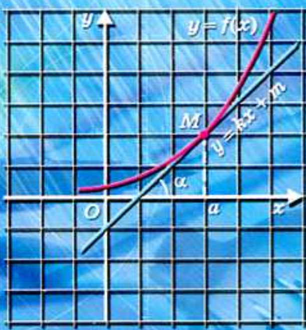
ФГОС




В. И. Глизбург

# АЛГЕБРА

## И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВНИ

# 10

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

ИЗДАТЕЛЬСТВО МНЕМОЗИНА

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА □ ГЕОМЕТРИЯ

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА □ ГЕОМЕТРИЯ


В. И. Глизбург


# АЛГЕБРА

## И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

## 10 класс

## Контрольные работы

для учащихся общеобразовательных организаций
(базовый и углубленный уровни)

Под редакцией **А. Г. Мордковича**


3-е издание, стереотипное

ИЗДАТЕЛЬСТВО МНЕМОЗИНА

Москва 2014

УДК 373.167.1:[512+517]
ББК 22.14я721+22.161я721.6
Г54

**Глизбург В. И.**

Г54 Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Контрольные работы для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / В. И. Глизбург ; под ред. А. Г. Мордковича. — 3-е изд., стер. — М. : Мнемозина, 2014. — 64 с. : ил.

ISBN 978-5-346-02493-4

В пособии представлены контрольные работы в шести вариантах по всем темам курса для 10-го класса. Каждая работа имеет три уровня сложности.

**УДК 373.167.1:[512+517]**
**ББК 22.14я721+22.161я721.6**

Учебное издание

**Глизбург** Вита Иммануиловна

**Математика:**

**алгебра и начала математического анализа, геометрия**

**АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**10 класс**

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
для учащихся общеобразовательных организаций
(базовый и углубленный уровни)

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*
Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *Г. З. Кузнецова*
Корректор *Т. С. Марголина*
Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага офсетная № 1.
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,00.
Тираж 7000 экз. Заказ № 757.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 6781.
E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

ИНТЕРНЕТ-магазин.
Тел.: 8 (495) 783 8284, 783 8286.
www.shop.mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтрекс».
115477, Москва, ул. Кантемировская, 60.



**ISBN 978-5-346-02493-4**

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник контрольных работ составлен в полном соответствии с УМК А. Г. Мордковича и П. В. Семенова по алгебре и началам математического анализа для 10-х классов с углубленным изучением математики.

Каждая из девяти контрольных работ составлена в шести вариантах: первый и второй варианты ориентированы на классы с недельной нагрузкой 4 ч, третий и четвертый варианты — 5 ч, пятый и шестой варианты — 6 ч. Выбор вариантов для проведения контрольной работы, равно как количество выбранных вариантов, — дело учителя. Этот выбор зависит и от того количества часов в неделю, которыми располагает педагог, и от уровня подготовленности класса.

Каждый вариант контрольной работы выстроен по одной схеме: задания базового (обязательного) уровня — до первой черты, задания уровня выше среднего — между первой и второй чертой, задания повышенной сложности — после второй черты. Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение заданий до первой черты — оценка 3; за успешное выполнение заданий базового уровня и одного дополнительного (после первой или после второй черты) — оценка 4; за успешное выполнение заданий трех уровней — оценка 5. При этом оценку не рекомендуется снижать за одно неверное решение в первой части работы (допустимый люфт).

Если какая-либо контрольная работа представляется вам чересчур сложной или, напротив, чересчур простой для вашего класса, внесите соответствующие коррективы, но при этом постарайтесь сохранить саму концепцию контрольной работы.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1** (1 час)

### Вариант 1

1. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
2. Запишите периодическую дробь 0,(87) в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа $\sqrt{3} + \sqrt{15}$ и $3\sqrt{2}$.
4. Решите уравнение $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$.

---

5. Решите неравенство $|x^2 - 8| \leqslant 2x$.

---

6. Постройте график функции $y = |-2 - |x + 5||$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1** (1 час)

### Вариант 2

1. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
2. Запишите периодическую дробь 0,(35) в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа $\sqrt{17} + \sqrt{2}$ и $\sqrt{19}$.
4. Решите уравнение $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$.

---

5. Решите неравенство $|x^2 - 10| > 9x$.

---

6. Постройте график функции $y = |1 - |x + 3||$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1** (1 час)

### Вариант 3

1. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
2. Запишите периодическую дробь 0,21(8) в виде обыкновенной дроби.
3. Расположите следующие числа в порядке возрастания: $-\sqrt{19}$; $-2\pi$; $-\sqrt{2} - \sqrt{17}$.
4. Решите уравнение $x^2 + 4x = 4 + 2|x + 2|$.

---

5. Найдите все двузначные нечетные делители числа 2184.

---

6. Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)

### Вариант 4

1. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
2. Запишите периодическую дробь 2,35(7) в виде обыкновенной дроби.
3. Расположите следующие числа в порядке убывания:

   $-\sqrt{17}$; $-1{,}5\pi$; $-\sqrt{2}-\sqrt{15}$.
4. Решите уравнение $x^2 + 34 = 12x + |x - 6|$.

---

5. Найдите все двузначные четные делители числа 2772.

---

6. Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1** (1 час)

### Вариант 5

1. Докажите, что если натуральное число не делится на 3, то его квадрат, уменьшенный на 1, делится на 3.
2. Запишите периодическую дробь 23,5(12) в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа $-3 - 2\sqrt{2}$ и $-\sqrt{34}$.
4. Решите уравнение $|3 - x| - 1 = |x - 2|$.

---

5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел $a$ и $b$ выполняется неравенство $(a + 2)(b + 2)(a + b) \geqslant 16ab$.

---

6. Для каждого значения параметра $a$ определите число корней уравнения $|x^2 - 2x - 3| = a$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1** (1 час)

### Вариант 6

1. Докажите, что квадрат любого натурального числа, увеличенный на 1, не делится на 3.
2. Запишите периодическую дробь 7,1(13) в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа $-3 - \sqrt{10}$ и $-\sqrt{38}$.
4. Решите уравнение $|2 - x| = |x - 1| + 1$.

---

5. Докажите, что для любых положительных чисел $a$ и $b$ выполняется неравенство $\left(\frac{1}{a} + 3\right)\left(\frac{1}{b} + 3\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geqslant \frac{24}{ab}$.

---

6. Для каждого значения параметра $a$ определите число корней уравнения $||x| - 6| = x + a$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 1

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

1) $f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leqslant 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geqslant 0; \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 1, & 1 < x \leqslant 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках $-2$; 1; 5; $\frac{\pi}{3}$;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = 3|x| - x^2$ на четность.
3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 3$. Известно, что $f(x) = 2 - x$, если $0 < x \leqslant 3$.

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — открытый луч $(-\infty; 0)$.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leqslant f(5)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = x^2 + 5$, $x \geqslant 0$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Вычислите: $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \ldots + \frac{1}{71 \cdot 76}$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2** (2 часа)

### Вариант 2

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

1) $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ -4, & 2 < x \leqslant 5; \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leqslant 1, \\ x + 1, & 1 \leqslant x < 4? \end{cases}$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках $-3$; $2$; $6$; $\frac{2\pi}{3}$;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x - 2} + x^3$ на четность.

3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 2$. Известно, что $f(x) = 2x + 4$, если $-3 < x \leqslant -1$.

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — луч $(-\infty; 0]$.

5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = 3 - x^2$, $x \geqslant 0$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Вычислите: $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 25} + \ldots + \frac{1}{91 \cdot 97}$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2** (2 часа)

### Вариант 3

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

$$1)\ f(x) = \begin{cases} \sqrt{x},\ 0 \leqslant x < 1, \\ 1 + (x-1)^2,\ 1 \leqslant x \leqslant 2, \\ 2,\ x \geqslant 2; \end{cases}$$

$$2)\ f(x) = \begin{cases} -x^2,\ -2 \leqslant x \leqslant -1, \\ x + 2,\ x \geqslant -1? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках $-1$; $0$; $10$; $1 + \sqrt{2}$;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = x^2|x^3| + x^4$ на четность.
3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 4$. Известно, что $f(x) = 3 - x^2$, если $-2 < x \leqslant 2$.

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, определенной при всех $x \geqslant 0$, кроме $x = 2$.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|x - 2|) \leqslant f(|x + 4|)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = -2 - (x + 1)^2$, $x \leqslant -1$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого $n \in N$ справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \ldots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3).$$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2** (2 часа)

### Вариант 4

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} x - 3, \ x \leqslant 1, \\ -x^2, \ 1 \leqslant x < 3; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -x - 1, \ x \leqslant -1, \\ \sqrt{x + 1}, \ -1 < x \leqslant 0, \\ x^2 + 1, \ 0 < x \leqslant 2? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках $-0{,}75$; $0$; $3$; $\frac{\sqrt{7}}{2}$;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = 3x^3 - 4x^5 + \frac{1}{x^2}$ на четность.

3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 2$. Известно, что $f(x) = 1 - |x|$, если $-1 < x \leqslant 1$.
а) Постройте график функции.
б) Найдите нули функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, определенной при всех $x \leqslant 0$, кроме $x = -2$.

5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|2x - 3|) \geqslant f(|x + 2|)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = -1 - (x + 2)^2$, $x \leqslant -2$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого $n \in \boldsymbol{N}$ справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots + n(n + 1)(n + 2)(n + 3) =$$
$$= \frac{1}{5} n(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4).$$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2** (2 часа)

### Вариант 5

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} -2x, \ -3 \leqslant x < 0, \\ x^2, \ 0 \leqslant x < 1, \\ \dfrac{1}{x}, \ x \geqslant 1; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -x + 2, \ -4 \leqslant x \leqslant 3, \\ \sqrt{x - 2}, \ x \geqslant 3? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; −3,5;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x}{|x|} + x^3 + x^2$ на четность.
3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 4$. Известно, что $y = \sqrt{x}$, если $0 \leqslant x < 4$.
а) Постройте график функции.
б) Найдите нули функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = \{-2; 2\}$, и постройте ее график.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|x^2 - 3x + 15|) > f(|x^2 - x|)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{4x - 5}{2x + 4}$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого $n \in N$ справедливо равенство

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2** (2 часа)

### Вариант 6

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} -x, & -2 < x \leqslant 1, \\ \sqrt{x}, & 1 \leqslant x; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}, & x \leqslant -1, \\ x^2, & -1 < x \leqslant 2, \\ \sqrt{x + 14}, & 2 < x \leqslant 5. \end{cases}$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках $-1$; $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$; $7$;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = x|x| + x^3$ на четность.
3. $y = f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 4$. Известно, что $y = -\sqrt{x}$, если $0 < x \leqslant 4$.
   а) Постройте график функции.
   б) Найдите нули функции.
   в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = [2; +\infty)$, и постройте ее график.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|x - 6|) > f(|x^2 - 5x + 9|)$.

---

6. Найдите функцию, обратную функции $y = \dfrac{2x - 4}{x + 1}$. Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого $n \in \boldsymbol{N}$ справедливо равенство
   $1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3** (1 час)

### Вариант 1

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$, $P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$, точки $M_1(-1;\ 0)$, $M_2(0;\ -1)$, $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{1}{2}\right)$, $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?
2. Вычислите: $\sin\frac{13\pi}{6}$; $\cos(405°)$; $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$; $\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4}$.
3. Вычислите $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$, $\sin(t + 2\pi)$, $\operatorname{tg}(t - \pi)$, если $\cos(t + 2\pi) = -\frac{12}{13}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.
4. Решите неравенство: а) $\cos t > \frac{1}{2}$; б) $\sin t \leqslant \frac{1}{2}$.
5. Постройте график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$.
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
   а) $y = \sin x + \cos x$; б) $y = x^2 + |\sin x|$.

---

7. Сравните числа $a = \cos 6$, $b = \cos 7$.

---

8. Решите неравенство $|x - 2\pi| \leqslant \cos x - 1$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3** (1 час)

### Вариант 2

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, $P_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, точки $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{1}{2}\right)$, $M_2(0;\ 1)$, $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_4\left(-\frac{1}{2};\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

2. Вычислите: $\sin 420°$; $\cos \frac{11\pi}{6}$; $\operatorname{tg} \frac{31\pi}{3}$; $\operatorname{ctg}(-330°)$.

3. Вычислите: $\cos(t - 2\pi)$, $\operatorname{ctg}(-t)$, $\sin(4\pi - t)$, если $\operatorname{tg} t = -\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Постройте график функции $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
а) $y = \sin x + \operatorname{ctg} x$; б) $y = x^2 + \sin x$.

---

7. Сравните числа $a = \sin 7{,}5$, $b = \cos 7{,}5$.

---

8. Решите неравенство $\sin x \geqslant \left|x - \frac{\pi}{2}\right| + 1$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 3

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $P_2\left(\frac{5\pi}{3}\right)$, точки $M_1(1;\ 0)$, $M_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$, $M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?

2. Вычислите: $\sin 315°$; $\cos \frac{7\pi}{3}$; $\operatorname{tg}\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$; $\operatorname{ctg} \frac{29\pi}{2}$.

3. Вычислите:

$\cos(t - 2\pi)$, $\sin(-t + 4\pi)$, $\operatorname{tg}(t - \pi)$, если $\operatorname{ctg}(t + \pi) = 3$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Постройте график функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

   а) $y = \cos x + |\operatorname{ctg} x|$; б) $y = x^3 + x^5 + \sin 2x$.

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\cos 7{,}5$, $\sin 6$, $\cos 6$.

---

8. При каком значении параметра $a$ уравнение $|\sin x| = -x^2 + a$ имеет единственный корень? Чему он равен?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 4

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$, $P_2(\pi)$, точки $M_1(1;\ 0)$, $M_2\left(\frac{1}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $M_3(-1;\ 0)$, $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?

2. Вычислите: $\sin\left(-\frac{49\pi}{2}\right)$; $\cos\left(-\frac{19\pi}{2}\right)$; $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}$; $\operatorname{ctg} 225°$.

3. Вычислите:

$\cos(t + 4\pi)$, $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$, $\operatorname{tg}(-t)$, если $\sin(t + 2\pi) = -\frac{3}{\pi}$, $-\frac{\pi}{2} < t < 0$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos t > -\frac{1}{2}$.

5. Постройте график функции $y = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

   а) $y = \sin 2x + \cos x$; б) $y = \frac{x^4}{3} + \sin x$.

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\cos 3$, $\sin 2$, $\sin 3$.

---

8. При каком значении параметра $a$ уравнение $\cos x = x^2 + a$ имеет единственный корень? Чему он равен?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 5

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(\frac{5\pi}{3}\right)$, $P_2\left(\frac{9\pi}{4}\right)$, точки $M_1(-1;\ 0)$, $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$, $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_4(0;\ 1)$?

2. Вычислите: $\sin\frac{5\pi}{3}$; $\cos 420°$; $\operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$; $\operatorname{ctg}\frac{34\pi}{3}$.

3. Вычислите: $\cos(t + 6\pi)$, $\operatorname{tg}(t - 3\pi)$, $\sin(-t)$, если $\operatorname{ctg}^2 t = \frac{4}{9}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$.

4. Решите неравенство: а) $\cos t \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin 2t > -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Постройте график функции $y = -\cos\left(-\frac{\pi}{4} + x\right) + 2$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

   а) $y = |\operatorname{tg} x| + \cos x$; б) $y = \frac{\cos x}{x} + \sin 3x + x^3$.

---

7. Расположите в порядке убывания следующие числа: $\cos 10$, $\sin 10$, $\cos 11$, $\sin 11$.

---

8. При каком значении параметра $a$ неравенство

   $a - |\cos x| \geqslant \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$

   имеет единственное решение? Найдите это решение.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 6

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $xOy$. Принадлежат ли дуге $P_1P_2$, где $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$, $P_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$, точки $M_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $M_4(-1; 0)$?

2. Вычислите: $\sin 315°$; $\cos \frac{5\pi}{3}$; $\operatorname{tg}(-240°)$; $\operatorname{ctg}\left(-\frac{40\pi}{3}\right)$.

3. Вычислите: $\cos(t - 4\pi)$, $\operatorname{ctg}(t + 3\pi)$, $\sin(-t + 2\pi)$, если $\operatorname{tg}^2 t = 49$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos 3t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Постройте график функции $y = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
а) $y = |\sin x| + \cos x$; б) $y = \operatorname{tg} x + x^3 + 5$.

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
$\cos 5$, $\sin 5$, $\cos 4$, $\sin 4$.

---

8. При каком значении параметра $a$ неравенство
$$|\sin x| \leqslant -x^2 + a$$
имеет единственное решение? Найдите это решение.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4** (2 часа)

### Вариант 1

1. Вычислите:

а) $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

б) $\sin \left(4 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Постройте график функции $y = 2 \sin 3x$.
3. Решите уравнение:

а) $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$;
б) $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; \pi)$.
5. Постройте график функции $y = \arcsin (x + 1) - 1$.

---

6. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geqslant -\frac{1}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x \geqslant 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arcsin (3x^2 - 1) = \arcsin (10x - 4)$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

### Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\frac{1}{2}\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} - 2\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$;

б) $\sin\left(2\arccos\frac{1}{2} + 3\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{3}\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\cos 3x$.

3. Решите уравнение:

а) $2\sin x - 3\cos^2 x + 2 = 0$;

б) $5\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащие промежутку $[-\pi; \pi)$.

5. Постройте график функции $y = \arccos(x - 1) + 1$.

---

6. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} \sin x \leqslant 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arccos(2x^2 - 1) = \arccos(3x + 1)$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4** (2 часа)

### Вариант 3

1. Вычислите:

   а) $\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

   б) $\operatorname{tg}\left(5\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}x$.

3. Решите уравнение:

   а) $3\sin^2 2x + 2\sin 2x - 1 = 0$;

   б) $4\sin^2 x + \sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 2\pi)$.

5. Постройте график функции $y = 2\arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

---

6. Решите систему неравенств:

   а) $\begin{cases} \sin x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x > -\frac{1}{7}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{ctg} x > -1, \\ \cos x \leqslant \frac{3}{5}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arcsin\sqrt{x - 5} = \arcsin\left(3 - \sqrt{10 - x}\right)$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

### Вариант 4

1. Вычислите:

   а) $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$;

   б) $\operatorname{ctg}\left(2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{3} x$.

3. Решите уравнение:

   а) $6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$;

   б) $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения $\cos\left(\frac{4x}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 2\pi)$.

5. Постройте график функции $y = \frac{1}{3} \arccos(x + 1)$.

---

6. Решите систему неравенств:

   а) $\begin{cases} \cos x \leqslant \frac{1}{2}, \\ \sin x > -\frac{2}{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leqslant \sqrt{3}, \\ \sin x > \frac{1}{3}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arccos\sqrt{4 - x} = \arccos\left(3 - \sqrt{5 + x}\right)$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4** (2 часа)

### Вариант 5

1. Вычислите:

а) $2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{3}}{3} - 3\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{3}\sin 3\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$.

3. Решите уравнение:

а) $4\sin^2 x + \cos x - \frac{7}{2} = 0$;

б) $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2$.

4. Найдите корни уравнения $\sin\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2; 9)$.

5. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x - 1)$.

---

6. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} \sin x \geqslant \frac{1}{3}, \\ \cos x < \frac{7}{8}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sin x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x > 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arcsin 3x = \arccos 4x$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

### Вариант 6

1. Вычислите:

   а) $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin\frac{1}{2}$;

   б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.

3. Решите уравнение:

   а) $3\cos^2 x + \frac{1}{2}\sin x = 2$;

   б) $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x - \cos^2 x = -2$.

4. Найдите корни уравнения $\sin\left(\frac{4x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-8; 12)$.

5. Постройте график функции $y = 2\operatorname{arcctg}(x + 1)$.

---

6. Решите систему неравенств:

   а) $\begin{cases} \sin x < \frac{2}{3}, \\ \cos x \geqslant -\frac{1}{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} \geqslant 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение $\arcsin x = \arccos\sqrt{1 - x}$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5** (2 часа)

### Вариант 1

1. Докажите тождество:

 а) $\dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x$;

 б) $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x$.

2. Упростите выражение $\dfrac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}$.

3. Вычислите $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$, если $\sin x - \cos x = 0{,}9$.

4. Найдите $\cos^2 \frac{x}{2}$, если $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$, $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

6. Решите уравнение:

 а) $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3}$;

 б) $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$.

---

7. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$.

---

8. Решите уравнение $5 \sin 2x - 11 (\sin x + \cos x) + 7 = 0$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

### Вариант 2

1. Докажите тождество:

   а) $\dfrac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \dfrac{1}{2} \operatorname{ctg} x;$

   б) $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \dfrac{x}{2} \cos x \sin \dfrac{21x}{2}.$

2. Упростите выражение $1 + \dfrac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{4} - 2x\right)}.$

3. Вычислите $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x$, если $\sin x + \cos x = \sqrt{0{,}6}.$

4. Найдите $\sin^2 \dfrac{x}{2}$, если $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}$, $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right).$

5. Найдите корни уравнения $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x$, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение:

   а) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2};$

   б) $1 - \cos \dfrac{x}{2} = \operatorname{tg} \dfrac{x}{4}.$

---

7. Вычислите $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\dfrac{4}{5}\right) + \operatorname{arcctg}(-1)\right).$

---

8. Решите уравнение $-5 \sin 2x - 16 (\sin x - \cos x) + 8 = 0.$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5** (2 часа)

### Вариант 3

1. Докажите тождество:

   а) $\dfrac{2\sin x - \sin 2x}{2\sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \dfrac{x}{2}$;

   б) $\cos 2x - \cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = -4\sin \dfrac{x}{2} \cos \dfrac{7x}{2} \sin x$.

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

3. Вычислите $2\sin 3x \sin 2x + \cos 5x$, если $\cos \dfrac{x}{2} = \sqrt{0{,}6}$.

4. Найдите $\operatorname{ctg}\left(2\left(\dfrac{\pi}{4} + x\right)\right)$, если $\sin x = -\dfrac{15}{17}$, $x \in \left(\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\sin 5x + \sin x = \sqrt{3}\cos 2x$, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

6. Решите уравнение:

   а) $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3}$;

   б) $\sin 2x + 2\operatorname{ctg} x = 3$.

---

7. Вычислите $\sin\left(\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2} - \operatorname{arcctg}\left(-\sqrt{3}\right)\right)$.

---

8. Решите уравнение $\sqrt{1 - 2\sin 4x} = -\sqrt{6}\cos 2x$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

### Вариант 4

1. Докажите тождество:

   а) $\cos 2x + \mathrm{tg}^2\, x \cos 2x - 1 = -\mathrm{tg}^2\, x$;

   б) $\sin 4x - \sin 5x - \sin 6x + \sin 7x = -4 \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{11x}{2}$.

2. Упростите выражение $\mathrm{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \mathrm{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Вычислите $2 \cos 3x \cos 4x - \cos 7x$, если $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0{,}8}$.

4. Найдите $\mathrm{tg}\, 2x$, если $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{12}{13}$, $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\cos 5x - \cos 9x + \sqrt{3} \sin 2x = 0$, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

6. Решите уравнение:

   а) $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1$;

   б) $\sin 2x + \mathrm{tg}\, x = 2$.

---

7. Вычислите $\cos\left(\mathrm{arctg}\, \frac{1}{3} + \mathrm{arcctg}\,(-\sqrt{3})\right)$.

---

8. Решите уравнение $\sqrt{1 - 3 \sin 6x} = -2\sqrt{2} \cos 3x$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

### Вариант 5

1. Докажите тождество:

   а) $\dfrac{1 + \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} = \operatorname{ctg} \dfrac{x}{2}$;

   б) $\dfrac{\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x} = \operatorname{ctg} 4x$.

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(x - \dfrac{5\pi}{4}\right) \cdot 2\sin^2\left(x + \dfrac{5\pi}{4}\right)$.

3. Вычислите $2\cos 5x \sin 7x - \sin 12x$, если $\sin x - \cos x = 0{,}4$.

4. Найдите $\cos\left(\dfrac{\pi}{4} + x\right)$, если $\operatorname{tg}\left(\dfrac{5\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{2}$, $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\cos 8x + \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - 2x\right) =$

   $= 3\sin(4\pi + 5x)$, принадлежащие промежутку $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

6. Решите уравнение:

   а) $2\sin x = 2\cos x + \sqrt{6}$;

   б) $2 + \cos x = 2\operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$.

---

7. Вычислите $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\dfrac{3}{4}\right) + \operatorname{arcctg}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$.

---

8. Решите уравнение $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \dfrac{1}{16}$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

### Вариант 6

1. Докажите тождество:

а) $\dfrac{1 + 2\cos x + \cos 2x}{1 + \cos 2x - 2\cos x} = -\mathrm{ctg}^2\,\dfrac{x}{2}$;

б) $\dfrac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x} = \mathrm{tg}\,3x$.

2. Упростите выражение $\mathrm{ctg}\left(\dfrac{3x}{2} + \dfrac{5\pi}{4}\right) \cdot (1 - \sin(3x - \pi))$.

3. Вычислите $2\sin 11x \cos 13x - \sin 24x$, если $\sin x + \cos x = 0{,}3$.

4. Найдите $\cos\left(\dfrac{x}{2} - 4\pi\right)$, если $\mathrm{ctg}\left(\dfrac{5\pi}{2} + x\right) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, $x \in \left(\dfrac{3\pi}{2};\ 2\pi\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\sin 8x + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = 3\sin 5x$, принадлежащие промежутку $[0;\ \pi]$.

6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{2}\sin x = 2 - \sqrt{2}\cos x$;

б) $\sin 4x - 2 = \mathrm{tg}\,(3\pi - 2x)$.

---

7. Вычислите $\sin\left(\mathrm{arcctg}\left(-\dfrac{4}{3}\right) + \arccos\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

---

8. Решите уравнение $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \dfrac{1}{8}\cos 15x$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6** (1 час)

### Вариант 1

1. Вычислите:

   а) $(5 + i)(-2 + 3i)$; б) $\frac{4i}{1 + i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) середину отрезка, соединяющего точки $1 + 2i$ и $3 + 2i$;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = \frac{\pi}{4}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $|z| \leqslant 3$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $6 - 6i$; б) $-4 - 3i$.
4. Решите уравнение $x^2 - 2x + 2 = 0$.
5. Вычислите: $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^4$.

---

6. Решите уравнение $z^2 + 3 + 4i = 0$.

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: $\begin{cases} |z - i| \leqslant 1, \\ |z + 1| < 1. \end{cases}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

### Вариант 2

1. Вычислите:

   а) $(3 + 4i)(6 - 5i)$; б) $\dfrac{5 + i}{-4 + 3i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) середину отрезка, соединяющего точки $2 - 2i$ и $5 - 2i$;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = \dfrac{2\pi}{3}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $|z| \geqslant 2$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $\sqrt{3} - i$; б) $3 - 4i$.

4. Решите уравнение $x^2 + 5x + 9 = 0$.

5. Вычислите: $\left(\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^5$.

---

6. Решите уравнение $z^2 - 5 + 12i = 0$.

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: $\begin{cases} |z + i| \leqslant 1, \\ |z - 1| < 1. \end{cases}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

### Вариант 3

1. Вычислите:

   а) $(7 - 2i)(3{,}5 - i)$; б) $\frac{7 - i}{3 + i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) середину отрезка, соединяющего точки $-1 - 2i$ и $-3 - 4i$;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{3\pi}{4}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $|z| \geqslant 1$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $2 + 2\sqrt{3}i$; б) $-3 - 2i$.

4. Решите уравнение $4x^2 + 4x + 5 = 0$.

5. Вычислите $\left(\sqrt{3} - i\right)^{17}$.

---

6. Решите уравнение $z^2 + iz + 1 - 3i = 0$.

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: $\begin{cases} |z + 2i| \geqslant 2, \\ |z - 2| \leqslant 2. \end{cases}$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6** (1 час)

### Вариант 4

1. Вычислите:

   а) $(0{,}5 + i)(1 + 2i)$; б) $\frac{2 - i}{1 + i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) середину отрезка, соединяющего точки $3 - 4i$ и $7 - 6i$;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{\pi}{6}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $|z| \leqslant 4$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $\sqrt{3} + i$; б) $2 - 3i$.

4. Решите уравнение $x^2 - 14x + 74 = 0$.

5. Вычислите: $\left(1 - i\sqrt{3}\right)^6$.

---

6. Решите уравнение $z^2 + z + 1 + i = 0$.

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: $\begin{cases} |z + 3| \geqslant 3, \\ |z - 2i| \leqslant 2. \end{cases}$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6** (1 час)

### Вариант 5

1. Вычислите:

   а) $\left(\sqrt{2} - i\right)\left(\sqrt{3} + 2i\right)$; б) $\dfrac{6 - i}{3 + 4i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки $-1 + 3i$ и $4 - 2i$, с осями координат;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = -\dfrac{\pi}{2}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $2 < |z| < 3$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $4 - 4\sqrt{3}i$; б) $-4 + 3i$.

4. Решите уравнение $x^2 + 2x + 3 = 0$.

5. Вычислите: $\left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{19}$.

---

6. Решите уравнение $z^2 - (3 + 2i)z + 5 + i = 0$.

---

7. Дана точка $z_0 = 3 - 4i$. Изобразите множество точек $z$, для которых выполняются условия: $\begin{cases} |z - z_0| \geqslant 1, \\ |z - z_0| < 3. \end{cases}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

### Вариант 6

1. Вычислите:

   а) $(\sqrt{3} + 5i)(5 - \sqrt{3}i)$; б) $\dfrac{9 - 7i}{2 - 3i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

   а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки $-3 - i$ и $1 + 3i$, с осями координат;

   б) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $\arg z = -\dfrac{5\pi}{6}$;

   в) множество точек $z$, удовлетворяющих условию $1 < |z| < 2$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $3\sqrt{3} - 3i$; б) $12i - 5$.

4. Решите уравнение $x^2 + 2x + 4 = 0$.

5. Вычислите: $\left(2 + i\sqrt{12}\right)^5$.

---

6. Решите уравнение $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$.

---

7. Дана точка $z_0 = -4 - 5i$. Изобразите множество точек $z$, для которых выполняются условия: $\begin{cases} |z - z_0| > 1, \\ |z - z_0| \leqslant 4. \end{cases}$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7** (2 часа)

### Вариант 1

1. Вычислите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = \frac{3n-6}{10}$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{2n+30}{n}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$; б) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \frac{1}{x^3}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$;

   б) $y = \sqrt{x} + \sin\frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$;

   в) $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$.

6. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \sin^2 x$ в точке $x = -\frac{\pi}{4}$.

---

7. Докажите, что функция $y = \sqrt{2x}$ удовлетворяет соотношению $\frac{1}{y^3} + y'' = 0$.

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $y = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x = -1$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7** (2 часа)

### Вариант 2

1. Вычислите первый, двадцатый и стодесятый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = \frac{2n+5}{3}$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{3n-1}{n}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$; б) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^3 + 2x^2}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \frac{1}{x^2}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7$;

   б) $y = \sqrt{x} - \operatorname{tg}\frac{x}{2} + x^2 \cos 2x$;

   в) $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$.

6. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \cos^2 x$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$.

---

7. Докажите, что функция $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ удовлетворяет соотношению $4(y')^3 + y'' = 0$.

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$ в точке $x = 2$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

### Вариант 3

1. Вычислите первый, тридцатый и девяностый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{10n^3 + n - 5}{2n^3 - 5n + 4}$; б) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1 + 2x}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \frac{3}{x^4} - \frac{2}{\sqrt{x}}$;

   б) $y = \sqrt{x}\,\operatorname{tg} x$;

   в) $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$.

6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции $y = \frac{1}{2}x^2$ в точке с абсциссой $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, с осью абсцисс.

---

7. Докажите, что функция $y = -5\cos 2x$ удовлетворяет соотношению $\left(\frac{y'''}{40}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$.

---

8. Найдите значение параметра $a$, при котором касательная к графику функции $y = a\sin x + a$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y = x$. Напишите уравнение этой касательной.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7** (2 часа)

### Вариант 4

1. Вычислите первый, пятнадцатый и двухсотый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = 5 + 5(-1)^n$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{-7n^4 + 6n^2 - 1}{8n^4 - n + 6}$; б) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1 - 3x}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \frac{8}{\sqrt{x}} - \frac{6}{x^5}$;

   б) $y = \sqrt{x} \cos x$;

   в) $y = \sqrt{1 + \sin^2 6x}$.

6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции $y = 5 - \frac{1}{2}x^2$ в точке с абсциссой $x = -\sqrt{3}$, с осью абсцисс.

---

7. Докажите, что функция $y = 3\sin 3x$ удовлетворяет соотношению $\left(\frac{y'''}{27}\right)^2 = 9 - y^2$.

---

8. Найдите значения параметра $a$, при которых касательная к графику функции $y = \cos 7x + 7\cos x$ в точке с абсциссой $a$ параллельна касательной к этому графику в точке с абсциссой $\frac{\pi}{6}$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7** (2 часа)

### **Вариант 5**

1. Вычислите первый, тринадцатый и четырехсотый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = 7\cos n\pi$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \dfrac{(-1)^n n + n^2}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{(n-1)(n+5)}{n^2+n+1}$; б) $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x^3+64}{x+4}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1+x^2}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$;

   б) $y = \dfrac{\cos x}{1 + 2\sin x}$;

   в) $y = \sqrt{4x + \sin 4x} + x^2 \cos x$.

6. Найдите абсциссу точки графика функции $y = x^2 - 2x + 5$, в которой касательная к нему параллельна прямой $y - 2x = 0$.

---

7. Дана функция $y = f(x)$. Найдите $f''\left(\dfrac{1}{4}\right)$, если $f(x) = \arcsin 2x$.

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными к графику функции $y = x^2 + 4x + 3$, проведенными из точки $A(-2; -5)$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7** (2 часа)

### Вариант 6

1. Вычислите первый, семнадцатый и стотридцатый члены последовательности, если ее $n$-й член задается формулой $x_n = \sin n\pi$.

2. Исследуйте последовательность $x_n = \dfrac{2n^2 - (-1)^n n}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{(n+1)(n^2+1)}{n^2(3n+7)}$; б) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 - 16}{x+2}$.

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{2 - x^2}$.

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

   а) $y = \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$;

   б) $y = \dfrac{\cos x}{1 - 3\sin x}$;

   в) $y = \sqrt{2x - \cos 2x} + x^2 \operatorname{tg} x$.

6. Найдите абсциссу точки графика функции $y = x^2 - 3x + 2$, в которой касательная к нему параллельна прямой $2x + y = 0$.

---

7. Дана функция $y = f(x)$. Найдите $f''(-1)$, если $f(x) = \arccos \dfrac{x}{2}$.

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными к графику функции $y = x^2 - 4x + 3$, проведенными из точки $A(2; -5)$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

### Вариант 1

1. Исследуйте функцию
$$y = \frac{x^2}{x - 2}$$
на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции $y = 3x^2 - x^3$.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна наибольшая площадь прямоугольника?

---

5. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство $\cos x + x \sin x > 1$.

---

6. При каких значениях параметра $a$ функция
$$y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$$
убывает на всей числовой прямой?

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8** (2 часа)

### Вариант 2

1. Исследуйте функцию

$$y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$$

на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции $y = x^3 - x^2$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ на отрезке $[-1; 3]$.

4. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 60° вписан прямоугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

---

5. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство $\sin x > x \cos x$.

---

6. При каких значениях параметра $a$ функция

$$y = \frac{5}{3}ax^3 - 30x^2 + 5(a + 9)x - 7$$

возрастает на всей числовой прямой?

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8** (2 часа)

### Вариант 3

1. Исследуйте функцию

   $y = 4\sqrt{x}(2 - x)$

   на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции $y = \frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x - \cos 2x$ на отрезке $[-\pi; 0]$.
4. Периметр параллелограмма с острым углом $60°$ равен 8 см. Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?

---

5. Докажите, что при $x > 0$ справедливо неравенство $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$.

---

6. При каких значениях параметра $a$ наименьшее на отрезке $[0; 2]$ значение функции $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$ равно 3?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

### Вариант 4

1. Исследуйте функцию
$y = 2x\sqrt{1 - x}$
на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{2}x - \sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

4. В треугольник с основанием $a$ и высотой $h$ вписан прямоугольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

---

5. Докажите, что при $x > 3$ справедливо неравенство $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$.

---

6. При каких значениях параметра $a$ наименьшее на отрезке $[0; 2]$ значение функции $y = x^2 + (a + 4)x + 2a + 3$ равно $-4$?

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8** (2 часа)

### Вариант 5

1. Исследуйте функцию $y = \sin 2x - x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции $y = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 8\frac{2}{3}$.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{2x^3}{x-9}$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны по 10 см. Определите ее большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

---

5. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство $x \sin x + \frac{x^2}{2} > 2 - 2\cos x$.

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров $a$ и $b$ все экстремумы функции $y = a^2x^3 + ax^2 - x + b$ отрицательны и максимум находится в точке $x = -1$?

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8** (2 часа)

### Вариант 6

1. Исследуйте функцию $y = 2\sin x + \cos 2x$, $x \in (0;\ \pi)$ на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}$ на отрезке $[-1;\ 1]$.

4. В равнобедренный треугольник со сторонами 15 см, 15 см и 24 см вписан параллелограмм так, что угол при основании у них общий. Определите длины сторон параллелограмма так, чтобы его площадь была наибольшей.

---

5. Докажите, что при $x \in \left(\frac{\pi}{4};\ \frac{3\pi}{4}\right)$ справедливо неравенство $\cos x - x\cos x > 1 - \sin x - x\sin x$.

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров $a$ и $b$ все экстремумы функции $y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$ положительны и максимум находится в точке $x = -\frac{9}{5}$?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?
3. Решите уравнение $C_x^{x-2} + 2x = 9$.
4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом два туза?

---

5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой — 5 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найдите член, не зависящий от $x$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 2

1. В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
3. Решите уравнение $C_{x-1}^{x-2} = x^2 - 13$.
4. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 8-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого 8-угольника?

---

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2nx^2}\right)^n$ равна 64. Найдите член, не зависящий от $x$.

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9** (1 час)

### Вариант 3

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из четырех человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение $A_{x-1}^{2} - C_{x}^{x-1} = 79$.
4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

---

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой — 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right)^n$ биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1 : 2. Выпишите члены разложения, не содержащие иррациональность.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 4

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
3. Решите уравнение $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$.
4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

---

6. В разложении бинома $\left(2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ сумма биномиальных коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78. Найдите член, не зависящий от $x$.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 5

1. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды, содержащей 36 карт, 4 карты разной масти и различного достоинства?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{C_{x+1}^{y-1}}{C_{x+1}^{y}} = \dfrac{3}{5}, \\ \dfrac{A_{x+1}^{y}}{A_{x+1}^{y+1}} = \dfrac{1}{y+1}. \end{cases}$
4. В лотерее 4 выигрышных билета и 96 пустых. Какова вероятность того, что на 10 купленных билетов выпадет хотя бы один выигрыш?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого $n$-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого $n$-угольника?

---

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома $\left(\sqrt{x^3} + \dfrac{2}{\sqrt{y}}\right)^n$ равна 1024. Сколько в этом разложении рациональных членов?

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9** (1 час)

### Вариант 6

1. В классе 15 девочек и 17 мальчиков. Для дежурства надо выделить трех девочек и двух мальчиков. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 0 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{C_x^{y-3}}{C_x^{y-2}} = \dfrac{5}{8}, \\ \dfrac{A_x^{y-3}}{A_x^{y-2}} = \dfrac{1}{8}. \end{cases}$

4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз?

---

5. На прямой взяты $n$ точек, а на параллельной ей прямой — $q$ точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. Найдите число рациональных членов разложения бинома $\left(\sqrt[3]{4} + \sqrt{3}\right)^n$, если известно, что сумма третьего от начала и третьего от конца биномиальных коэффициентов разложения равна 9900.

# ОТВЕТЫ

## Контрольная работа № 1

**Вариант 1.** **3.** $\sqrt{3} + \sqrt{15} > 3\sqrt{2}$. **4.** $-1$; 7. **5.** $2 \leqslant x \leqslant 4$.

**Вариант 2.** **3.** $\sqrt{17} + \sqrt{2} > \sqrt{19}$. **4.** $-5$; $-1$. **5.** $x < -1$; $x > 10$.

**Вариант 3.** **3.** $-2\pi$; $-\sqrt{2} - \sqrt{17}$; $-\sqrt{19}$. **4.** $-6$; 2; **5.** 13; 21; 39; 91.

**Вариант 4.** **3.** $\sqrt{17}$; $-1{,}5\pi$; $-\sqrt{2} - \sqrt{15}$. **4.** 4; 8; **5.** 12; 14; 18; 22; 28; 36; 42; 44; 66; 84.

**Вариант 5.** **3.** $-3 - 2\sqrt{2} > -\sqrt{34}$. **4.** $x \leqslant 2$. **6.** Если $a < 0$, нет корней; если $a = 0$ или $a > 4$, два корня; если $0 < a < 4$, четыре корня; если $a = 4$, три корня.

**Вариант 6.** **3.** $-3 - \sqrt{10} > -\sqrt{38}$. **4.** $x \leqslant 1$. **6.** Если $a < -6$, нет корней; если $-6 < a < 6$, один корень; если $a = \pm 6$, бесконечно много корней.

## Контрольная работа № 2

**Вариант 1.** **3.** б) $x = 2 + 3m$, $m \in Z$. **5.** $-3 \leqslant x \leqslant 2$. **6.** $y = \sqrt{x - 5}$.

**7.** $\frac{15}{76}$.

**Вариант 2.** **3.** б) $x = 2m$, $m \in Z$. **5.** $1 < x < 6$. **6.** $y = \sqrt{3 - x}$. **7.** $\frac{16}{97}$.

**Вариант 3.** **3.** б) $x = \pm\sqrt{3} + 4m$, $m \in Z$. **5.** $x \geqslant -1$. **6.** $y = -\sqrt{-2 - x - 1}$.

**Вариант 4.** **3.** б) $x = 1 + 2m$, $m \in Z$. **5.** $\frac{1}{3} \leqslant x \leqslant 5$. **6.** $y = -\sqrt{-1 - x - 2}$.

**Вариант 5.** **3.** б) $x = 4m$, $m \in Z$. **5.** $x < -\frac{5}{3}$. **6.** $y = \frac{4x + 5}{4 - 2x}$.

**Вариант 6.** **3.** б) $x = 4m$, $m \in Z$. **5.** $1 < x < 6$. **6.** $y = \frac{x + 4}{2 - x}$.

## Контрольная работа № 3

**Вариант 1.** **7.** $\cos 6 > \cos 7$. **8.** $2\pi$.

**Вариант 2.** **7.** $\sin 7{,}5 > \cos 7{,}5$. **8.** $\frac{\pi}{2}$.

**Вариант 3.** **7.** $\sin 6$, $\cos 7{,}5$, $\cos 7$. **8.** $a = 0$, $x = 0$.

**Вариант 4.** **7.** $\sin 6$, $\cos 7{,}5$, $\cos 7$. **8.** $a = 0$, $x = 0$.

**Вариант 5.** **7.** $\cos 11$, $\sin 10$, $\cos 10$, $\sin 11$. **8.** $a = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

**Вариант 6.** **7.** $\sin 5$, $\sin 4$, $\cos 5$. **8.** $a = 0$, $x = 0$.

## Контрольная работа № 4

**Вариант 1.** **4.** $-\frac{17\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, -\frac{5\pi}{9}, -\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{9}, \frac{5\pi}{3}$.

**6.** а) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leqslant x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x \leqslant \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$;

б) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leqslant x < -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$. **7.** $\frac{1}{3}$.

**Вариант 2.** **4.** $-\frac{7\pi}{8}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{8}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$.

**6.** а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x \leqslant 2\pi n$; $\pi + 2\pi n \leqslant x < \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$;

б) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$. **7.** $-\frac{1}{2}$.

**Вариант 3.** **4.** $-\frac{7\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$.

**6.** а) $-\arccos\left(-\frac{1}{7}\right) + 2\pi n < x \leqslant \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$;

б) $-\pi + 2\pi n < x \leqslant -\arccos\frac{3}{5} + 2\pi n$; $\arccos\frac{3}{5} + 2\pi n \leqslant x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbf{Z}$. **7.** 6.

**Вариант 4.** **4.** $-\frac{15\pi}{8}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}, \frac{9\pi}{8}$.

**6.** а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leqslant x < \pi + \arcsin\frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$;

б) $\arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n < x \leqslant \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n,$ $n \in \mathbf{Z}$. **7.** 4.

**Вариант 5.** **4.** $-\frac{5\pi}{9}, 0, \frac{25\pi}{9}$.

**6.** а) $\arccos\frac{7}{8} + 2\pi n < x \leqslant \pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$;

б) $-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n \leqslant x < -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$; $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n$;

$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x \leqslant \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$. **7.** $\frac{1}{5}$.

**Вариант 6.** 4. $-\frac{45\pi}{24}$, $-\frac{25\pi}{24}$, $\frac{15\pi}{24}$, $\frac{35\pi}{24}$, $\frac{75\pi}{24}$.

6. а) $-\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi n \leqslant x < \arcsin\frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$;

б) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. 0; 1.

## Контрольная работа № 5

**Вариант 1.** 2. $\operatorname{tg} x$. 3. $-0,19$. 5. $\frac{\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{10}$, $\frac{9\pi}{10}$, $\pi$.

6. а) $\pm\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$; б) $\pi + 2\pi n$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. $-7$.

8. $\pm\arccos\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$.

**Вариант 2.** 2. $\sin 4x$. 3. $-0,4$. 5. $-\frac{\pi}{6}$, 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$. 6. а) $\frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$;

б) $\pi + 4\pi n$, $4\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. $-\frac{1}{7}$. 8. $(-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{\pi}{4} + \pi n$; $n \in \boldsymbol{Z}$.

**Вариант 3.** 2. $-\frac{2}{\cos 2x}$. 3. 0,2. 5. $-\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{9}$, $\frac{2\pi}{9}$, $\frac{\pi}{4}$. 6. а) $\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \boldsymbol{Z}$;

б) $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. 8. $\frac{3\pi}{8} + \pi n$, $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 5 + \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \boldsymbol{Z}$.

**Вариант 4.** 2. $\frac{2}{\cos\frac{2x}{3}}$. 3. 0,6. 5. 0, $\frac{4\pi}{21}$, $\frac{5\pi}{21}$. 6. а) $\frac{\pi}{9} \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \boldsymbol{Z}$;

б) $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. $\frac{3\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{10}}$. 8. $\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}$. $\frac{1}{3}\operatorname{arctg} 7 + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, k, n \in \boldsymbol{Z}$.

**Вариант 5.** 2. $-\cos 2x$. 3. 0,84. 5. 0, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{5}$. 6. а) $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$,

$n \in \boldsymbol{Z}$; б) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \boldsymbol{Z}$. 7. $\frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$. 8. $\frac{2\pi k}{15}$, $k \neq 15l$, $\frac{\pi}{17}(2n + 1)$,

$n \neq 17m + 8$, $k$, $l$, $m$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

**Вариант 6.** 2. $-\cos 3x$. 3. 0,91. 5. 0, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{3\pi}{5}$, $\frac{4\pi}{5}$, $\pi$. 6. а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$,

$n \in Z$; б) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$. **7.** $\frac{-3\sqrt{3} - 4}{10}$. **8.** $\frac{\pi k}{14}$, $k \neq 14l$, $k, l \in Z$.

## Контрольная работа № 6

**Вариант 1.** **3.** а) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

б) $5\left(\cos\left(-\pi + \operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right) + i\sin\left(-\pi + \operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right)\right)$. **4.** $1 \pm i$.

**5.** $\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. **6.** $1 - 2i$, $-1 + 2i$.

**Вариант 2.** **3.** а) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

б) $5\left(\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{4}{3}\right)\right) + i\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{4}{3}\right)\right)\right)$.

**4.** $-\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$. **5.** $\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$. **6.** $3 - 2i$, $-3 + 2i$.

**Вариант 3.** **3.** а) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$;

б) $\sqrt{13}\left(\cos\left(-\pi + \operatorname{arctg}\frac{2}{3}\right) + i\sin\left(-\pi + \operatorname{arctg}\frac{2}{3}\right)\right)$. **5.** $2^{16}(\sqrt{3} + i)$.
**6.** $1 - 2i$, $-1 + i$.

**Вариант 4.** **3.** а) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

б) $\sqrt{13}\left(\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{2}\right)\right) + i\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{2}\right)\right)\right)$. **5.** 64. **6.** $-i$, $-1 + i$.

**Вариант 5.** **3.** а) $8\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$;

б) $5\left(\cos\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right) + i\sin\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right)\right)$.

**4.** $-1 \pm \sqrt{2}i$. **5.** $\frac{-\sqrt{3} + i}{2}$. **6.** $1 - i$, $2 + 3i$.

**Вариант 6.** **3.** а) $6\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$;

б) $13\left(\cos\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{12}{5}\right) + i\sin\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{12}{5}\right)\right)$.

**4.** $-1 \pm \sqrt{3}i$. **5.** $512(1 - i\sqrt{3})$. **6.** $3 + 2i$, $1 + i$.

## Контрольная работа № 7

**Вариант 1.** 3. а) $\frac{1}{3}$; б) 0. **6.** $\frac{1}{2} - x - \frac{\pi}{4}$. **8.** 2.

**Вариант 2.** 3. а) $\frac{1}{2}$; б) 0. **6.** $\frac{1}{2} - x + \frac{\pi}{4}$. **8.** 1.

**Вариант 3.** 3. а) 5; б) 3. **6.** $\frac{\pi}{6}$. **8.** $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $y = x + \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$.

**Вариант 4.** 3. а) $-\frac{7}{8}$; б) $-1$. **6.** $\frac{\pi}{3}$. **8.** $a = \frac{\pi n}{4}, a = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

**Вариант 5.** 3. а) 1; б) 48. **6.** $x = 2$. **7.** $\frac{32\sqrt{3}}{9}$. **8.** 16.

**Вариант 6.** 3. а) $\frac{1}{3}$; б) $-32$. **6.** $x = \frac{1}{2}$. **7.** $\frac{\sqrt{3}}{9}$. **8.** 16.

## Контрольная работа № 8

**Вариант 1.** 3. $-\frac{5}{6}$; 1. **4.** 36. **6.** $a < 0$.

**Вариант 2.** 3. $-\frac{1}{3}$; 1. **4.** $4\sqrt{3}$. **6.** $a > 3$.

**Вариант 3.** 3. $-\pi - 1$; $\frac{-5\pi + 6\sqrt{3}}{12}$. **4.** $2\sqrt{3}$.

**6.** $a = 1 - \sqrt{2}$; $a = 5 + \sqrt{10}$.

**Вариант 4.** 3. $-\frac{3\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$. **4.** $\frac{ah}{4}$. **6.** $a = -\frac{7}{2}$.

**Вариант 5.** 3. $-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$. **4.** 20. **6.** $a = -\frac{1}{3}$, $b < -\frac{5}{9}$; $a = 1$, $b < -1$.

**Вариант 6.** 3. $-3$; 0. **4.** 7,5; 12. **6.** $a = -\frac{9}{5}$, $b > \frac{36}{5}$; $a = \frac{81}{25}$,

$b > \frac{400}{243}$.

## Контрольная работа № 9

**Вариант 1.** 1. 60. **2.** 72. **3.** 3. **4.** $\frac{1}{105}$. **5.** 220. **6.** 165.

**Вариант 2.** 1. 3024. **2.** 18. **3.** 4. **4.** $\frac{1}{1785}$. **5.** 16. **6.** $\frac{5}{27}$.

**Вариант 3.** 1. 657 720. 2. 27. 3. 11. 4. $\frac{1}{7}$. 5. 231. 6. $n = 1$, $-\frac{2}{x^2}$; $n = 6$, $x^{15}$, $30x^9$, $240x^3$, $\frac{64}{x^3}$.

**Вариант 4.** 1. 109 620. 2. 48. 3. 5. 4. $\frac{1}{35}$. 5. 120. 6. 2.

**Вариант 5.** 1. $A_9^4$. 2. 39. 3. $x = 6$, $y = 3$. 4. $1 - \frac{C_{96}^{10}}{C_{100}^{10}}$. 5. $\frac{n}{3}C_{n-4}^2$. 6. 6.

**Вариант 6.** 1. $C_{15}^3C_{17}^2$. 2. 26. 3. $x = 12$, $y = 7$. 4. $\frac{109}{357}$.

5. $\frac{nq}{2}(n + q - 2)$. 6. 17.

## СОДЕРЖАНИЕ