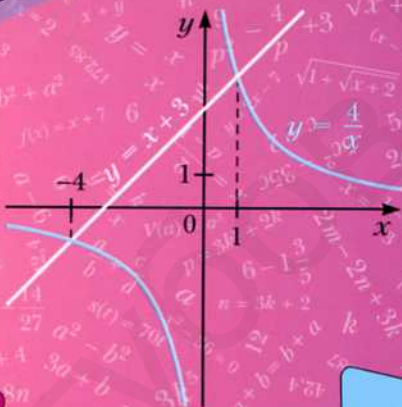




А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

8

класс



Вентана
граф

Алгебра

Дидактические
материалы

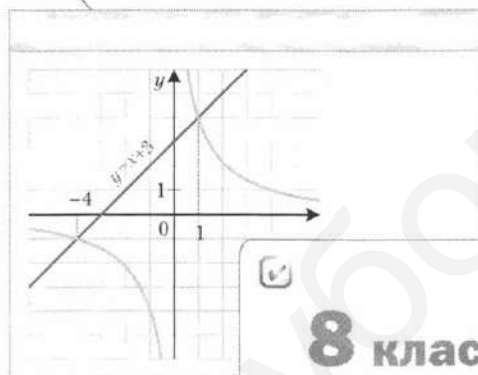


Алгоритм успеха

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Алгебра

Дидактические материалы



8 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2015

Мерзляк А.Г.

- М52** Алгебра : дидактические материалы : 8 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — М. : Вентана-Граф, 2015. — 96 с.

ISBN 978-5-360-05840-3

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используются в комплекте с учебником «Алгебра. 8 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир) системы учебно-методических комплектов «Алгоритм успеха».

Соответствуют федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (2010 г.).

ББК 22.141я721

ISBN 978-5-360-05840-3

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2014
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2014

Упражнения

Вариант 1

Повторение

1. Представьте в виде степени с основанием x выражение:
1) $(x^6)^2$; 3) x^4x^3 ; 5) $(x^{10})^3 \cdot (x^5)^4$;
2) $(-x^5)^4$; 4) $((x^3)^2)^5$; 6) $(-x^6)^7 \cdot (-x^3)^3 : x^{15}$.
2. Упростите выражение:
1) $(x-2)(x-11)-2x(4-3x)$;
2) $(a+6)(a-3)+(a-4)(a+5)$;
3) $(y-8)(2y-1)-(3y+1)(5y-2)$;
4) $(x+2)^2-(x-3)(x+3)$;
5) $(7a-5b)(7a+5b)-(4a+7b)^2$;
6) $(y-2)(y+3)-(y-1)^2+(5-y)(y+5)$.
3. Разложите на множители:
1) $8a-12b$; 6) $12x^2y-3xy$;
2) $3a-ab$; 7) $21a^2b+28ab^2$;
3) $6ax+6ay$; 8) $-3x^6+12x^{12}$;
4) $4a^2+8ac$; 9) $4a^2-8a^3+12a^4$;
5) a^5+a^2 ; 10) $6m^3n^2+9m^2n-18mn^2$.
4. Разложите на множители:
1) $5a+5b-am-bm$; 4) $10a^2b-2a^2+5ab^2-ab$;
2) $6m-mn-6+n$; 5) $2x^3-3x^2y-4x+6y$;
3) $a^6+a^4-3a^2-3$; 6) $x^2y-x+xy^2-y$.
5. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
1) $a^2+8a+16$; 4) $24ab+36a^2+4b^2$;
2) $9x^2-6x+1$; 5) $a^6-4a^3b+4b^2$;
3) $121m^2-88mn+16n^2$; 6) $25p^{10}+q^8+10p^5q^4$.
6. Разложите на множители:
1) x^2-4 ; 5) $x^2y^2-\frac{4}{9}$;
2) $25-9a^2$; 6) a^4-b^6 ;
3) $36m^2-100n^2$; 7) $0,01c^2-d^8$;
4) $0,04p^2-1,69q^2$; 8) $-1+a^4b^8$.
7. Разложите на множители:
1) c^3+8 ; 3) $125+a^3b^3$;
2) $27a^3-b^3$; 4) x^6-y^9 .

8. Разложите на множители:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| 1) $6a^3 - 6a$; | 5) $-8a^5 + 8a^3 - 2a$; |
| 2) $5x^3 - 5xy^2$; | 6) $5a^3 - 40b^6$; |
| 3) $8a^2b^2 - 72a^2c^8$; | 7) $a - 3b + a^2 - 9b^2$; |
| 4) $3x^2 - 48xy + 192y^2$; | 8) $ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2$. |

Рациональные дроби**9. Найдите значение выражения:**

- 1) $\frac{2a+b}{3a-4b}$, если $a = -6$, $b = 3$;
- 2) $\frac{x^2-3x}{8x-3}$, если $x = 0,6$.

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|--|
| 1) $3x + 4$; | 5) $\frac{3}{x^2 - 1}$; | 9) $\frac{x-2}{x^2 + 6x + 9}$; |
| 2) $\frac{b-9}{8}$; | 6) $\frac{2}{x^2 - 1}$; | 10) $\frac{4}{x-1} + \frac{7x}{x-4}$; |
| 3) $\frac{8}{b-9}$; | 7) $\frac{4}{ x -1}$; | 11) $\frac{7}{x(x-1)}$; |
| 4) $\frac{5-x}{3+x}$; | 8) $\frac{x}{ x +2}$; | 12) $\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$? |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 6;
- 2) все числа, кроме -4 и 0;
- 3) все числа, кроме -10, -8 и 1;
- 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной a значение дроби:

- 1) $\frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25}$ положительное;
- 2) $\frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1}$ неположительное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

- 1) $\frac{4a}{12b}$; 3) $\frac{10m^2}{15m^3}$; 5) $\frac{36m^3n^4}{24m^2n^6}$;
 2) $\frac{8xy}{2xz}$; 4) $\frac{3a^2bc}{18abc^3}$; 6) $\frac{39p^5q^8}{65p^8q^5}$.

14. Сократите дробь:

- 1) $\frac{4a+8b}{4a}$; 6) $\frac{b^5-b^3}{b^2-b^4}$;
 2) $\frac{5x-10y}{3x-6y}$; 7) $\frac{a^3-27}{8a-24}$;
 3) $\frac{x^2-25}{2x-10}$; 8) $\frac{6a^2+6a+6}{18a^3-18}$;
 4) $\frac{6x^2-3x}{4-8x}$; 9) $\frac{ax-ay-3x+3y}{9-a^2}$;
 5) $\frac{m^2-16}{m^2+8m+16}$;

15. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{a^8b^3+a^6b^5}{a^6b^3}$, если $a = 0,3$, $b = -0,4$;
 2) $\frac{7c^3-28c}{12c+12c^2+3c^3}$, если $c = 5$;
 3) $\frac{(2x-2y)^2}{2x^2-2y^2}$, если $x = 0,2$, $y = -0,4$;
 4) $\frac{4x^2-40xy+100y^2}{15y-3x}$, если $x-5y = 0,6$.

16. Приведите дробь:

- 1) $\frac{a}{b^2}$ к знаменателю b^6 ;
 2) $\frac{m}{3n}$ к знаменателю $15n^2p$;
 3) $\frac{6}{7x^2y}$ к знаменателю $28x^3y^2$;
 4) $\frac{5}{a-3}$ к знаменателю $2a-6$;

5) $\frac{7}{a+2}$ к знаменателю $a^2 + 2a$;

6) $\frac{b+1}{b-4}$ к знаменателю $b^2 - 16$.

17. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$;

2) $y = \frac{x-2}{x-2}$;

6) $y = \frac{(x-2)^4}{(2-x)^3}$;

3) $y = x + \frac{x+1}{x+1}$;

7) $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$;

4) $y = \frac{x-1}{x-1} - 2x$;

8) $y = \frac{4x^2 + 12x + 9}{2x + 3} - \frac{x^2 + 5x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+5}{x+5} = 1$;

2) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$;

3) $\frac{x-8}{|x|-8} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-5)x = 1$;

3) $(a-7)x = a^2 - 14a + 49$;

2) $(a+4)x = a+4$;

4) $(a^2 - 1)x = a+1$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{3a}{10} + \frac{2a}{10}$;

4) $\frac{2a+5b}{ab} - \frac{2a-3b}{ab}$;

2) $\frac{6x}{5y} - \frac{x}{5y}$;

5) $\frac{5y}{y^2-9} - \frac{15}{y^2-9}$;

3) $\frac{2m-4n}{21c} + \frac{5m+18n}{21c}$;

6) $\frac{y^2+8y}{4-y^2} - \frac{4y-4}{4-y^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{x-4}{x-2} - \frac{x}{2-x}$;

3) $\frac{(2a-1)^2}{6a-6} + \frac{(a-2)^2}{6-6a}$;

2) $\frac{5x+6}{5-x} + \frac{3x+16}{x-5}$;

4) $\frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}$.

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

$$1) \frac{y+4}{y}; \quad 2) \frac{a^2-3a+4}{a-3}; \quad 3) \frac{x^2+4x-8}{x-4}.$$

23. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{6n^2+4n+10}{n}; \quad 2) \frac{n^3-5n^2+32}{n^2}; \quad 3) \frac{6n+2}{2n-3}.$$

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

24. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{4}{a} + \frac{7}{b}; & 4) \frac{5m}{3ab} + \frac{2n}{5a^2b} - \frac{7p}{2ab^2}; \\ 2) \frac{9}{m} - \frac{5}{mn}; & 5) \frac{3a-4b}{a} + \frac{8a^2+4b^2}{ab}; \\ 3) \frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}; & 6) \frac{3c^2-2c+4}{bc^2} - \frac{2c-9}{bc}. \end{array}$$

25. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x-3}{3x+6} - \frac{x-6}{x+2}; & 4) \frac{3x}{4x-4} + \frac{5x}{7-7x}; \\ 2) \frac{m+4}{5m-10} + \frac{3-m}{4m-8}; & 5) \frac{2b}{2b+c} - \frac{4b^2}{4b^2+4bc+c^2}; \\ 3) \frac{y+6}{y-6} - \frac{y+2}{y+6}; & 6) \frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}. \end{array}$$

26. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{a}{b} - 1; & 4) \frac{4c+3}{c-1} - 3; \\ 2) \frac{8}{x^2} - \frac{3}{x} + 2; & 5) \frac{a^2+b^2}{2a-b} + 2a+b; \\ 3) 5 - \frac{4m+5n}{n}; & 6) m - \frac{25}{m-5} - 5. \end{array}$$

27. Упростите выражение:

$$1) \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a}; \quad 2) \frac{x+7}{3x+12} - \frac{2}{x} + \frac{7x+40}{3x^2+12x};$$

- 3) $\frac{a-1}{3a^2+6a+3} - \frac{1}{2a+2}$;
- 4) $\frac{y+6}{4y+8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4}$;
- 5) $\frac{a+3}{a^2+3a+9} - \frac{1}{a-3} + \frac{a^3+3a-9}{a^3-27}$.

Умножение и деление рациональных дробей.**Возведение рациональной дроби в степень****28.** Выполните умножение:

- 1) $\frac{4x}{y} \cdot \frac{y}{12x}$; 4) $18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5}$;
- 2) $\frac{a^3b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right)$; 5) $\frac{28m^5}{23n^4} \cdot 46n^6$;
- 3) $\frac{24p^6}{35q^4} \cdot \frac{49q}{16p^4}$; 6) $\frac{2a^4b}{9c^2d} \cdot \frac{15a^2d^5}{16b^3c} \cdot \frac{12c^3b^2}{35a^5d^4}$.

29. Упростите выражение:

- 1) $\frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{32a}{b^3}$;
- 2) $\frac{m^2-mn}{m^2+mn} \cdot \frac{m^2n+mn^2}{m^3-m^2n}$;
- 3) $\frac{x^2-16}{x^3-3x^2} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+4x}$;
- 4) $\frac{5y^2-20y+20}{y^3-1} \cdot \frac{3y^2+3y+3}{10y-20}$.

30. Выполните возведение в степень:

- 1) $\left(\frac{m^6}{n^3}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4$; 3) $\left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3$.

31. Выполните деление:

- 1) $\frac{16x^3}{9y^4} : \frac{8x^8}{27y^6}$; 4) $\frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8)$;
- 2) $\frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right)$; 5) $\frac{11a^5b^{12}}{12cd^6} : \frac{55a^3b^2}{18c^7d^4} \cdot \frac{21b^6d^2}{20a^7c^3}$;
- 3) $28a^{18}b^{19} : \frac{14a^{20}b^{15}}{15c^4}$; 6) $\left(-\frac{2p^4q^2}{5m^8}\right)^3 : \left(-\frac{2p^5q^3}{5m^6}\right)^4$.

32. Выполните деление:

$$1) \frac{x+1}{3x} : \frac{x^2+2x+1}{9x^2};$$

$$3) (n-7) : \frac{n^2-14n+49}{n^2-49};$$

$$2) \frac{x^2-2x}{3x+3} : \frac{5x-10}{x+1};$$

$$4) \frac{a^2-4b^2}{9a^2-b^2} : \frac{a^2+4ab+4b^2}{9a^2-6ab+b^2}.$$

33. Известно, что $x - \frac{1}{x} = 5$. Найдите значение выражения $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

34. Известно, что $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$. Найдите значение выражения $x + \frac{1}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \frac{12a^2}{4-a^2};$$

$$2) \left(\frac{8x}{x-2} + 2x \right) : \frac{4x+8}{7x-14};$$

$$3) \frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} : \frac{135}{6a-a^2};$$

$$4) \left(\frac{3m}{m+5} - \frac{8m}{m^2+10m+25} \right) : \frac{3m+7}{m^2-25} + \frac{5m-25}{m+5};$$

$$5) \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{xy+y^2} \right);$$

$$6) \left(\frac{a}{a-4} - \frac{a}{a+4} - \frac{a^2+16}{16-a^2} \right) : \frac{4a+a^2}{(4-a)^2}.$$

36. Докажите тождество:

$$1) \frac{b+2}{b^2-2b+1} : \frac{b^2-4}{3b-3} - \frac{3}{b-2} = \frac{3}{1-b};$$

$$2) \left(\frac{1}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a+2)^2} \right) : \frac{2a}{(a^2-4)^2} = 2a.$$

37. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+3} - \frac{27}{a^3+27} + \frac{9}{a^2-3a+9} \right) \cdot \left(a - \frac{6a-9}{a+3} \right)$$

не зависит от значения a .

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{m - \frac{14m-49}{m}}{7 - \frac{m}{m-1}}; \quad 2) \frac{\frac{b}{b-1} - \frac{b+1}{b}}{b+1 - \frac{b}{b-1}}.$$

Равносильные уравнения.

Рациональные уравнения

39. Равносильны ли уравнения:

1) $x-3=5$ и $7x=56$;

2) $x+2=0$ и $x(x+2)=0$;

3) $x^2=-1$ и $|x|=-2$;

4) $x+3=3+x$ и $\frac{x+3}{x+3}=1$?

40. Составьте уравнение, равносильное данному:

1) $3x-2=7$;

2) $|x|=2$;

3) $x-1=x+3$.

41. Решите уравнение:

1) $\frac{x+4}{x-1}=0$;

5) $\frac{x-1}{x+2}=\frac{2x-1}{2x+1}$;

2) $\frac{x^2-9}{x-3}=0$;

6) $\frac{3x-5}{x-1}-\frac{2x-5}{x-2}=1$;

3) $\frac{x+5}{x^2-25}=0$;

7) $\frac{x^2+9}{x^2-1}=\frac{x-2}{x+1}-\frac{5}{1-x}$;

4) $\frac{3}{x-4}-\frac{2}{x-4}=0$;

8) $\frac{1}{x^2-6x}+\frac{1}{x^2+6x}=\frac{2x}{x^2-36}$.

42. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\frac{x-3}{x-a}=0$;

3) $\frac{a(x-a)}{x-2}=0$;

2) $\frac{x-a}{x-2}=0$;

4) $\frac{(x-5)(x+6)}{x-a}=0$.

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 12^{-2} ; 4) $(-5)^{-3}$; 7) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-2}$; 10) $1,6^{-2}$.
 2) 3^{-4} ; 5) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1}$; 8) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1}$;
 3) $(-2)^{-6}$; 6) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 9) $0,3^{-2}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $10^{-1} + 5^{-2}$; 3) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$.
 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}$;

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1) $\frac{2a^{-5}c^{-3}d^{10}}{5xy^{-20}z^4}$; 2) $\frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-5}y^0z^{-30}}$.

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 28 000; 4) 0,00007; 7) $39 \cdot 10^7$;
 2) 12; 5) 0,21; 8) $45 \cdot 10^{-4}$.
 3) 0,0034; 6) $320 \cdot 10^3$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

- 1) $3,5 \cdot 10^3$; 2) $1,6 \cdot 10^{-3}$.

48. Сравните:

- 1) $8,6 \cdot 10^{10}$ и $2,3 \cdot 10^{11}$; 3) $1,23 \cdot 10^6$ и $0,12 \cdot 10^7$;
 2) $4,7 \cdot 10^{-6}$ и $5,9 \cdot 10^{-7}$; 4) $31,6 \cdot 10^{-8}$ и $0,061 \cdot 10^{-6}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из шести цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

51. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведения степеней с разными основаниями:

- 1) $a^{-8} \cdot a^{12}$; 7) $(a^{-4})^8$;
 2) $a^7 \cdot a^{-11}$; 8) $(a^3)^{-7} \cdot (a^{-4})^{-5} : (a^{-5})^8$;
 3) $a^{-6} \cdot a^{10} \cdot a^{-20}$; 9) $(a^5 b^{-3} c^4)^{-10}$;
 4) $a^{-3} : a^5$; 10) $(a^2 b^{-3})^{-3} \cdot (a^{-4} b^{-9})^6$;
 5) $a^{-4} : a^{-12}$; 11) $\left(\frac{a^{12} b^{-4}}{c^5 d^{-13}} \right)^{-2}$;
 6) $a^{17} \cdot a^{-23} : a^{-15}$; 12) $\left(\frac{a^7}{b^{-3}} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b^9} \right)^{-12}$.

52. Найдите значение выражения:

- 1) $7^5 \cdot 7^{-7}$; 4) $3^{-14} \cdot 3^{-19} : 3^{-34}$;
 2) $10^{12} \cdot 10^{15}$; 5) $(13^{-9})^4 \cdot (13^2)^{18}$;
 3) $5^{-12} : 5^{-16}$; 6) $\frac{2^{-4} \cdot (2^{-3})^5}{(2^{-8})^2 \cdot 2^{-8}}$.

53. Найдите значение выражения:

- 1) $27^{-3} : 81^{-2}$; 3) $\frac{21^5 \cdot 3^{-7}}{63^{-2} \cdot 7^8}$;
 2) $\frac{(-36)^{-3} \cdot 6^4}{216^{-4} \cdot (-6)^9}$; 4) $\frac{(0,2)^{-6} \cdot 25^{-7}}{125^{-3}}$.

54. Упростите выражение:

- 1) $\frac{1}{3} p^{-2} q^{-5} \cdot \frac{9}{5} p^6 q^3$; 3) $0,45 m^{-3} n^2 p^{-4} \cdot 1 \frac{1}{9} m^8 n^{-11} p^6$;
 2) $-0,4 b^{-3} c^7 \cdot 1,5 b^2 c^{-6}$; 4) $5a^{-6} \cdot (-3a^{-2} b^3)^{-2}$.

55. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

- 1) $\frac{17x^8}{14y^{-12}} \cdot \frac{28y}{51x^{-21}}$;
 2) $-1,6 m^{-4} n^3 \cdot (-2m^{-3} p^{-6})^{-3}$;
 3) $2 \frac{1}{4} a^{-5} b \cdot \left(1 \frac{1}{2} a^{-1} b^{-3} \right)^{-3}$;
 4) $(-10a^{-2} b c^{-11})^{-2} \cdot (0,1 b c^{-2})^{-3}$;
 5) $\left(-\frac{1}{5} a^{-3} b^{-7} \right)^{-3} \cdot (-5a^2 b^6)^{-2}$;
 6) $\left(\frac{8p^{-4}}{q^{-1}} \right)^{-2} \cdot (16p^{-6} q^3)^3$.

56. Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:

$$\begin{array}{ll} 1) (2,4 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-3}); & 3) \frac{3,2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^7}; \\ 2) (4 \cdot 10^{-7}) \cdot (4,6 \cdot 10^{-8}); & 4) \frac{1,2 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^3}. \end{array}$$

57. Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) (a^{-3} + 2)(a^{-3} - 2) - (a^{-3} + 3)^2; \\ 2) \frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-1} - y^{-1}}; \\ 3) \frac{x^{-2} - 5y^{-4}}{4x^{-1}y^{-2} + 4y^{-4}} + \frac{y^{-2}}{x^{-1} + y^{-2}}; \\ 4) \frac{x^{-2} + y^{-2}}{x^{-6}} : \frac{x^{-2}y^{-2} + x^{-4}}{x^{-4}}. \end{array}$$

58. Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{x^{-3} - 3}{x^{-5}} - \frac{x^6 - 9}{x^{-5}} \cdot \frac{1}{x^{-3} - 3}; \\ 2) \left(\frac{a^{-5}}{a^5 - 6} - \frac{2a^{-5}}{a^{10} - 12a^{-5} + 36} \right) \cdot \frac{36 - a^{-10}}{a^{-5} - 8} + \frac{12a^5}{a^5 - 6}. \end{array}$$

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

59. Дана функция $y = -\frac{48}{x}$. Найдите:

- значение функции, если значение аргумента равно: -3 ; 6 ; $0,4$;
- значение аргумента, при котором значение функции равно: 12 ; -36 ; 100 .

60. Постройте график функции $y = \frac{12}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

- значение функции, если значение аргумента равно -4 ;
- значение аргумента, при котором значение функции равно -6 ;
- значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

61. Не выполняя построения графика функции $y = \frac{36}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $A(4; 9)$; 3) $C(6; -6)$;
 2) $B(-12; -3)$; 4) $D(4,5; 8)$.
62. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку: 1) $A(-5; 8)$; 2) $B\left(\frac{1}{3}; -6\right)$; 3) $C(-0,6; -1,2)$.
63. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 5$ и определите координаты точек их пересечения.
64. Постройте график функции $y = \frac{7}{|x|}$.
65. Постройте график функции:
 1) $y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 7 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$
 2) $y = \begin{cases} 2x + 2, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$
66. Постройте график функции:
 1) $y = \frac{9x - 27}{x^2 - 3x}$; 2) $y = \frac{40 - 10x^2}{x^3 - 4x}$.

Функция $y = x^2$ и её график

67. Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $D(-7; 49)$; 2) $E(-4; -16)$; 3) $F(0,3; 0,9)$.
68. Решите графически уравнение:
 1) $x^2 = 5x - 6$; 2) $x^2 - x + 2 = 0$.
69. Дана функция $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1, \\ 2 - x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
 1) Найдите $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$.
 2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.
Арифметический квадратный корень

70. Имеет ли смысл выражение:

1) $\sqrt{5}$; 2) $-\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{-5}$; 4) $\sqrt{(-5)^2}$?

71. Найдите значение выражения:

1) $0,2\sqrt{400} - \frac{1}{3}\sqrt{81}$;

2) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{0,09} + \sqrt{2^3 + 1}$;

3) $5\sqrt{0,64} - \sqrt{5^2 + 12^2}$;

4) $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{1\frac{11}{25}} + 0,07\sqrt{10\,000}$.

72. Найдите значение выражения:

1) $(\sqrt{6})^2 - \sqrt{1,69}$; 3) $18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 - \frac{1}{6} \cdot (4\sqrt{3})^2$;

2) $(2\sqrt{7})^2 - (5\sqrt{2})^2$; 4) $\sqrt{961} - \left(\frac{1}{5}\sqrt{125}\right)^2$.

73. При каких значениях a имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{a-3}$; 3) $\sqrt{(a-3)^2}$; 5) $\sqrt{-a-3}$;

2) $\sqrt{4-a}$; 4) $\sqrt{a^4+1}$; 6) $\sqrt{-(a-3)^6}$?

74. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = 5$; 7) $\sqrt{6x-3} = 0$;

2) $\sqrt{x} = \frac{2}{7}$; 8) $\sqrt{6x-3} = 2$;

3) $\sqrt{x} - 8 = 0$; 9) $\frac{21}{\sqrt{x}} = 3$;

4) $2\sqrt{x} - 9 = 0$; 10) $\frac{10}{\sqrt{x-4}} = 5$;

5) $\frac{1}{3}\sqrt{x} + 4 = 0$; 11) $\sqrt{3 + \sqrt{5 + \sqrt{x}}} = 3$;

6) $\sqrt{6x} - 3 = 0$; 12) $(x-1)\sqrt{x^2-4} = 0$.

75. Решите уравнение:

1) $x^2 = 4$; 4) $x^2 = -36$;

2) $x^2 = 17$; 5) $(x+3)^2 = 100$;

3) $(x-8)^2 = 0$; 6) $(x-4)^2 = 6$.

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a + 3$:
1) имеет два корня; 3) не имеет корней?
2) имеет один корень;
77. При каких значениях a уравнение $(a - 10)x^2 = 3$:
1) имеет корни; 2) не имеет корней?
78. Для каждого значения a решите уравнение:
1) $\sqrt{x} = a - 2$; 3) $\sqrt{a(x - 2)} = 0$;
2) $(a - 2)\sqrt{x} = 0$; 4) $(a - 2)\sqrt{x} = a - 2$.

Множество и его элементы

79. Известно, что A — множество однозначных простых чисел. Поставьте вместо звёздочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получилось верное утверждение:
1) $5 * A$; 2) $2 * A$; 3) $1 * A$; 4) $8 * A$.
80. Запишите множество корней уравнения:
1) $3x - 7 = 0$; 3) $(x - 1)(x^2 - 1) = 0$.
2) $(x - 8)(x + 9) = 0$;
81. Задайте перечислением элементов множество:
1) правильных дробей со знаменателем 5;
2) букв слова «физика»;
3) цифр числа 1 230 321.
82. Равны ли множества A и B , если:
1) $A = \{2, 4\}$, $B = \{4, 2\}$;
2) $A = \{(2; 4)\}$, $B = \{(4; 2)\}$;
3) A — множество корней уравнения $x^2 + 5 = 0$, $B = \emptyset$;
4) A — множество прямоугольных равнобедренных треугольников, B — множество прямоугольных треугольников с углом 45° ?

Подмножество. Операции над множествами

83. Пусть A — множество цифр числа 2 342. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества A , если:
1) $x = 43$; 3) $x = 321$;
2) $x = 444 444$; 4) $x = 323 245$?
84. Запишите все подмножества множества $\{1, 2, 3\}$.

- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 66 790, B — множество цифр числа 40 075;
 - 2) A — множество делителей числа 24, B — множество чисел, кратных числу 6;
 - 3) A — множество однозначных чисел, B — множество составных чисел;
 - 4) A — множество двузначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 75;
 - 5) A — множество параллелограммов, B — множество прямоугольников.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 7 786, B — множество цифр числа 5 078;
 - 2) A — множество делителей числа 12, B — множество делителей числа 16;
 - 3) A — множество параллелограммов, B — множество прямоугольников.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- | | | |
|----------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $8 \in \mathbf{N}$; | 5) $-5,4 \in \mathbf{N}$; | 9) $\sqrt{3} \in \mathbf{R}$; |
| 2) $8 \in \mathbf{Z}$; | 6) $-5,4 \notin \mathbf{Q}$; | 10) $\sqrt{25} \notin \mathbf{N}$; |
| 3) $8 \notin \mathbf{Q}$; | 7) $-5,4 \in \mathbf{R}$; | 11) $\sqrt{25} \in \mathbf{Z}$; |
| 4) $8 \in \mathbf{R}$; | 8) $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; | 12) $\sqrt{25} \in \mathbf{Q}$? |
- 88.** Сравните числа:
- | | |
|--------------------------|---------------------|
| 1) $\frac{5}{9}$ и 0,55; | 3) -2,(35) и -2,35; |
| 2) 5,(16) и 5,16; | 4) 6,(23) и 6,(24). |

Свойства арифметического квадратного корня

- 89.** Найдите значение выражения:
- | | | |
|-------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| 1) $\sqrt{16,4^2}$; | 3) $\frac{1}{4}\sqrt{84^2}$; | 5) $\sqrt{6^4}$; |
| 2) $\sqrt{(-1,37)^2}$; | 4) $-2,6\sqrt{(-5)^2}$; | 6) $\sqrt{(-11)^4}$. |

90. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{64 \cdot 36}$;

4) $\sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot \frac{49}{169}}$;

2) $\sqrt{0,04 \cdot 81}$;

5) $\sqrt{3^8 \cdot 10^4}$;

3) $\sqrt{0,25 \cdot 0,09 \cdot 144}$;

6) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 0,1^6 \cdot (-5)^2}$.

91. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$;

3) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$;

2) $\sqrt{160} \cdot \sqrt{250}$;

4) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0,016}}$.

92. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{18 \cdot 128}$;

3) $\sqrt{2,5 \cdot 16,9}$;

2) $\sqrt{162 \cdot 50}$;

4) $\sqrt{2250 \cdot 1,6}$.

93. Упростите выражение:

1) $\sqrt{16x^{14}}$, если $x \leq 0$;

2) $\sqrt{4x^8y^2}$, если $y \geq 0$;

3) $\sqrt{0,64x^6y^{10}}$, если $x \geq 0$, $y \leq 0$;

4) $\frac{\sqrt{a^{10}b^{20}c^{30}}}{a^2b^3c^4}$, если $a > 0$, $c < 0$;

5) $\frac{1,4x^5}{y^2} \sqrt{\frac{y^{14}}{0,49x^8}}$, если $y > 0$;

6) $-0,2a^3\sqrt{1,21a^{18}b^{16}}$, если $a \leq 0$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x^2} - x + 1$, если $x \geq 0$;

2) $y = \sqrt{x^2} - 2x + 5$, если $x \leq 0$;

3) $y = \sqrt{x^2} + 1$.

95. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x^2} = x + 3$;

2) $\sqrt{x^2} = 2 - x$.

**Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни**

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{72}$; 4) $\sqrt{0,98}$; 7) $-100\sqrt{0,08}$;

2) $\sqrt{80}$; 5) $\frac{1}{2}\sqrt{44}$; 8) $\frac{2}{3}\sqrt{6\frac{3}{4}}$.

3) $\sqrt{300}$; 6) $-2,4\sqrt{75}$;

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{2a^2}$, если $a \geq 0$; 6) $\sqrt{x^4y^{11}}$, если $x \neq 0$;

2) $\sqrt{7b^2}$, если $b \leq 0$; 7) $\sqrt{9a^2b}$, если $a < 0$;

3) $\sqrt{8a^4}$; 8) $\sqrt{a^3b^3}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;

4) $\sqrt{x^9}$; 9) $\sqrt{36a^2b^{15}}$, если $a > 0$;

5) $\sqrt{-a^7}$; 10) $\sqrt{500a^7b^{14}}$, если $b < 0$.

98. Внесите множитель под знак корня:

1) $4\sqrt{3}$; 4) $\frac{1}{7}\sqrt{98}$; 7) $-0,3\sqrt{10}$;

2) $2\sqrt{5}$; 5) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; 8) $6\sqrt{a}$.

3) $0,1\sqrt{13}$; 6) $-8\sqrt{2}$;

99. Внесите множитель под знак корня:

1) $a\sqrt{11}$; 4) $5x\sqrt{\frac{x}{5}}$;

2) $a\sqrt{b}$, если $a \geq 0$; 5) $(a+2)\sqrt{\frac{1}{a+2}}$;

3) $a^5\sqrt{-a}$; 6) $(a-3)\sqrt{\frac{1}{9-3a}}$.

100. Упростите выражение:

1) $\sqrt{16a} + \sqrt{100a} - \sqrt{81a}$;

2) $\sqrt{20} - \sqrt{125} + \sqrt{405}$;

3) $4\sqrt{27b} - 5\sqrt{48b} + \frac{1}{4}\sqrt{192b}$.

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{99} - \sqrt{44}) \cdot \sqrt{11}$;
- 2) $(4\sqrt{6} - \sqrt{54} + \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$;
- 3) $(12 - \sqrt{7})(3 + 2\sqrt{7})$;
- 4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$;
- 5) $(\sqrt{14} - \sqrt{10})(\sqrt{14} + \sqrt{10})$;
- 6) $(3\sqrt{a} + 7\sqrt{b})(3\sqrt{a} - 7\sqrt{b})$;
- 7) $(\sqrt{7} + 1)^2$;
- 8) $(4\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(3\sqrt{6} + 5\sqrt{8} - 4\sqrt{32}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{108}$;
- 2) $(\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} - \sqrt{5}) - (\sqrt{10} - 2\sqrt{5})^2$;
- 3) $(7 - \sqrt{3})^2 + (4 + \sqrt{3})^2$;
- 4) $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 11}{x + \sqrt{11}}$;
- 3) $\frac{a + 3\sqrt{a}}{a - 9}$;
- 5) $\frac{m - 12\sqrt{m} + 36}{m - 36}$;
- 2) $\frac{\sqrt{x} - 12}{x - 144}$;
- 4) $\frac{17 \cdot \sqrt{17}}{\sqrt{17}}$;
- 6) $\frac{\sqrt{21} \cdot 3}{7 - \sqrt{21}}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{6}{\sqrt{17}}$;
- 5) $\frac{x - 3}{\sqrt{x - 3}}$;
- 9) $\frac{x - 4}{\sqrt{x + 5} - 3}$;
- 2) $\frac{12}{\sqrt{3}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{26} - 1}$;
- 10) $\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{x + 8} - 2}$;
- 3) $\frac{30}{7\sqrt{5}}$;
- 7) $\frac{35}{\sqrt{37} + \sqrt{2}}$;
- 11) $\frac{x^2 - 16}{3 - \sqrt{x + 5}}$;
- 4) $\frac{a^3}{b\sqrt{a}}$;
- 8) $\frac{16}{\sqrt{47} - \sqrt{15}}$;
- 12) $\frac{x}{\sqrt{3 - x} + \sqrt{3 + 2x}}$.

105. Найдите значение выражения:

1) $\frac{12}{12 - 5\sqrt{6}} - \frac{12}{12 + 5\sqrt{6}}$;

2) $\frac{3}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} - 1} - \frac{3}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} + 1}$;

3) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

106. Упростите выражение:

1) $\frac{a}{a-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$;

3) $\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}} : \frac{x-36}{4x}$;

2) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}-b} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$;

4) $\left(\frac{\sqrt{a}-5}{\sqrt{a}+5} + \frac{20\sqrt{a}}{a-25} \right) : \frac{\sqrt{a}+5}{a-5\sqrt{a}}$.

107. Известно, что $\sqrt{8+a} + \sqrt{3-a} = 4$. Найдите значение выражения $\sqrt{(8+a)(3-a)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

1) $A(4; 2)$;

4) $D(-100; 10)$;

2) $B(16; -4)$;

5) $E(12,25; 3,5)$.

3) $C(0,09; 0,3)$;

109. Сравните:

1) $\sqrt{68}$ и $\sqrt{73}$;

6) $\sqrt{38}$ и $2\sqrt{10}$;

2) $\sqrt{2,9}$ и $\sqrt{2,1}$;

7) $6\sqrt{5}$ и $5\sqrt{6}$;

3) 4 и $\sqrt{17}$;

8) $0,3\sqrt{3\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{0,5}$;

4) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ и 1;

9) $\frac{2}{5}\sqrt{62\frac{1}{2}}$ и $\frac{4}{3}\sqrt{5\frac{5}{8}}$.

5) -8 и $-\sqrt{63}$;

- 110.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:
1) $y = 3$; 3) $y = -4$;
2) $y = 0,7$; 4) $y = 300$.
- 111.** Расположите в порядке возрастания числа: 7 ; $\sqrt{46}$; $6,8$; $\sqrt{50}$; $7,2$.
- 112.** Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
1) $\sqrt{11}$; 3) $\sqrt{0,93}$;
2) $\sqrt{34}$; 4) $-\sqrt{63,25}$?
- 113.** Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
1) 7 и $\sqrt{102}$; 3) $-\sqrt{29}$ и $-4,2$;
2) $\sqrt{6}$ и $\sqrt{73}$; 4) $-\sqrt{37}$ и $1,2$.
- 114.** При каких значениях x выполняется неравенство:
1) $\sqrt{x} \geq 4$; 2) $\sqrt{x} < 3$; 3) $7 < \sqrt{x} \leq 10$?
- 115.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$ и определите координаты точки их пересечения.
- 116.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{(4 - \sqrt{3})^2}$; 4) $\sqrt{(8 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$;
2) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$; 5) $\sqrt{(\sqrt{23} - 7)^2} - \sqrt{(\sqrt{23} - 3)^2}$.
3) $\sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{8})^2}$;
- 117.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{25 + 4\sqrt{21}} + \sqrt{70 - 14\sqrt{21}}$;
2) $\sqrt{14 - 2\sqrt{13}}$; 4) $\sqrt{24 - 6\sqrt{15}} - \sqrt{115 - 20\sqrt{15}}$.
- 118.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{(\sqrt{a} + 2)^2 - 8\sqrt{a}} + \sqrt{(\sqrt{a} - 1)^2 + 4\sqrt{a}}$;
2) $\sqrt{a + 2\sqrt{a + 1}} + 2 + \sqrt{a - 2\sqrt{a + 1}} + 2$.

Квадратные уравнения.**Решение неполных квадратных уравнений**

- 119.** Составьте квадратное уравнение, в котором:
1) старший коэффициент равен 5, второй коэффициент равен 6, а свободный член равен 1;
2) старший коэффициент равен $\frac{1}{8}$, второй коэффициент равен 0, а свободный член равен -9.
- 120.** Какие из чисел 1; 0; 3; -2; -8 являются корнями уравнения $x^2 + 7x - 8 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
1) $5x^2 - 20 = 0$; 4) $3x^2 - 24x = 0$;
2) $x^2 + 12x = 0$; 5) $49x^2 - 9 = 0$;
3) $6x^2 - 18 = 0$; 6) $x^2 + 25 = 0$.
- 122.** Решите уравнение:
1) $(x - 1)(x - 2) + (x + 4)(x - 4) + 3x = 0$;
2) $(2x - 7)^2 - 7(7 - 2x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число 3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 51 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
1) $x^2 - 8|x| = 0$; 2) $x^2 - 4|x| + 5x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
1) $x^2 + 5x - 14 = 0$; 5) $x^2 + 6x - 2 = 0$;
2) $x^2 - 14x + 40 = 0$; 6) $3x^2 - 4x - 5 = 0$;
3) $3y^2 - 13y + 4 = 0$; 7) $25x^2 + 60x + 36 = 0$;
4) $12m^2 + m - 6 = 0$; 8) $x^2 - 8x + 18 = 0$.
- 126.** Решите уравнение:
1) $(4x + 1)(x - 3) = 12$;
2) $(x + 2)(x - 3) - (2x - 5)(x + 3) = x(x - 5)$;
3) $(6x - 5)^2 + (3x - 2)(3x + 2) = 36$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 36 см^2 , а одна из сторон на 9 см больше другой.
- 128.** Решите уравнение:
1) $3x^2 - 5x\sqrt{3} + 6 = 0$; 2) $x^2 + x(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{5} = 0$.

129. При каких значениях a число $\frac{1}{3}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + ax - 2 = 0$?
130. Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 14 см больше другого катета и на 2 см меньше гипотенузы.
131. Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 23 см, а диагональ прямоугольника — 37 см.
132. Найдите три последовательных натуральных числа, если удвоенный квадрат первого из них на 26 больше произведения второго и третьего чисел.
133. Найдите четыре последовательных чётных натуральных числа, если утроенное произведение второго и третьего чисел на 344 больше произведения первого и четвёртого чисел.
134. Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 20 диагоналей?
135. Решите уравнение:
- 1) $|x^2 - x - 1| = 1$; 3) $|x| + 8x - 7 = 0$;
2) $x^2 - 2|x| - 8 = 0$; 4) $x^2 + 7\sqrt{x^2} - 18 = 0$.
136. Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 6x + \frac{7}{x-5} = \frac{7}{x-5} - 5$;
2) $(\sqrt{x} - 3)(18x^2 - 9x - 5) = 0$;
3) $(x^2 + 16x)(\sqrt{x} - 2)(x^2 - 2x - 24) = 0$.
137. Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 + 3x - 10} + \sqrt{x^2 - 10x + 16} = 0$;
2) $x^2 - 12x + 36 + |x^2 - 4x - 12| = 0$;
3) $\sqrt{x^2 - 121} + |x^2 + 2x - 63| = 0$.
138. При каком значении b имеет единственный корень уравнение:
- 1) $10x^2 + 4x + b = 0$; 2) $2x^2 + bx + 8 = 0$?
139. Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (1 - 5a)x + 4a^2 - a = 0$;
2) $x^2 - (3a + 4)x + 12a = 0$;
3) $2(a - 1)x^2 + (a + 1)x + 1 = 0$.

140. При каких значениях b имеет единственный корень уравнение:

- 1) $bx^2 - 3x - 7 = 0$;
- 2) $(b+1)x^2 + (b+3)x + 2 = 0$;
- 3) $(b+5)x^2 + (2b+10)x + 4 = 0$?

Теорема Виета

141. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

- 1) $x^2 + 17x - 38 = 0$;
- 3) $3x^2 - 8x - 14 = 0$;
- 2) $x^2 - 16x + 4 = 0$;
- 4) $7x^2 + 23x + 5 = 0$.

142. Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа:

- 1) -7 и 14 ;
- 2) $\frac{1}{6}$ и $-\frac{1}{2}$.

143. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

- 1) 4 и 9 ;
- 5) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{1}{6}$;
- 2) -3 и 8 ;
- 6) $3 - \sqrt{31}$ и $3 + \sqrt{31}$;
- 3) $\frac{2}{3}$ и 5 ;
- 7) $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$;
- 4) $0,2$ и -6 ;
- 8) $-11 - 2\sqrt{3}$ и $-11 + 2\sqrt{3}$.

144. Число -12 является корнем уравнения $x^2 + 15x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.

145. Число 8 является корнем уравнения $x^2 + px - 32 = 0$. Найдите значение p и второй корень уравнения.

146. Число $\frac{2}{3}$ является корнем уравнения $6x^2 + bx - 3 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

147. Число $-0,4$ является корнем уравнения $2x^2 - 1,4x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.

148. При каком значении b корни уравнения $x^2 + bx - 7 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

- 149.** Один из корней уравнения $x^2 - 19x + q = 0$ на 3 больше другого. Найдите корни уравнения и значение q .
- 150.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + mx + 27 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 3x_2$. Найдите корни уравнения и значение m .
- 151.** Корни уравнения $x^2 + 27x + m = 0$ относятся как 4 : 5. Найдите корни уравнения и значение m .
- 152.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 7x + p = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 - 5x_2 = 5$. Найдите корни уравнения и значение p .
- 153.** Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x + 11 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;
 - 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$;
 - 3) $x_1^2 + x_2^2$;
 - 4) $x_1^3 + x_2^3$;
 - 5) $(x_1 - x_2)^2$;
 - 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
- 154.** Составьте квадратное уравнение, корни которого на 1 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 5x - 7 = 0$.
- 155.** Составьте квадратное уравнение, корни которого в 4 раза больше соответствующих корней уравнения $2x^2 - 13x + 5 = 0$.
- 156.** Сумма квадратов корней уравнения $2x^2 + ax - 3 = 0$ равна $\frac{37}{4}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

- 157.** Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 2x - 35$;
 - 2) $3x^2 + 16x + 5$;
 - 3) $x^2 - 10x + 18$.
- 158.** Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $a^2 - 13a + 22$;
 - 2) $-b^2 + 2b + 24$;
 - 3) $100c^2 - 50c + 6$;
 - 4) $-\frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x + 6$;
 - 5) $\frac{1}{3}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{12}$;
 - 6) $12x^2 - 60x + 75$.

159. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$;
- 2) $\frac{2x + 10}{x^2 + x - 20}$;
- 3) $\frac{2x^2 + 9x - 18}{4x^2 - 9}$;
- 4) $\frac{36a^2 - 12a + 1}{6a^2 + 11a - 2}$;
- 5) $\frac{m^2 + 8m - 9}{m^2 + 12m + 27}$;
- 6) $\frac{b^3 - 27}{5b^2 - 16b + 3}$;
- 7) $\frac{9 - x^2}{15 - 2x - x^2}$;
- 8) $\frac{y^2 - 8y + 12}{12y - y^2 - 20}$;
- 9) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{7x - 3x^2 - 2}$.

160. Постройте график функции:

- 1) $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}$;
- 2) $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

161. Упростите выражение:

- 1) $\frac{3y^2 - 12}{2y^2 - 15y + 18} \cdot \frac{6 - y}{y + 2} + \frac{y}{3 - 2y}$;
- 2) $\frac{y + 20}{4y^3 - 16y} : \left(\frac{y - 2}{6y^2 + 11y - 2} - \frac{4}{4 - y^2} \right)$;
- 3) $\left(\frac{4a}{a^2 - 3a + 2} + \frac{2}{a^2 - 1} \right) : \frac{2a + 4}{a^2 - a - 2} - \frac{a}{a - 1}$.

162. Разложите на множители многочлен:

- 1) $x^2 - 2xy - 63y^2$;
- 2) $2a^2 + 7ab + 3b^2$;
- 3) $3m^2 + 11mn - 4n^2$.

163. Для каждого значения a решите уравнение:

- 1) $(a^2 - a - 56)x = a^2 - 64$;
- 2) $(a^2 + 5a - 24)x = 2a^2 - 5a - 3$.

**Решение уравнений,
сводящихся к квадратным уравнениям**

164. Решите уравнение:

- 1) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$;
- 2) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$;
- 3) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$;
- 4) $3x^4 + 8x^2 - 3 = 0$.

165. Решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 + 8x}{x + 10} = \frac{20}{x + 10};$$

$$5) \frac{14}{x^2 - 2x} - \frac{21}{x^2 + 2x} = \frac{5}{x};$$

$$2) \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 4} = \frac{2x - 2}{x^2 - 4};$$

$$6) \frac{x + 5}{x - 2} - \frac{5}{x - 5} = \frac{x - 20}{(x - 5)(x - 2)};$$

$$3) \frac{5x + 3}{x + 5} = \frac{3x + 1}{x + 2};$$

$$7) \frac{1}{x + 6} + \frac{3}{x^2 - 6x} = \frac{72}{x^3 - 36x};$$

$$4) \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{4};$$

$$8) \frac{3}{x - 2} - \frac{13}{x^2 + 2x + 4} = \frac{26 + 5x}{x^3 - 8}.$$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) (x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0;$$

$$2) (x + 5)^4 - 10(x + 5)^2 + 9 = 0;$$

$$3) (x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 = 0;$$

$$4) (x^2 + 4x - 4)^2 - 9x^2 - 36x + 44 = 0;$$

$$5) (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12;$$

$$6) (x^4 - 2x^2)^2 - 14(x^4 - 2x^2) = 15.$$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) \frac{x^2}{(2x + 3)^2} - \frac{3x}{2x + 3} + 2 = 0;$$

$$2) \frac{x - 3}{x + 2} + \frac{x + 2}{x - 3} = 4\frac{1}{4};$$

$$3) \frac{x - 1}{x} - \frac{3x}{2(x - 1)} = -\frac{5}{2};$$

$$4) \frac{3x + 4}{x - 2} - \frac{6(x - 2)}{3x + 4} = 1;$$

$$5) \frac{x^2 + x - 3}{2} - \frac{3}{2x^2 + 2x - 6} = 1;$$

$$6) \frac{x^2 - x - 1}{x} - \frac{6x}{x^2 - x - 1} = 5;$$

$$7) \frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5};$$

$$8) \frac{8}{x^2 - 6x + 12} - x^2 + 6x = 10.$$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 5x + 6}{x - a} = 0;$$

$$2) \frac{x - a}{x^2 - 5x + 6} = 0;$$

$$3) \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x-2} = 0; \quad 4) \frac{x^2 - (a+3)x + 2a+2}{x-2} = 0.$$

169. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - ax + 2}{x-3} = 0$ имеет единственный корень?

Рациональные уравнения
как математические модели реальных ситуаций

170. Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому 60 км он проезжает на 1 ч быстрее второго велосипедиста. Найдите скорость каждого велосипедиста.
171. Из пункта A в пункт B автомобиль ехал по шоссе длиной 21 км, а из пункта B в пункт A возвращался по грунтовой дороге длиной 20 км, затратив на обратный путь на 6 мин больше, чем на путь из пункта A в пункт B . С какой скоростью ехал автомобиль по грунтовой дороге, если по шоссе его скорость на 20 км/ч больше, чем по грунтовой дороге?
172. Поезд должен был проехать 360 км. Проехав $\frac{7}{12}$ этого расстояния, поезд увеличил скорость на 5 км/ч. Найдите скорость поезда на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 5 ч.
173. Моторная лодка прошла 35 км по озеру, а затем 34 км по реке, впадающей в это озеро, за 2 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки составляет 1 км/ч.
174. Теплоход прошёл 30 км против течения реки и 16 км по течению, затратив на путь по течению на 30 мин меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки составляет 1 км/ч.
175. Для перевозки 60 т груза заказали определённое количество автомобилей одинаковой грузоподъёмности. В связи с поломкой двух автомобилей на каждый из оставшихся погрузили на 1 т больше, чем планирова-

лось. Сколько автомобилей должно было работать на перевозке груза?

- 176.** Числитель обыкновенной дроби на 4 меньше её знаменателя. Если числитель этой дроби увеличить на 6, а знаменатель — на 5, то полученная дробь будет на $\frac{1}{2}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.
- 177.** Двое рабочих, работая вместе, выполнили производственное задание за 12 ч. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий самостоятельно, если один из них может это сделать на 7 ч быстрее другого?
- 178.** Первая бригада работала на ремонте дороги 9 ч, после чего к ней присоединилась вторая бригада. Через 6 ч совместной работы была отремонтирована $\frac{1}{2}$ дороги. За сколько часов может отремонтировать дорогу каждая бригада самостоятельно, если второй бригаде для этого требуется на 9 ч меньше, чем первой?
- 179.** Слиток золота с серебром, содержащий 60 г золота, сплавляли с 60 г золота. Процентное содержание золота в новом слитке на 15 % больше, чем в исходном. Сколько граммов серебра содержится в слитке?
- 180.** В раствор, содержащий 60 г воды, добавили 20 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 5 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Вариант 2

Повторение

1. Представьте в виде степени с основанием a выражение
1) $(a^4)^3$; 4) $((a^7)^3)^2$;
2) $(-a^6)^2$; 5) $(a^6)^3 \cdot (a^2)^4$;
3) $a^5 a^4$; 6) $(-a^5)^3 \cdot (-a^4)^7 : a^{12}$.
2. Упростите выражение:
1) $(x+2)(x-5) - 3x(1-2x)$;
2) $(a+3)(a-2) + (a-3)(a+6)$;
3) $(x-7)(3x-2) - (5x+1)(2x-4)$;
4) $(x-2)^2 + (x-1)(x+1)$;
5) $(3a-2b)(3a+2b) - (a+3b)^2$;
6) $(y-4)(y+3) + (y+1)^2 - (7-y)(7+y)$.
3. Разложите на множители:
1) $6a - 9b$; 6) $15mn^2 - 5mn$;
2) $4x - xy$; 7) $24x^2y + 36xy^2$;
3) $5ab - 5ac$; 8) $-4x^8 + 16x^{15}$;
4) $3m^2 - 6mn$; 9) $3x^4 - 6x^3 + 9x^5$;
5) $a^7 + a^4$; 10) $8ab^3 - 12a^2b - 24a^2b^2$.
4. Разложите на множители:
1) $3x + 3y - bx - by$; 4) $6m^2n - 3m^2 + 2mn^2 - mn$;
2) $4n - nc - 4 + c$; 5) $4a^4 - 5a^3y - 8a + 10y$;
3) $x^7 + x^3 + 4x^4 + 4$; 6) $a^3b^2 - a^2 + a^2b^2 - a$.
5. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
1) $a^2 - 14a + 49$; 4) $16m^2 + 49n^2 - 56mn$;
2) $25y^2 + 10y + 1$; 5) $x^{10} - 6x^5b + 9b^2$;
3) $100a^2 - 180ab + 81b^2$; 6) $36m^6 + n^{12} + 12m^3n^6$.
6. Разложите на множители:
1) $x^2 - 25$; 5) $a^2b^2 - \frac{16}{9}$;
2) $36 - 16y^2$; 6) $a^8 - x^4$;
3) $4x^2 - 81y^2$; 7) $0,04b^4 - a^{12}$;
4) $0,09y^2 - 1,21p^2$; 8) $-1 + a^6b^4$.
7. Разложите на множители:
1) $a^3 + 64$; 3) $216 - m^3n^3$;
2) $8x^3 - y^3$; 4) $b^9 + a^{12}$.

8. Разложите на множители:

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| 1) $3a - 3a^3$; | 5) $-3a^4 - 12a^3 - 12a^2$; |
| 2) $7x^5 - 7xy^2$; | 6) $2a^3 + 54b^6$; |
| 3) $5x^2y^6 - 45x^2b^2$; | 7) $a + 5b + a^2 - 25b^2$; |
| 4) $3x^2 - 24xy + 48y^2$; | 8) $ac^6 - ac^4 - c^6 + c^4$. |

Рациональные дроби

9. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{3m - n}{4m - 6n}$, если $m = -2$, $n = 1$;
 2) $\frac{y^2 + 2y}{3y - 1}$, если $y = 0,4$.

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|--|
| 1) $2x - 3$; | 5) $\frac{5}{x^2 - 9}$; | 9) $\frac{x + 3}{x^2 - 4x + 4}$; |
| 2) $\frac{12 - c}{11}$; | 6) $\frac{3}{x^4 + 1}$; | 10) $\frac{7}{b + 2} - \frac{5b}{b - 5}$; |
| 3) $\frac{11}{12 - c}$; | 7) $\frac{5}{ x - 2}$; | 11) $\frac{8}{x(x + 1)}$; |
| 4) $\frac{x - 5}{x + 5}$; | 8) $\frac{x + 1}{ x + 3}$; | 12) $\frac{3}{3 - \frac{3}{x}}$? |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 9;
 2) все числа, кроме 2 и 3;
 3) все числа, кроме -1 , 0 и 1;
 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной b значение дроби:

- 1) $\frac{14b - b^2 - 50}{b^2 + 2b + 1}$ отрицательное;
 2) $\frac{b^2 - 16b + 64}{b^6 + 1}$ неотрицательное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

- 1) $\frac{6m}{18n}$; 3) $\frac{16p^3}{48p^5}$; 5) $\frac{33a^5b^3}{44a^4b^7}$;
 2) $\frac{14ab}{2at}$; 4) $\frac{4mn^2q}{28m^2nq^3}$; 6) $\frac{34x^8y^6}{51x^6y^8}$.

14. Сократите дробь:

- 1) $\frac{5a + 20m}{5a}$; 6) $\frac{m^6 - m^4}{m - m^3}$;
 2) $\frac{2p - 14q}{3p - 21q}$; 7) $\frac{m^3 - 125}{4m - 20}$;
 3) $\frac{x^2 - 36}{4x + 24}$; 8) $\frac{4m^2 - 4m + 4}{12m^3 + 12}$;
 4) $\frac{10x^2 - 2x}{3 - 15x}$; 9) $\frac{bx + by + 2x + 2y}{4 - b^2}$;
 5) $\frac{a^2 - 64}{a^2 + 16a + 64}$;

15. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{x^7y^4 + x^5y^6}{x^5y^4}$, если $x = 0,6$, $y = -0,8$;
 2) $\frac{5x^3 - 125x}{2x^3 - 20x^2 + 50x}$, если $x = 6$;
 3) $\frac{(4x + 4y)^2}{4x^2 - 4y^2}$, если $x = 0,2$, $y = -0,6$;
 4) $\frac{18x^2 - 48xy + 32y^2}{9x - 12y}$, если $4y - 3x = -0,9$.

16. Приведите дробь:

- 1) $\frac{a}{b^3}$ к знаменателю b^8 ;
 2) $\frac{x}{5y}$ к знаменателю $35y^3z^2$;
 3) $\frac{4}{9m^2n}$ к знаменателю $54m^3n^6$;
 4) $\frac{8}{x - 1}$ к знаменателю $7x - 7$;

5) $\frac{3}{b-5}$ к знаменателю $b^2 - 5b$;

6) $\frac{x-2}{x+6}$ к знаменателю $x^2 - 36$.

17. Постройте график функции:

1) $y = \frac{2x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$;

2) $y = \frac{x+1}{x+1}$;

6) $y = \frac{(3-x)^4}{(x-3)^3}$;

3) $y = -x + \frac{x-2}{x-2}$;

7) $y = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-4}$;

4) $y = \frac{x+2}{x+2} + 2x$;

8) $y = \frac{4x^2 + 20x + 25}{2x - 5} - \frac{x^2 + 3x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+4}{x+4} = 1$;

2) $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$;

3) $\frac{|x| - 11}{x - 11} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-1)x = 2$;

3) $(a+3)x = a^2 + 6a + 9$;

2) $(a-2)x = a-2$;

4) $(a^2 - 16)x = a + 4$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{5b}{28} + \frac{9b}{28}$;

4) $\frac{4c - 3d}{cd} - \frac{c - 3d}{cd}$;

2) $\frac{9m}{7n} - \frac{2m}{7n}$;

5) $\frac{6x}{x^2 - 16} - \frac{24}{x^2 - 16}$;

3) $\frac{5x - 3y}{8z} + \frac{3x - 13y}{8z}$;

6) $\frac{m^2 + 10m}{9 - m^2} - \frac{4m - 9}{9 - m^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{a-2}{a-1} - \frac{a}{1-a}$;

3) $\frac{(2a-3)^2}{9a-27} + \frac{(a-6)^2}{27-9a}$;

2) $\frac{3y+7}{4-y} + \frac{y+15}{y-4}$;

4) $\frac{25-3x}{(x-5)^2} - \frac{7x-x^2}{(5-x)^2}$.

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

$$1) \frac{m-3}{m}; \quad 2) \frac{a^2-2a+7}{a-2}; \quad 3) \frac{y^2+5y-3}{y-2}.$$

23. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{7n^2+3n-15}{n}; \quad 2) \frac{2n^3-7n^2-48}{n^2}; \quad 3) \frac{12n+4}{4n-3}.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с разными знаменателями**

24. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{aligned} 1) \frac{3}{m} + \frac{5}{n}; & \quad 4) \frac{6p}{5xy} + \frac{4k}{3xy^2} - \frac{3m}{4x^2y}; \\ 2) \frac{4}{x} - \frac{3}{xy}; & \quad 5) \frac{2n-5m}{n} + \frac{6n^2+5m^2}{mn}; \\ 3) \frac{7}{9ab} - \frac{13}{12ab}; & \quad 6) \frac{6x^2-3x+2}{x^2y} - \frac{3x-2}{xy}. \end{aligned}$$

25. Выполните действия:

$$\begin{aligned} 1) \frac{x+4}{2x-6} - \frac{x+1}{x-3}; & \quad 4) \frac{4b}{3b-21} + \frac{3b}{14-2b}; \\ 2) \frac{a+3}{3a-3} + \frac{2-a}{5a-5}; & \quad 5) \frac{3p}{3p+2q} - \frac{9p^2}{9p^2+12pq+4q^2}; \\ 3) \frac{x+5}{x-5} - \frac{x-1}{x+5}; & \quad 6) \frac{4}{c^2-36} - \frac{2}{c^2-6c}. \end{aligned}$$

26. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{aligned} 1) x - \frac{1}{x}; & \quad 4) \frac{5b+1}{b+2} - 4; \\ 2) \frac{4}{y^3} + \frac{5}{y} - 7; & \quad 5) \frac{m^2-n^2}{m+3n} + m - 3n; \\ 3) 6 - \frac{3a+6c}{c}; & \quad 6) x - \frac{9}{x-3} - 3. \end{aligned}$$

27. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} 1) \frac{2y^2-5xy}{x^2-4y^2} - \frac{x}{2y-x} - \frac{y}{x+2y}; \\ 2) \frac{x-1}{2x-6} - \frac{1}{x} - \frac{3x-3}{2x^2-6x}; \end{aligned}$$

- 3) $\frac{m+2}{4m^2-16m+16} - \frac{1}{3m-6}$;
 4) $\frac{y+12}{8y+32} - \frac{y+4}{8y-32} + \frac{9}{y^2-16}$;
 5) $\frac{a+2}{a^2+2a+4} - \frac{1}{a-2} + \frac{a^3+2a}{a^3-8}$.

Умножение и деление рациональных дробей.**Возведение рациональной дроби в степень****28.** Выполните умножение:

- 1) $\frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{15a}$; 4) $20m^6 \cdot \frac{3x^3}{5m^9}$;
 2) $\frac{mn^3}{24p} \cdot \left(-\frac{6p}{m^2n}\right)$; 5) $\frac{25k^6}{11p^3} \cdot 44p^9$;
 3) $\frac{26x^7}{51y^5} \cdot \frac{34y^3}{39x^4}$; 6) $\frac{3x^3y^2}{8m^2n} \cdot \frac{16xm^3}{27y^4n^8} \cdot \frac{18n^2y^2}{4x^2m}$.

29. Упростите выражение:

- 1) $\frac{2xy-y^2}{3} \cdot \frac{9x}{y^5}$;
 2) $\frac{a^2-2ab}{a^2+3ab} \cdot \frac{a^2b+3ab^2}{a^3-2a^2b}$;
 3) $\frac{x^2-25}{x^2-6x} \cdot \frac{x^2-36}{x^2+5x}$;
 4) $\frac{4a^2-24a+36}{a^3+1} \cdot \frac{7a^2-7a+7}{8a-24}$.

30. Выполните возведение в степень:

- 1) $\left(\frac{a^7}{b^2}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{4m^2}{5n}\right)^2$; 3) $\left(-\frac{7x^2b^3}{2y^4z^5}\right)^3$.

31. Выполните деление:

- 1) $\frac{32a^5}{15y^8} : \frac{4a^3}{45y^4}$; 4) $\frac{72a^5b^4}{25y^8} : (24a^7b^9)$;
 2) $\frac{16x^2y^8}{15m^4n^8} : \left(-\frac{8x^3y^5}{35m^6n^7}\right)$; 5) $\frac{7x^4y^{13}}{18m^2n^5} : \frac{35x^5y^8}{33m^4n^8} : \frac{11y^2n^9}{9xm^4}$;
 3) $54p^{10}n^{17} : \frac{27p^{12}n^{14}}{22a^6}$; 6) $\left(-\frac{3m^2n^3}{4b^4}\right)^3 : \left(-\frac{3m^3n}{4b^6}\right)^4$.

32. Выполните деление:

$$1) \frac{x^2 - 4x + 4}{20x^3} : \frac{x - 2}{5x};$$

$$2) \frac{x - 3}{4x + 12} : \frac{2x - 6}{x^2 + 3x};$$

$$3) \frac{a^2 + 10a + 25}{a^2 - 25} : (a + 5);$$

$$4) \frac{x^2 - 9y^2}{16x^2 - 9y^2} : \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{16x^2 - 24xy + 9y^2}.$$

33. Известно, что $2x + \frac{1}{x} = 7$. Найдите значение выражения $4x^2 + \frac{1}{x^2}$.

34. Известно, что $x^2 + \frac{9}{x^2} = 10$. Найдите значение выражения $x + \frac{3}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2 + 27}{9 - a^2};$$

$$2) \left(5x - \frac{10x}{x+1} \right) : \frac{15x - 15}{4x + 4};$$

$$3) \frac{3a}{a-4} - \frac{a+2}{5a-20} : \frac{240}{a^2 + 2a};$$

$$4) \left(\frac{8b}{b+7} - \frac{15b}{b^2 + 14b + 49} \right) : \frac{8b + 41}{b^2 - 49} + \frac{7b - 49}{b + 7};$$

$$5) \left(\frac{a-b}{a^2 + ab} - \frac{a}{ab + b^2} \right) : \left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a+b} \right);$$

$$6) \frac{x^2 + 5x}{(x-5)^2} : \left(\frac{5}{x+5} + \frac{x^2 + 25}{x^2 - 25} - \frac{5}{5-x} \right).$$

36. Докажите тождество:

$$1) \frac{a+4}{a^2 - 6a + 9} : \frac{a^2 - 16}{2a - 6} - \frac{2}{a-4} = \frac{2}{3-a};$$

$$2) \frac{8m^3}{(m^2 - 64)^2} : \left(\frac{1}{(m+8)^2} + \frac{2}{m^2 - 64} + \frac{1}{(m-8)^2} \right) = 2m.$$

37. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+1} - \frac{3}{a^3+1} + \frac{3}{a^2-a+1} \right) \cdot \left(a - \frac{2a-1}{a+1} \right)$$

не зависит от значения a .

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{1 - \frac{6}{x}}{\frac{12x-36}{x} - x}; \quad 2) \frac{\frac{y}{2-y} + \frac{2+y}{y}}{\frac{y}{2+y} + \frac{2-y}{y}}.$$

Равносильные уравнения. Рациональные уравнения

39. Равносильны ли уравнения:

$$\begin{aligned} 1) & x+8=2 \text{ и } -4x=24; \\ 2) & x-5=0 \text{ и } (x-5)(x+5)=0; \\ 3) & x^4=-1 \text{ и } \frac{5}{x}=0; \\ 4) & x+4=4+x \text{ и } \frac{x^2+4}{x^2+4}=1? \end{aligned}$$

40. Составьте уравнение, равносильное данному:

$$1) 4x-5=11; \quad 2) x^2=36; \quad 3) x+2=x-8.$$

41. Решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x-3}{x+1}=0; & 5) & \frac{x+1}{x-4}=\frac{3x+1}{3x-1}; \\ 2) & \frac{x^2-16}{x+4}=0; & 6) & \frac{9x-7}{3x-2}-\frac{4x-5}{2x-3}=1; \\ 3) & \frac{x+2}{x^2-4}=0; & 7) & \frac{x^2+20}{x^2-4}=\frac{x-3}{x+2}-\frac{6}{2-x}; \\ 4) & \frac{5}{x+7}-\frac{3}{x-7}=0; & 8) & \frac{5}{x^2-7x}-\frac{x-5}{x^2+7x}-\frac{9}{x^2-49}=0. \end{aligned}$$

42. Для каждого значения a решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x-1}{x+a}=0; & 3) & \frac{(a-1)(x+a)}{x-3}=0; \\ 2) & \frac{x-a}{x+4}=0; & 4) & \frac{x-a}{(x-5)(x+6)}=0. \end{aligned}$$

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 17^{-2} ; 5) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 9) $0,9^{-2}$;
 2) 5^{-3} ; 6) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$; 10) $1,4^{-2}$.
 3) $(-2)^{-7}$; 7) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-2}$;
 4) $(-3)^{-6}$; 8) $\left(1\frac{3}{11}\right)^{-1}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $5^{-3} + 10^{-2}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-2}$.
 2) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + 3^{-2} - (-2,6)^0$;

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1) $\frac{3a^6b^{-8}c^{-5}}{4m^4n^{-15}p^{-30}}$; 2) $\frac{7,8^0x^{-10}y^{-13}z^0}{7^{-2}a^6b^{-15}c^{-7}}$.

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 14 000; 4) 0,000009; 7) $81 \cdot 10^8$;
 2) 560; 5) 0,48; 8) $76 \cdot 10^{-3}$.
 3) 0,023; 6) $670 \cdot 10^4$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

- 1) $2,9 \cdot 10^4$; 2) $7,8 \cdot 10^{-2}$.

48. Сравните:

- 1) $7,5 \cdot 10^9$ и $3,4 \cdot 10^{10}$;
 2) $5,8 \cdot 10^{-5}$ и $6,2 \cdot 10^{-6}$;
 3) $3,45 \cdot 10^5$ и $0,34 \cdot 10^6$;
 4) $22,8 \cdot 10^{-9}$ и $0,058 \cdot 10^{-7}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 6. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из пяти цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

51. Представьте выражение в виде степени с основанием x или произведением степеней с разными основаниями:

1) $x^{-10} \cdot x^7$;

7) $(x^5)^{-7}$;

2) $x^8 \cdot x^{-6}$;

8) $(x^2)^8 \cdot (x^{-7})^{-4} : (x^{-3})^9$;

3) $x^{-10} \cdot x^{15} \cdot x^{-8}$;

9) $(x^4 y^6 z^{-5})^{-9}$;

4) $x^{-2} : x^7$;

10) $(x^3 y^{-6})^{-5} \cdot (x^{-6} y^{-8})^2$;

5) $x^5 : x^{12}$;

11) $\left(\frac{x^{13} y^{-5}}{c^6 m^{-12}}\right)^{-4}$;

6) $x^{16} \cdot x^{-25} : x^{12}$;

12) $\left(\frac{x^8}{y^{-5}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{x^{-4}}{y^8}\right)^{-10}$.

52. Найдите значение выражения:

1) $14^6 \cdot 14^{-8}$;

4) $2^{-18} \cdot 2^{-12} : 2^{-32}$;

2) $10^{-16} \cdot 10^{18}$;

5) $(11^{-8})^7 \cdot (11^{-4})^{14}$;

3) $6^{-10} : 6^{13}$;

6) $\frac{5^{-6} \cdot (5^{-2})^5}{(5^{-3})^6 \cdot 5^2}$.

53. Найдите значение выражения:

1) $32^{-3} : 16^{-3}$;

3) $\frac{14^6 \cdot 2^{-8}}{28^{-3} \cdot 7^{11}}$;

2) $\frac{25^{-8} \cdot 5^7}{(-125)^{-5} \cdot (-5)^4}$;

4) $\frac{(0,5)^5 \cdot 4^{-6}}{8^{-2}}$.

54. Упростите выражение:

1) $\frac{2}{7} a^{-6} b^4 \cdot \frac{21}{32} a^8 b^{-9}$;

3) $0,28 a^{-4} b^3 c^{-5} \cdot 1\frac{3}{7} a^7 b^{-16} c^7$;

2) $-0,3 m^{-4} b^6 \cdot 1,3 m^2 b^{-2}$;

4) $7x^{-8} \cdot (-2x^{-3} y^5)^3$.

55. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

1) $\frac{13m^{-10}}{15n^{-14}} \cdot \frac{45n^3}{52m^{-50}}$;

2) $2,7x^{-5}y^4 \cdot (-3x^{-2}y^{-6})^{-2}$;

3) $3\frac{4}{7} a^{-6} b^2 \cdot \left(1\frac{3}{7} a^2 b^{-3}\right)^{-2}$;

4) $(-0,01a^{-3}bc^{13})^{-2} \cdot (10bc^{-5})^{-3}$;

$$5) \left(-\frac{1}{6}a^{-4}b^{-8} \right)^{-4} \cdot (-6a^3b^7)^{-3};$$

$$6) \left(\frac{5a^{-3}}{b^{-2}} \right)^{-3} \cdot (25a^{-8}b^5)^2.$$

56. Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:

$$1) (1,8 \cdot 10^{-6}) \cdot (8 \cdot 10^9); \quad 3) \frac{5,6 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^6};$$

$$2) (7 \cdot 10^{-2}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-3}); \quad 4) \frac{1,7 \cdot 10^7}{3,4 \cdot 10^5}.$$

57. Упростите выражение:

$$1) (x^{-4} + 5)(x^{-4} - 5) - (x^{-4} + 6)^2;$$

$$2) \frac{x^{-3} - y^{-3}}{x^{-2} + x^{-1}y^{-1} + y^{-2}};$$

$$3) \frac{a^{-2} + b^{-2}}{2a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1}} + \frac{b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}};$$

$$4) \frac{m^{-3} - n^{-3}}{m^{-4}} : \frac{m^{-3}n^{-3} - m^{-6}}{m^{-5}}.$$

58. Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:

$$1) \frac{y^{-4} + 4}{y^{-6}} - \frac{y^{-8} - 16}{y^{-6}} \cdot \frac{1}{y^{-4} + 4};$$

$$2) \left(\frac{3a^{-4}}{a^{-8} - 10a^{-4} + 25} - \frac{a^{-4}}{a^{-4} - 5} \right) \cdot \frac{25 - a^{-8}}{8 - a^{-4}} + \frac{10a^{-4}}{a^{-4} - 5}.$$

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

59. Дана функция $y = \frac{18}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно: -2; 3; 0,6;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно: 6; -54; 40.

60. Постройте график функции $y = -\frac{4}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно -2 ;
 2) значение аргумента, при котором значение функции равно -8 ;
 3) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.
- 61.** Не выполняя построения графика функции $y = \frac{20}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $A(5; 4)$; 3) $C(-4; -5)$;
 2) $B(10; -2)$; 4) $D(0,5; 40)$.
- 62.** Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку:
 1) $A(-3; 4)$; 2) $B\left(\frac{1}{2}; -8\right)$; 3) $C(-0,2; -2,4)$.
- 63.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x + 7$ и определите координаты точек их пересечения.
- 64.** Постройте график функции $y = -\frac{3}{|x|}$.
- 65.** Постройте график функции:
 1) $y = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 5, & \text{если } x > -2; \end{cases}$
 2) $y = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{3}{x}, & \text{если } 1 < x < 3, \\ x - 2, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$
- 66.** Постройте график функции:
 1) $y = \frac{5x - 5}{x^2 - x}$; 2) $y = \frac{54 - 6x^2}{x^3 - 9x}$.

Функция $y = x^2$ и её график

- 67.** Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $C(-5; 25)$; 2) $D(-3; -9)$; 3) $K(0,2; 0,4)$.

68. Решите графически уравнения:

1) $x^2 = 4x - 3$; 2) $x^2 - 2x + 4 = 0$.

69. Дана функция $y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

1) Найдите $f(-4)$, $f(2)$, $f(5)$.

2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.

Арифметический квадратный корень

70. Имеет ли смысл выражение:

1) $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{-7}$; 4) $\sqrt{(-7)^2}$?

71. Найдите значение выражения:

1) $0,1\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{64}$;

2) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{0,04} + \sqrt{3^3 + 22}$;

3) $4\sqrt{0,49} - \sqrt{8^2 + 15^2}$;

4) $\sqrt{2\frac{2}{49}} + \sqrt{2\frac{7}{9}} - 0,03\sqrt{40\,000}$.

72. Найдите значение выражения:

1) $(\sqrt{7})^2 - \sqrt{1,21}$; 3) $32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{11}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot (7\sqrt{15})^2$;

2) $(4\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2$; 4) $\sqrt{784} - \left(\frac{1}{7}\sqrt{343}\right)^2$.

73. При каких значениях a имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{a-5}$; 3) $\sqrt{(a-1)^2}$; 5) $\sqrt{-a-1}$;

2) $\sqrt{7-a}$; 4) $\sqrt{a^6+1}$; 6) $\sqrt{-(a-1)^{10}}$?

74. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = 7$; 5) $\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3 = 0$;

2) $\sqrt{x} = \frac{4}{5}$; 6) $\sqrt{5x} - 6 = 0$;

3) $\sqrt{x-5} = 0$; 7) $\sqrt{5x-6} = 0$;

4) $3\sqrt{x} - 8 = 0$; 8) $\sqrt{5x-6} = 1$;

9) $\frac{24}{\sqrt{x}} = 12$;

11) $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2$;

10) $\frac{12}{\sqrt{x-3}} = 4$;

12) $(x+2)\sqrt{x^2-9} = 0$.

75. Решите уравнение:

1) $x^2 = 9$;

3) $(x+1)^2 = 0$;

5) $(x-2)^2 = 64$;

2) $x^2 = 13$;

4) $x^2 = -64$;

6) $(x+5)^2 = 2$.

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a - 2$:

1) имеет два корня;

2) имеет один корень;

3) не имеет корней?

77. При каких значениях a уравнение $(a-1)x^2 = 4$:

1) имеет корни;

2) не имеет корней?

78. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = a - 1$;

3) $\sqrt{a(x-1)} = 0$;

2) $(a-1)\sqrt{x} = 0$;

4) $(a-1)\sqrt{x} = a - 1$.

Множество и его элементы79. Известно, что B — множество однозначных составных чисел. Поставьте вместо звёздочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получилось верное утверждение:

1) $6 * B$;

2) $1 * B$;

3) $9 * B$;

4) $2 * B$.

80. Запишите множество корней уравнения:

1) $4x + 11 = 0$;

3) $(x+3)(x^2-9) = 0$.

2) $(x+5)(x-4) = 0$;

81. Задайте перечислением элементов множество:

1) неправильных дробей с числителем 5;

2) букв слова «геометрия»;

3) цифр числа 4 545 354.

82. Равны ли множества A и B , если:

1) $A = \{3, 5\}$, $B = \{5, 3\}$;

2) $A = \{(3; 5)\}$, $B = \{(5; 3)\}$;

3) A — множество корней уравнения $x^2 + 4 = 0$, $B = \{\emptyset\}$;

4) A — множество равносторонних треугольников, B — множество треугольников, каждый угол которых равен 60° ?

Подмножество. Операции над множествами

- 83.** Пусть B — множество цифр числа 5 658. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества B , если:
- 1) $x = 856$; 3) $x = 876$;
 2) $x = 656\ 565$; 4) $x = 5\ 555$?
- 84.** Запишите все подмножества множества $\{10, 11, 12\}$.
- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 56 953, B — множество цифр числа 31 515;
 2) A — множество делителей числа 36, B — множество чисел, кратных числу 12;
 3) A — множество чётных чисел, B — множество простых чисел;
 4) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 10;
 5) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 6 694, B — множество цифр числа 41 686;
 2) A — множество делителей числа 15, B — множество делителей числа 20;
 3) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- 1) $7 \notin N$; 5) $-3,8 \notin N$; 9) $\sqrt{5} \notin R$;
 2) $7 \in Z$; 6) $-3,8 \in Q$; 10) $\sqrt{36} \notin Z$;
 3) $7 \notin Q$; 7) $-3,8 \notin R$; 11) $\sqrt{36} \in N$;
 4) $7 \in R$; 8) $\sqrt{5} \in Q$; 12) $\sqrt{36} \notin Q$?
- 88.** Сравните числа:
- 1) $\frac{1}{3}$ и 0,33; 3) -1,(18) и -1,18;
 2) 6,(39) и 6,39; 4) 5,(19) и 5,(18).

Свойства арифметического квадратного корня**89.** Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{15,3^2}$; 3) $\frac{1}{3}\sqrt{57^2}$; 5) $\sqrt{7^4}$;
 2) $\sqrt{(-1,12)^2}$; 4) $-3,5\sqrt{(-2)^2}$; 6) $\sqrt{(-13)^4}$.

90. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{81 \cdot 16}$; 4) $\sqrt{30\frac{1}{4} \cdot \frac{49}{36}}$;
 2) $\sqrt{0,09 \cdot 25}$; 5) $\sqrt{6^4 \cdot 4^2}$;
 3) $\sqrt{0,01 \cdot 0,04 \cdot 121}$; 6) $\sqrt{(-2)^6 \cdot 0,3^4 \cdot (-4)^2}$.

91. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$; 3) $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$;
 2) $\sqrt{360} \cdot \sqrt{490}$; 4) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{0,025}}$.

92. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{75 \cdot 27}$; 3) $\sqrt{1,6 \cdot 14,4}$;
 2) $\sqrt{72 \cdot 200}$; 4) $\sqrt{1\,690 \cdot 6,4}$.

93. Упростите выражение:

- 1) $\sqrt{81y^{50}}$, если $y \leq 0$;
 2) $\sqrt{25x^2y^{12}}$, если $x \geq 0$;
 3) $\sqrt{0,36x^{14}y^{18}}$, если $x \leq 0$, $y \geq 0$;
 4) $\frac{\sqrt{m^{34}p^{16}c^{26}}}{m^3p^5c^{11}}$, если $m < 0$, $c > 0$;
 5) $\frac{1,6a^7}{b^3} \sqrt{\frac{b^{22}}{0,64a^4}}$, если $b > 0$;
 6) $-0,3x^5\sqrt{1,69x^{10}y^{32}}$, если $x \leq 0$.

94. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{x^2} + x - 2$, если $x \geq 0$; 3) $y = \sqrt{x^2} - 3$.
 2) $y = \sqrt{x^2} + 2x - 1$, если $x \leq 0$;

95. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x^2} = 4 - x$; 2) $\sqrt{x^2} = x + 1$.

Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{56}$; 4) $\sqrt{0,96}$; 7) $-7\sqrt{0,12}$;

2) $\sqrt{18}$; 5) $\frac{1}{3}\sqrt{90}$; 8) $\frac{3}{7}\sqrt{10\frac{8}{9}}$.

3) $\sqrt{800}$; 6) $-1,5\sqrt{192}$;

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{3m^2}$, если $m \geq 0$; 6) $\sqrt{a^7b^8}$, если $b \neq 0$;

2) $\sqrt{5n^2}$, если $n \leq 0$; 7) $\sqrt{16x^2y}$, если $x < 0$;

3) $\sqrt{50x^8}$; 8) $\sqrt{a^{23}b^{23}}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;

4) $\sqrt{y^{13}}$; 9) $\sqrt{49a^{10}b^3}$, если $a > 0$;

5) $\sqrt{-b^{11}}$; 10) $\sqrt{200a^6b^3}$, если $a < 0$.

98. Внесите множитель под знак корня:

1) $2\sqrt{7}$; 3) $0,2\sqrt{5}$; 5) $\frac{3}{5}\sqrt{75}$; 7) $-0,1\sqrt{60}$;

2) $3\sqrt{11}$; 4) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$; 6) $-4\sqrt{3}$; 8) $5\sqrt{x}$.

99. Внесите множитель под знак корня:

1) $b\sqrt{13}$; 4) $4a\sqrt{\frac{a}{2}}$;

2) $x\sqrt{y}$, если $x \geq 0$; 5) $(b+7)\sqrt{\frac{1}{b+7}}$;

3) $x^3\sqrt{-x}$; 6) $(x-9)\sqrt{\frac{1}{18-2x}}$.

100. Упростите выражение:

1) $\sqrt{25a} + \sqrt{36a} - \sqrt{49a}$; 3) $3\sqrt{32a} - 5\sqrt{98a} + \frac{1}{3}\sqrt{288a}$.

2) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{300}$;

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$;
- 2) $(7\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$;
- 3) $(6 - \sqrt{5})(2 + 7\sqrt{5})$;
- 4) $(5\sqrt{2} + 6\sqrt{3})(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$;
- 5) $(\sqrt{17} - \sqrt{11})(\sqrt{17} + \sqrt{11})$;
- 6) $(2\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$;
- 7) $(\sqrt{6} - 2)^2$;
- 8) $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(2\sqrt{3} + 6\sqrt{20} - 7\sqrt{45}) \cdot \sqrt{5} - \sqrt{60}$;
- 2) $(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2$;
- 3) $(5 - \sqrt{2})^2 + (3 + \sqrt{2})^2$;
- 4) $(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 13}{x - \sqrt{13}}$;
- 3) $\frac{b - 5\sqrt{b}}{b - 25}$;
- 5) $\frac{x + 16\sqrt{x} + 64}{x - 64}$;
- 2) $\frac{\sqrt{x} + 11}{x - 121}$;
- 4) $\frac{15 + \sqrt{15}}{\sqrt{15}}$;
- 6) $\frac{5 - \sqrt{10}}{\sqrt{10} - 2}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{4}{\sqrt{15}}$;
- 5) $\frac{a + 6}{\sqrt{a + 6}}$;
- 9) $\frac{x + 6}{\sqrt{x + 10} - 2}$;
- 2) $\frac{8}{\sqrt{2}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{11} - 1}$;
- 10) $\frac{x^2 - 7x}{\sqrt{x - 6} + 1}$;
- 3) $\frac{42}{5\sqrt{7}}$;
- 7) $\frac{14}{\sqrt{17} + \sqrt{3}}$;
- 11) $\frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x - 1}}$;
- 4) $\frac{m^4}{n\sqrt{m}}$;
- 8) $\frac{15}{\sqrt{43} - \sqrt{13}}$;
- 12) $\frac{y}{\sqrt{5 + y} + \sqrt{4y + 5}}$.

105. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{6}{7 - 3\sqrt{5}} - \frac{6}{7 + 3\sqrt{5}}$;

$$2) \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{12} - 1} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{12} + 1};$$

$$3) \frac{\sqrt{17} + \sqrt{13}}{\sqrt{17} - \sqrt{13}} + \frac{\sqrt{17} - \sqrt{13}}{\sqrt{17} + \sqrt{13}}.$$

106. Упростите выражение:

$$1) \frac{c}{c-4} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}-2};$$

$$2) \frac{a+b}{2a+2\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$$

$$3) \frac{\sqrt{m}+9}{\sqrt{m}} : \frac{m-81}{5m};$$

$$4) \left(\frac{\sqrt{b}+7}{\sqrt{b}-7} - \frac{28\sqrt{b}}{b-49} \right) : \frac{\sqrt{b}-7}{b+7\sqrt{b}}.$$

107. Известно, что $\sqrt{b-1} - \sqrt{8-b} = 2$. Найдите значение выражения $\sqrt{(b-1)(8-b)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

1) $A(9; 3);$

4) $D(-64; 8);$

2) $B(25; -5);$

5) $E(30,25; 5,5).$

3) $C(0,16; 0,4);$

109. Сравните:

1) $\sqrt{82}$ и $\sqrt{91};$

6) $\sqrt{46}$ и $3\sqrt{5};$

2) $\sqrt{5,3}$ и $\sqrt{5,1};$

7) $4\sqrt{5}$ и $5\sqrt{3};$

3) 3 и $\sqrt{10};$

8) $0,4\sqrt{3\frac{1}{8}}$ и $\sqrt{0,6};$

4) $\sqrt{\frac{7}{8}}$ и $1;$

9) $\frac{5}{3}\sqrt{10\frac{4}{5}}$ и $6\sqrt{\frac{5}{6}}.$

5) -9 и $-\sqrt{82};$

- 110.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:
1) $y = 2$; 2) $y = 0,3$; 3) $y = -5$; 4) $y = 200$.
- 111.** Расположите в порядке возрастания числа: 5 ; $\sqrt{26}$; $4,7$; $\sqrt{23}$; $5,1$.
- 112.** Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
1) $\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{43}$; 3) $\sqrt{0,57}$; 4) $-\sqrt{80,25}$?
- 113.** Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
1) 9 и $\sqrt{137}$; 3) $-\sqrt{47}$ и $-5,8$;
2) $\sqrt{10}$ и $\sqrt{93}$; 4) $-\sqrt{29}$ и $2,8$.
- 114.** При каких значениях x выполняется неравенство:
1) $\sqrt{x} \geq 9$; 2) $\sqrt{x} < 5$; 3) $6 < \sqrt{x} \leq 11$?
- 115.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -0,5x + 4$ и определите координаты точки их пересечения.
- 116.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{(5 - \sqrt{6})^2}$;
2) $\sqrt{(\sqrt{5} - 6)^2}$;
3) $\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{6})^2}$;
4) $\sqrt{(5 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}$;
5) $\sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$.
- 117.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{36 + 10\sqrt{11}} + \sqrt{47 - 12\sqrt{11}}$;
2) $\sqrt{100 - 18\sqrt{19}}$; 4) $\sqrt{87 - 16\sqrt{23}} - \sqrt{39 - 8\sqrt{23}}$.
- 118.** Упростите выражение:
1) $\sqrt{(3 - \sqrt{a})^2 + 12\sqrt{a}} - \sqrt{(1 + \sqrt{a})^2 - 4\sqrt{a}}$;
2) $\sqrt{b - 2\sqrt{b + 7} + 8} + \sqrt{b + 2\sqrt{b + 7} + 8}$.

Квадратные уравнения.

Решение неполных квадратных уравнений

- 119.** Составьте квадратное уравнение, в котором:
 1) старший коэффициент равен -4 , второй коэффициент равен $1,2$, а свободный член равен 11 ;
 2) старший коэффициент равен $\frac{5}{6}$, второй коэффициент равен -2 , а свободный член равен 0 .
- 120.** Какие из чисел 2 ; -3 ; -5 ; 1 ; 3 являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 15 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
 1) $7x^2 - 63 = 0$; 4) $5x^2 - 30x = 0$;
 2) $x^2 + 11x = 0$; 5) $64x^2 - 25 = 0$;
 3) $5x^2 - 35 = 0$; 6) $x^2 + 64 = 0$.
- 122.** Решите уравнение:
 1) $(2x - 3)(x + 1) + (x - 6)(x + 6) + x = 0$;
 2) $(3x - 5)^2 - 5(5 + 3x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число 2 является корнем уравнения $x^2 - ax - 24 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
 1) $x^2 - 9|x| = 0$; 2) $x^2 + 2|x| - 10x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
 1) $x^2 + 2x - 24 = 0$; 5) $x^2 + 8x - 13 = 0$;
 2) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 6) $2x^2 - 4x - 17 = 0$;
 3) $10n^2 - 9n + 2 = 0$; 7) $9x^2 + 42x + 49 = 0$;
 4) $21y^2 - 2y - 3 = 0$; 8) $x^2 - 10x + 37 = 0$.
- 126.** Решите уравнение:
 1) $(3x + 2)(x - 4) = 5$;
 2) $(x + 1)(x - 2) - (4x - 3)(x + 5) = x(x - 9)$;
 3) $(3x - 5)^2 + (4x - 1)(4x + 1) = 29$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 84 см^2 , а одна из сторон на 5 см меньше другой.
- 128.** Решите уравнение:
 1) $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3 = 0$; 2) $x^2 - x(\sqrt{7} - 2) - 2\sqrt{7} = 0$.

- 129.** При каких значениях a число $\frac{1}{2}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + 2ax - 3 = 0$?
- 130.** Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 18 см меньше гипотенузы и на 17 см меньше другого катета.
- 131.** Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 47 см, а диагональ прямоугольника — 65 см.
- 132.** Найдите три последовательных чётных натуральных числа, если квадрат второго из них на 56 меньше удвоенного произведения первого и третьего чисел.
- 133.** Найдите четыре последовательных нечётных натуральных числа, если удвоенное произведение второго и третьего чисел на 107 больше произведения первого и четвёртого чисел.
- 134.** Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 27 диагоналей?
- 135.** Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 5x - 3| = 3$; 3) $x|x| + 7x - 6 = 0$;
2) $x^2 - |x| - 2 = 0$; 4) $x^2 - 5\sqrt{x^2} - 36 = 0$.
- 136.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{4}{x-2} - 2$;
2) $(\sqrt{x} - 4)(12x^2 + 17x - 5) = 0$;
3) $(x^2 + 7x)(\sqrt{x} - 6)(x^2 - 4x - 21) = 0$.
- 137.** Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 + 6x + 5} = 0$;
2) $x^2 - 10x + 25 + |x^2 - 9x + 20| = 0$;
3) $\sqrt{x^2 - 36} + |x^2 + 6x - 16| = 0$.
- 138.** При каком значении m имеет единственный корень уравнение:
- 1) $6x^2 + 2x - m = 0$; 2) $12x^2 + mx + 3 = 0$?
- 139.** Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (1 - 3a)x + 2a^2 - 2 = 0$;
2) $x^2 - (5a + 7)x + 35a = 0$;
3) $4(a + 1)x^2 + (a - 3)x - 1 = 0$.

140. При каких значениях m имеет единственный корень уравнение:

1) $mx^2 - 4x - 9 = 0$;

2) $(m + 4)x^2 - (m + 5)x + 1 = 0$;

3) $(m - 2)x^2 - (2m - 4)x + 12 = 0$?

Теорема Виета

141. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

1) $x^2 + 8x - 263 = 0$;

3) $5x^2 - 12x - 7 = 0$;

2) $x^2 - 14x + 5 = 0$;

4) $11x^2 + 29x + 3 = 0$.

142. Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа:

1) -9 и 12 ;

2) $-\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{7}$.

143. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

1) 2 и 7 ;

5) $-\frac{3}{7}$ и $-\frac{1}{2}$;

2) -4 и 11 ;

6) $2 - \sqrt{11}$ и $2 + \sqrt{11}$;

3) $\frac{2}{5}$ и 3 ;

7) $\sqrt{13}$ и $-\sqrt{13}$;

4) $0,3$ и -5 ;

8) $-4 - 3\sqrt{5}$ и $-4 + 3\sqrt{5}$.

144. Число -7 является корнем уравнения $x^2 - 13x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.

145. Число 4 является корнем уравнения $x^2 + ax - 24 = 0$. Найдите значение a и второй корень уравнения.

146. Число $-\frac{1}{5}$ является корнем уравнения $10x^2 + kx - 7 = 0$. Найдите значение k и второй корень уравнения.

147. Число $-0,3$ является корнем уравнения $5x^2 - 2,5x + b = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

148. При каком значении m корни уравнения $x^2 + mx - 11 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

149. Один из корней уравнения $x^2 - 16x + n = 0$ на 2 меньше другого. Найдите корни уравнения и значение n .

150. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + ax + 16 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 4x_2$. Найдите корни уравнения и значение a .
151. Корни уравнения $x^2 + 21x + a = 0$ относятся как 4 : 3. Найдите корни уравнения и значение a .
152. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 2x + q = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 + 3x_2 = 1$. Найдите корни уравнения и значение q .
153. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 13x + 5 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 4) $x_1^3 + x_2^3$;
2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; 5) $(x_1 - x_2)^2$;
3) $x_1^2 + x_2^2$; 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
154. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 2 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 3x - 8 = 0$.
155. Составьте квадратное уравнение, корни которого в 2 раза меньше соответствующих корней уравнения $5x^2 - 18x + 8 = 0$.
156. Сумма квадратов корней уравнения $4x^2 - ax - 5 = 0$ равна $\frac{11}{4}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

157. Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 13x + 40$; 2) $6x^2 + x - 1$; 3) $x^2 - 8x + 5$.
158. Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $a^2 - 18a + 17$; 4) $-\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 5$;
2) $-x^2 - 4x + 21$; 5) $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}$;
3) $60y^2 - 20y - 5$; 6) $45x^2 - 150x + 125$.

159. Сократите дробь:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}; & 4) \frac{4a^2 + 12a + 9}{2a^2 + a - 3}; & 7) \frac{x^2 - 4}{5x - x^2 - 6}; \\ 2) \frac{3x - 9}{x^2 + 4x - 21}; & 5) \frac{a^2 + 5a - 14}{a^2 + 8a + 7}; & 8) \frac{x^2 + 5x - 24}{4x - x^2 - 3}; \\ 3) \frac{3x^2 - x - 2}{9x^2 - 4}; & 6) \frac{x^3 + 8}{4x^2 + 7x - 2}; & 9) \frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}. \end{array}$$

160. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}; \quad 2) y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

161. Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{3y^2 - 10y + 8}{4y^2 - 36} \cdot \frac{y - 3}{y - 2} + \frac{0,25 - y}{y + 3}; \\ 2) \left(\frac{y - 1}{5y^2 - 16y + 3} - \frac{3}{y^2 - 9} \right) : \frac{y - 13}{2y^3 - 18y}; \\ 3) \left(\frac{6x}{x^2 - x - 2} + \frac{9}{x^2 - 4} \right) : \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x + 13}{x - 2}. \end{array}$$

162. Разложите на множители многочлен:

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 + xy - 6y^2; & 3) 6m^2 - mn - n^2. \\ 2) 3a^2 - 10ab + 3b^2; \end{array}$$

163. Для каждого значения a решите уравнение:

$$\begin{array}{l} 1) (a^2 + 2a - 8)x = a^2 - 4; \\ 2) (a^2 - 6a - 27)x = 3a^2 + 10a + 3. \end{array}$$

**Решение уравнений, сводящихся
к квадратным уравнениям**

164. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) x^4 - 17x^2 + 16 = 0; & 3) 9x^4 - 19x^2 + 2 = 0; \\ 2) x^4 - 7x^2 - 18 = 0; & 4) 5x^4 + 3x^2 - 2 = 0. \end{array}$$

165. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x^2 - 9x}{x + 3} - \frac{36}{x + 3}; & 4) \frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x + 6} = \frac{5}{28}; \\ 2) \frac{x^2 + x}{x^2 - 25} = \frac{45 - 3x}{x^2 - 25}; & 5) \frac{42}{x^2 + 5x} - \frac{3}{x^2 - 5x} = \frac{7}{x}; \\ 3) \frac{5x - 8}{x - 1} = \frac{14x + 12}{3x + 5}; & 6) \frac{x + 8}{x - 4} - \frac{4}{x - 8} = \frac{2x - 56}{(x - 4)(x - 8)}; \end{array}$$

$$7) \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2+4x} = \frac{24}{x^3-16x};$$

$$8) \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2+3x+9} = \frac{6+7x}{x^3-27}.$$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) (x^2-7)^2 - 6(x^2-7) - 16 = 0;$$

$$2) (x-3)^4 - 5(x-3)^2 + 4 = 0;$$

$$3) (x^2+2x)^2 - 27(x^2+2x) + 72 = 0;$$

$$4) (x^2-5x-2)^2 + 4x^2 - 20x - 40 = 0;$$

$$5) (x^2+3x+1)(x^2+3x+3) = -1;$$

$$6) (x^4-5x^2)^2 - 2(x^4-5x^2) = 24.$$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) \frac{x^2}{(3x+1)^2} - \frac{6x}{3x+1} + 5 = 0;$$

$$2) \frac{x-5}{x+3} + \frac{x+3}{x-5} = -2\frac{1}{2};$$

$$3) \frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{3(2x+1)} = -\frac{8}{3};$$

$$4) \frac{4x-3}{x+1} + \frac{4(x+1)}{4x-3} = 5;$$

$$5) \frac{x^2+2x-2}{5} - \frac{6}{5x^2+10x-10} = 1;$$

$$6) \frac{x^2+4x-9}{x} - \frac{4x}{x^2+4x-9} = 3;$$

$$7) \frac{2}{x^2+3x+4} + \frac{3}{x^2+3x+1} = \frac{8}{x^2+3x-2};$$

$$8) \frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6.$$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2-3x+2}{x-a} = 0; \quad 3) \frac{x^2-(a+3)x+3a}{x-1} = 0;$$

$$2) \frac{x-a}{x^2-3x+2} = 0; \quad 4) \frac{x^2-(a-1)x+a-2}{x-1} = 0.$$

169. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2-2ax+3}{x-2} = 0$ имеет единственный корень?

**Рациональные уравнения как математические модели
реальных ситуаций**

- 170.** Скорость первого автомобиля на 10 км/ч меньше скорости второго, поэтому 420 км он проезжает на 1 ч дольше второго автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.
- 171.** Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 15 км, турист шёл со скоростью на 2 км/ч меньшей, чем из пункта B в пункт C , расстояние между которыми 16 км. С какой скоростью шёл турист из пункта A в пункт B , если из пункта B в пункт C он шёл на 30 мин меньше, чем из пункта A в пункт B ?
- 172.** Автомобиль должен был проехать 225 км. Проехав $\frac{8}{15}$ этого расстояния, автомобиль уменьшил свою скорость на 10 км/ч. Найдите скорость автомобиля на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 3 ч.
- 173.** Катер прошёл 20 км по озеру, а затем 44 км по реке, вытекающей из этого озера, за 3 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки составляет 2 км/ч.
- 174.** Буксир прошёл 4 км по течению реки и 3 км против течения, затратив на путь по течению на 4 мин меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость буксира, если скорость течения реки составляет 3 км/ч.
- 175.** Бригада рабочих должна была изготовить 900 деталей. В связи с болезнью одного из рабочих каждому из работавших пришлось изготовить на 10 деталей больше, чем планировалось. Сколько рабочих в полном составе бригады?
- 176.** Знаменатель обыкновенной дроби на 11 больше её числителя. Если числитель этой дроби увеличить на 1, а знаменатель уменьшить на 2, то полученная дробь будет на $\frac{1}{9}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.

- 177.** Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За сколько часов может вспахать поле каждая бригада самостоятельно, если одной бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем другой?
- 178.** Через первую трубу можно заполнить бассейн на 24 ч быстрее, чем через вторую. Сначала открыли вторую трубу, а через 4 ч — первую. Через 10 ч совместной работы двух труб водой была заполнена $\frac{1}{3}$ бассейна. За сколько часов может заполнить бассейн каждая труба самостоятельно?
- 179.** Слиток меди и цинка, содержащий 5 кг цинка, сплавил с 15 кг цинка. Процентное содержание цинка в новом слитке на 30 % больше, чем в исходном. Сколько килограммов меди содержится в слитке?
- 180.** Раствор содержал 140 г воды. Через некоторое время 50 г воды испарили, после чего концентрация соли увеличилась на 10 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Вариант 3

Повторение

1. Представьте в виде степени с основанием b выражение:
1) $(b^3)^4$; 3) b^5b^2 ; 5) $(b^8)^3 \cdot (b^3)^8$;
2) $(-b^7)^2$; 4) $((b^2)^3)^6$; 6) $(-b^3)^5 \cdot (-b^5)^7 : b^{25}$.
2. Упростите выражение:
1) $(x+3)(x-7) - 4x(5-2x)$;
2) $(y+2)(y-6) + (y+3)(y-4)$;
3) $(a-3)(3a+1) - (2a+3)(4a-1)$;
4) $(x+4)^2 - (x-2)(x+2)$;
5) $(8a-3b)(8a+3b) - (6a-5b)^2$;
6) $(m-3)(m+4) - (m+2)^2 + (4-m)(m+4)$.
3. Разложите на множители:
1) $3a - 15b$; 6) $18ab^2 + 9ab$;
2) $5x - 2xy$; 7) $22mn^2 + 33m^2n$;
3) $7mn + 7mk$; 8) $-4a^4 + 20a^{10}$;
4) $6a^2 - 12ab$; 9) $3x^2 + 15x^4 - 21x^6$;
5) $x^7 - x^3$; 10) $4a^2b^3 - 12ab^2 + 20a^2b$.
4. Разложите на множители:
1) $4a - 4b + ca - cb$; 4) $12xy^2 - 4y^2 + 3x^2y - xy$;
2) $5a - ab - 5 + b$; 5) $3x^3 - 5x^2y - 9x + 15y$;
3) $a^7 + a^5 - 2a^2 - 2$; 6) $m^3n^3 - m + m^2n^4 - n$.
5. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
1) $a^2 + 10a + 25$; 4) $72xy + 16x^2 + 81y^2$;
2) $4x^2 - 4x + 1$; 5) $m^8 - 6m^4n^5 + 9n^{10}$;
3) $64n^2 - 80nq + 25q^2$; 6) $49x^{12} + y^6 + 14x^6y^3$.
6. Разложите на множители:
1) $x^2 - 100$; 5) $x^4y^4 - \frac{9}{16}$;
2) $49 - 81b^2$; 6) $m^8 - n^{10}$;
3) $9x^2 - 64y^2$; 7) $0,16p^4 - q^6$;
4) $0,25a^2 - 1,44b^2$; 8) $-4 + x^4y^{18}$.
7. Разложите на множители:
1) $a^3 + 1$; 3) $343 + m^6n^6$;
2) $64y^3 - x^3$; 4) $a^6 - b^{15}$.

8. Разложите на множители:

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| 1) $3a^3 - 27a$; | 5) $-75b^6 + 30b^4 - 3b^2$; |
| 2) $3x^4 - 3x^2y^2$; | 6) $2x^6 - 16y^9$; |
| 3) $4m^2n^4 - 64m^2p^4$; | 7) $x + 4y + x^2 - 16y^2$; |
| 4) $2x^2 + 24xy + 72y^2$; | 8) $x^2y^5 - y^5 - x^2y^3 + y^3$. |

Рациональные дроби

9. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{4x + y}{5x - 4y}$, если $x = -4$, $y = 2$;
 2) $\frac{a^2 - 4a}{7a - 1}$, если $a = 0,2$.

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|-----------------------------|----------------------------|---|
| 1) $3y - 6$; | 5) $\frac{12}{x^2 - 36}$; | 9) $\frac{x - 1}{x^2 + 10x + 25}$; |
| 2) $\frac{m - 4}{7}$; | 6) $\frac{9}{x^6 + 1}$; | 10) $\frac{c}{c - 3} - \frac{6}{c + 4}$; |
| 3) $\frac{7}{m - 4}$; | 7) $\frac{7}{ x - 8}$; | 11) $\frac{9}{x(x + 9)}$; |
| 4) $\frac{c - 8}{c + 10}$; | 8) $\frac{x}{ x + 4}$; | 12) $\frac{2}{2 + \frac{2}{x}}$? |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 8;
 2) все числа, кроме -3 и 5 ;
 3) все числа, кроме -4 , 4 и 7 ;
 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной c значение дроби:

- 1) $\frac{c^2 - 2c + 2}{c^2 + 18c + 81}$ положительное;
 2) $\frac{10c - 25 - c^2}{c^8 + 1}$ неположительное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

- 1) $\frac{7x}{21y}$; 3) $\frac{25n^3}{15n^6}$; 5) $\frac{48a^5b^7}{32a^3b^8}$;
 2) $\frac{16ab}{4ac}$; 4) $\frac{8ab^3c^2}{16a^2bc^3}$; 6) $\frac{34m^9n^3}{54m^4n^7}$.

14. Сократите дробь:

- 1) $\frac{9c + 27d}{9c}$; 6) $\frac{a^5 - a^7}{a^6 - a^4}$;
 2) $\frac{6a - 18b}{7a - 21b}$; 7) $\frac{a^3 - 216}{2a - 12}$;
 3) $\frac{a^2 - 64}{3a + 24}$; 8) $\frac{3m^2 - 6m + 12}{6m^3 + 48}$;
 4) $\frac{20x^2 - 5x}{6 - 24x}$; 9) $\frac{am - mb - 6a + 6b}{m^2 - 36}$.
 5) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 10x + 25}$;

15. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{m^6n^7 + m^4n^9}{m^4n^7}$, если $m = -0,9$, $n = -0,1$;
 2) $\frac{3a^3 - 48a}{5a^3 - 40a^2 + 80a}$, если $a = 16$;
 3) $\frac{(5a + 5b)^2}{5a^2 - 5b^2}$, если $a = 0,3$, $b = -0,2$;
 4) $\frac{20x^2 - 60xy + 45y^2}{21y - 14x}$, если $2x - 3y = 0,7$.

16. Приведите дробь:

- 1) $\frac{a}{b^4}$ к знаменателю b^6 ;
 2) $\frac{b}{7c}$ к знаменателю $28c^4p^3$;
 3) $\frac{8}{5a^3b}$ к знаменателю $45a^4b^3$;
 4) $\frac{3}{b+6}$ к знаменателю $4b+24$;
 5) $\frac{10}{c-7}$ к знаменателю c^2-7c ;

6) $\frac{a+3}{a-5}$ к знаменателю $a^2 - 25$.

17. Постройте график функции:

1) $y = -\frac{3x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$;

2) $y = \frac{x+5}{x+5}$;

6) $y = \frac{(1-x)^3}{(x-1)^2}$;

3) $y = x - \frac{x+4}{x+4}$;

7) $y = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1}$;

4) $y = \frac{x+1}{x+1} + 3x$;

8) $y = \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x - 1} - \frac{x^2 - 2x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+9}{x+9} = 1$;

2) $\frac{x^2 - 36}{x - 6} = 12$;

3) $\frac{x+15}{|x|-15} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-8)x = 3$;

3) $(a-8)x = a^2 - 16a + 64$;

2) $(a+5)x = a+5$;

4) $(a^2 - 9)x = a+3$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{6m}{26} + \frac{7m}{26}$;

4) $\frac{8m-5n}{mn} - \frac{2m-5n}{mn}$;

2) $\frac{14a}{9b} - \frac{5a}{9b}$;

5) $\frac{2y}{y^2-49} - \frac{14}{y^2-49}$;

3) $\frac{4b-15c}{18a} + \frac{2b+3c}{18a}$;

6) $\frac{x^2+12x}{25-x^2} - \frac{2x-25}{25-x^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{b-6}{b-3} - \frac{b}{3-b}$;

3) $\frac{(3a+1)^2}{24a-24} + \frac{(a+3)^2}{24-24a}$;

2) $\frac{6c+4}{7-c} + \frac{3c+25}{c-7}$;

4) $\frac{36-8x}{(x-6)^2} - \frac{4x-x^2}{(6-x)^2}$.

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

1) $\frac{b+10}{b}$;

2) $\frac{a^2+7a+6}{a+7}$;

3) $\frac{c^2+6c-9}{c-2}$.

23. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{5n^2 + 6n + 21}{n}; \quad 2) \frac{3n^3 + 4n^2 + 162}{n^2}; \quad 3) \frac{12n + 11}{3n - 2}.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с разными знаменателями**

24. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{6}{x} + \frac{8}{y}; & 4) \frac{7a}{6m^2n} + \frac{9b}{4mn} - \frac{3c}{8mn^2}; \\ 2) \frac{2}{c} - \frac{7}{cd}; & 5) \frac{2x^2 - 4y^2}{xy} + \frac{6x + 4y}{x}; \\ 3) \frac{9}{10mn} - \frac{14}{15mn}; & 6) \frac{4b^2 - 6b + 1}{ab^2} - \frac{b - 5}{ab}. \end{array}$$

25. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x-5}{4x+4} - \frac{x-2}{x+1}; & 4) \frac{7m}{5m-30} + \frac{2m}{18-3m}; \\ 2) \frac{b+2}{2b-8} + \frac{4-b}{3b-12}; & 5) \frac{4a}{4a+b} - \frac{16a^2}{16a^2+8ab+b^2}; \\ 3) \frac{c+4}{c-4} - \frac{c-3}{c+4}; & 6) \frac{8}{b^2-25} - \frac{4}{b^2+5b}. \end{array}$$

26. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) a + \frac{1}{b}; & 4) \frac{3m+2}{m-3} - 2; \\ 2) \frac{6}{c^4} - \frac{4}{c^2} + 3; & 5) \frac{x^2 - y^2}{4x+y} + 4x - y; \\ 3) 7 - \frac{5x+7y}{y}; & 6) a - \frac{16}{a-4} - 4. \end{array}$$

27. Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{4x^2 + 9y^2}{4x^2 - 9y^2} - \frac{3y}{2x + 3y} + \frac{3y}{3y - 2x}; \\ 2) \frac{x+6}{5x-10} - \frac{3}{x} - \frac{26-5x}{5x^2-10x}; \\ 3) \frac{c+1}{2c^2-24c+72} - \frac{1}{7c-42}; \end{array}$$

$$4) \frac{y+3}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} + \frac{3}{y^2-1};$$

$$5) \frac{a+1}{a^2+a+1} - \frac{1}{a-1} + \frac{a^3+a+1}{a^3-1}.$$

Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень

28. Выполните умножение:

$$1) \frac{6y}{x} \cdot \frac{x}{24y}; \quad 4) 16b^5 \cdot \frac{7c^2}{8b^{10}};$$

$$2) \frac{x^4 y}{28a} \cdot \left(-\frac{7a}{x^3 y^6}\right); \quad 5) \frac{11n^4}{12p^6} \cdot 24p^8;$$

$$3) \frac{36a^8}{25b^6} \cdot \frac{15b^2}{27a^4}; \quad 6) \frac{5a^5 b^2}{28mn^2} \cdot \frac{8am^4}{15bn^3} \cdot \frac{21b^3 n^6}{32a^6 m^3}.$$

29. Упростите выражение:

$$1) \frac{4mn - m^2}{7} \cdot \frac{14c}{m^4}; \quad 3) \frac{x^2 - 49}{x^2 + 9x} \cdot \frac{x^2 - 81}{x^2 - 7x};$$

$$2) \frac{3xy - y^2}{xy + 2y^2} \cdot \frac{x^2 y + 2xy^2}{3x^3 - x^2 y}; \quad 4) \frac{3b^2 + 6b + 3}{b^3 - 8} \cdot \frac{2b^2 + 4b + 8}{9b + 9}.$$

30. Выполните возведение в степень:

$$1) \left(\frac{x^8}{y^5}\right)^5; \quad 2) \left(-\frac{6b^3}{7c}\right)^2; \quad 3) \left(-\frac{4m^2 n^4}{9p^6 k^7}\right)^3.$$

31. Выполните деление:

$$1) \frac{21b^8}{10c^6} : \frac{7b^2}{30c^3}; \quad 4) \frac{60m^6 n^5}{17p^4} : (15m^8 n^{10});$$

$$2) \frac{40a^5 b^9}{39c^6 d^{14}} : \left(-\frac{5a^8 b^3}{26c^{12} d^7}\right); \quad 5) \frac{17a^6 b^{10}}{16c^2 d^5} : \frac{34a^4 b^4}{24c^6 d^6} : \frac{15b^8 d^4}{8a^8 c^3};$$

$$3) 36x^{16} y^{14} : \frac{18x^{18} y^{10}}{11m^3}; \quad 6) \left(-\frac{9x^5 y^2}{7z^4}\right)^3 : \left(-\frac{9x^4 y^{10}}{7z^3}\right)^4.$$

32. Выполните деление:

$$1) \frac{x-3}{6x^3} : \frac{x^2-6x+9}{18x^4};$$

$$2) \frac{x^2+4x}{5x-5} : \frac{7x+28}{x-1};$$

$$3) \frac{m^2 - 4m + 4}{m^2 - 4} : (m - 2);$$

$$4) \frac{a^2 - 81b^2}{49a^2 - 25b^2} : \frac{a^2 + 18ab + 81b^2}{49a^2 - 70ab + 25b^2}.$$

33. Известно, что $5x - \frac{1}{x} = 4$. Найдите значение выражения $25x^2 + \frac{1}{x^2}$.

34. Известно, что $x^2 + \frac{81}{x^2} = 118$. Найдите значение выражения $x - \frac{9}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+9}{a-9} - \frac{a-9}{a+9} \right) : \frac{18a^2}{81-a^2};$$

$$2) \left(3x - \frac{6x}{x+5} \right) : \frac{9x+27}{8x+40};$$

$$3) \frac{2a}{a-5} - \frac{a+7}{4a-20} : \frac{200}{a^2+7a};$$

$$4) \left(\frac{4c}{c-4} - \frac{3c}{c^2-8c+16} \right) : \frac{4c-19}{c^2-16} - \frac{4c+16}{c-4};$$

$$5) \left(\frac{n^2}{m^3-mn^2} + \frac{1}{m-n} \right) : \left(\frac{m}{mn-n^2} - \frac{m+n}{mn-m^2} \right);$$

$$6) \left(\frac{b^2+9}{b^2-9} + \frac{b}{b+3} + \frac{b}{3-b} \right) : \frac{b^2-3b}{(b+3)^2}.$$

36. Докажите тождество:

$$1) \frac{c+6}{c^2-4c+4} : \frac{c^2-36}{16c-32} - \frac{4}{c-6} = \frac{4}{2-c};$$

$$2) \left(\frac{1}{(x-7)^2} + \frac{2}{x^2-49} + \frac{1}{(x+7)^2} \right) : \frac{16x^4}{(x^2-49)^2} = \frac{1}{4x^2}.$$

37. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+2} - \frac{12}{a^3+8} + \frac{6}{a^2-2a+4} \right) \cdot \left(a - \frac{4a-4}{a+2} \right)$$

не зависит от значения a .

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{a - \frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a} - 1}; \quad 2) \frac{\frac{n+9}{n} - \frac{n}{n-9}}{\frac{n}{n+9} - \frac{n-9}{n}}.$$

Равносильные уравнения.

Рациональные уравнения

39. Равносильны ли уравнения:

$$\begin{aligned} 1) & x+4=11 \text{ и } 6x=42; \\ 2) & x+8=0 \text{ и } (x-8)(x+8)=0; \\ 3) & x^2=-9 \text{ и } \frac{8}{x}=0; \\ 4) & x+10=10+x \text{ и } \frac{x-5}{x-5}=1? \end{aligned}$$

40. Составьте уравнение, равносильное данному:

$$1) 5x-8=22; \quad 2) x^2=49; \quad 3) x-3=x+6.$$

41. Решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x+8}{x-2}=0; & 5) & \frac{x-2}{x+3}=\frac{4x-1}{4x+1}; \\ 2) & \frac{x^2-81}{x-9}=0; & 6) & \frac{4x-3}{x+1}-\frac{6x-5}{2x+1}=1; \\ 3) & \frac{x+8}{x^2-64}=0; & 7) & \frac{x^2+33}{x^2-9}=\frac{8}{x+3}-\frac{x+4}{3-x}; \\ 4) & \frac{9}{x-2}-\frac{7}{x+2}=0; & 8) & \frac{6}{x^2+x}-\frac{x-6}{x^2-x}+\frac{10}{x^2-1}=0. \end{aligned}$$

42. Для каждого значения a решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x+6}{x-a}=0; & 3) & \frac{(a+2)(x-a)}{x-9}=0; \\ 2) & \frac{x+a}{x-8}=0; & 4) & \frac{(x+a)(x-2)}{x-5}=0. \end{aligned}$$

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 11^2 ; 4) $(-4)^3$; 7) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$; 10) $1,2^{-2}$.
 2) 6^{-3} ; 5) $\left(-\frac{1}{9}\right)^{-1}$; 8) $\left(1\frac{3}{4}\right)^{-1}$;
 3) $(-5)^{-4}$; 6) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3}$; 9) $0,7^{-2}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $5^{-2} + 10^{-3}$;
 2) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-1} + 6^{-2} - (-3,5)^0$;
 3) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot 2^5$.

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1) $\frac{4a^{-8}b^6c^{-12}}{7m^{-5}n^{-10}p^{-16}}$; 2) $\frac{9,4^0x^{-14}y^{18}z^2}{8^{-1}a^0b^{-22}c^{-6}}$.

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 42 000; 4) 0,00000008; 7) $64 \cdot 10^6$;
 2) 59; 5) 0,76; 8) $95 \cdot 10^{-5}$.
 3) 0,0024; 6) $830 \cdot 10^5$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

- 1) $7,3 \cdot 10^5$; 2) $4,6 \cdot 10^{-4}$.

48. Сравните:

- 1) $6,2 \cdot 10^9$ и $9,4 \cdot 10^8$; 3) $2,78 \cdot 10^7$ и $0,27 \cdot 10^8$;
 2) $3,2 \cdot 10^{-4}$ и $4,8 \cdot 10^{-5}$; 4) $58,3 \cdot 10^{-7}$ и $0,075 \cdot 10^{-5}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 7. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из четырёх цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

51. Представьте выражение в виде степени с основанием b или произведения степеней с разными основаниями:

- | | |
|--|---|
| 1) $b^{-7} \cdot b^{15}$; | 7) $(b^{-9})^2$; |
| 2) $b^6 \cdot b^{-9}$; | 8) $(b^4)^{-6} \cdot (b^{-3})^{-9} : (b^{-2})^7$; |
| 3) $b^{-8} \cdot b^{14} \cdot b^{-22}$; | 9) $(m^6 n^{-4} p^8)^5$; |
| 4) $b^{-4} : b^3$; | 10) $(a^5 c^{-7})^{-8} \cdot (a^{-3} c^{-6})^9$; |
| 5) $b^{-10} : b^{-16}$; | 11) $\left(\frac{a^{10} b^{-9}}{c^3 p^{-2}}\right)^{-11}$; |
| 6) $b^{18} \cdot b^{-27} : b^{11}$; | 12) $\left(\frac{m^9}{n^{-8}}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{m^{-10}}{n^{26}}\right)^{-2}$. |

52. Найдите значение выражения:

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1) $19^9 \cdot 19^{-11}$; | 4) $7^{-16} \cdot 7^{-17} : 7^{-34}$; |
| 2) $10^{-20} \cdot 10^{24}$; | 5) $(23^{-12})^2 \cdot (23^{-8})^{-3}$; |
| 3) $8^{-13} : 8^{-15}$; | 6) $\frac{12^{-8} \cdot (12^{-4})^3}{(12^{-2})^9 \cdot 12^{-2}}$. |

53. Найдите значение выражения:

- | | |
|--|--|
| 1) $16^{-7} : 64^{-4}$; | 3) $\frac{15^7 \cdot 3^{-12}}{45^{-4} \cdot 5^{13}}$; |
| 2) $\frac{(-49)^{-5} \cdot 7^{-4}}{343^{-8} \cdot (-7)^8}$; | 4) $\frac{(0,1)^{-3} \cdot 100^{-5}}{1\,000^{-2}}$. |

54. Упростите выражение:

- | |
|--|
| 1) $\frac{2}{3} x^{-8} y^5 \cdot \frac{3}{4} x^{10} y^{-3}$; |
| 2) $-0,6 a^{-5} b^7 \cdot 1,2 a^9 b^{-6}$; |
| 3) $0,32 m^{-3} n^4 p^{-10} \cdot 1\frac{1}{8} m^{12} n^{-11} p^8$; |
| 4) $9b^{-9} \cdot (-5b^{-4}c^4)^{-2}$. |

55. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

- | |
|--|
| 1) $\frac{19a^{-15}}{21c^{-4}} \cdot \frac{63c^6}{38a^{-21}}$; |
| 2) $-3,6 b^{-9} c^8 \cdot (-6b^{-4}c^{-3})^{-2}$; |
| 3) $6\frac{1}{4} x^{-2} y^3 \cdot \left(2\frac{1}{2} x^{-3} y^2\right)^{-3}$; |

$$4) (-100m^{-4}np^{10})^{-2} \cdot (0,1mp^{-7})^{-3};$$

$$5) \left(-\frac{1}{7}a^{-6}b^{-9}\right)^{-3} \cdot (-7a^5b^{11})^{-2};$$

$$6) \left(\frac{6x^{-1}}{y^{-8}}\right)^{-4} \cdot (36x^{-2}y^7)^3.$$

56. Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:

$$1) (1,7 \cdot 10^{-5}) \cdot (7 \cdot 10^8); \quad 3) \frac{4,2 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^5};$$

$$2) (3 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,6 \cdot 10^{-6}); \quad 4) \frac{1,4 \cdot 10^9}{2,8 \cdot 10^5}.$$

57. Упростите выражение:

$$1) (a^{-6} + 3)(a^{-6} - 3) - (a^{-6} + 4)^2;$$

$$2) \frac{a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}};$$

$$3) \frac{m^{-4} + n^{-6}}{2m^{-4} - 2m^{-2}n^{-3}} - \frac{n^{-3}}{m^{-2} - n^{-3}};$$

$$4) \frac{a^{-6} + b^{-6}}{b^{-7}} : \frac{a^{-6}b^{-3} + b^{-9}}{b^{-8}}.$$

58. Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:

$$1) \frac{m^{-2} - 5}{m^{-8}} - \frac{m^{-4} - 25}{m^{-8}} \cdot \frac{1}{m^{-2} - 5};$$

$$2) \left(\frac{5a^{-6}}{a^{12} - 14a^{-6} + 49} - \frac{a^{-6}}{a^{-6} \cdot 7} \right) \cdot \frac{49 - a^{-12}}{12 \cdot a^{-6}} + \frac{14a^{-6}}{a^{-6} - 7}.$$

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

59. Дана функция $y = -\frac{42}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно: 7; -2; 0,3;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно: 14; -12; 60.

60. Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:
- 1) значение функции, если значение аргумента равно -4 ;
 - 2) значение аргумента, при котором значение функции равно 1 ;
 - 3) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.
61. Не выполняя построения графика функции $y = -\frac{54}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $A(-6; -9)$; 3) $C(-3; 18)$;
 - 2) $B(27; -2)$; 4) $D(1,5; 36)$.
62. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку: 1) $A(-7; 3)$; 2) $B\left(\frac{1}{6}; -12\right)$; 3) $C(-0,3; -2,7)$.
63. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x - 1$ и определите координаты точек их пересечения.
64. Постройте график функции $y = \frac{5}{|x|}$.
65. Постройте график функции:
- 1) $y = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 3 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$
 - 2) $y = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq -9, \\ \frac{9}{x}, & \text{если } -9 < x < -3, \\ 2x + 3, & \text{если } x \geq -3. \end{cases}$
66. Постройте график функции:
- 1) $y = \frac{6x - 12}{x^2 - 2x}$;
 - 2) $y = \frac{7x^2 - 7}{x - x^3}$.

Функция $y = x^2$ и её график

67. Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $M(-9; 81)$; 2) $N(-6; -36)$; 3) $P(0,4; 1,6)$.
68. Решите графически уравнение:
 1) $x^2 = 3x - 2$; 2) $x^2 + x + 2 = 0$.
69. Дана функция $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 6, & \text{если } x > -2. \end{cases}$
 1) Найдите $f(-5)$, $f(-2)$, $f(-1)$.
 2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.

Арифметический квадратный корень

70. Имеет ли смысл выражение:
 1) $\sqrt{6}$; 2) $-\sqrt{6}$; 3) $\sqrt{-6}$; 4) $\sqrt{(-6)^2}$?
71. Найдите значение выражения:
 1) $0,7\sqrt{100} - \frac{1}{3}\sqrt{36}$;
 2) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{0,25} + \sqrt{5^3 - 4}$;
 3) $3\sqrt{0,81} - \sqrt{9^2 + 12^2}$;
 4) $\sqrt{7\frac{1}{9}} + \sqrt{3\frac{1}{16}} - 0,04\sqrt{90\,000}$.
72. Найдите значение выражения:
 1) $(\sqrt{11})^2 - \sqrt{1,44}$; 3) $14 \cdot \left(-\frac{1}{7}\sqrt{15}\right)^2 - \frac{1}{8} \cdot (2\sqrt{6})^2$;
 2) $(2\sqrt{13})^2 - (5\sqrt{8})^2$; 4) $\sqrt{529} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{84}\right)^2$.
73. При каких значениях a имеет смысл выражение:
 1) $\sqrt{a-9}$; 3) $\sqrt{(a-6)^2}$; 5) $\sqrt{-a-6}$;
 2) $\sqrt{2-a}$; 4) $\sqrt{a^8+1}$; 6) $\sqrt{-(a-6)^{12}}$?
74. Решите уравнение:
 1) $\sqrt{x} = 3$; 3) $\sqrt{x} - 6 = 0$; 5) $\frac{1}{4}\sqrt{x} + 2 = 0$;
 2) $\sqrt{x} = \frac{2}{9}$; 4) $4\sqrt{x} - 7 = 0$; 6) $\sqrt{10x} - 9 = 0$;

7) $\sqrt{10x-9} = 0$;

10) $\frac{30}{\sqrt{x-7}} = 6$;

8) $\sqrt{10x-9} = 4$;

11) $\sqrt{10 + \sqrt{4 + \sqrt{x}}} = 4$;

9) $\frac{32}{\sqrt{x}} = 4$;

12) $(x-4)\sqrt{x^2-25} = 0$.

75. Решите уравнение:

1) $x^2 = 16$;

3) $(x+4)^2 = 0$;

5) $(x+6)^2 = 49$;

2) $x^2 = 15$;

4) $x^2 = -1$;

6) $(x-5)^2 = 3$.

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a + 7$:

1) имеет два корня;

3) не имеет корней?

2) имеет один корень;

77. При каких значениях a уравнение $(a-4)x^2 = 5$:

1) имеет корни;

2) не имеет корней?

78. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = a - 3$;

3) $\sqrt{a(x-3)} = 0$;

2) $(a-3)\sqrt{x} = 0$;

4) $(a-3)\sqrt{x} = a - 3$.

Множество и его элементы79. Известно, что C — множество однозначных натуральных чётных чисел. Поставьте вместо звёздочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получилось верное утверждение:

1) $9 * C$;

2) $4 * C$;

3) $8 * C$;

4) $0 * C$.

80. Запишите множество корней уравнения:

1) $6x - 3 = 0$;

3) $(x-4)(x^2-16) = 0$.

2) $(x-7)(x+6) = 0$;

81. Задайте перечислением элементов множество:

1) неправильных дробей с числителем 6;

2) букв слова «химия»;

3) цифр числа 2 211 002.

82. Равны ли множества A и B , если:

1) $A = \{8, 12\}$, $B = \{12, 8\}$;

2) $A = \{(8; 12)\}$, $B = \{(12; 8)\}$;

3) A — множество корней уравнения $x^2 + 9 = 0$, $B = \{-3, 3\}$;

4) A — множество равнобоких трапеций, B — множество трапеций, около которых можно описать окружность?

Подмножество. Операции над множествами

- 83.** Пусть C — множество цифр числа 1 123. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества C , если:
- 1) $x = 321$; 3) $x = 2121$;
 2) $x = 234$; 4) $x = 111\ 111$?
- 84.** Запишите все подмножества множества $\{5, 6, 7\}$.
- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 42 188, B — множество цифр числа 72 294;
 2) A — множество делителей числа 18, B — множество делителей числа 42;
 3) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 5;
 4) A — множество простых чисел, B — множество составных чисел;
 5) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 53 299, B — множество цифр числа 63 986;
 2) A — множество делителей числа 24, B — множество делителей числа 32;
 3) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- 1) $1 \in \mathbb{N}$; 5) $-2,3 \notin \mathbb{N}$; 9) $\sqrt{7} \notin \mathbb{R}$;
 2) $1 \notin \mathbb{Z}$; 6) $-2,3 \notin \mathbb{Q}$; 10) $\sqrt{49} \notin \mathbb{N}$;
 3) $1 \in \mathbb{Q}$; 7) $-2,3 \in \mathbb{R}$; 11) $\sqrt{49} \in \mathbb{Z}$;
 4) $1 \in \mathbb{R}$; 8) $\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$; 12) $\sqrt{49} \notin \mathbb{Q}$?
- 88.** Сравните числа:
- 1) $\frac{2}{9}$ и 0,22; 3) $-4,(39)$ и $-4,39$;
 2) $7,(24)$ и $7,24$; 4) $8,(12)$ и $8,(13)$.

Свойства арифметического квадратного корня**89.** Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{19,8^2}$; 3) $\frac{1}{5}\sqrt{65^2}$; 5) $\sqrt{5^4}$;
 2) $\sqrt{(-1,26)^2}$; 4) $-1,2\sqrt{(-7)^2}$; 6) $\sqrt{(-19)^4}$.

90. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{4 \cdot 49}$; 4) $\sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{25}}$;
 2) $\sqrt{0,01 \cdot 64}$; 5) $\sqrt{2^{10} \cdot 7^2}$;
 3) $\sqrt{0,04 \cdot 0,81 \cdot 225}$; 6) $\sqrt{(-6)^6 \cdot 0,2^4 \cdot (-2)^2}$.

91. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6}$; 3) $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}}$;
 2) $\sqrt{810} \cdot \sqrt{640}$; 4) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{0,05}}$.

92. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{6 \cdot 54}$; 3) $\sqrt{4,9 \cdot 19,6}$;
 2) $\sqrt{11 \cdot 44}$; 4) $\sqrt{2560 \cdot 3,6}$.

93. Упростите выражение:

- 1) $\sqrt{100c^6}$, если $c \leq 0$;
 2) $\sqrt{9m^4n^{34}}$, если $n \geq 0$;
 3) $\sqrt{0,16a^{38}b^{42}}$, если $a \geq 0$, $b \leq 0$;
 4) $\frac{\sqrt{x^{20}y^{46}z^{50}}}{x^8y^9z^{12}}$, если $y > 0$, $z < 0$;
 5) $\frac{3,5a^{15}}{b^{10}} \sqrt{\frac{b^{24}}{0,25a^{26}}}$, если $a > 0$;
 6) $-0,6c^7 \sqrt{1,44b^{12}c^{14}}$, если $c \leq 0$.

94. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{x^2} - x + 3$, если $x \geq 0$; 3) $y = \sqrt{x^2} + 2$.
 2) $y = \sqrt{x^2} - 3x - 4$, если $x \leq 0$;

95. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x^2} = x + 10$; 2) $\sqrt{x^2} = 8 - x$.

**Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни**

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{52}$; 4) $\sqrt{0,45}$; 7) $-15\sqrt{0,32}$;
2) $\sqrt{112}$; 5) $\frac{1}{6}\sqrt{216}$; 8) $\frac{5}{8}\sqrt{5\frac{3}{25}}$.
3) $\sqrt{500}$; 6) $-1,2\sqrt{175}$;

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{11x^2}$, если $x \geq 0$; 6) $\sqrt{m^{16}n^3}$, если $m \neq 0$;
2) $\sqrt{13y^2}$, если $y \leq 0$; 7) $\sqrt{49bc^2}$, если $c < 0$;
3) $\sqrt{20c^{12}}$; 8) $\sqrt{x^{11}y^{11}}$, если $x \leq 0$, $y \leq 0$;
4) $\sqrt{x^{17}}$; 9) $\sqrt{64x^7y^{26}}$, если $y > 0$;
5) $\sqrt{-c^{15}}$; 10) $\sqrt{700m^{18}n^{19}}$, если $m < 0$.

98. Внесите множитель под знак корня:

1) $5\sqrt{2}$; 3) $0,3\sqrt{6}$; 5) $\frac{2}{9}\sqrt{162}$; 7) $-0,2\sqrt{30}$;
2) $7\sqrt{3}$; 4) $\frac{1}{4}\sqrt{48}$; 6) $-2\sqrt{10}$; 8) $8\sqrt{b}$.

99. Внесите множитель под знак корня:

1) $c\sqrt{15}$; 4) $8c\sqrt{\frac{c}{32}}$;
2) $m\sqrt{n}$, если $m \geq 0$; 5) $(p+1)\sqrt{\frac{1}{p+1}}$;
3) $x^7\sqrt{-x}$; 6) $(b-4)\sqrt{\frac{1}{20-5b}}$.

100. Упростите выражение:

1) $\sqrt{4a} + \sqrt{64a} - \sqrt{9a}$; 3) $2\sqrt{125c} - 4\sqrt{80c} + \frac{1}{7}\sqrt{245c}$.
2) $\sqrt{98} + \sqrt{242} - \sqrt{50}$;

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{45} + \sqrt{180}) \cdot \sqrt{5}$;
- 2) $(6\sqrt{2} - 3\sqrt{50} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2}$;
- 3) $(4 - \sqrt{6})(2 + 3\sqrt{6})$;
- 4) $(2\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + 6\sqrt{2})$;
- 5) $(\sqrt{19} - \sqrt{13})(\sqrt{19} + \sqrt{13})$;
- 6) $(6\sqrt{m} + 8\sqrt{n})(6\sqrt{m} - 8\sqrt{n})$;
- 7) $(\sqrt{3} + 2)^2$;
- 8) $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{7})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(4\sqrt{7} + 7\sqrt{12} - 2\sqrt{192}) \cdot \sqrt{3} - \sqrt{84}$;
- 2) $(2\sqrt{5} - \sqrt{15})(\sqrt{15} + 2\sqrt{5}) - (\sqrt{10} - 5\sqrt{2})^2$;
- 3) $(8 - \sqrt{6})^2 + (5 + \sqrt{6})^2$;
- 4) $(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{7}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 17}{x + \sqrt{17}}$;
- 3) $\frac{c + 9\sqrt{c}}{c - 81}$;
- 5) $\frac{a - 10\sqrt{a} + 25}{a - 25}$;
- 2) $\frac{\sqrt{y} - 10}{y - 100}$;
- 4) $\frac{29 + \sqrt{29}}{\sqrt{29}}$;
- 6) $\frac{6 - \sqrt{12}}{\sqrt{12} - 2}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{8}{\sqrt{13}}$;
- 5) $\frac{a - 7}{\sqrt{a - 7}}$;
- 9) $\frac{x - 7}{\sqrt{x + 18} - 5}$;
- 2) $\frac{48}{\sqrt{6}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{33} + 1}$;
- 10) $\frac{x^2 - 9x}{\sqrt{x + 7} - 4}$;
- 3) $\frac{27}{2\sqrt{3}}$;
- 7) $\frac{41}{\sqrt{47} - \sqrt{6}}$;
- 11) $\frac{x^2 - 64}{4 + \sqrt{x} + 8}$;
- 4) $\frac{b^5}{c\sqrt{b}}$;
- 8) $\frac{17}{\sqrt{39} + \sqrt{5}}$;
- 12) $\frac{m}{\sqrt{11 + 5m} - \sqrt{3m + 11}}$.

105. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{18}{8-2\sqrt{7}} - \frac{18}{8+2\sqrt{7}};$$

$$3) \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}.$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}-1} - \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}+1};$$

106. Упростите выражение:

$$1) \frac{b}{b-16} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4};$$

$$3) \frac{\sqrt{x}-10}{\sqrt{x}} : \frac{x-100}{7x};$$

$$2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}+b} - \frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}};$$

$$4) \left(\frac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}+2} + \frac{8\sqrt{m}}{m-4} \right) : \frac{\sqrt{m}+2}{m-2\sqrt{m}}.$$

107. Известно, что $\sqrt{7-c} + \sqrt{c-2} = 3$. Найдите значение выражения $\sqrt{(7-c)(c-2)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

$$1) A(36; -6);$$

$$4) D(0,64; 0,8);$$

$$2) B(100; 10);$$

$$5) E(20,25; 4,5).$$

$$3) C(-4; 2);$$

109. Сравните:

$$1) \sqrt{52} \text{ и } \sqrt{47};$$

$$6) 7\sqrt{2} \text{ и } \sqrt{95};$$

$$2) \sqrt{2,4} \text{ и } \sqrt{2,6};$$

$$7) 6\sqrt{3} \text{ и } 8\sqrt{2};$$

$$3) 5 \text{ и } \sqrt{23};$$

$$8) 0,7\sqrt{1\frac{3}{7}} \text{ и } \sqrt{0,8};$$

$$4) 1 \text{ и } \sqrt{\frac{5}{6}};$$

$$9) \frac{5}{6}\sqrt{14\frac{2}{5}} \text{ и } \frac{2}{3}\sqrt{22\frac{1}{2}}.$$

$$5) -4 \text{ и } -\sqrt{15};$$

110. Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:

$$1) y = 4;$$

$$3) y = -1;$$

$$2) y = 0,9;$$

$$4) y = 700.$$

111. Расположите в порядке возрастания числа: 4; 3,8; $\sqrt{15}$; $\sqrt{19}$; 4,3.
112. Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
1) $\sqrt{21}$; 2) $\sqrt{76}$; 3) $\sqrt{0,32}$; 4) $-\sqrt{46,25}$?
113. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
1) 10 и $\sqrt{150}$; 3) $-\sqrt{62}$ и $-6,3$;
2) $\sqrt{17}$ и $\sqrt{101}$; 4) $-\sqrt{19}$ и 3,4.
114. При каких значениях x выполняется неравенство:
1) $\sqrt{x} \geq 5$; 2) $\sqrt{x} < 10$; 3) $4 \leq \sqrt{x} < 30$?
115. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 3 - 2x$ и определите координаты точки их пересечения.
116. Упростите выражение:
1) $\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$; 4) $\sqrt{(6 - \sqrt{29})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{29})^2}$;
2) $\sqrt{(\sqrt{11} - 4)^2}$; 5) $\sqrt{(\sqrt{39} - 7)^2} - \sqrt{(\sqrt{39} - 6)^2}$.
3) $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$;
117. Упростите выражение:
1) $\sqrt{19 + 8\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{23 + 4\sqrt{19}} + \sqrt{55 - 12\sqrt{19}}$;
2) $\sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$; 4) $\sqrt{18 - 4\sqrt{14}} - \sqrt{63 - 14\sqrt{14}}$.
118. Упростите выражение:
1) $\sqrt{(\sqrt{a} + 6)^2 - 24\sqrt{a}} + \sqrt{(\sqrt{a} - 7)^2 + 28\sqrt{a}}$;
2) $\sqrt{c + 2\sqrt{c + 5}} + 6 + \sqrt{c - 2\sqrt{c + 5}} + 6$.

Квадратные уравнения.

Решение неполных квадратных уравнений

119. Составьте квадратное уравнение, в котором:
1) старший коэффициент равен -7 , второй коэффициент равен $8,3$, а свободный член равен 4 ;
2) старший коэффициент равен $\frac{1}{3}$, второй коэффициент равен 0 , а свободный член равен -17 .

- 120.** Какие из чисел 4; -2; 1; 3; -6 являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 24 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) $2x^2 - 50 = 0$; | 4) $6x^2 - 42x = 0$; |
| 2) $x^2 + 10x = 0$; | 5) $25x^2 - 81 = 0$; |
| 3) $6x^2 - 30 = 0$; | 6) $x^2 + 100 = 0$. |
- 122.** Решите уравнение:
- 1) $(x + 3)(x - 7) + (x + 5)(x - 5) + 4x = 0$;
 - 2) $(4x + 3)^2 - 3(3 - 8x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число -3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 21 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 5|x| = 0$;
 - 2) $x^2 - 3|x| + 4x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $x^2 - 6x - 27 = 0$; | 5) $x^2 + 4x - 10 = 0$; |
| 2) $x^2 - 8x + 15 = 0$; | 6) $4x^2 - 2x - 5 = 0$; |
| 3) $7y^2 - 4y - 3 = 0$; | 7) $64x^2 - 48x + 9 = 0$; |
| 4) $6p^2 - p - 2 = 0$; | 8) $x^2 - 12x + 40 = 0$. |
- 126.** Решите уравнение:
- 1) $(2x + 5)(x + 2) = 21$;
 - 2) $(x + 3)(x - 1) - (3x + 1)(x - 7) = x(x + 18)$;
 - 3) $(4x - 3)^2 + (2x - 1)(2x + 1) = 24$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 78 см^2 , а одна из сторон на 7 см больше другой.
- 128.** Решите уравнение:
- 1) $2x^2 - 3x\sqrt{6} + 6 = 0$;
 - 2) $x^2 - x(2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 0$.
- 129.** При каких значениях a число $\frac{1}{6}$ является корнем уравнения $2a^2x^2 + 3ax - 2 = 0$?
- 130.** Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 6 см меньше другого катета и на 12 см меньше гипотенузы.
- 131.** Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 21 см, а диагональ прямоугольника — 39 см.

- 132.** Найдите три последовательных нечётных натуральных числа, если квадрат третьего из них на 24 меньше утроенного произведения первого и второго чисел.
- 133.** Найдите четыре последовательных чётных натуральных числа, если утроенное произведение второго и четвёртого чисел на 324 больше произведения первого и третьего чисел.
- 134.** Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 35 диагоналей?
- 135.** Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 11x - 6| = 6$; 3) $x|x| + 5x - 4 = 0$;
2) $x^2 - 4|x| - 32 = 0$; 4) $x^2 + 8\sqrt{x^2} - 20 = 0$.
- 136.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 + 2x + \frac{7}{x-6} = 48 + \frac{7}{x-6}$;
2) $(\sqrt{x} - 7)(24x^2 - 14x - 3) = 0$;
3) $(x^2 + 9x)(\sqrt{x} - 8)(x^2 - 12x - 45) = 0$.
- 137.** Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 - 9x - 22} + \sqrt{x^2 - 5x - 14} = 0$;
2) $x^2 - 16x + 64 + |x^2 - 3x - 40| = 0$;
3) $\sqrt{x^2 - 49} + |x^2 + 2x - 80| = 0$.
- 138.** При каком значении c имеет единственный корень уравнение:
- 1) $6x^2 + 12x + c = 0$; 2) $16x^2 + cx + 4 = 0$?
- 139.** Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (2 - 4a)x + 3a^2 - 2a = 0$;
2) $x^2 - (7a + 2)x + 14a = 0$;
3) $3(a - 2)x^2 + (a - 5)x - 1 = 0$.
- 140.** При каких значениях c имеет единственный корень уравнение:
- 1) $cx^2 - 5x + 2 = 0$;
2) $(c - 6)x^2 + (c - 4)x + 2 = 0$;
3) $(c + 1)x^2 + (2c + 2)x - 5 = 0$?

Теорема Виета

- 141.** Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:
 1) $x^2 + 7x - 137 = 0$; 3) $6x^2 - 17x - 55 = 0$;
 2) $x^2 - 22x + 3 = 0$; 4) $10x^2 + 31x + 13 = 0$.
- 142.** Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа: 1) -8 и 15 ; 2) $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$.
- 143.** Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:
 1) 3 и 5 ; 5) $-\frac{7}{12}$ и $\frac{3}{2}$;
 2) -2 и 1 ; 6) $4 - \sqrt{17}$ и $4 + \sqrt{17}$;
 3) $-\frac{1}{4}$ и 3 ; 7) $\sqrt{11}$ и $-\sqrt{11}$;
 4) $-0,3$ и -10 ; 8) $-7 - 3\sqrt{2}$ и $-7 + 3\sqrt{2}$.
- 144.** Число -4 является корнем уравнения $x^2 - 11x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.
- 145.** Число 6 является корнем уравнения $x^2 + bx - 30 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.
- 146.** Число $-\frac{1}{6}$ является корнем уравнения $3x^2 + tx + 2 = 0$. Найдите значение t и второй корень уравнения.
- 147.** Число $0,8$ является корнем уравнения $4x^2 - 2,4x + a = 0$. Найдите значение a и второй корень уравнения.
- 148.** При каком значении b корни уравнения $x^2 + bx - 29 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.
- 149.** Один из корней уравнения $x^2 - 7x + p = 0$ на 5 меньше другого. Найдите корни уравнения и значение p .
- 150.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + bx + 150 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 6x_2$. Найдите корни уравнения и значение b .
- 151.** Корни уравнения $x^2 - 25x + c = 0$ относятся как $2 : 3$. Найдите корни уравнения и значение c .

- 152.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 3x + m = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 - 4x_2 = 37$. Найдите корни уравнения и значение m .
- 153.** Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 7x - 3 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 3) $x_1^2 + x_2^2$; 5) $(x_1 - x_2)^2$;
 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; 4) $x_1^3 + x_2^3$; 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
- 154.** Составьте квадратное уравнение, корни которого на 4 меньше соответствующих корней уравнения $x^2 - 4x - 10 = 0$.
- 155.** Составьте квадратное уравнение, корни которого в 3 раза больше соответствующих корней уравнения $3x^2 - 7x + 3 = 0$.
- 156.** Сумма квадратов корней уравнения $3x^2 + ax - 1 = 0$ равна $\frac{22}{9}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

- 157.** Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 15x + 56$; 3) $x^2 - 14x + 15$.
 2) $20x^2 - 12x + 1$;
- 158.** Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $b^2 - 15b + 14$; 4) $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$;
 2) $-x^2 - 6x + 7$; 5) $\frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{9}y - \frac{1}{9}$;
 3) $30y^2 - 10y - 100$; 6) $50x^2 - 160x + 128$.
- 159.** Сократите дробь:
- 1) $\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 7}$; 4) $\frac{25a^2 + 10a + 1}{5a^2 - 9a - 2}$;
 2) $\frac{4x - 8}{x^2 - 3x + 2}$; 5) $\frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 7a + 12}$;
 3) $\frac{4x^2 + x - 5}{16x^2 - 25}$; 6) $\frac{x^3 - 1}{7x^2 - 5x - 2}$;

$$7) \frac{25 - x^2}{35 - 2x - x^2}; \quad 9) \frac{2x^2 + 3x - 2}{7x - 2x^2 - 3}.$$

$$8) \frac{6 - x - x^2}{x^2 - 7x + 10};$$

160. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3}; \quad 2) y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} - \frac{x^2 - 16}{x - 4}.$$

161. Упростите выражение:

$$1) \frac{17 + 8y}{y + 4} + \frac{5y^2 - 5}{2y^2 + 7y - 4} \cdot \frac{1 - 2y}{y - 1};$$

$$2) \frac{90 - y}{y^3 - 25y} : \left(\frac{y + 5}{4y^2 - 19y - 5} - \frac{25}{y^2 - 25} \right);$$

$$3) \left(\frac{4m}{m^2 - m - 6} - \frac{10}{m^2 - 9} \right) : \frac{2m - 4}{m^2 + 5m + 6} - \frac{17 - 2m}{m - 3}.$$

162. Разложите на множители многочлен:

$$1) x^2 + 4xy - 5y^2;$$

$$2) 15a^2 + 14ab - 8b^2;$$

$$3) 12m^2 + 5mn - 2n^2.$$

163. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a^2 - 4a - 5)x = a^2 - 25;$$

$$2) (a^2 - 9a - 10)x = 3a^2 + a - 2.$$

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

164. Решите уравнение:

$$1) x^4 - 82x^2 + 81 = 0;$$

$$3) 4x^4 - 21x^2 + 5 = 0;$$

$$2) x^4 + 12x^2 - 64 = 0;$$

$$4) 3x^4 + 16x^2 - 12 = 0.$$

165. Решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 4x}{x - 7} = \frac{21}{x - 7};$$

$$2) \frac{x^2 - x}{x^2 - 9} = \frac{7x - 15}{x^2 - 9};$$

$$3) \frac{4x + 5}{x + 2} = \frac{2x - 7}{3x - 6};$$

$$4) \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+13} = \frac{2}{21};$$

$$5) \frac{5}{x^2+3x} - \frac{15}{x^2-3x} = \frac{16}{x};$$

$$6) \frac{x+3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = \frac{8x-22}{(x-4)(x-3)};$$

$$7) \frac{1}{x-5} - \frac{2}{x^2+5x} = \frac{20}{x^3-25x};$$

$$8) \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2+4x+16} = \frac{9x+12}{x^3-64}.$$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) (x^2-8)^2-5(x^2-8)-14=0;$$

$$2) (x+7)^4-17(x+7)^2+16=0;$$

$$3) (x^2-3x)^2-8(x^2-3x)-20=0;$$

$$4) (x^2+3x-1)^2-12x^2-36x+39=0;$$

$$5) (x^2-4x+1)(x^2-4x+2)=2;$$

$$6) (x^4-10x^2)^2-2(x^4-10x^2)=99.$$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) \frac{x^2}{(2x-1)^2} - \frac{4x}{2x-1} + 3 = 0;$$

$$2) \frac{x+4}{x-2} + \frac{x-2}{x+4} = 5\frac{1}{5};$$

$$3) \frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{5(3x-1)} = \frac{9}{5};$$

$$4) \frac{5x-1}{x-2} + \frac{5(x-2)}{5x+1} = 6;$$

$$5) \frac{x^2+4x-1}{3} - \frac{4}{3x^2+12x-3} = 1;$$

$$6) \frac{x^2-6x-4}{x} + \frac{6x}{x^2-6x-4} = -7;$$

$$7) \frac{2}{x^2-5x+6} + \frac{3}{x^2-5x+7} = \frac{8}{x^2-5x+8};$$

$$8) \frac{6}{x^2-3x+5} - x^2+3x = 4.$$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - a} = 0;$ 3) $\frac{x^2 - (a + 2)x + 2a}{x - 3} = 0;$

2) $\frac{x - a}{x^2 - 4x + 3} = 0;$ 4) $\frac{x^2 - (a + 1)x + 3a - 6}{x - 3} = 0.$

169. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - 3ax + 2}{x + 3} = 0$ имеет единственный корень?

Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

- 170.** Скорость легкового автомобиля на 30 км/ч больше скорости грузового, поэтому 180 км он проезжает на 1 ч быстрее грузового автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.
- 171.** Из пункта A в пункт B велосипедист ехал по дороге длиной 10 км, а из пункта B в пункт A возвращался по дороге длиной 12 км, затратив на обратный путь на 5 мин меньше, чем на путь из пункта A в пункт B . С какой скоростью ехал велосипедист из пункта A в пункт B , если из пункта B в пункт A он ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем из пункта A в пункт B ?
- 172.** Автобус должен был проехать 280 км. Проехав $\frac{3}{7}$ этого расстояния, автобус увеличил свою скорость на 20 км/ч. Найдите скорость автобуса на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 4 ч.
- 173.** Теплоход прошёл 8 км по озеру, а затем 49 км по реке, впадающей в это озеро, за 2 ч. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки составляет 4 км/ч.
- 174.** Катер прошёл 20 км против течения реки и 16 км по течению, затратив на путь против течения на 20 мин больше, чем на путь по течению. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки составляет 2 км/ч.

- 175.** Набирая ежедневно на 3 страницы больше, чем планировалось, наборщик закончил набирать книгу объёмом 60 страниц на день раньше срока. Сколько страниц планировалось набирать за один день?
- 176.** Числитель обыкновенной дроби на 1 меньше её знаменателя. Если числитель и знаменатель этой дроби увеличить на 4, то полученная дробь будет на $\frac{1}{3}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.
- 177.** Два маляра покрасили кабинет математики за 4 ч. За сколько часов может покрасить кабинет каждый маляр самостоятельно, если одному из них для этого требуется на 6 ч меньше, чем другому?
- 178.** Первый экскаватор работал на рытье котлована 2 ч, после чего к нему присоединился второй экскаватор. Через 1 ч совместной работы была вырыта $\frac{1}{4}$ котлована. За сколько часов может вырыть котлован каждый экскаватор самостоятельно, если второму для этого требуется на 6 ч меньше, чем первому?
- 179.** Слиток меди и олова, содержащий 30 кг меди, сплавляли с 60 кг меди. Процентное содержание меди в новом слитке на 15 % больше, чем в исходном. Сколько килограммов олова содержится в слитке?
- 180.** В раствор, содержащий 70 г воды, добавили 200 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 20 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Контрольные работы

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Основное свойство рациональной дроби.

Сложение и вычитание рациональных дробей

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{8}{x-4}$?
2. Сократите дробь:
1) $\frac{24a^6b^4}{16a^3b^7}$; 2) $\frac{15x-10xy}{5xy}$; 3) $\frac{m^2-4}{2m-4}$; 4) $\frac{25-a^2}{a^2-10a+25}$.
3. Выполните вычитание:
1) $\frac{x-8}{4x^2} - \frac{5-12x}{6x^3}$; 3) $\frac{m^2}{m^2-9} - \frac{m}{m+3}$;
2) $\frac{20}{a^2+4a} - \frac{5}{a}$; 4) $2p - \frac{14p^2}{7p+3}$.
4. Упростите выражение:
1) $\frac{y+3}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} + \frac{3}{y^2-1}$; 2) $\frac{2b^2-b}{b^3+1} - \frac{b-1}{b^2-b+1}$.
5. Известно, что $\frac{a-5b}{b} = 8$. Найдите значение выражения:
1) $\frac{a}{b}$; 2) $\frac{3a-b}{a}$.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2-16}{x-4} - \frac{2x^2-x}{x}$.

Контрольная работа № 2

Тема. Умножение и деление рациональных дробей.

Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Выполните действия:
1) $\frac{56x^3y^4}{z^5} \cdot \left(-\frac{z^4}{16x^2y^6}\right)$; 2) $\frac{72a^7}{c^{10}} : (24a^3c^8)$;

$$3) \frac{3b-3c}{c} \cdot \frac{4c^2}{b^2-c^2}; \quad 4) \frac{6x-30}{x+8} : \frac{x^2-25}{2x+16}.$$

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{2a}{a-2} + \frac{a+7}{8-4a} \cdot \frac{32}{7a+a^2}; \quad 2) \left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1} \right) : \frac{2a}{1-a^2}.$$

3. Докажите тождество:

$$\left(\frac{b^3}{b^2-8b+16} - \frac{b^2}{b-4} \right) : \left(\frac{b^2}{b^2-16} - \frac{b}{b-4} \right) = \frac{b^2+4b}{4-b}.$$

4. Известно, что $64x^2 + \frac{1}{x^2} = 65$. Найдите значение выражения $8x + \frac{1}{x}$.

Контрольная работа № 3

Тема. Рациональные уравнения.

Степень с целым отрицательным показателем.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:

$$1) \frac{3x-7}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = 0; \quad 2) \frac{x}{x+5} - \frac{25}{x^2+5x} = 0.$$

2. Запишите в стандартном виде число:

$$1) 126\,000; \quad 2) 0,0035.$$

3. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

$$1) a^7 \cdot a^{-5}; \quad 2) a^{-10} : a^{-13}; \quad 3) (a^9)^{-2} \cdot a^{20}.$$

4. Упростите выражение $0,8a^{11}b^{-14} \cdot 1,2a^{-8}b^{16}$.

5. Найдите значение выражения:

$$1) 2^{-3} + 6^{-1}; \quad 2) \frac{7^{-8} \cdot 7^{-9}}{7^{-16}}.$$

6. Преобразуйте выражение $\left(-\frac{4}{5}a^{-5}b^{-12} \right)^{-3} \cdot (5a^9b^{17})^{-2}$ так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями.

7. Вычислите:

$$1) (216 \cdot 6^{-5})^3 \cdot (36^{-2})^{-1}; \quad 2) \frac{(-81)^{-5} \cdot 27^{-3}}{9^{-15}}.$$

8. Решите графически уравнение $\frac{8}{x} = x - 7$.

9. Порядок числа a равен -5 , а порядок числа b равен 4 .
 Каким может быть порядок значения выражения:
 1) ab ; 2) $10a + b$?

Контрольная работа № 4

Тема. Квадратные корни

- Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 18 , B — множество делителей числа 24 .
- Найдите значение выражения:
 1) $0,5\sqrt{1600} - \frac{1}{3}\sqrt{36}$; 3) $\sqrt{6^2 \cdot 2^8}$;
 2) $\sqrt{0,25 \cdot 81}$; 4) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} - \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$.
- Решите уравнение:
 1) $x^2 = 2$; 3) $\sqrt{x} = 4$;
 2) $x^2 = -16$; 4) $\sqrt{x} = -9$.
- Упростите выражение:
 1) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{18}$; 3) $(3\sqrt{5} - 2)^2$;
 2) $(\sqrt{90} - \sqrt{40}) \cdot \sqrt{10}$; 4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})$.
- Сравните числа:
 1) $7\sqrt{2}$ и $6\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{\frac{2}{3}}$ и $4\sqrt{\frac{3}{2}}$.
- Сократите дробь:
 1) $\frac{\sqrt{a} + 7}{a - 49}$; 2) $\frac{33 - \sqrt{33}}{\sqrt{33}}$; 3) $\frac{a - 2\sqrt{3a} + 3}{a - 3}$.
- Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
 1) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$; 2) $\frac{10}{\sqrt{14} - 2}$.
- Вынесите множитель из-под знака корня:
 1) $\sqrt{5b^2}$, если $b \leq 0$; 3) $\sqrt{-a^5}$;
 2) $\sqrt{12a^4}$; 4) $\sqrt{-a^3b^6}$, если $b > 0$.

9. Упростите выражение $\sqrt{(13 - \sqrt{101})^2} - \sqrt{(\sqrt{101} - 11)^2}$.

Контрольная работа № 5

Тема. Квадратные уравнения. Теорема Виета

- Решите уравнение:
1) $7x^2 - 21 = 0$; 4) $3x^2 - 28x + 9 = 0$;
2) $5x^2 + 9x = 0$; 5) $2x^2 - 8x + 11 = 0$;
3) $x^2 + x - 42 = 0$; 6) $16x^2 - 8x + 1 = 0$.
- Составьте приведённое квадратное уравнение, сумма корней которого равна -10 , а произведение — числу 8.
- Диагональ прямоугольника на 8 см больше одной из его сторон и на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.
- Число -3 является корнем уравнения $2x^2 + 7x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.
- При каком значении a уравнение $3x^2 - 6x + a = 0$ имеет единственный корень?
- Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 12x + 6 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$.

Контрольная работа № 6

Тема. Квадратный трёхчлен.

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям.

Решение задач с помощью рациональных уравнений

- Разложите на множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 + 10x - 24$;
2) $3x^2 - 11x + 6$.
- Решите уравнение:
1) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$; 2) $\frac{x^2 + 5x}{x - 1} = \frac{6}{x - 1}$.
- Сократите дробь $\frac{3a^2 - 5a - 2}{a^2 - 4}$.

4. Решите уравнение:

$$\frac{6}{x^2 - 36} - \frac{3}{x^2 - 6x} + \frac{x - 12}{x^2 + 6x} = 0.$$

5. Пассажирский поезд проходит расстояние, равное 120 км, на 1 ч быстрее, чем товарный. Найдите скорость каждого поезда, если скорость товарного поезда на 20 км/ч меньше скорости пассажирского.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Сократите дробь $\frac{35mn^9}{14m^2n^3}$.
2. Представьте в виде степени с основанием m выражение $(m^6)^{-2} : m^{-8}$.
3. Упростите выражение $\sqrt{64a} - \frac{1}{7}\sqrt{49a}$.
4. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{x - 8}{3x^2 - 10x + 3}$?
5. Докажите тождество:

$$\left(\frac{a}{a^2 - 25} - \frac{a - 8}{a^2 - 10a + 25} \right) : \frac{a - 20}{(a - 5)^2} = -\frac{a}{a + 5}.$$

6. Первый рабочий изготовил 120 деталей, а второй — 144 детали. Первый рабочий изготавливал на 4 детали в час больше, чем второй, и работал на 3 ч меньше второго. Сколько деталей изготавливал за 1 ч каждый рабочий?
7. Постройте график функции $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4, \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$
8. Докажите, что при любом значении p уравнение $x^2 + px + p - 4 = 0$ имеет два корня.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Основное свойство рациональной дроби.

Сложение и вычитание рациональных дробей

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{7}{x+11}$?
2. Сократите дробь:
 - 1) $\frac{36a^{12}b^7}{54a^8b^{11}}$;
 - 2) $\frac{18mn-27m}{9mn}$;
 - 3) $\frac{3c+15}{c^2-25}$;
 - 4) $\frac{x^2-14x+49}{49-x^2}$.
3. Выполните вычитание:
 - 1) $\frac{5x-6}{6x^2} - \frac{4-9x}{9x^3}$;
 - 2) $\frac{42}{b^2+7b} - \frac{6}{b}$;
 - 3) $\frac{c^2}{c^2-16} - \frac{c}{c+4}$;
 - 4) $3y - \frac{18y^2}{6y+1}$.
4. Упростите выражение:
 - 1) $\frac{y+6}{4y-8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4}$;
 - 2) $\frac{6b^3+48b}{b^3+64} - \frac{3b^2}{b^2-4b+16}$.
5. Известно, что $\frac{x+4y}{y} = 10$. Найдите значение выражения:
 - 1) $\frac{x}{y}$;
 - 2) $\frac{7x-y}{x}$.
6. Постройте график функции $y = \frac{3x^2+4x}{x} - \frac{x^2-1}{x+1}$.

Контрольная работа № 2

Тема. Умножение и деление рациональных дробей.

Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Выполните действия:
 - 1) $-\frac{54a^6b^9}{c^{12}} \cdot \left(-\frac{c^{20}}{12a^4b^{15}}\right)$;
 - 2) $\frac{98m^8}{p^{17}} : (49m^5p^2)$;

$$3) \frac{5a+5b}{b} \cdot \frac{6b^2}{a^2-b^2}; \quad 4) \frac{x^2-49}{3x-24} : \frac{5x+35}{x-8}.$$

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{3a}{a-3} + \frac{a+5}{6-2a} \cdot \frac{54}{5a+a^2}; \quad 2) \left(\frac{a+4}{a-4} - \frac{a-4}{a+4} \right) : \frac{48a}{16-a^2}.$$

3. Докажите тождество:

$$\left(\frac{a^2}{a+5} - \frac{a^3}{a^2+10a+25} \right) : \left(\frac{a}{a+5} - \frac{a^2}{a^2-25} \right) = \frac{5a-a^2}{a+5}.$$

4. Известно, что $x^2 + \frac{49}{x^2} = 50$. Найдите значение выражения $x - \frac{7}{x}$.

Контрольная работа № 3

Тема. Рациональные уравнения.

Степень с целым отрицательным показателем.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:

$$1) \frac{4x+8}{x+2} - \frac{x-4}{x+2} = 0; \quad 2) \frac{x}{x-4} - \frac{16}{x^2-4x} = 0.$$

2. Запишите в стандартном виде число:

$$1) 245\,000; \quad 2) 0,0019.$$

3. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

$$1) a^{-3} \cdot a^5; \quad 2) a^{-6} : a^{-8}; \quad 3) (a^5)^{-3} \cdot a^{18}.$$

4. Упростите выражение $0,2a^8b^{-10} \cdot 1,7a^{-6}b^{12}$.

5. Найдите значение выражения:

$$1) 6^{-2} + \left(\frac{9}{4} \right)^{-1}; \quad 2) \frac{8^{-4} \cdot 8^{-9}}{8^{-12}}.$$

6. Преобразуйте выражение $\left(-\frac{2}{3}a^{-4}b^{-8} \right)^{-2} \cdot (3a^2b^{12})^{-3}$ так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями.

7. Вычислите:

$$1) (27 \cdot 3^{-6})^2 \cdot (9^{-1})^{-2}; \quad 2) \frac{(-64)^{-4} \cdot 8^3}{16^3}.$$

8. Решите графически уравнение $\frac{6}{x} = 5 - x$.
9. Порядок числа x равен -3 , а порядок числа y равен 2 .
Каким может быть порядок значения выражения:
1) xy ; 2) $100x + y$?

Контрольная работа № 4

Тема. Квадратные корни

1. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 12 , B — множество делителей числа 30 .
2. Найдите значение выражения:
1) $0,3\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{64}$; 3) $\sqrt{3^4 \cdot 2^6}$;
2) $\sqrt{0,64 \cdot 49}$; 4) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} - \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$.
3. Решите уравнение:
1) $x^2 = 5$; 3) $\sqrt{x} = 9$;
2) $x^2 = -4$; 4) $\sqrt{x} = -49$.
4. Упростите выражение:
1) $8\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 4\sqrt{75}$; 3) $(2\sqrt{7} + 3)^2$;
2) $(\sqrt{20} + \sqrt{80}) \cdot \sqrt{5}$; 4) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$.
5. Сравните числа:
1) $4\sqrt{3}$ и $3\sqrt{8}$; 2) $4\sqrt{\frac{15}{8}}$ и $\frac{1}{5}\sqrt{750}$.
6. Сократите дробь:
1) $\frac{a-64}{\sqrt{a}-8}$; 2) $\frac{\sqrt{11}-11}{\sqrt{11}}$; 3) $\frac{a-5}{a+2\sqrt{5a}+5}$.
7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
1) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{13}-3}$.
8. Вынесите множитель из-под знака корня:
1) $\sqrt{11a^2}$, если $a \leq 0$; 3) $\sqrt{-a^7}$;
2) $\sqrt{18a^8}$; 4) $\sqrt{-a^{10}b^5}$, если $a > 0$.

9. Упростите выражение $\sqrt{(9 - \sqrt{43})^2} + \sqrt{(6 - \sqrt{43})^2}$.

Контрольная работа № 5

Тема. Квадратные уравнения. Теорема Виета

- Решите уравнение:
 - $4x^2 - 20 = 0$;
 - $3x^2 + 5x = 0$;
 - $x^2 - 5x - 24 = 0$;
 - $7x^2 - 22x + 3 = 0$;
 - $7x^2 - 6x + 2 = 0$;
 - $4x^2 + 12x + 9 = 0$.
- Составьте приведённое квадратное уравнение, сумма корней которого равна 6, а произведение — числу 4.
- Диагональ прямоугольника на 6 см больше одной из сторон и на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.
- Число 4 является корнем уравнения $3x^2 + bx + 4 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.
- При каком значении a уравнение $2x^2 - 8x + a = 0$ имеет единственный корень?
- Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 10x - 4 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$.

Контрольная работа № 6

Тема. Квадратный трёхчлен.

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям.

Решение задач с помощью рациональных уравнений

- Разложите на множители квадратный трёхчлен:
 - $x^2 - 4x - 32$;
 - $4x^2 - 15x + 9$.
- Решите уравнение:
 - $x^4 - 35x^2 - 36 = 0$;
 - $\frac{x^2 - 7x}{x + 2} = \frac{18}{x + 2}$.
- Сократите дробь $\frac{4a^2 + a - 3}{a^2 - 1}$.

4. Решите уравнение:

$$\frac{10}{x^2 - 100} + \frac{x - 20}{x^2 + 10x} - \frac{5}{x^2 - 10x} = 0.$$

5. Первый автомобиль проезжает расстояние, равное 300 км, на 1 ч быстрее, чем второй. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Сократите дробь $\frac{27a^3b^2}{18ab^8}$.
2. Представьте в виде степени с основанием n выражение $(n^{-3})^4 : n^{-15}$.
3. Упростите выражение $\sqrt{16b} - 0,5\sqrt{36b}$.
4. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{x+7}{2x^2-x-6}$?
5. Докажите тождество:
$$\left(\frac{b}{b^2 - 8b + 16} - \frac{b+6}{b^2 - 16} \right) : \frac{b+12}{b^2 - 16} = \frac{2}{b-4}.$$
6. Первый насос наполнил водой бассейн объемом 360 м³, а второй — объемом 480 м³. Первый насос перекачивал на 10 м³ воды в час меньше, чем второй, и работал на 2 ч больше второго. Какой объем воды перекачивал за 1 ч каждый насос?
7. Постройте график функции $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
8. Докажите, что при любом значении p уравнение $x^2 - px + 2p^2 + 1 = 0$ не имеет корней.

Содержание

Упражнения	3
Вариант 1	3
Вариант 2	31
Вариант 3	59
Контрольные работы	87
Вариант 1	87
Вариант 2	92

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич
Полонский Виталий Борисович
Рабинович Ефим Михайлович
Якир Михаил Семёнович

Алгебра

Дидактические материалы

8 класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций

Редактор *Н.В. Самсонова*. Художественный редактор *Д.Э. Буланкин*
Макет *Д.Э. Буланкина*. Внешнее оформление *Е.В. Чайко*
Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*. Технический редактор *Е.А. Урвачева*
Корректоры *О.А. Мерзликина, О.Ч. Кохановская*

Подписано в печать 22.12.14. Формат 60×84/16. Гарнитура SchoolBookC
Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Печ. л. 6,0. Тираж 2000 экз. Заказ № 1007.

ООО Издательский центр «Всепана-Граф»
127422, Москва, ул. Тимирязевская, д. 1, стр. 3
Тел./факс: (499) 641-55-29, (495) 234-07-53
E-mail: info@vgf.ru, <http://www.vgf.ru>

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета
в ОАО «Издательско-полиграфическое предприятие „Правда Севера“»
163002, г. Архангельск, просп. Новгородский, 32
E-mail: zakaz@ippps.ru, <http://www.ippps.ru>