$  равны 25,  $\sqrt{10}$  и 2 соответственно. Точка  $K$  расположена вне треугольника  $ABC$ , причём отрезок  $KC$  пересекает сторону  $AB$  в точке, отличной от  $B$ . Известно, что треугольник с вершинами  $K$ ,  $A$  и  $C$  подобен исходному. Найдите косинус угла  $AKC$ , если  $\angle KAC > 90^\circ$ .

## Параллелограмм

116. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 13.

117. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 26.

118. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 17, а одна из диагоналей ромба равна 68. Найдите углы ромба.

119. Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH=16$  и  $CH=4$ . Найдите высоту ромба.

120. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=9$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 3.

121. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=16$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 2.

122. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=2$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 1.

123. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=6$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 6.

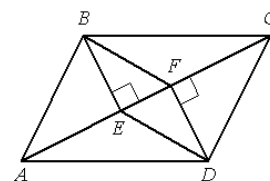
124. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=4$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 8.

125. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK=12$ ,  $CK=16$ .

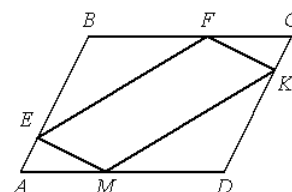
126. В параллелограмме  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площадь параллелограмма  $ABCD$  в четыре раза больше площади треугольника  $AOB$ .

127. В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $CD$ . Известно, что  $EA=EB$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

128. В параллелограмме  $ABCD$  проведены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$  к диагонали  $AC$  (см. рисунок). Докажите, что отрезки  $BF$  и  $DE$  равны.



129. В параллелограмме  $ABCD$  проведены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$  к диагонали  $AC$  (см. рисунок). Докажите, что треугольники  $BEF$  и  $DFE$  равны.



130. В параллелограмме  $ABCD$  точки  $E$ ,  $F$ ,  $K$  и  $M$  лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём  $AE = CK$ ,  $CF = AM$ . Докажите, что  $EFKM$  — параллелограмм.

131. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $BC$  и  $AD$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Докажите, что отрезки  $BK$  и  $DM$  равны.

132. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 9 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

133. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 25, 14 и 7. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

134. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 6 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

135. Сторона  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $CD$ . Точка  $M$  — середина стороны  $AD$ . Докажите, что  $CM$  — биссектриса угла  $BCD$ .

136. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $F$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BFC$  и  $AFD$  равна половине площади параллелограмма.

137. Точка  $K$  — середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $KAB$  равна половине площади трапеции.

138. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 13, а одна из диагоналей ромба равна 52. Найдите углы ромба.

139. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB=11$ ,  $DC=55$ ,  $AC=30$ .

140. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 25, 10 и 7. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

141. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 10 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

### 2.3. Трапеция, четырехугольник

1. Сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна  $180^\circ$ .
2. Биссектриса угла трапеции, пересекающая второе основание, отсекает от трапеции равнобедренный треугольник.
3. Средняя линия трапеции делит любой отрезок с концами, лежащими на прямых, содержащих основания, пополам.
4. Диагонали трапеции разбивают ее на четыре треугольника, причем треугольники, прилежащие к основаниям, подобны друг другу, а треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики, т.е. имеют равные площади (Рис.25).

$$\triangle AOD \sim \triangle BOC \text{ и } S_{AOB} = S_{DOC}$$

5. В любой трапеции следующие четыре точки лежат на одной прямой: середины оснований, точка пересечения диагоналей, точка пересечения продолжений боковых сторон.
6. Отрезок, параллельный основаниям трапеции, проходящий через точку пересечения диагоналей и соединяющий две точки на боковых сторонах, делится точкой пересечения диагоналей пополам (Рис. 26).
7. Его длина есть среднее гармоническое оснований трапеции:

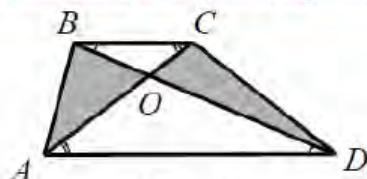


Рис. 25

$$MN = \frac{2ab}{a+b}.$$

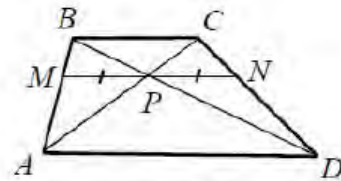


Рис. 26

8. Если в трапецию вписана окружность, то отрезки, соединяющие центр окружности с концами боковой стороны трапеции, перпендикулярны.
9. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на большее основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований (средней линии).

#### Опорные задачи

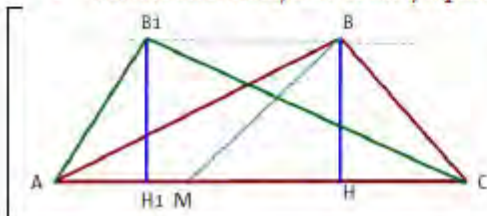
- Доказать, что угол между биссектрисами смежных углов прямой.
- Доказать, что угол между биссектрисами углов, прилежащих одной стороне параллелограмма прямой.
- Доказать, что угол между биссектрисами углов, прилежащих боковой стороне трапеции прямой.
- Доказать, что каждая точка биссектрисы неразвернутого угла, равноудалена от его сторон (свойство биссектрисы).

### 3.1. Отношение отрезков и площадей в треугольнике

- Прямая, параллельная стороне треугольника, отсекает от него треугольник, подобный данному.
- Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.
- Три медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.
- Параллельные прямые отсекают на сторонах угла (на двух прямых) пропорциональные отрезки (обобщенная теорема Фалеса).
- Отношение площадей треугольников, имеющих общий угол, равно отношению произведению сторон этого угла.
- Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания.
- Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
- Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

Опорные задачи:

- Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.
- Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла на гипотенузу, есть среднее пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой.
- Площади треугольников имеющих равные основания и равные высоты равны;
- Отношение площадей имеющих равные высоты равно отношению их оснований.



Доказательство.

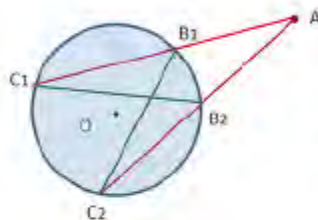
$$\frac{S_{\triangle AB_1M}}{S_{\text{трапеции } B_1MBC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot B_1H_1}{\frac{1}{2} \cdot MC \cdot BH} = \frac{AC}{MC}$$

Аналогично  $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle B_1MBC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AM \cdot BH}{\frac{1}{2} \cdot MC \cdot BH} = \frac{AM}{MC}$

#### 4.1. Окружность.

- Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается;
- Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, равен половине дуги, заключенной между ними.
- Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.
- Отрезки касательных прямых к окружности равны.
- Пусть через точку  $A$  проведена касательная  $AB$  к окружности ( $B$  – точка касания) и секущая, пересекающая окружность в двух точках  $P$  и  $Q$ . Тогда  $AB^2 = AP \cdot AQ$ .
- Пусть через точку  $A$  проведены секущие к окружности, пересекающие её в точках первая  $B_1$  и  $C_1$ , а другая –  $B_2$  и  $C_2$ . Тогда  $AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$ .

##### ОПОРНАЯ ЗАДАЧА № 1



Доказательство:

$\triangle AC_1B_2 \sim \triangle AC_2B_1$  по двум углам:  $\angle AC_1B_2 = \angle AC_2B_1$  как углы, опирающиеся на дугу  $B_1B_2$ .  $\angle C_1B_1C_2 = \angle C_1B_2C_2$  как углы, опирающиеся на дугу  $C_1C_2$ , а следовательно равны углы, дополняющие их до  $180^\circ$ , т.е.  $\angle AB_2C_1 = \angle AB_1C_2$ .

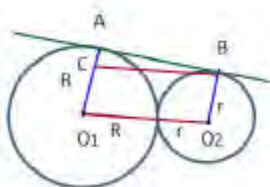
$$\text{Тогда } \frac{AC_1}{AC_2} = \frac{AB_2}{AB_1} \text{ или}$$

$$AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2.$$

##### Взаимное расположение окружностей:

- При любом способе касания точка касания и центры окружностей лежат на одной прямой.
- При внешнем касании центры окружностей расположены на линии центров по разные стороны от точки касания, при внутреннем – по одну сторону.
- Расстояние между центрами касающихся окружностей радиусов  $R$  и  $r$  ( $R \geq r$ ) равно  $R + r$  при внешнем касании и  $R - r$  при внутреннем.

##### ОПОРНАЯ ЗАДАЧА № 2



Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов  $r$  и  $R$  равен  $2\sqrt{R \cdot r}$ .

Доказательство:

Отрезок  $CB = O_1O_2 = R + r$ , Отрезок  $AC = R - r$ , тогда

$$AB = \sqrt{CB^2 - AC^2} = \sqrt{(R + r)^2 - (R - r)^2} = \sqrt{4R \cdot r} = 2\sqrt{R \cdot r}.$$

$$AB = 2\sqrt{R \cdot r}.$$

##### Окружность, касательные, секущие и хорды:

- Радиус (диаметр), перпендикулярный хорде, делит хорду пополам.
- Пересекающиеся окружности в точках  $A$  и  $B$  имеют общую хорду  $AB$ .
- Общая хорда двух пересекающихся окружностей, перпендикулярна линии центров и делится ею пополам.