

Библиотечка
Статград



МАТЕМАТИКА. Подготовка к ОГЭ в 2017 году. Диагностические работы.

МАТЕМАТИКА

**ОГЭ
2017**

Подготовка к ОГЭ

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

ОГЭ 2017

ФГОС

ХИМИЯ

ФИЗИКА

ИСТОРИЯ

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ЛИТЕРАТУРА

МАТЕМАТИКА

РУССКИЙ ЯЗЫК

ИНФОРМАТИКА

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

Вариант 1

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{27}{3 \cdot 4,5}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

3

Найдите значение выражения $(\sqrt{86} + 4)^2$.

1) 70

2) $102 + 8\sqrt{86}$

3) $102 + 4\sqrt{86}$

4) $70 + 8\sqrt{86}$

Ответ:

4

Решите уравнение $\frac{4}{3}x^2 - 48 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

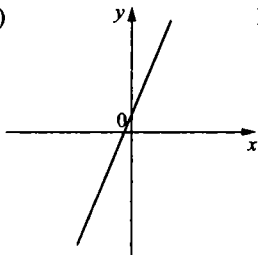
Ответ: _____.

5

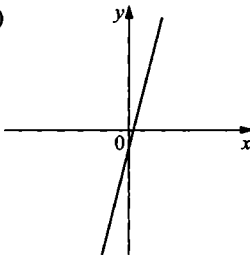
На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ

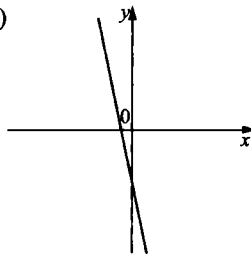
А)



Б)



В)



Вариант 1

КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $k > 0, b < 0$

2) $k < 0, b < 0$

3) $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

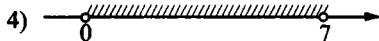
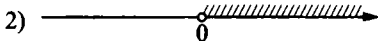
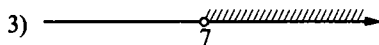
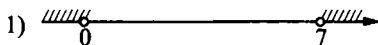
- 6 Дан числовой набор $-9; -11; -13; -15; -17$. Найдите его среднее арифметическое.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7a}{3c} - \frac{49a^2 + 9c^2}{21ac} + \frac{3c - 49a}{7a}$ при $a = 78, c = 20$.

Ответ: _____.

- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $7x - x^2 < 0$?

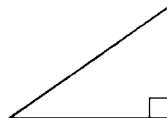


Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

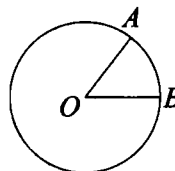
- 9 Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 16 и 20.

Ответ: _____.

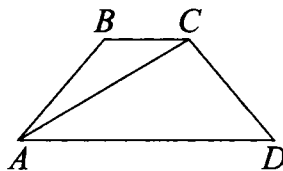


- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найдите длину большей дуги AB .

Ответ: _____.

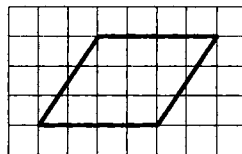


- 11 Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 33° и 14° соответственно. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Диагонали ромба равны.
- 3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

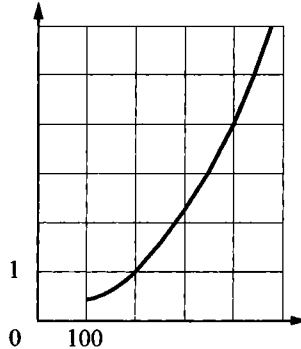
Планета	Уран	Сатурн	Юпитер	Нептун
Расстояние (в км)	$2,871 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$	$4,497 \cdot 10^9$

- 1) Уран
- 2) Сатурн
- 3) Юпитер
- 4) Нептун

Ответ:

15

Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.



Ответ: _____.

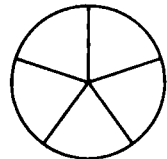
16

В начале учебного года в школе было 1250 учащихся, а к концу учебного года их стало 950. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

Ответ: _____.

17

На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 8° ?

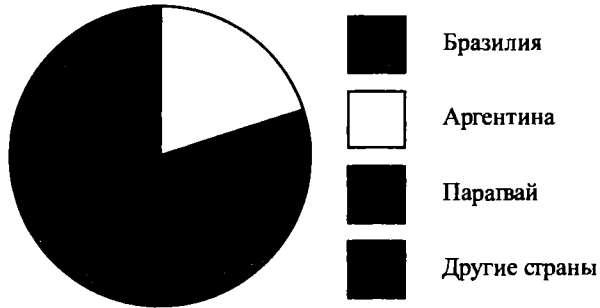


Ответ: _____.

Вариант 1

18

На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины.
- 2) Больше трети пользователей сети — из Аргентины.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины.
- 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

19

У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

20

Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

22

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

23

Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

25

Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .

26

Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Вариант 2

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$.

Ответ: _____.

2 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{13}{15}$ и $\frac{18}{19}$?

- 1) 0,9 2) 1 3) 1,1 4) 1,2

Ответ:

3 Найдите значение выражения $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-11}}$.

- 1) $-\frac{1}{5}$ 2) -5 3) $\frac{1}{5}$ 4) 5

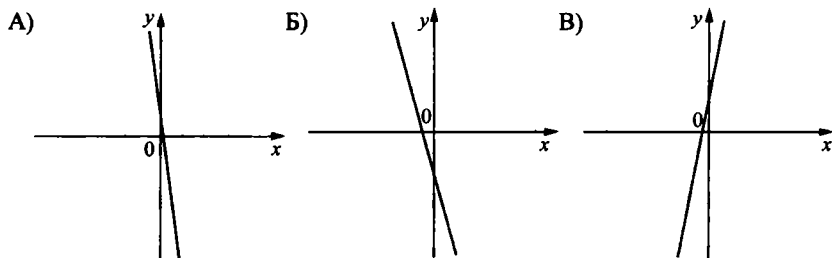
Ответ:

4 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b > 0$ 2) $k > 0, b > 0$ 3) $k < 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В

6

Дан числовой набор. Его первое число равно 6,2, а каждое следующее число на 0,6 больше предыдущего. Найдите пятое число этого набора.

Ответ: _____.

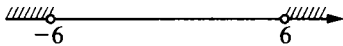
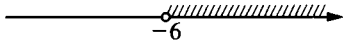
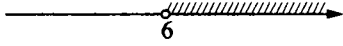
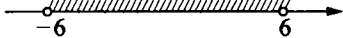
7

Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$ при $a = 7,7$.

Ответ: _____.

8

На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 > 36$?

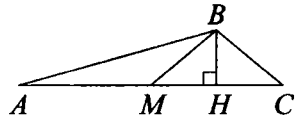
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9

В треугольнике ABC известно, что BM — медиана и BH — высота. Известно, что $AC = 64$, $HC = 16$ и $\angle ACB = 37^\circ$. Найдите угол AMB . Ответ дайте в градусах.

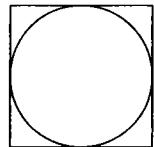


Ответ: _____.

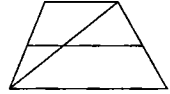
10

Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

Ответ: _____.

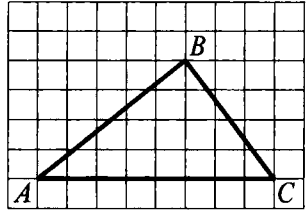


- 11 Основания трапеции равны 3 и 13. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AC .



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Смежные углы равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

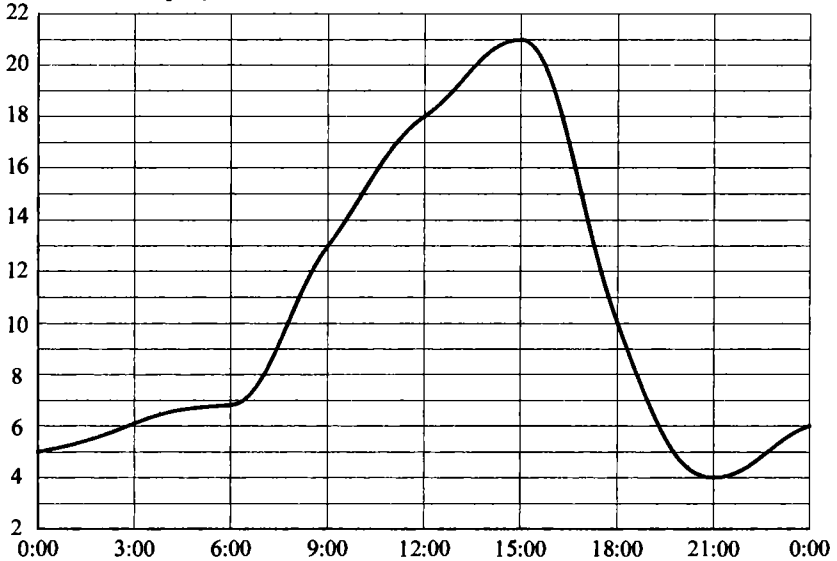
Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$

- 1) Марс 2) Меркурий 3) Нептун 4) Сатурн

Ответ:

15

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры за эти сутки. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

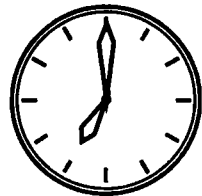
16

Поступивший в продажу в апреле мобильный телефон стоил 5000 рублей. В июне он стал стоить 3150 рублей. На сколько процентов снизилась цена мобильного телефона в период с апреля по июнь?

Ответ: _____.

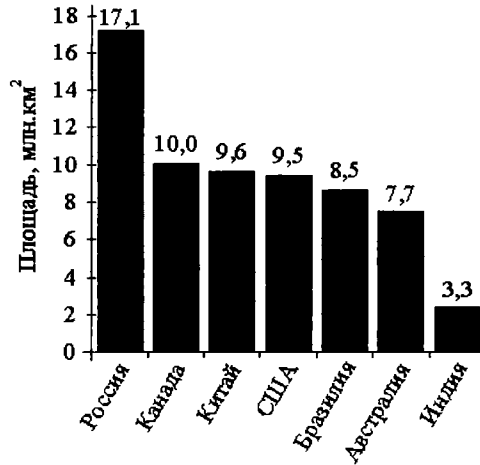
17

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какое из следующих утверждений **неверно**?

- 1) Россия — крупнейшая по площади территории страна мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 3) Площадь территории Китая больше площади территории Австралии.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории США на 1,5 млн км².

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

- 19 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 12$, $\sin \alpha = \frac{5}{12}$, а $S = 22,5$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите неравенство $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$.

22 Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$.

25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Вариант 3

Часть 1

Модуль «Алгебра»

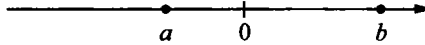
1

Найдите значение выражения $0,4 \cdot (-10)^3 - 7 \cdot (-10)^2 + 64$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $a + b > 0$ 2) $a - b < 0$ 3) $ab^2 < 0$ 4) $ab > 0$

Ответ: ☐

3

Найдите значение выражения $(\sqrt{42} - 2)^2$.

- 1) $46 - 4\sqrt{42}$ 2) $38 - 4\sqrt{42}$ 3) $46 - 2\sqrt{42}$ 4) 38

Ответ: ☐

4

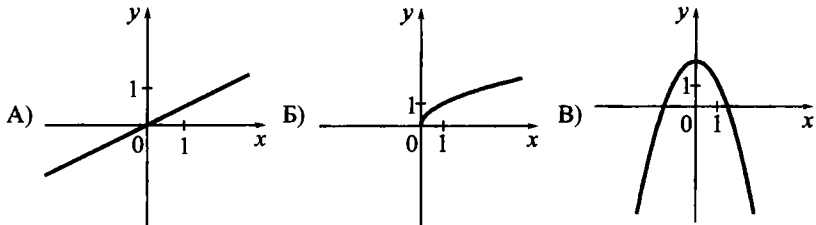
Найдите корень уравнения $10(x - 9) = 7$.

Ответ: _____.

5

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$

2) $y = 2 - x^2$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Последовательность (c_n) задана условиями $c_1 = -4$, $c_{n+1} = c_n - 2$.

Найдите c_{10} .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{1}{6x} - \frac{6x+y}{6xy}$ при $x = \sqrt{32}$, $y = \frac{1}{8}$.

Ответ: _____.

- 8 При каких значениях a выражение $6a + 7$ принимает только отрицательные значения?

1) $a > -\frac{6}{7}$

2) $a > -\frac{7}{6}$

3) $a < -\frac{7}{6}$

4) $a < -\frac{6}{7}$

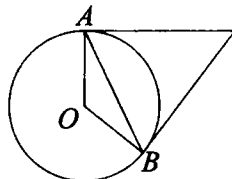
Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

- 9 Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.

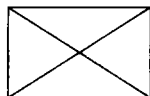
Ответ: _____.

- 10 Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 88° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



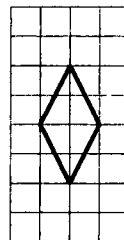
Ответ: _____.

- 11 Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В параллелограмме есть равные углы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 72,5 г.

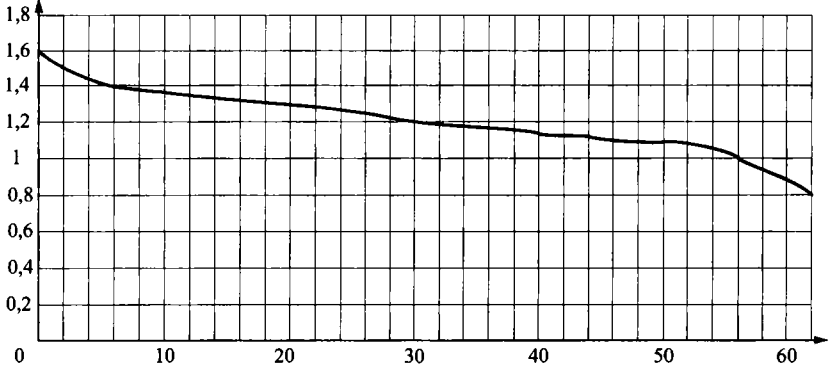
Категория	Масса одного яйца, не менее, г
высшая	75,0
отборная	65,0
первая	55,0
вторая	45,0
третья	35,0

- 1) отборная 2) первая 3) вторая 4) высшая

Ответ:

15

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с конца 6-го по конец 56-го часа работы фонарика.



Ответ: _____.

16

Плата за телефон составляет 250 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 4 %. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

Ответ: _____.

17

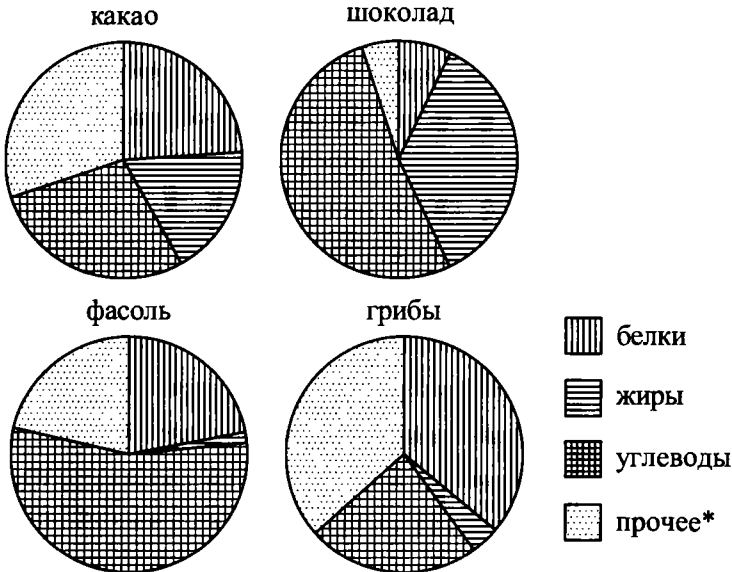
Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,95 м, высота большой опоры 3,65 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

18

На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каких продуктах содержание углеводов превышает 50 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

19

В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек, из них 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные — их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана красная или чёрная ручка.

Ответ: _____.

20

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 28 Вт, а сила тока равна 2 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Найдите значение выражения $41a - b + 45$, если $\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7$.

22 Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

23 Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 7|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $CD = 30$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Вариант 4

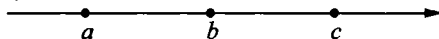
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $\frac{11}{4} - \frac{2}{5}$.

Ответ: _____.

- 2 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $c - a$, $b - c$ положительна?

- 1) $a - b$ 2) $c - a$ 3) $b - c$ 4) ни одна из них

Ответ:

- 3 Значение какого из данных ниже выражений является числом рациональным?

- 1) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}$ 2) $(\sqrt{25} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{6})$ 3) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{48}}$ 4) $\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$

Ответ:

- 4 Найдите корень уравнения $-2x - 7 = -4x$.

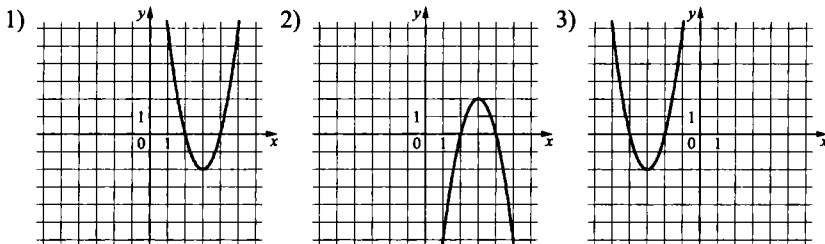
Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

- А) $y = -2x^2 + 12x - 16$ Б) $y = 2x^2 - 12x + 16$ В) $y = 2x^2 + 12x + 16$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

6

Последовательность задана формулой $a_n = \frac{51}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 5?

Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $(x+9) : \frac{x^2+18x+81}{x-9}$ при $x=81$.

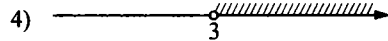
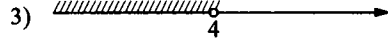
Ответ: _____.

8

Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} -9+3x > 0, \\ 2-3x > -10. \end{cases}$$

1) система не имеет решений



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9

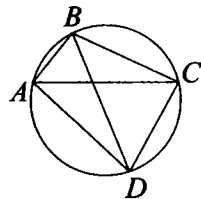
В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны соответственно 7 и 25. Найдите другой катет этого треугольника.

Ответ: _____.

10

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

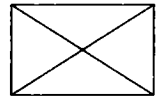
Ответ: _____.



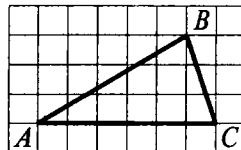
11

Диагональ прямоугольника образует угол 47° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любом треугольнике величина хотя бы одного из углов не превышает 60° .
- 2) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- 3) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

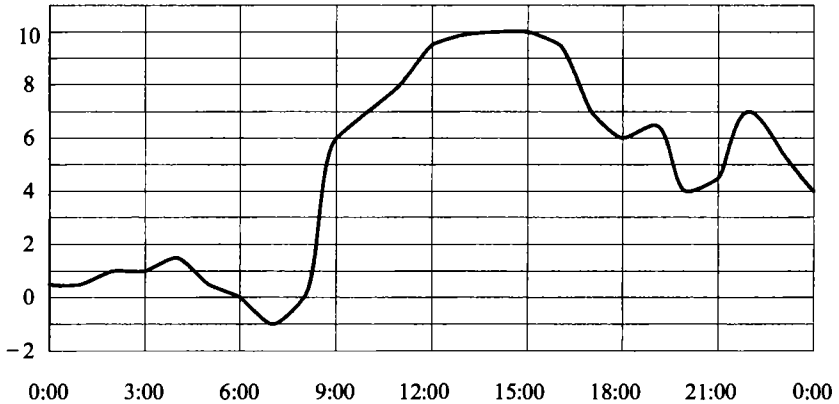
Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 172 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 90 км/ч ?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

- 15** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры во второй половине суток. Ответ дайте в градусах Цельсия.

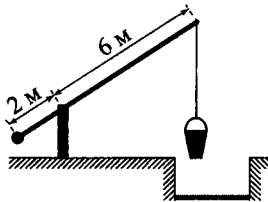


Ответ: _____.

- 16** В начале года число абонентов телефонной компании «Запад» составляло 700 тыс. человек, а в конце года их стало 840 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

Ответ: _____.

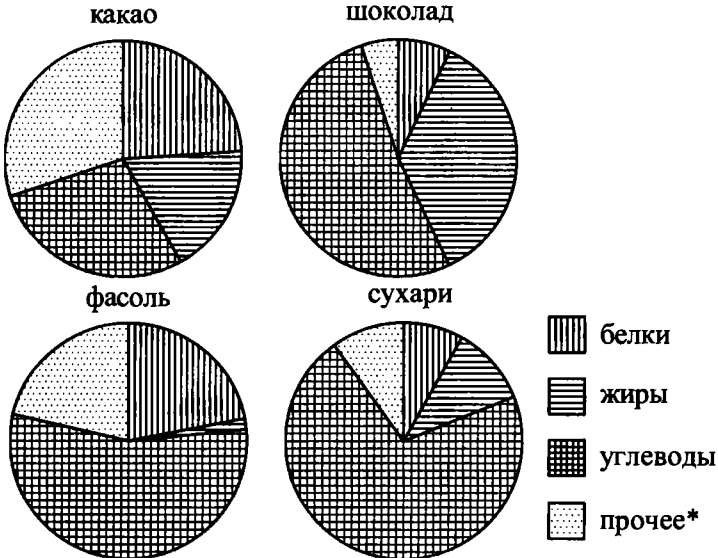
- 17** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ: _____.

18

На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) сухари

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

19

У бабушки 25 чашек: 2 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

20

Перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта позволяет формула $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 167° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y. \end{cases}$

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

23

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 18$.

25

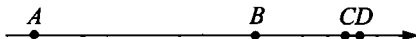
Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек и не лежат одна внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.

26

Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Вариант 5**Часть 1****Модуль «Алгебра»****1**Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9-7,5}$.

Ответ: _____.

2На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,205$; $-0,052$; $0,02$; $0,008$.Какой точке соответствует число $0,02$?

- 1)
- A
- 2)
- B
- 3)
- C
- 4)
- D

Ответ: **3**Найдите значение выражения $\sqrt{30 \cdot 20} \cdot \sqrt{60}$.

- 1)
- $60\sqrt{10}$
- 2)
- $300\sqrt{2}$
- 3)
- $60\sqrt{30}$
- 4)
- $120\sqrt{5}$

Ответ: **4**Решите уравнение $5x^2 + 9x + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

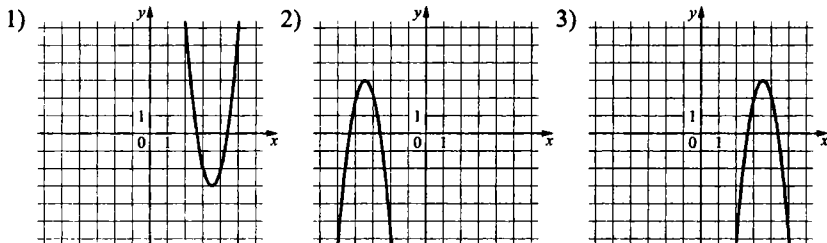
5

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

- А)
- $y = -4x^2 - 28x - 46$
- Б)
- $y = 4x^2 - 28x + 46$
- В)
- $y = -4x^2 + 28x - 46$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

6

Последовательность задана формулой $a_n = \frac{74}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 9?

Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $\frac{5ab}{a+5b} \cdot \left(\frac{a}{5b} - \frac{5b}{a} \right)$ при $a = 5\sqrt{7} + 9$, $b = \sqrt{7} - 9$.

Ответ: _____.

8

Укажите решение неравенства

$$5x + 4 < x + 6.$$

- 1) $(-\infty; 0,5)$ 2) $(2,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2,5)$ 4) $(0,5; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9

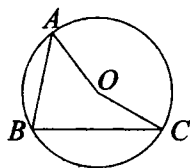
Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AC равна 46. Найдите MN .

Ответ: _____.

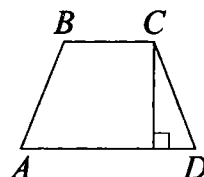
10

Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 67^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

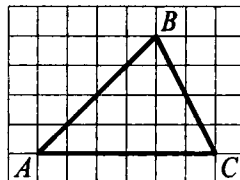


- 11) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 3 и 11. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

- 12) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 13) Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
- 3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14) Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 36,4 г.

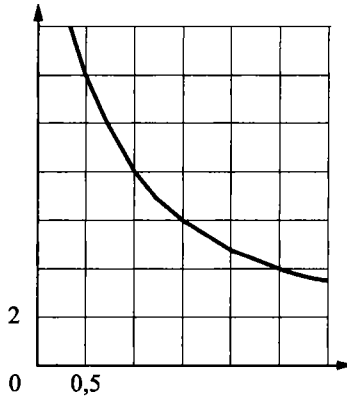
Категория	Масса одного яйца, не менее, г
высшая	75,0
отборная	65,0
первая	55,0
вторая	45,0
третья	35,0

- 1) высшая 2) первая 3) вторая 4) третья

Ответ:

15

Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока (в амперах). Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 4 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?



Ответ: _____.

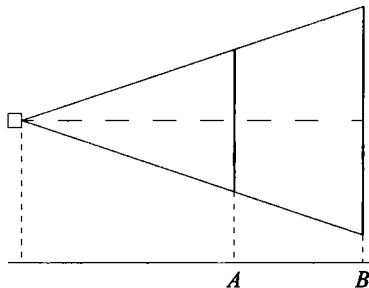
16

Принтер печатает одну страницу за 5 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 7 минут?

Ответ: _____.

17

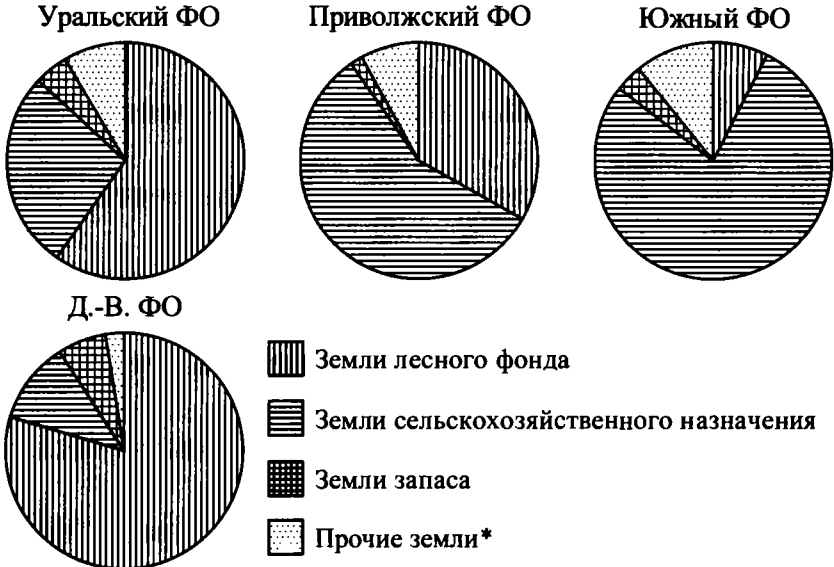
Проектор полностью освещает экран A высотой 110 см, расположенный на расстоянии 180 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 220 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: _____.

18

На диаграмме показано распределение по категориям земель Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель сельскохозяйственного назначения наименьшая.



*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| 1) Уральский ФО | 3) Южный ФО |
| 2) Приволжский ФО | 4) Дальневосточный ФО |

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

19

Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 14 с машинами и 6 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 10$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 5$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x+2)$.
- 22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

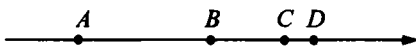
и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 36$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.
- 25 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
- 26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 12 и 45 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Вариант 6**Часть 1****Модуль «Алгебра»****1**Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5} + \frac{8}{15}\right) \cdot 6$.

Ответ: _____.

2На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,39$; $-0,09$; $-0,93$; $0,03$.Какой точке соответствует число $-0,09$?

- 1)
- A
- 2)
- B
- 3)
- C
- 4)
- D

Ответ: **3**Найдите значение выражения $(\sqrt{87} - 7)^2$.

- 1)
- $136 - 14\sqrt{87}$
- 2)
- 38
- 3)
- $38 - 14\sqrt{87}$
- 4)
- $136 - 7\sqrt{87}$

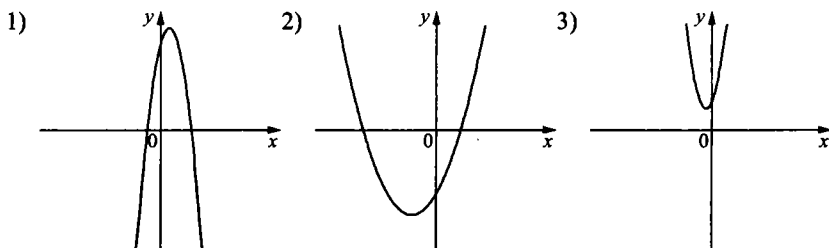
Ответ: **4**Решите уравнение $(x - 8)^2 = (6 - x)^2$.

Ответ: _____.

5На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

- А)
- $a < 0, c > 0$
- Б)
- $a > 0, c > 0$
- В)
- $a > 0, c < 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

...; 64; x ; 4; -1; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(4-y)^2 - y(y+1)$ при $y = -\frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства

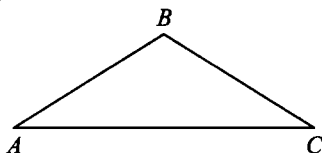
$$2x - 8 \leq 4x + 6.$$

- 1) $[-7; +\infty)$ 2) $(-\infty; -7]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $(-\infty; 1]$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

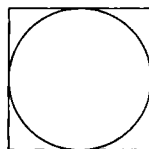
- 9 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 104^\circ$. Найдите $\angle BCA$.
 Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

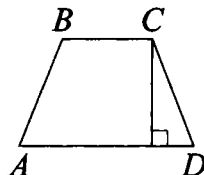
- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 9.

Ответ: _____.



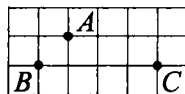
- 11 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 11 и 17. Найдите длину основания BC .

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- 2) Смежные углы всегда равны.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

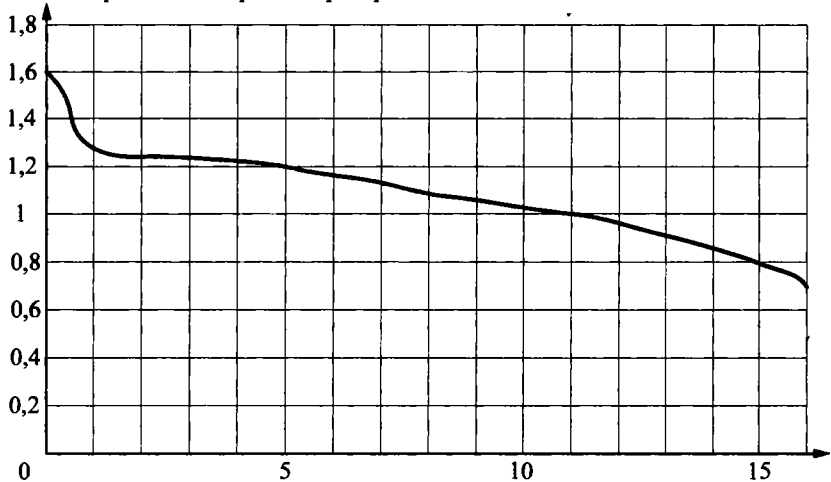
- 14 В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9 класса. Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 9,52 с.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

- 1) отметка «5» 2) отметка «4» 3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

Ответ:

- 15** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.

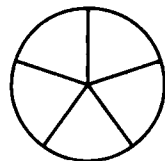


Ответ: _____.

- 16** Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 400 рублей. При покупке двух футболок — скидка на вторую футболку 40 %. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

Ответ: _____.

- 17** На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 60° ?

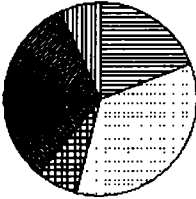


Ответ: _____.

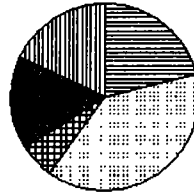
18

Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение грибов в лесу, если белых грибов всего 21 %, мухоморов — 39 %, лисичек — 6 %, сыроежек — 16 % и других грибов — 18 %?

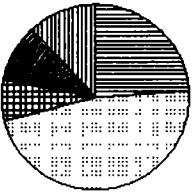
1)



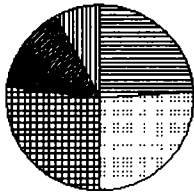
3)



2)



4)



В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

19

В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2 - 5} \geq 0$.
- 22 Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км — со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 23 Постройте график функции $y = |x| + |x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.
- 25 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.
- 26 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 13:12, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 20$.

Вариант 7

Часть 1

Модуль «Алгебра»

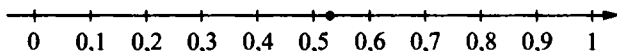
1

Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{6} + 1\frac{1}{10}\right) \cdot 24$.

Ответ: _____.

2

Одно из чисел $\frac{2}{17}$; $\frac{4}{17}$; $\frac{8}{17}$; $\frac{9}{17}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

1) $\frac{2}{17}$

2) $\frac{4}{17}$

3) $\frac{8}{17}$

4) $\frac{9}{17}$

Ответ:

3

Значение какого из данных ниже выражений является числом иррациональным?

1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ 2) $(\sqrt{19} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{19} + \sqrt{6})$ 3) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ 4) $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$

Ответ:

4

Решите уравнение $5x^2 - 9x + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

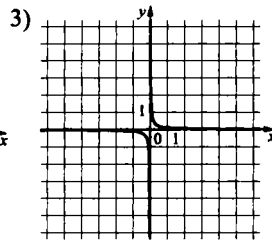
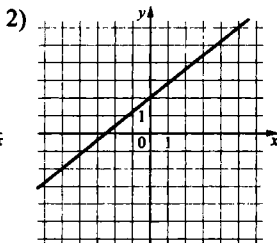
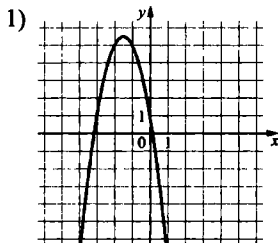
ФУНКЦИИ

A) $y = -2x^2 - 6x + 1$

Б) $y = \frac{1}{10x}$

В) $y = \frac{4}{5}x + 2$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Выписаны несколько первых членов геометрической прогрессии: -84 ; 42 ; -21 ; ... Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{4x} \cdot \frac{2x}{x + y}$ при $x = -7,8$, $y = -4,8$.

Ответ: _____.

8

Укажите решение неравенства

$$-3 - x \geq x - 6.$$

1) $(-\infty; 1,5]$

2) $[1,5; +\infty)$

3) $(-\infty; 4,5]$

4) $[4,5; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

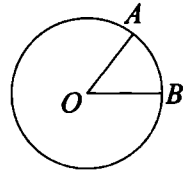
9

Биссектриса равносортонного треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 18^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги AB .



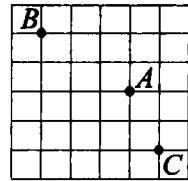
Ответ: _____.

- 11 Периметр ромба равен 136, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14** В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

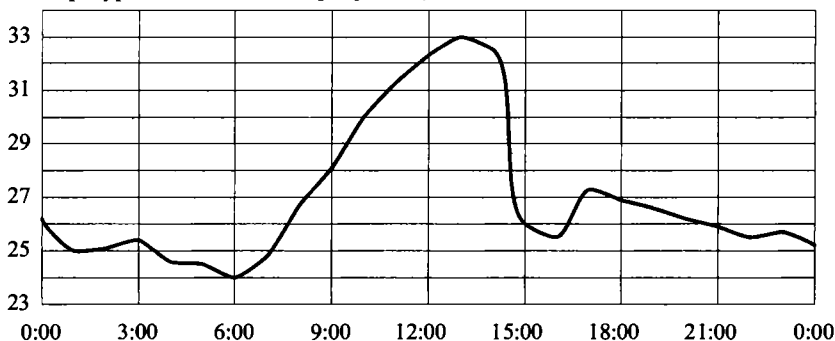
Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 82 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

- 15** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.

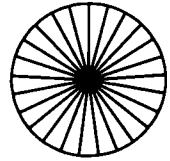


Ответ: _____.

- 16** Стоимость проезда в электричке составляет 209 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50 %. Сколько рублей будет стоить проезд для 6 взрослых и 19 школьников?

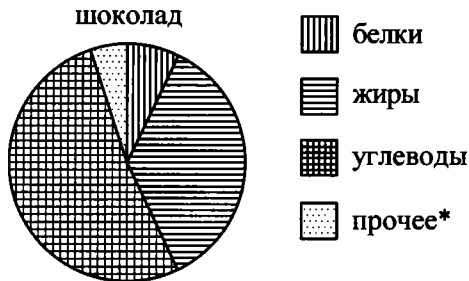
Ответ: _____.

- 17 Колесо имеет 25 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание углеводов.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 5–15 % 2) 15–25 % 3) 45–55 % 4) 60–70 %

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19 У бабушки 10 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 224 Вт, а сила тока равна 4 А.

Ответ: _____.

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6 - x} = \sqrt{6 - x} + 40$.

22 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 7 км/ч меньше скорости второго.

23 Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 50$, $BC = 30$, $CF : DF = 7 : 3$.

25 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что $AE = CF$.

26 Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 2$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

Вариант 8

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{0,8}{1 - \frac{1}{9}}$.

Ответ: _____.

2

Между какими числами заключено число $\sqrt{27}$?

1) 2 и 3

2) 5 и 6

3) 12 и 14

4) 26 и 28

Ответ:

3

Какое из данных ниже выражений при любых значениях n равно произведению $144 \cdot 12^n$?

1) 12^{2n}

2) 12^{n+1}

3) 144^n

4) 12^{n+2}

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $\frac{4}{x+3} = 5$.

Ответ: _____.

5

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

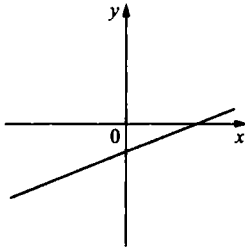
А) $k < 0, b < 0$

Б) $k < 0, b > 0$

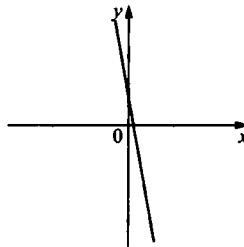
В) $k > 0, b < 0$

ГРАФИКИ

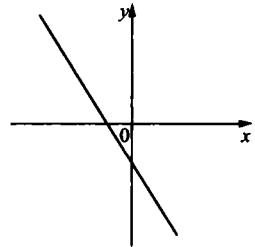
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

6

Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями $b_1 = -5$, $b_{n+1} = -2b_n$. Найдите b_6 .

Ответ: _____.

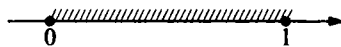
7

Найдите значение выражения $\frac{4b}{a-b} \cdot \frac{a^2-ab}{8b}$ при $a = 19$, $b = 8,2$.

Ответ: _____.

8

Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 1 \leq 0$

2) $x^2 - x \geq 0$

3) $x^2 - 1 \geq 0$

4) $x^2 - x \leq 0$

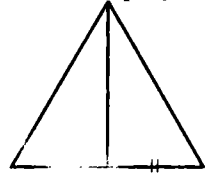
Ответ:

☐

Модуль «Геометрия»

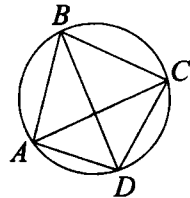
- 9 Медиана равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



- 10 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 38° , угол CAD равен 33° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

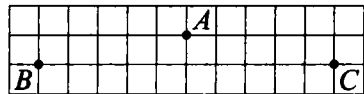


- 11 Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь квадрата.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

14

В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

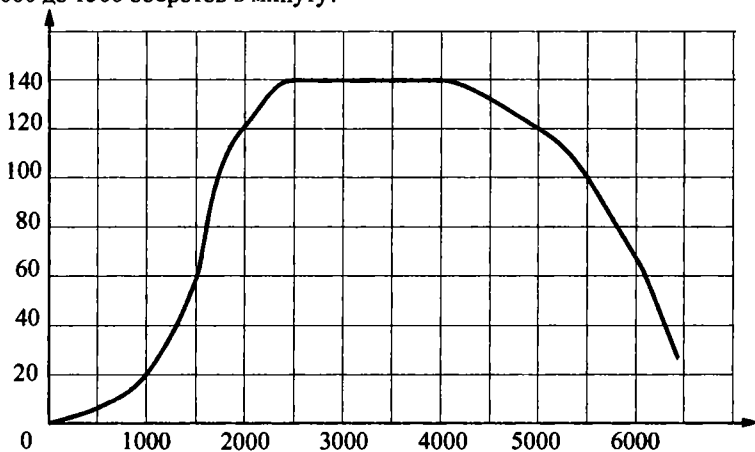
Планета	Марс	Сатурн	Нептун	Юпитер
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$	$4,497 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Марс 2) Сатурн 3) Нептун 4) Юпитер

Ответ:

15

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько Н·м увеличился крутящий момент, если число оборотов двигателя возросло с 1000 до 1500 оборотов в минуту?



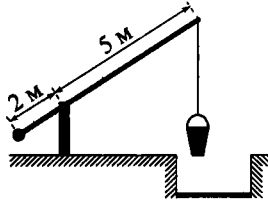
Ответ: _____.

16

Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 11 % годовых. Вкладчик положил на счёт 1500 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____.

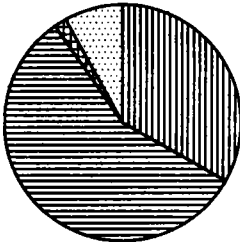
- 17 На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 5 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано распределение земель Приволжского федерального округа по категориям. Определите, земли какой категории преобладают.

Приволжский ФО



-  Земли лесного фонда
-  Земли сельскохозяйственного назначения
-  Земли запаса
-  Прочие земли*

*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) земли лесного фонда
- 2) земли сельскохозяйственного назначения
- 3) земли запаса
- 4) прочие земли

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, пятнадцать неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $5,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $60,5 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$$
- 22 Свежие фрукты содержат 79 % воды, а высушенные — 16 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?
- 23 Постройте график функции $y = |x^2 + 3x + 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

- 24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 24$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.
- 25 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны AB . Докажите, что CN — биссектриса угла BCD .
- 26 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 13$.

Вариант 9

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\left(\frac{8}{19} - \frac{17}{38}\right) \cdot \frac{19}{5}$.

Ответ: _____.

2

Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?

1) $[0,5; 0,6]$

2) $[0,6; 0,7]$

3) $[0,7; 0,8]$

4) $[0,8; 0,9]$

Ответ: ☐

3

Какое из данных чисел $\sqrt{25000}$, $\sqrt{0,0025}$, $\sqrt{2,5}$ является рациональным?

1) $\sqrt{25000}$

2) $\sqrt{0,0025}$

3) $\sqrt{2,5}$

4) все эти числа иррациональны

Ответ: ☐

4

Решите уравнение $\frac{5}{x+9} = -\frac{5}{9}$.

Ответ: _____.

5

Установите соответствие между функциями и их графиками.

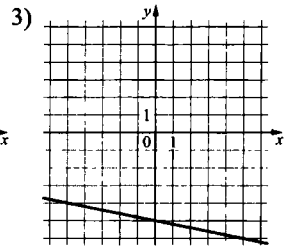
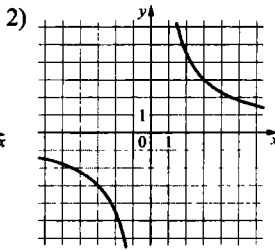
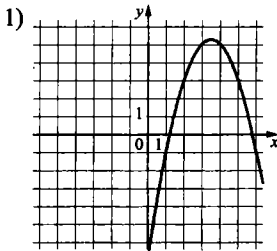
ФУНКЦИИ

A) $y = -\frac{1}{5}x - 5$

Б) $y = -x^2 + 7x - 7$

В) $y = \frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В
☐	☐	☐

Ответ:

- 6 Последовательность (b_n) задана условиями $b_1 = 4$, $b_{n+1} = -2 \cdot \frac{1}{b_n}$.

Найдите b_3 .

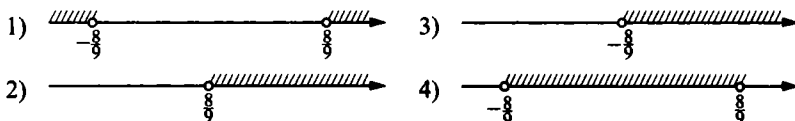
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(a+2)^2 - a(4-7a)$ при $a = -\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений неравенства

$$81x^2 > 64.$$

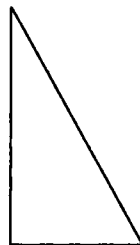


Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

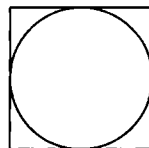
- 9 В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны соответственно 8 и 17. Найдите другой катет этого треугольника.

Ответ: _____.



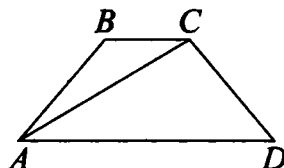
- 10 Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 32.

Ответ: _____.

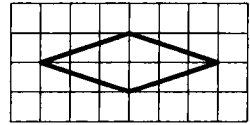


- 11 Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 17° и 23° соответственно. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Один из двух смежных углов всегда острый, а другой тупой.
- 2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- 3) Все хорды одной окружности равны между собой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 Бизнесмен Петров выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 9:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038А	22:42	06:40
020У	00:56	08:53
016А	00:43	09:12
116С	00:35	09:01

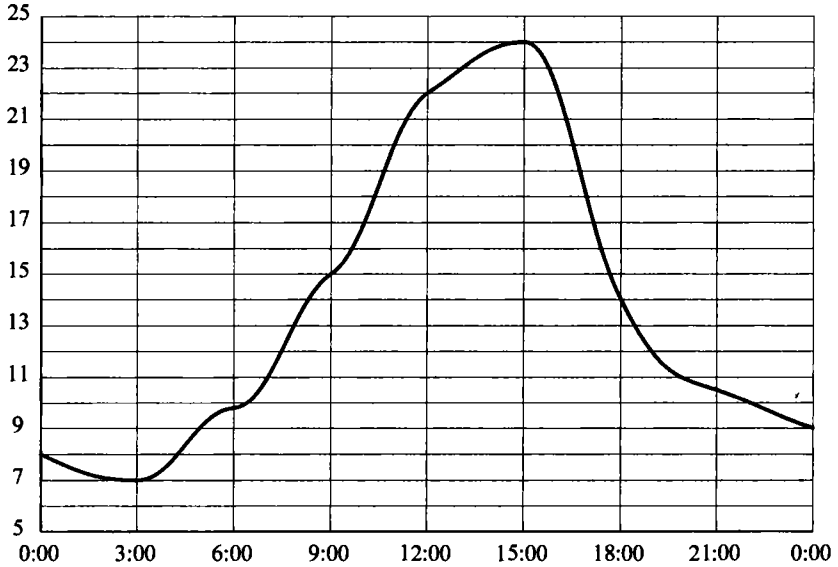
Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит бизнесмену Петрову.

- 1) 038А 2) 020У 3) 016А 4) 116С

Ответ:

15

На рисунке показано, как изменялась температура на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов во второй половине суток температура превышала 14°C ?



Ответ: _____.

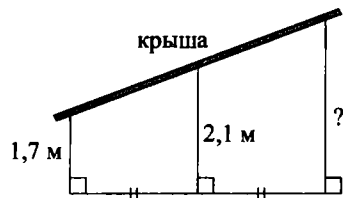
16

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 36 гектаров и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 2:7. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ: _____.

17

Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.

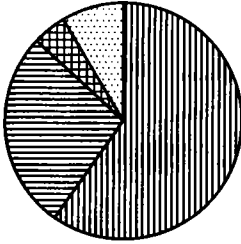


Ответ: _____.

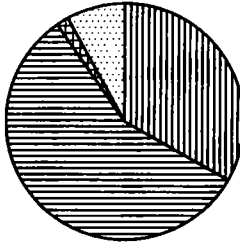
18

На диаграмме показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Сибирского федеральных округов. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель запаса максимальная.

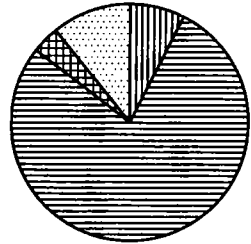
Уральский ФО



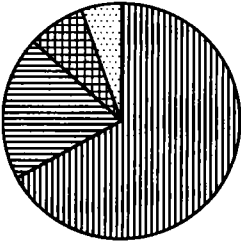
Приволжский ФО



Южный ФО



Сибирский ФО



Земли лесного фонда



Земли сельскохозяйственного назначения



Земли запаса



Прочие земли*

*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

1) Уральский ФО

3) Южный ФО

2) Приволжский ФО

4) Сибирский ФО

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

19

На экзамене 50 билетов, Серёжа не выучил 11 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

- 20 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $0,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $2,25 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$.

- 22 Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

- 23 Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

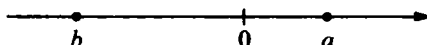
- 24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 20$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

- 25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.

- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 10**Часть 1****Модуль «Алгебра»****1**Найдите значение выражения $45 + 0,6 \cdot (-10)^2$.

Ответ: _____.

2На координатной прямой отмечены числа a и b .Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $a + b < 0$ 2) $a^2 b > 0$ 3) $ab < 0$ 4) $a - b > 0$

Ответ: ☐**3**

Значение какого из данных ниже выражений является числом рациональным?

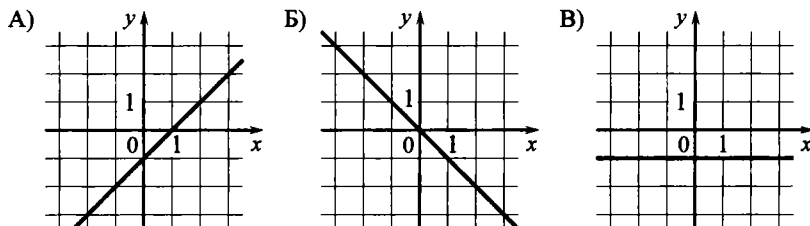
- 1) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{14}$ 3) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{6}}$
2) $(\sqrt{23} - \sqrt{20}) \cdot (\sqrt{23} + \sqrt{20})$ 4) $\sqrt{24} - 3\sqrt{6}$

Ответ: ☐**4**Найдите корень уравнения $\frac{7}{x+8} = -1$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -x$ 2) $y = -1$ 3) $y = x - 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Дана арифметическая прогрессия (a_n) , в которой $a_9 = -15,7$, $a_{18} = -22,9$. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7a}{6c} - \frac{49a^2 + 36c^2}{42ac} + \frac{6c - 49a}{7a}$ при $a = 71$, $c = 87$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите неравенство, которое не имеет решений.

- 1) $x^2 - 56 > 0$ 2) $x^2 + 56 > 0$ 3) $x^2 - 56 < 0$ 4) $x^2 + 56 < 0$

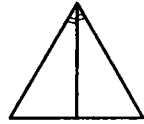
Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9

Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите его биссектрису.

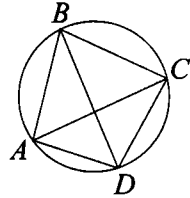
Ответ: _____.



10

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 54° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

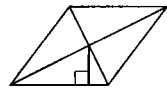
Ответ: _____.



11

Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.

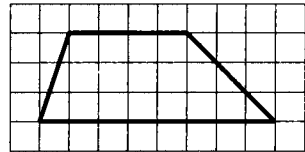
Ответ: _____.



12

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

Ответ: _____.



13

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) У любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
- 2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

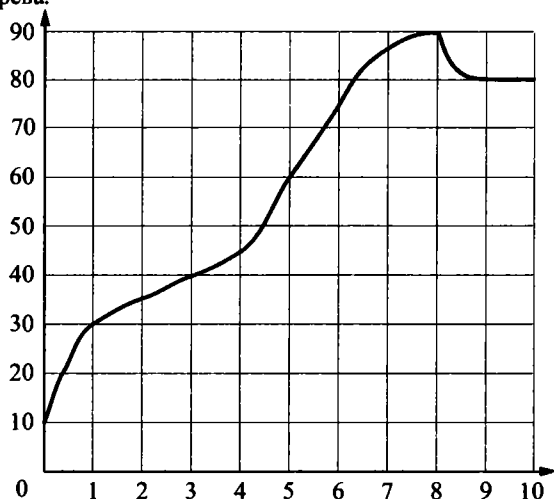
- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 52,6 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
высшая	75,0
отборная	65,0
первая	55,0
вторая	45,0
третья	35,0

- 1) отборная 2) первая 3) вторая 4) третья

Ответ:

- 15** На графике показана зависимость температуры двигателя от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия нагреется двигатель за первые восемь минут разогрева.

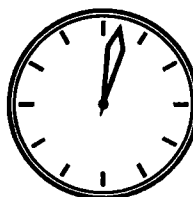


Ответ: _____.

- 16** Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 15 % годовых. Вкладчик положил на счёт 700 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

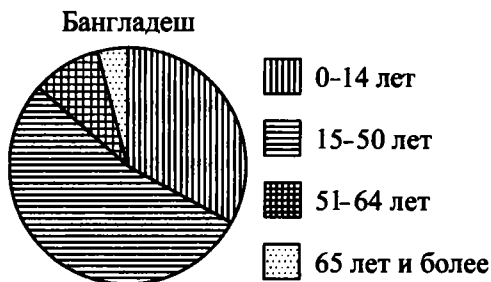
Ответ: _____.

- 17** Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 2 минуты?



Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.



- 1) 0–14 лет 2) 15–50 лет 3) 51–64 лет 4) 65 лет и более

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19** В магазине канцтоваров продаются 144 ручки, из них 30 красных, 24 зелёных, 18 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана синяя или чёрная ручка.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 245 Вт, а сила тока равна 7 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

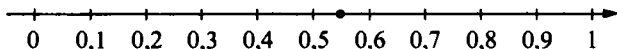
- 21 Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.
- 22 Свежие фрукты содержат 89 % воды, а высушенные — 23 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?
- 23 Постройте график функции $y = -2 - \frac{x+4}{x^2 + 4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$, $CK = 14$.
- 25 Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL . Докажите, что $PQ \perp KL$.
- 26 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

Вариант 11**Часть 1****Модуль «Алгебра»****1**Найдите значение выражения $\frac{9,5+8,9}{2,3}$.

Ответ: _____.

2Одно из чисел $\frac{6}{11}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{13}{11}$; $\frac{14}{11}$ отмечено на прямой точкой.

Какое это число?

1) $\frac{6}{11}$

2) $\frac{9}{11}$

3) $\frac{13}{11}$

4) $\frac{14}{11}$

Ответ: **3**Найдите значение выражения $\sqrt{27 \cdot 8} \cdot \sqrt{90}$.

1) $108\sqrt{5}$

2) $36\sqrt{30}$

3) $36\sqrt{15}$

4) $180\sqrt{3}$

Ответ: **4**Решите уравнение $5x^2 - 12x + 7 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

5

Установите соответствие между функциями и их графиками.

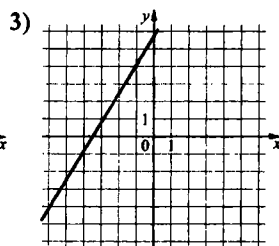
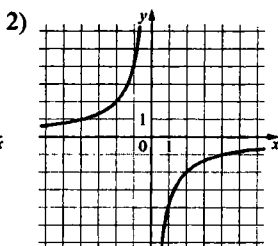
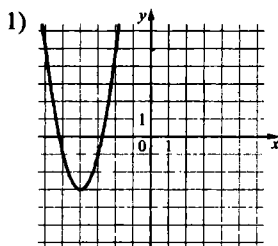
ФУНКЦИИ

А) $y = 2x^2 + 16x + 29$

Б) $y = \frac{5}{3}x + 6$

В) $y = -\frac{4}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

6

Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии:

$-9; -5; -1; \dots$

Найдите 91-й член этой прогрессии.

Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a}\right) \cdot \frac{a^2}{5}$ при $a = -4,8$.

Ответ: _____.

8

Решите неравенство $6x - 2(2x + 9) \leq 1$.

1) $(-\infty; 9,5]$

3) $[9,5; +\infty)$

2) $[-8,5; +\infty)$

4) $(-\infty; -8,5]$

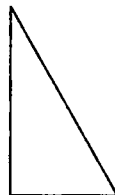
Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9

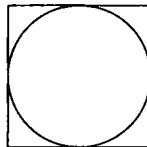
Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 43° .
Найдите другой его острый угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



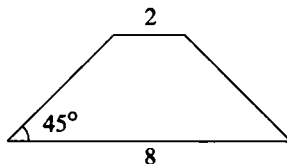
- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 4.

Ответ: _____.



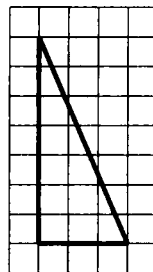
- 11 В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.

Ответ: _____.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести единственную прямую.
- 2) Серединовые перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

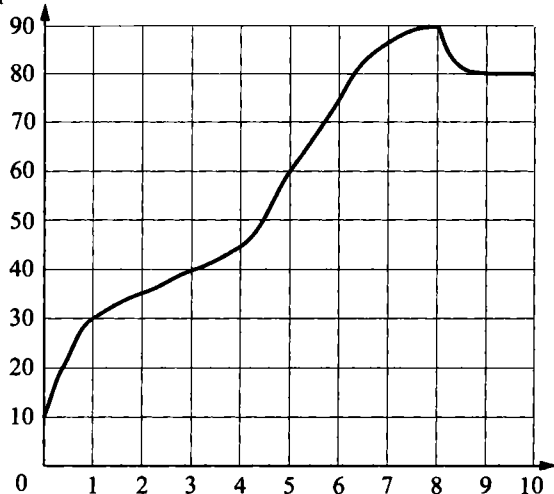
Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, не получившие зачёт.

- 1) только II 2) только III 3) II, IV 4) I, III

Ответ:

- 15 На графике показана зависимость температуры двигателя от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия нагреется двигатель за первые пять минут разогрева.



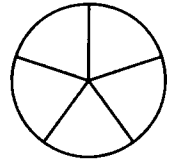
Ответ: _____.

- 16 В начале учебного года в школе было 900 учащихся, а к концу учебного года их стало 774. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

Ответ: _____.

17

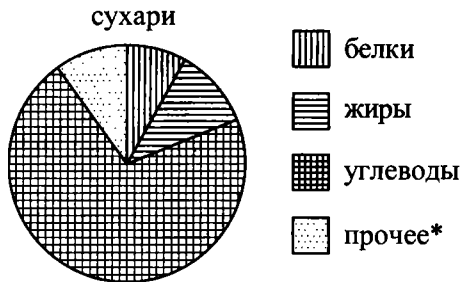
На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 24° ?



Ответ: _____.

18

На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание белков.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 0–10 % 2) 10–20 % 3) 20–30 % 4) 30–40 %

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

19

На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 13 с мясом, 11 с капустой и 6 с вишней. Антон наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

20

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $650,25 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.
- 22** Свежие фрукты содержат 95 % воды, а высушенные — 22 %. Сколько сухих фруктов получится из 858 кг свежих фруктов?
- 23** Постройте график функции $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 24** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 12, а одна из диагоналей ромба равна 48. Найдите углы ромба.
- 25** Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.
- 26** Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Вариант 12

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45}}$.

Ответ: _____.

2

Между какими числами заключено число $\sqrt{67}$?

- 1) 8 и 9 2) 22 и 24 3) 4 и 5 4) 66 и 68

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{3^{-7} \cdot 3^{-6}}{3^{-10}}$.

- 1) $-\frac{1}{27}$ 2) -27 3) $\frac{1}{27}$ 4) 27

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $2 + 3x = -7x - 5$.

Ответ: _____.

5

Установите соответствие между функциями и их графиками.

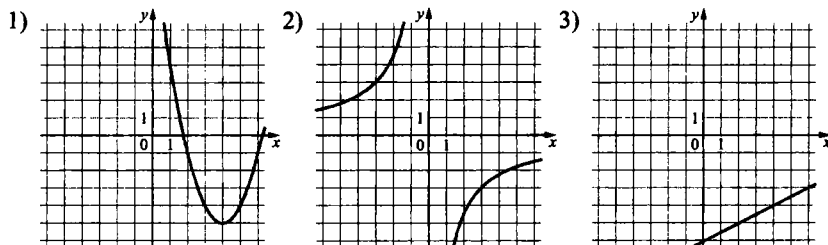
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{2}x - 6$

Б) $y = x^2 - 8x + 11$

В) $y = -\frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: $-3; 1; 5; \dots$ Найдите сумму первых шестидесяти её членов.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{6a}{7c} - \frac{36a^2 + 49c^2}{42ac} + \frac{7c - 36a}{6a}$ при $a = 77, c = 69$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства $x^2 - 36 > 0$.

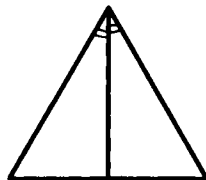
- 1) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-6; 6)$
2) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ 4) нет решений

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

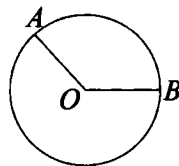
- 9 Биссектриса равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



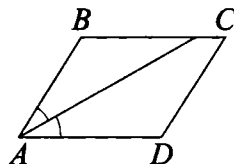
- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 120^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 67. Найдите длину большей дуги AB .

Ответ: _____.

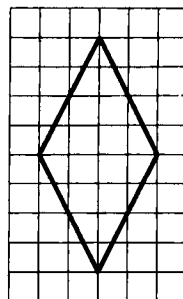


- 11 Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 8° . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
- 2) В параллелограмме есть два равных угла.
- 3) У любой трапеции боковые стороны равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,5	13,7	11,9	10,2

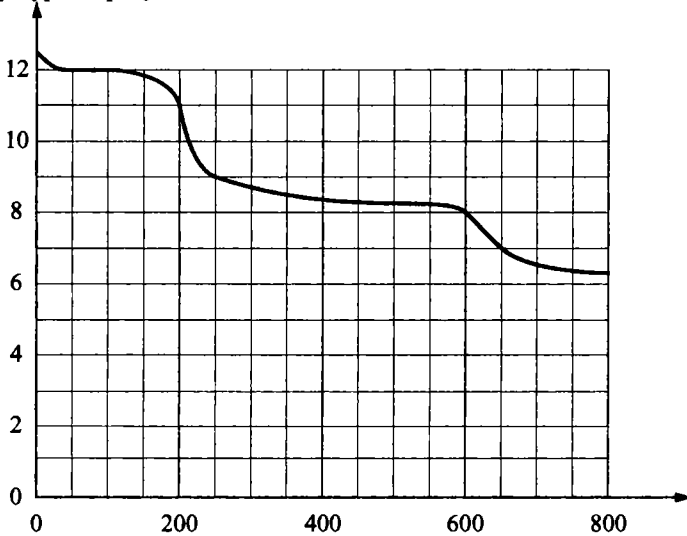
Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.

- 1) II, III 2) I, IV 3) только II 4) только IV

Ответ:

15

На рисунке изображена зависимость температуры от высоты над уровнем моря. По горизонтали указана высота в метрах, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику, на сколько градусов Цельсия температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 250 метров.

Ответ: _____.

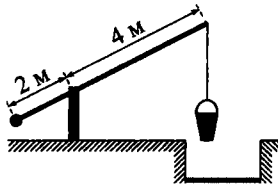
16

Принтер печатает одну страницу за 5 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 6,5 минуты?

Ответ: _____.

17

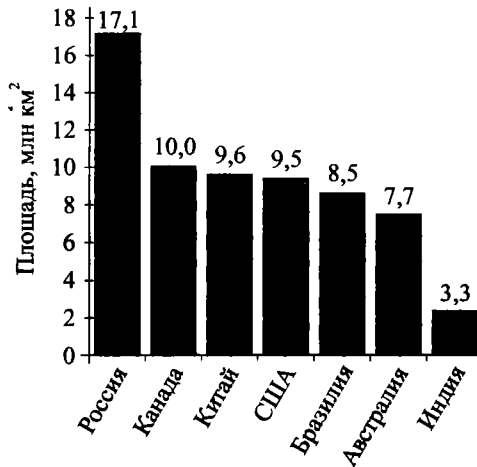
На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ: _____.

18

На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Монголия входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Канады.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории Индии более чем в 3 раза.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

19

В магазине канцтоваров продаётся 112 ручек, из них 17 красных, 44 зелёные, 29 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана красная или чёрная ручка.

Ответ: _____.

20

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с²) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с⁻¹), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 9 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 405 м/с².

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.
- 22** Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.
- 23** Постройте график функции $y = |x^2 + x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

- 24** Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 12$ и $CH = 3$. Найдите высоту ромба.
- 25** Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.
- 26** Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 28 и 35, а основание BC равно 7. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	2	93,8	-1036	2,35
2	3	1	4	2
3	2	3	1	2
4	-6	2	9,7	3,5
5	312	132	132	213
6	-13	8,6	-22	9
7	-7	0,66	-8	0,8
8	1	1	3	2
9	96	143	29	24
10	441	196	44	94
11	133	6,5	80	86
12	12	4	4	3
13	1	1	3	12; 21
14	4	2	1	4
15	4	21	0,4	4
16	24	37	260	20
17	45	150	3,3	4,5
18	23; 32	4	23; 32	1
19	0,75	0,4	0,56	0,92
20	4	9	7	75

№ задания	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
1	-1	4,4	46,4	0,9
2	4	3	4	2
3	1	1	4	4
4	-0,8	7	0,8	-2,2
5	213	132	132	321
6	7	-16	-5,25	160
7	54	17	-2,4	9,5
8	1	1	1	4
9	23	38	24	24
10	8	324	1862	5
11	8	6	578	36
12	3	1	1	1
13	23; 32	1	23; 32	1
14	4	2	2	1
15	1,5	0,8	33	40
16	84	640	3239,5	1665
17	360	6	14,4	2,5
18	4	3	3	2
19	0,7	0,88	0,3	0,9
20	11	13	14	2

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 9	Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12
1	-0,1	105	8	20
2	1	2	1	1
3	2	2	3	3
4	-18	-15	1,4	-0,7
5	312	312	132	312
6	4	-0,8	351	6900
7	6	-7	-0,64	-6
8	1	4	1	2
9	15	21	47	22
10	4096	13	64	134
11	140	14	15	16
12	6	6	7	16
13	2	13; 31	23; 32	2
14	2	3	3	2
15	6	80	50	2
16	8	805	14	78
17	2,5	12	15	3
18	4	2	1	13; 31
19	0,78	0,5	0,2	0,25
20	9	5	9	5

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Вариант 1

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -3$ или $t = 1$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -3$ имеет корень $-\frac{1}{3}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 1$ имеет корень 1.

Таким образом, решения исходного уравнения: $x = -\frac{1}{3}$ и $x = 1$.

Ответ: $-\frac{1}{3}; 1$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть второй рабочий делает за час x деталей, тогда первый рабочий делает за час $x + 10$ деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3; \quad 60x + 600 = 60x + 3x^2 + 30x; \quad x^2 + 10x - 200 = 0,$$

откуда $x = 10$.

Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

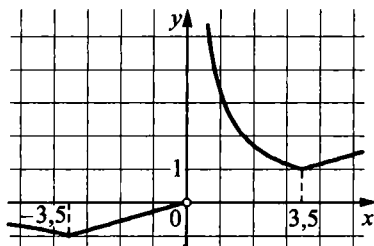
Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right) + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x}$ неотрицательно при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$, а при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y = \frac{x}{3,5}$ при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$ и график

функции $y = \frac{3,5}{x}$ при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m = 1$ и $m = -1$.

Ответ: $-1; 1$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

Решение.

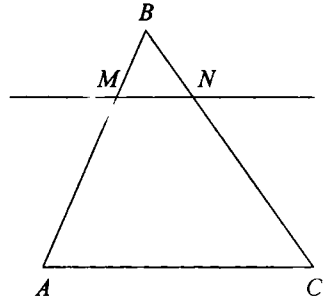
Поскольку прямая MN параллельна прямой AC , углы BNM и BCA равны как соответственные. Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.

Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{51}{17} = 3$, а поскольку

$$\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{32}{BN},$$

получаем, что $BN = \frac{32}{2} = 16$.

Ответ: 16.

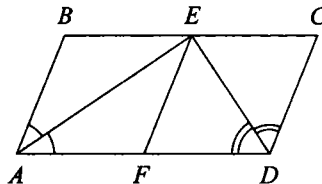


Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .

Доказательство.



Проведём EF параллельно AB (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ABEF$ и $FECD$ диагональ делит угол пополам, то есть это ромбы. Значит, $BE = EF = EC$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $77^\circ + 13^\circ = 90^\circ$, так что это углы при большем основании AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что

$$\angle AOD = 180^\circ - (77^\circ + 13^\circ) = 90^\circ.$$

Пусть N — середина основания AD .

Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямо-

угольного треугольника AOD .

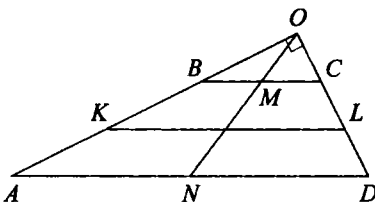
Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD и параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL

трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем, что $AD = MN + KL = 11 + 10 = 21$; $BC = |KL - MN| = 11 - 10 = 1$.

Ответ: 21; 1.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 2

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите неравенство $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-1)(x-1-\sqrt{2}) < 0,$$

откуда $1 < x < 1 + \sqrt{2}$.

Ответ: $(1; 1 + \sqrt{2})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22** Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение.

Заметим, что за час Игорь и Паша красят $\frac{1}{20}$ забора, Паша и Володя красят

$\frac{1}{24}$ забора, а Володя и Игорь — $\frac{1}{30}$ забора.

Значит, втроем за минуту они красят

$$\frac{\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}}{2 \cdot 60} = \frac{1}{960} \text{ (забора),}$$

то есть они покрасят весь забор за 960 минут.

Ответ: 960.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

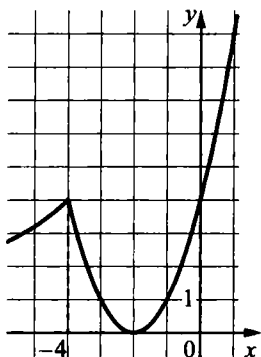
23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{16}{x}$ при $x < -4$ и график функции $y = x^2 + 4x + 4$ при $x \geq -4$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 4$.

Ответ: $0; [4; +\infty)$.

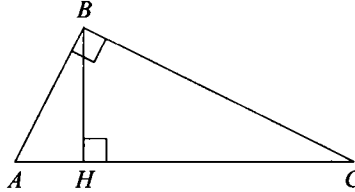
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$.

Решение.



Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

Следовательно, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$, откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 20$.

Ответ: 20.

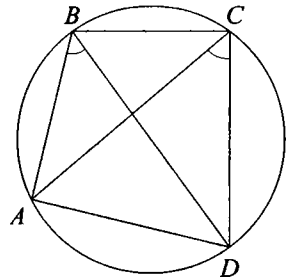
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

Доказательство.

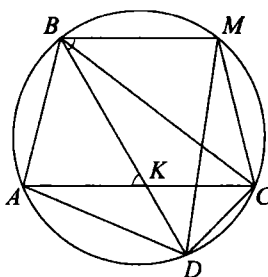
Поскольку $ABCD$ выпуклый и $\angle ABD = \angle ACD$, получаем, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. А тогда $\angle DAC = \angle DBC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу CD .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение.



Через точку B проведём хорду BM , параллельную диагонали AC (см. рисунок). Тогда

$$CM = AB = 25; \angle DBM = \angle AKB = 60^\circ.$$

Поскольку четырёхугольник $BMCD$ вписанный, получаем

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos \angle DCM} = \sqrt{1281}.$$

Пусть радиус окружности равен R . Используя теорему синусов, получаем

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{\sqrt{1281}}{\sqrt{3}} = \sqrt{427}.$$

Ответ: $\sqrt{427}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 3

Модуль «Алгебра»

21

Найдите значение выражения $41a - b + 45$, если $\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7; \quad a - 6b + 5 = 42a - 7b + 35; \quad 41a - b + 30 = 0,$$

значит, $41a - b + 45 = 15$.

Ответ: 15.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $C_1\%$, а во втором — $C_2\%$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10C_1 + 16C_2}{26} = 55, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 61; \end{cases} \quad \begin{cases} 10C_1 + 16C_2 = 1430, \\ C_1 + C_2 = 122, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 87$, $C_2 = 35$. Значит, в первом сосуде содержится 8,7 кг кислоты.

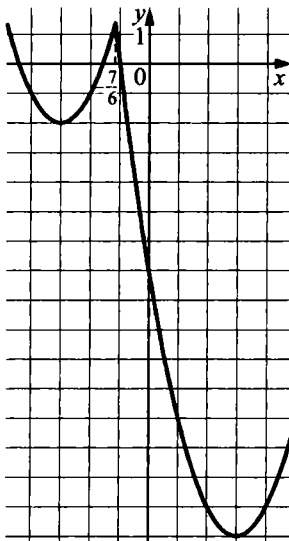
Ответ: 8,7.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 7|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 6x + 7$ при $x < -\frac{7}{6}$ и график функции $y = x^2 - 6x - 7$ при $x \geq -\frac{7}{6}$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки, если она проходит через вершину первой параболы или через точку $\left(-\frac{7}{6}; \frac{49}{36}\right)$. Получаем, что

$$m = \frac{49}{36} \text{ или } m = -2.$$

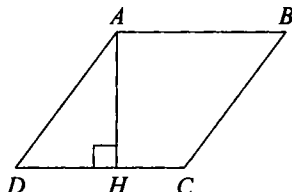
Ответ: $-2; \frac{49}{36}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

Решение.



Поскольку $ABCD$ — ромб, $AD = DC = DH + HC = 30$.
Треугольник ADH прямоугольный, поэтому

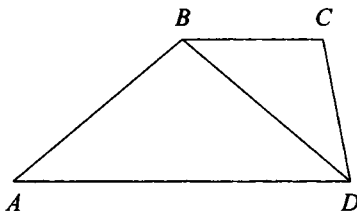
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 18.$$

Ответ: 18.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.



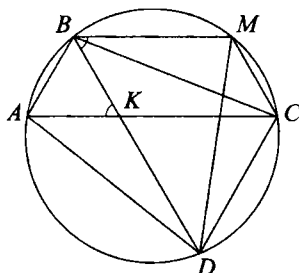
В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие, кроме того, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 4$. Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB=12$ и $CD=30$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение.



Проведём хорду BM , параллельную диагонали AC (см. рисунок). Тогда

$$CM = AB = 12; \angle DBM = \angle AKB = 60^\circ.$$

Поскольку четырёхугольник $BMCD$ вписанный, получаем

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos \angle DCM} = 6\sqrt{39}.$$

Пусть радиус окружности равен R . По теореме синусов

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{6\sqrt{39}}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{13}.$$

Ответ: $6\sqrt{13}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 4

Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y. \end{cases}$

Решение.

Правые части уравнений системы равны, значит,

$$2x^2 - 5x = 2x - 5; \quad (2x - 5)(x - 1) = 0,$$

откуда $x = 1$ или $x = 2,5$.

При $x = 1$ получаем $y = -3$.

При $x = 2,5$ получаем $y = 0$.

Решения системы уравнений: $(1; -3)$ и $(2,5; 0)$.

Ответ: $(1; -3)$; $(2,5; 0)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $141 - 6 = 135$ (км/ч). Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{135 \cdot 12}{3,6} = 450.$$

Ответ: 450 м.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

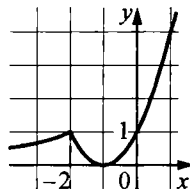
- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{2}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 + 2x + 1$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 1$.

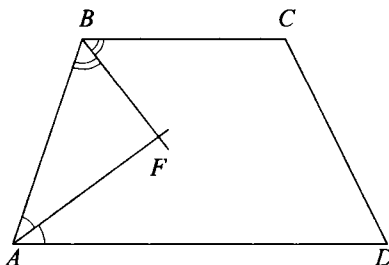
Ответ: $0; [1; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 18$.

Решение.



Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° , значит,

$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ.$$

Получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F . По теореме Пифагора находим AB :

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30.$$

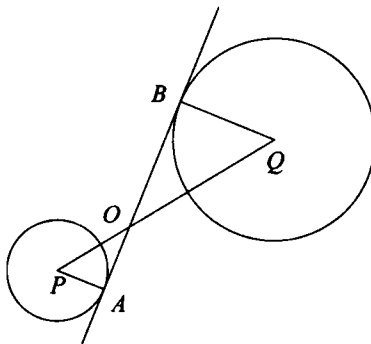
Ответ: 30.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек и не лежат одна внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.

Доказательство.



Пусть A и B — точки касания, O — точка пересечения AB и PQ . Тогда $\angle AOP = \angle BOQ$ как вертикальные углы, и прямоугольные треугольники BOQ и AOP подобны по двум углам. Значит, $a:b = OP:OQ = PA:QB$. Но раз радиусы окружностей относятся как $a:b$, то и диаметры тоже.

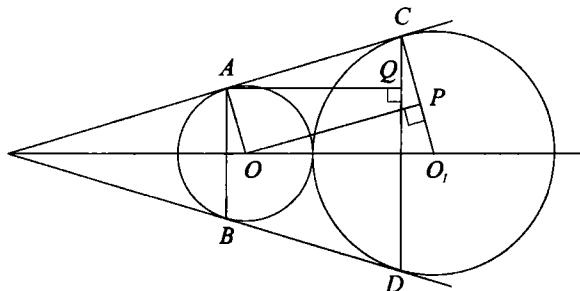
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 100.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности (см. рисунок). Тогда

$$O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 55 - 45 = 10.$$

Из прямоугольного треугольника OPO_1 находим, что $OP^2 = 9900$, а так как $AOPC$ — прямоугольник, $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD . Прямоугольный треугольник AQC подобен прямоугольному треугольнику OPO_1 по двум углам, поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$.

Следовательно,

$$AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 99.$$

Ответ: 99.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 5

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $(x-1)(x^2+4x+4)=4(x+2)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x-1)(x+2)^2=4(x+2); (x+2)((x-1)(x+2)-4)=0; (x+2)(x^2+x-6)=0,$$

откуда $x=-2$, $x=-3$ или $x=2$.

Ответ: -3 ; -2 ; 2 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{84}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{108}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{84} + \frac{s}{108}} = 94,5.$$

Ответ: 94,5 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

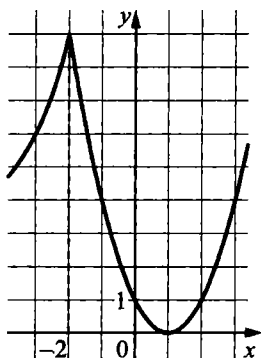
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{18}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 - 2x + 1$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 9$.

Ответ: 0; $[9; +\infty)$.

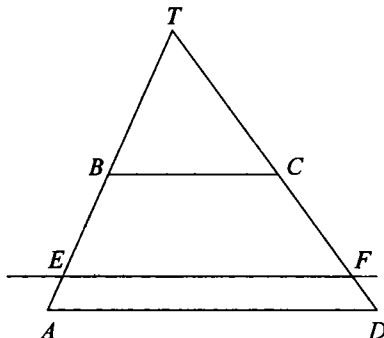
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 36$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.

Решение.



Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно,

$$\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = 2, \quad \text{откуда} \quad CD = TC, \quad CF = \frac{7}{9}CD = \frac{7}{9}TC,$$

а значит, $TF = \frac{16}{9}TC$.

Получаем, что $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = \frac{16}{9}$, откуда $EF = 32$.

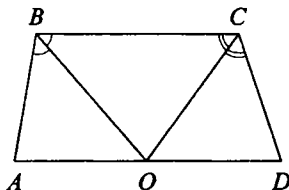
Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

Доказательство.



По свойству биссектрисы угла точка O равноудалена от прямых AB и BC (так как лежит на биссектрисе угла B) и равноудалена от прямых BC и CD (так как лежит на биссектрисе угла C). Значит, точка O равноудалена от всех трёх указанных прямых.

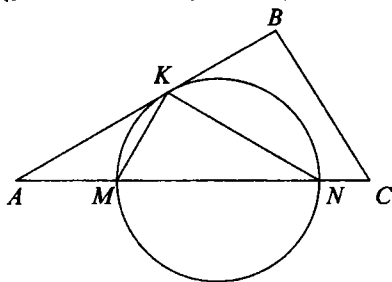
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 12 и 45 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Решение.

Пусть K — точка касания окружности с лучом AB (см. рисунок). По теореме о касательной и секущей $AK^2 = AM \cdot AN = 12 \cdot 45 = 540$.



По теореме косинусов

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2AM \cdot AK \cos \angle BAC = 144 + 540 - 2 \cdot 12 \cdot \sqrt{540} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 144.$$

Значит, $KM = 12$. Треугольник AKM равнобедренный, поэтому

$$\angle AKM = \angle KAM = \angle BAC.$$

По теореме об угле между касательной и хордой $\angle KNM = \angle AKM = \angle BAC$.

Пусть R — радиус окружности, проходящей через точки M , N и K . По теореме синусов

$$R = \frac{KM}{2 \sin \angle KNM} = \frac{12}{2 \sqrt{1 - \frac{15}{16}}} = 24.$$

Ответ: 24.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 6

Модуль «Алгебра»

21

Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2 - 5} \geq 0$.

Решение.

Исходное неравенство принимает вид

$$\frac{16}{(x+2-\sqrt{5})(x+2+\sqrt{5})} \leq 0,$$

откуда $-2 - \sqrt{5} < x < -2 + \sqrt{5}$.

Ответ: $(-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км — со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Заметим, что всего автомобиль проехал $450 + 230 + 120 = 800$ (км), затратив на весь путь $\frac{450}{90} + \frac{230}{115} + \frac{120}{40} = 10$ (часов). Таким образом, его средняя скорость равна $\frac{800}{10} = 80$ (км/ч).

Ответ: 80 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

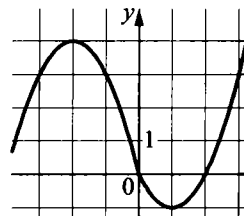
Постройте график функции $y = |x|x + |x| - 3x$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 4x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - 2x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $t = -1$ или $t = 4$.

Ответ: -1 ; 4 .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.

Решение.

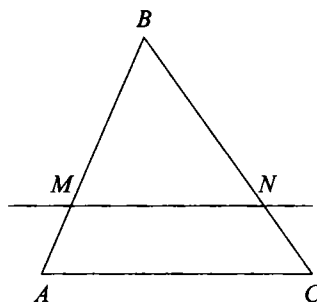
Поскольку прямая MN параллельна прямой AC , углы BNM и BCA равны как соответственные. Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.

Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{20}{16} = 1,25$, а поскольку

$$\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{15}{BN}, \quad \text{получаем, что}$$

$$BN = \frac{15}{0,25} = 60.$$

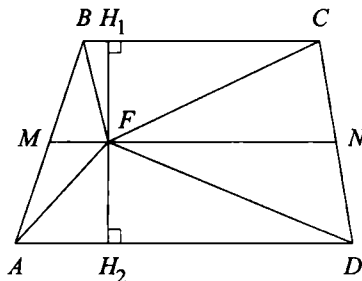
Ответ: 60.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25** На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Проведём через точку F высоту H_1H_2 трапеции. По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $FH_1 = FH_2 = h$. Сумма площадей треугольников BFC и AFD равна $h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}$. При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $13:12$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 20$.

Решение.

Пусть BH — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке O (см. рисунок).

Применяя к треугольнику ABH теорему о биссектрисе, получим, что $\frac{BO}{OH} = \frac{BA}{AH} = \frac{13}{12}$.

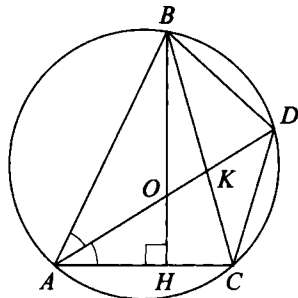
Следовательно, $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}$. Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}.$$

Используя теорему синусов, найдём искомый радиус:

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{20 \cdot 13}{2 \cdot 5} = 26.$$

Ответ: 26.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 7

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$.

Решение.

При $x \leq 6$ исходное уравнение приводится к виду

$$x^2 - 3x - 40 = 0,$$

откуда $x = -5$ или $x = 8$. Условию $x \leq 6$ удовлетворяет только решение $x = -5$.

Ответ: -5 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 7 км/ч меньше скорости второго.

Решение.

Пусть скорость первого бегуна v км/ч, тогда скорость второго $v+7$ км/ч,

а длина круга равна $\frac{40(v+7)}{60}$ км. Получаем уравнение:

$$\frac{40(v+7)}{60} - 1 = v; \quad 40(v+7) - 60 = 60v; \quad 20v = 220,$$

откуда $v = 11$.

Ответ: 11 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

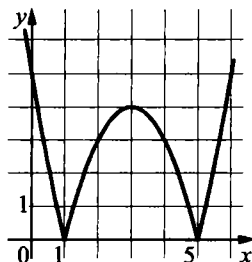
- 23 Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 - 6x + 5$ при $x < 1$ и $x > 5$ и график функции $y = -x^2 + 6x - 5$ при $1 \leq x \leq 5$.

График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

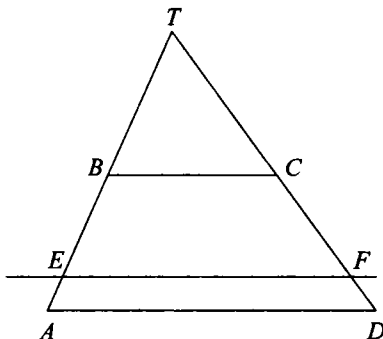
Ответ: 4.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 50$, $BC = 30$, $CF : DF = 7 : 3$.

Решение.

Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно, $\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$, откуда $CD = \frac{2}{3}TC$, $CF = \frac{7}{10}CD = \frac{7}{15}TC$, а значит, $TF = \frac{22}{15}TC$.

Получаем, что $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = \frac{22}{15}$, откуда $EF = 44$.

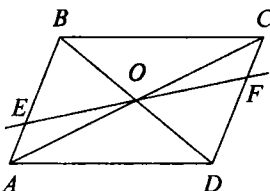
Ответ: 44.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что $AE = CF$.

Доказательство.



Рассмотрим треугольники AEO и CFO . Имеем $AO = OC$ по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle EAO = \angle FCO$ как накрест лежащие углы и $\angle EOA = \angle FOC$ как вертикальные углы. Значит, эти треугольники равны по стороне и двум прилежащим к ней углам, а тогда $AE = CF$.

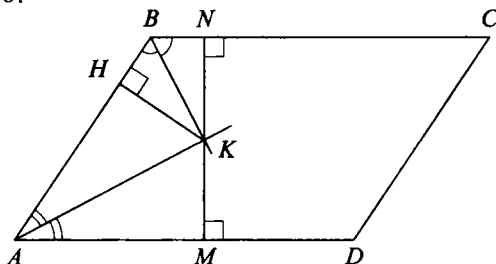
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 2$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

Решение.

Пусть KH , KN и KM — перпендикуляры, опущенные из точки K к сторонам AB , BC и AD соответственно (см. рисунок). Тогда по свойству биссектрис $KM = KH = KN = 8$.



Кроме того, точки M , K и N лежат на одной прямой, и $MN = MK + KN = 16$ — высота параллелограмма $ABCD$. По формуле площади параллелограмма находим

$$S_{ABCD} = BC \cdot MN = 2 \cdot 16 = 32.$$

Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 8

Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$

Решение.

Сложив два уравнения системы, получаем $7x^2 = 7$, откуда $x = -1$ или $x = 1$.

При $x = -1$ получаем $y = 4$.

При $x = 1$ получаем $y = 4$.

Решения системы уравнений: $(-1; 4)$ и $(1; 4)$.

Ответ: $(1; 4)$; $(-1; 4)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Свежие фрукты содержат 79 % воды, а высушенные — 16 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 21 %, а высушенных 84 %.

Значит, из 288 кг свежих фруктов получится $\frac{21}{84} \cdot 288 = 72$ (кг) высушенных.

Ответ: 72 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

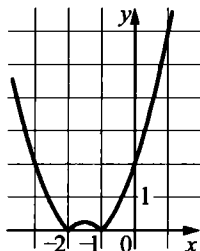
- 23 Постройте график функции $y = |x^2 + 3x + 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 3x + 2$ при $x < -2$ и $x > -1$ и график функции $y = -x^2 - 3x - 2$ при $-2 \leq x \leq -1$.

График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

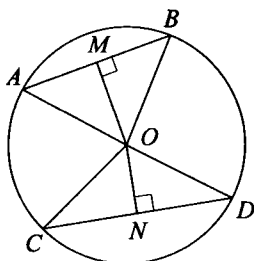
Ответ: 4.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 24$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.

Решение.

Пусть $OM = 16$ и $ON = 12$ — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.

Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 20.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 20$, откуда $CN = \sqrt{OC^2 - ON^2} = 16$. Получаем, что $CD = 2CN = 32$.

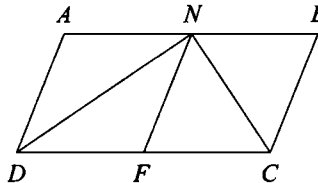
Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны AB . Докажите, что CN — биссектриса угла BCD .

Доказательство.



Проведём FN параллельно BC (см. рисунок). Тогда $AN = NB = CB$. Следовательно, параллелограмм $BCFN$ является ромбом. Диагональ CN ромба $BCFN$ делит угол BCD пополам.

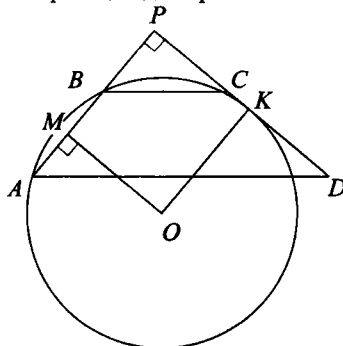
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=13$.

Решение.

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке P (см. рисунок).



Из условия ясно, что $\angle APD = 90^\circ$. Из подобия треугольников APD и BPC получаем, что $\frac{BP}{AP} = \frac{BC}{AD}$, то есть $\frac{BP}{BP+13} = \frac{12}{36}$, откуда $BP = 6,5$.

Пусть окружность касается прямой CD в точке K , а O — её центр. Опустим из точки O перпендикуляр OM на хорду AB . Точка M — середина AB . Так как $OMPK$ — прямоугольник, искомый радиус равен

$$OK = MP = BP + \frac{1}{2} AB = 6,5 + 6,5 = 13.$$

Ответ: 13.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 9

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 4t - 12 = 0,$$

откуда $t = -6$ или $t = 2$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -6$ имеет корень $-\frac{1}{6}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 2$ имеет корень $\frac{1}{2}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\frac{1}{6}$ и $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Плот прошёл 30 км, значит, он плыл 6 часов, из которых лодка находилась в пути 5 часов. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{60}{v+5} + \frac{60}{v-5} = 5; \quad 60v - 300 + 60v + 300 = 5v^2 - 125; \quad v^2 - 24v - 25 = 0,$$

откуда $v = 25$.

Ответ: 25 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

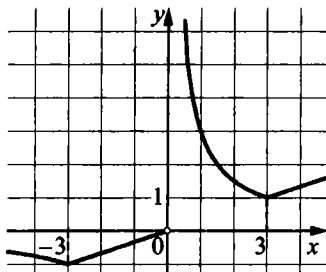
23

Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x} + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$ неотрицательно при $-3 \leq x < 0$ и $x \geq 3$, а при $x < -3$ и $0 < x < 3$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y = \frac{x}{3}$ при $-3 \leq x < 0$ и $x \geq 3$ и график функции $y = \frac{3}{x}$ при $x < -3$ и $0 < x < 3$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m = 1$ и $m = -1$.

Ответ: $-1; 1$.

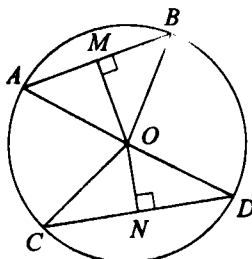
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 20$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.



Пусть $OM = 24$ и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$. Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 26.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 26$, значит,

$$ON = \sqrt{OC^2 - \left(\frac{CD}{2}\right)^2} = 10.$$

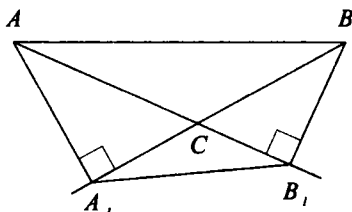
Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.

Доказательство.



Поскольку угол ACB тупой, основания высот A_1 и B_1 лежат на продолжениях сторон BC и AC соответственно. Диагонали четырёхугольника AA_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый. Поскольку $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AA_1B_1B можно описать окружность. Тогда углы AB_1A_1 и ABA_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу A_1A .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

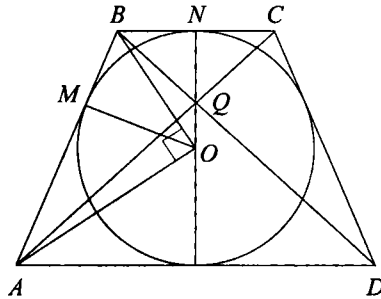
26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Вариант 9



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 100, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 100r.$$

Значит, $r = 15$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем, что $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(50 - AM) = 225.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 45$. Тогда $AD = 90$, $BC = 10$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффи-

циентом 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра окружности. Следовательно,

$$QN = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3.$$

Ответ: 3.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 10

Модуль «Алгебра»

21

Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3; \quad 5a - 8b + 2 = 24a - 15b + 6; \quad 19a - 7b + 4 = 0,$$

значит, $19a - 7b + 12 = 8$.

Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Свежие фрукты содержат 89 % воды, а высушенные — 23 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 11 %, а высушенных — 77 %. Значит, для приготовления 23 кг высушенных фруктов требуется

$$\frac{77}{11} \cdot 23 = 161 \text{ (кг) свежих.}$$

Ответ: 161 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

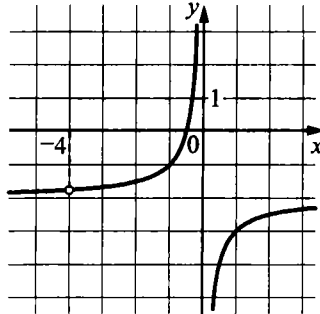
23

Постройте график функции $y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $-2 - \frac{x+4}{x^2+4x} = -2 - \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq -4$.

Построим график:



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -2$ и $m = -\frac{7}{4}$.

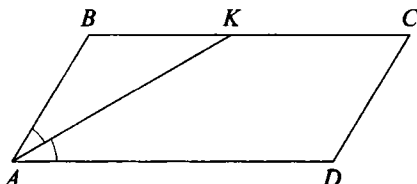
Ответ: $-2; -\frac{7}{4}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$, $CK = 14$.

Решение.



Накрест лежащие углы BKA и KAD равны, AK — биссектриса угла BAD , следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный, и $AB = BK = 5$.

По формуле периметра параллелограмма находим

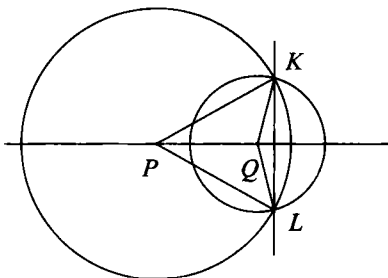
$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 48.$$

Ответ: 48.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL . Докажите, что $PQ \perp KL$.

Доказательство.



Точка P равноудалена от K и L , поэтому она лежит на серединном перпендикуляре к отрезку KL . То же можно сказать и о Q . Значит, PQ — серединный перпендикуляр к KL , то есть $KL \perp PQ$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD=14$, $BC=12$.

Решение.

Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD , P — проекция точки E на прямую CD , Q — проекция точки C на прямую AD (см. рисунок). Обозначим $\angle CDA = \alpha$, $CD = x$.

Поскольку $QD = AD - AQ = AD - BC = 2$, получаем, что

$$\cos \alpha = \frac{QD}{DC} = \frac{2}{x}.$$

Из подобия треугольников TBC и TAD находим, что $TC = 6x$.

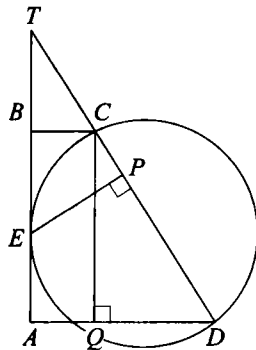
Поэтому

$$TE^2 = TD \cdot TC = 42x^2.$$

Следовательно,

$$EP = TE \cos \angle TEP = TE \cos \angle TDA = TE \cos \alpha = x\sqrt{42} \cdot \frac{2}{x} = 2\sqrt{42}.$$

Ответ: $2\sqrt{42}$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 11

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x + 3)(x^2 - 4) = 0,$$

откуда $x = -3$, $x = -2$ или $x = 2$.

Ответ: -3 ; -2 ; 2 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22 Свежие фрукты содержат 95 % воды, а высушенные — 22 %. Сколько сухих фруктов получится из 858 кг свежих фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 5 %, а высушенных 78 %.

Значит, из 858 кг свежих фруктов получится $\frac{5}{78} \cdot 858 = 55$ (кг) высушенных.

Ответ: 55 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

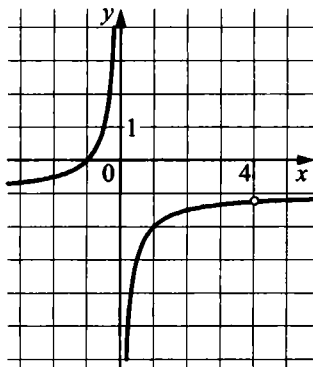
23

Постройте график функции $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $-1 - \frac{x-4}{x^2-4x} = -1 - \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq 4$.

Построим график:



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -1$ и $m = -\frac{5}{4}$.

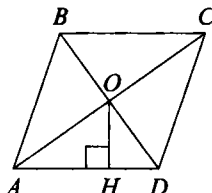
Ответ: -1 ; $-\frac{5}{4}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 12, а одна из диагоналей ромба равна 48. Найдите углы ромба.

Решение.



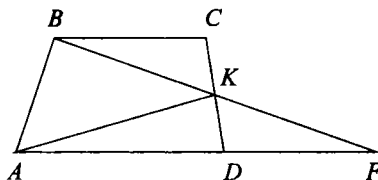
Пусть расстояние от точки пересечения O диагоналей ромба $ABCD$ до стороны AD равно 12, диагональ $AC = 48$. Тогда в прямоугольном треугольнике AOH гипотенуза AO вдвое больше катета OH , значит, угол OAH равен 30° . Диагонали ромба являются биссектрисами его углов, значит, $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$, а $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$.

Ответ: 60° ; 120° .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Продолжим BK до пересечения с прямой AD в точке F . Заметим, что в треугольниках FDK и BCK стороны CK и DK равны по условию, углы при вершине K равны как вертикальные, а углы KDF и KCB равны как накрест лежащие. Значит, треугольники FDK и BCK равны.

Следовательно, их площади равны, то есть площадь трапеции равна площади треугольника ABP . Но из равенства треугольников также вытекает, что $FK = BK$, то есть AK — медиана в треугольнике ABP . Тогда треугольник KAB по площади составит половину треугольника FAB , а значит, и данной трапеции.

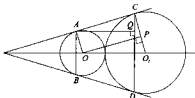
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 135.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности (см. рисунок). Тогда

$$O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 90 - 45 = 45.$$

Из прямоугольного треугольника $OP O_1$ находим, что $OP^2 = 16200$, а так как $AOPC$ — прямоугольник, $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD . Прямоугольный треугольник AQC подобен прямоугольному треугольнику $OP O_1$ по двум углам,

поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$.

Следовательно,

$$AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 120.$$

Ответ: 120.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или оплошность вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Вариант 12

Модуль «Аллебра»

21. Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена оплошность или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в *B* одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.

Решение.

Пусть весь путь составляет 2х км, а скорость первого автомобиля v км/ч, тогда первую половину пути второй автомобиль ехал со скоростью $v - 6$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2x}{v} = \frac{x}{v-6} + \frac{x}{56}; \quad 112v - 672 = 56v + v^2 - 6v; \quad v^2 - 62v + 672 = 0,$$

откуда $v = 14$ или $v = 48$. Первое из этих значений не подходит, поскольку оно не превосходит 45. Значит, скорость первого автомобилиста равна 48 км/ч.

Ответ: 48 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 23 Постройте график функции $y = |x^2 + x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + x - 2$ при $x < -2$ и $x > 1$ и график функции $y = -x^2 - x + 2$ при $-2 \leq x \leq 1$.



График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

Ответ: 4.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=12$ и $CH=3$. Найдите высоту ромба.

Решение.

Поскольку $ABCD$ — ромб,

$$AD = DC = DH + HC = 15.$$

Треугольник ADH прямоугольный, поэтому

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 9.$$

Ответ: 9.

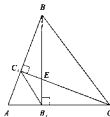


Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.

Доказательство.



Поскольку диагонали четырёхугольника CB_1C_1B пересекаются, он является выпуклым, а так как $\angle CB_1B = \angle CC_1B = 90^\circ$, около него можно описать окружность. Тогда углы BB_1C_1 и BCC_1 равны как вписанные, опирающиеся на одну дугу BC_1 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 28 и 35, а основание BC равно 7. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Решение.

Пусть M — середина AB (см. рисунок). Продолжим биссектрису DM угла ADC до пересечения с продолжением основания BC в точке K . Поскольку

$$\angle CKD = \angle ADK = \angle CDK,$$

треугольник KCD равнобедренный,

$$KC = CD = 35.$$

Тогда $KB = KC - BC = 35 - 7 = 28$.

Из равенства треугольников AMD и BMK следует, что $AD = BK = 28$.

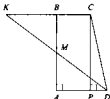
Проведем через вершину C прямую, параллельную стороне AB , до пересечения с основанием AD в точке P . Треугольник CPD прямоугольный, так как

$$CD^2 = 35^2 = 28^2 + 21^2 = PC^2 + PD^2.$$

Поэтому CP — высота трапеции. Следовательно,

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)CP = 490.$$

Ответ: 490.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или опписка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Оглавление

Предисловие.....	3
Инструкции по выполнению работы.....	4
Вариант 1.....	5
Вариант 2.....	11
Вариант 3.....	17
Вариант 4.....	24
Вариант 5.....	29
Вариант 6.....	35
Вариант 7.....	41
Вариант 8.....	47
Вариант 9.....	53
Вариант 10.....	59
Вариант 11.....	65
Вариант 12.....	71
Ответы к заданиям.....	77
Критерии оценивания заданий с развернутым ответом.....	79
Вариант 1.....	79
Вариант 2.....	83
Вариант 3.....	87
Вариант 4.....	91
Вариант 5.....	95
Вариант 6.....	99
Вариант 7.....	103
Вариант 8.....	107
Вариант 9.....	111
Вариант 10.....	116
Вариант 11.....	120
Вариант 12.....	124

**ОПТОВЫЕ И РОЗНИЧНЫЕ ЗАКАЗЫ
В МОСКВЕ И РЕГИОНАХ –
В МАГАЗИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»**
в здании Московского центра непрерывного
математического образования (МЦНМО)

**119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
(м. «Смоленская», «Кропоткинская»)**

Ежедневно, 10.00–20.00, кроме воскресенья

biblio.mccme.ru

e-mail: biblio@mccme.ru

Интернет-магазин biblio.mccme.ru

8 (495) 745-80-31

**ОПТОВЫЕ И РОЗНИЧНЫЕ ЗАКАЗЫ В РЕГИОНАХ –
КНИГОТОРГОВАЯ КОМПАНИЯ «АБРИС»**



абрис.рф • www.textbook.ru

Москва: 8 (495) 229-67-59

Санкт-Петербург: 8 (812) 327-04-50

e-mail: info@prosv-spb.ru

Оптовые заказы: abrisd@textbook.ru

Розничные заказы:

Интернет-магазин UMLIT.RU

www.umlit.ru • e-mail: zakaz@umlit.ru

8 (495) 981-10-39

ISBN 978-5-4439-1044-4



9 785443 910444 >

12+