



В. И. Рыжик

ГЕОМЕТРИЯ

Диагностические
тесты

7–9



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

В. И. Рыжик

ГЕОМЕТРИЯ

Диагностические тесты

7–9
классы

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
Р93

Рыжик В. И.
Р93 Геометрия. Диагностические тесты. 7—9 классы /
В. И. Рыжик. — М. : Просвещение, 2014. — 174 с. —
ISBN 978-5-09-031852-5.

Книга содержит тесты тематического контроля знаний учащихся, заключительного повторения курса геометрии 7—9 классов, подготовки к ГИА, а также для повторения курса планиметрии в старших классах. Идеология тестов апробирована как в школьном преподавании (приём в школу, текущий контроль, экзамены), так и на всероссийском конкурсе «Кенгуру». Они являются частью тестов по всему курсу математики под общим названием «Тесты готовности к продолжению математического образования».

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-031852-5

© Издательство «Просвещение», 2014
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2014
Все права защищены

Введение

Зная что-либо, считай, что знаешь;
не зная что-либо, считай, что не знаешь, —
это и есть правильное отношение к знанию.

Конфуций

Предлагаемые тесты соответствуют курсу геометрии (планиметрии с элементами стереометрии) в общеобразовательной и профильной школе. Они могут использоваться как для текущего контроля, так и для итогового повторения — из условия теста легко понять, где его использование наиболее уместно. В случае необходимости тест, уместный для итогового повторения, может быть использован частично для текущего контроля.

Порядок, в котором составлена вся совокупность тестов, не привязан жёстко к какому-либо учебнику геометрии, он больше увязан с геометрическими фигурами, их взаимным расположением и параметрами их расположения (расстояния, углы).

Использование в практике преподавания этих тестов основано на некоторых предварительных соображениях, о чём и пойдёт речь далее.

Любой тест, предлагаемый ученику школы, диагностирует те или иные его свойства. Я остановился на таком интегральном свойстве (латентной переменной): интеллектуальная готовность к продолжению математического образования. Ясно, что эта готовность предполагает нечто большее, чем владение некоторой суммой фактических знаний и умений решать более или менее типовые задачи. Но что? Я особо выделяю некоторые довольно бесспорные проявления этой готовности: 1) умение аргументировать или опровергать имеющееся высказывание; 2) умение проанализировать условие задачи на определённости (возможность получить однозначный ответ) и корректности (непротиворечивость условия); 3) умение установить наличие или отсутствие связей между данными высказываниями; 4) умение проанализировать логическую структуру высказывания; 5) владение понятиями в общей форме; 6) умение перевести аналитическую зависимость в наглядную форму и обратно; 7) рефлексия, т. е. способность отделить личное знание от незнания; 8) определённый уровень общей логической культуры.

Не менее важно отразить в совокупности тестов основные виды математической деятельности. К таковым я отношу следующие: опознание объекта; выяснение существования объекта; установление единственности объекта (или её отсутствия); выведение свойств объекта из его определения;

выведение свойств объекта из других его свойств; выведение свойств объекта из косвенных соображений (в результате только логического рассуждения); идентификацию отношения между элементами множества (равенство, неравенство и пр.); выведение свойств объекта, полученного преобразованием из другого объекта; работу с величинами (нахождение и оценка величины, равенство величин); разумеется, этот список не полон.

В предлагаемой совокупности тестов в целом я постарался отразить (в той или иной степени) и каждый из перечисленных параметров готовности, и каждый вид математической деятельности из приведённого списка. Ясно, что всё это строится на довольно большом объёме конкретных знаний и умений, присущих нашим традициям в преподавании геометрии, а также на развитом пространственном (независимо от размерности) мышлении.

Каждый тест состоит из пяти утверждений, а не вопросов. На каждое из этих утверждений ученик как-то реагирует. Форма его ответа такова: «да» (условно «+»), если он согласен с утверждением; «нет» (условно «-»), если он с ним не согласен; «не знаю» (условно «0»), если он не в состоянии определиться; «задача некорректная» (условно «!»), когда фигуры, заданной условием, не существует; «задача неопределённая» (условно «?»), когда предложенное утверждение не позволяет однозначно ни опровергнуть его, ни согласиться с ним. Ответ «не знаю» позитивен, поскольку демонстрирует способность ученика к рефлексии и позволяет работать в режиме, который не провоцирует на угадывание ответа (что будет ясно из системы оценивания теста). В некорректных или неопределённых заданиях проверяется умение ученика анализировать условие задачи.

В реальных тестовых испытаниях (я их провожу по этим или аналогичным тестам около 20 лет) за верный ответ я ставил «+1», за неверный ответ — «-1», за ответ «не знаю» — 0. В результате суммарное число баллов, набранных конкретным учеником (в каждом тесте и в предложенном ему наборе тестов), может быть меньше числа его верных ответов. Но именно по суммарному числу баллов я выводил окончательную оценку за выполнение теста (или набора тестов). Мораль ясна: ученику выгоднее выдавать только такие ответы, в которых он абсолютно уверен. И если тем не менее среди выданных им ответов есть неверные, то это говорит о недостатках всей его системы знаний и умений в целом. Разумеется, учитель может выбрать и другую форму оценивания. Например, ставя за верный ответ больше (по модулю), чем за неверный. Скажем, «+3» за верный ответ и «-1» за неверный (как это уже делается в тестах «Кенгуру — выпускникам»). Возможны и другие варианты.

При формулировке неопределённых заданий я встретился с заметными логическими и языковыми трудностями. Что, собственно, имеется в виду, когда задаётся, к примеру, такой вопрос: «Верно ли, что $a^2 > 1$?» (Для простоты будем считать, что переменная a задана на максимально «широком» множестве — множестве всех вещественных чисел.)

Если мы хотим получить в ответ «да» или «нет», то имеем дело с высказыванием. Однако напрямую в нашем примере высказывания нет — есть предикат (выражение с переменной, высказывательная форма) или нечто другое из-за вопросительной формы задания. Чтобы превратить предикат в высказывание, требуется на переменную a «навесить» некий квантор — всеобщности или существования — и убрать вопросительную форму. Какой же квантор — по умолчанию — «навешен» на переменную a в таком задании? Если подразумевается квантор всеобщности (верно ли для любого $a...$), то ответ «нет». Если подразумевается квантор существования (верно ли, что существует такое $a...$), то ответ «да». В любом случае ответ меня никак не устраивал. Я-то хочу, чтобы ответ был такой: «Смотря какое a », или, что равносильно, «Иногда да, иногда нет».

Аналогичную позицию я увидел, когда в статье известного математика Л. Д. Кудрявцева нашёл такую фразу: «Правильный ответ на тест: „Равны ли углы с взаимно перпендикулярными сторонами?“ — не может быть выражен словами „да“ или „нет“. Правильный ответ „не всегда...“. Иначе говоря, „иногда — да, иногда — нет“». К тому же это задание Л. Д. Кудрявцева имеет вид вопроса, а я хотел обойтись повествовательной формой.

В результате долгих размышлений я решил закодировать неопределённость с помощью слова «некоторый» (это толкование термина «некоторый» логикой допускается). Такое толкование известно даже из народного фольклора: «В некотором царстве, в некотором государстве...»

Перейду к примерам. Задание (пока в виде вопроса) таково: «Верно ли, что у правильного многоугольника все углы равны?» Разумеется, ответ «да». Пусть задание таково: «Верно ли, что у правильного многоугольника есть угол 45° ?» Разумеется, ответ «нет», ибо таких правильных многоугольников не существует. Пусть задание таково: «Верно ли, что у правильного многоугольника все углы тупые?» А теперь ответ таков: «иногда да, иногда нет». Именно для ответа «иногда да, иногда нет» я использую знак «?». В противном случае, т. е. если ответ однозначен, для ответа используем знак «—».

Теперь можно убрать вопросительную форму предложения и сразу дать задание в форме высказывания: «Пусть F — некоторый правильный многоугольник. Тогда у него есть тупой угол».

Если учителя такие задания не устраивают, то их можно просто опустить. Разумеется, можно их скорректировать, заменив слово «некоторый» так, чтобы появился квантор общности или существования, при этом внося коррективы в ответ.

Теперь несколько конкретных замечаний.

1. Тесты в основном относятся к планиметрии. Но в них есть и задания о трёхмерных фигурах. Это вызвано тем, что в некоторые учебники для 7—9 классов включены элементы стереометрии. Кроме того, в соответствии с нынешними стандартами элементы планиметрии включены в программу по геометрии для старших классов. Тем самым соответствующие тесты могут быть использованы при повторении в старших классах.

2. Все фигуры, рассматриваемые в конкретном тесте, лежат в одной и той же плоскости, не считая специально оговорённых или ясных из контекста ситуаций.

3. Если в тексте написано «два» (две прямые, две плоскости, два элемента симметрии), то это именно два, а не «хотя бы два» — я не использую оборот «ровно два» или нечто подобное. То же относится и к термину «один». У человека одно сердце, а не «ровно одно» сердце.

4. Если на переменную не «навешен» квантор, то, как всегда, по умолчанию полагаем, что это квантор всеобщности.

5. Для решения тестов, где задания представлены в виде рисунков, дозволено использовать только условие, но не наглядное восприятие фигуры или отношения между фигурами.

6. Хорда фигуры (в том числе многоугольника и треугольника) — это отрезок, соединяющий точки на его границе. Диаметр фигуры — это её наибольшая хорда. Средняя линия четырёхугольника — это его хорда, соединяющая середины противоположных сторон.

7. В задачах на построение равные треугольники считаются одним решением.

8. Данная совокупность тестов обнародуется впервые (хотя изданы аналогичные — по стереометрии, а также по алгебре и началам анализа). Отсюда ясно, сколько в ней может быть огрехов. И хотя почти все из этих тестов проверены в реальном преподавании, я понимаю, что до идеала весьма далеко, учитывая их оригинальный характер. Я надеюсь, что с помощью доброжелательно настроенных коллег удастся эту работу довести до безупречности и в конце концов противопоставить что-то осмысленное «тестированию по-американски». Более того, я полагаю, что работа по составлению разумных тестов для школьников России только начинается, а потому любой заинтересованный в такой работе может ей способствовать, в частности действуя в согласии с приведёнными здесь соображениями.

Тест 1. Пересечение фигур

Пересечением двух квадратов может быть:

- 1** точка; **2** отрезок; **3** квадрат;
4 треугольник; **5** что-либо иное.

Тест 2. Объединение фигур

Объединением двух треугольников может быть:

- 1** отрезок;
2 треугольник;
3 прямоугольник;
4 иная фигура на плоскости, кроме тех, что указаны в пп. 1—3;
5 неплоская фигура.

Тест 3. Пересечение и объединение фигур

- 1** Существуют два таких треугольника, что их пересечение и их объединение — треугольники.
2 Существуют два таких квадрата, что их объединение — квадрат, а их пересечение — не квадрат.
3 Есть два таких прямоугольника, что их пересечением является квадрат, а объединением — прямоугольник.
4 Если пересечение двух кругов не является кругом, то и их объединение не является кругом.
5 Нет таких двух треугольников, которые в пересечении дают отрезок, а в объединении — треугольник.

Тест 4. Прямая

понятие

Прямая AB — это:

- 1** объединение лучей AB и BA ;
2 $\{X: |AX| + |XB| = |AB|\}$;
3 $\{X: \overrightarrow{AX} = \lambda \overrightarrow{AB}\}, \lambda \in \mathbb{R}$;
4 объединение всевозможных отрезков, содержащих точки A и B ;
5 пересечение всевозможных плоскостей, содержащих точки A и B .

Тест 5. Прямая

свойство

На прямой существуют такие точки A, B, C , что:

- 1** $AB + AC = BC$; **2** $AB + AC > BC$; **3** $AB + AC < BC$;
4 $AB - AC \geq 2BC$; **5** $AB + AC \leq 3BC$.

Тест 6. Прямая

ПРИЗНАК

Фигура есть прямая, если она является:

- 1 неограниченным объединением отрезков, каждый из которых содержит предыдущий;
- 2 множеством точек плоскости, равноудалённых от двух данных точек;
- 3 плоской линией, имеющей два центра симметрии;
- 4 множеством точек координатной плоскости с осями x и y , координаты которых удовлетворяют уравнению $ax + by + c = 0$;
- 5 множеством точек пространства, равноудалённых от всех вершин треугольника.

Тест 7. Прямая

ПРИЗНАК

Прямая является множеством точек плоскости:

- 1 равноудалённых от двух пересекающихся прямых;
- 2 равноудалённых от двух параллельных прямых;
- 3 равноудалённых от сторон угла;
- 4 удалённых от данной прямой на данное расстояние;
- 5 являющихся центрами окружностей, касающихся данной окружности в данной на ней точке.

Тест 8. Прямая

ПРИЗНАК

Линия не является прямой, если:

- 1 она пересекает окружность в трёх точках;
- 2 каждая её точка удалена от заданной прямой на одно и то же расстояние;
- 3 каждая её точка равноудалена от сторон угла;
- 4 каждая её точка равноудалена от двух данных параллельных прямых;
- 5 каждая её точка равноудалена от данной прямой и точки вне её.

Тест 9. Прямая

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует прямая, которая:

- 1 разделяет любое заданное чётное число точек так, что в полученных полуплоскостях точек поровну;
- 2 является касательной к двум данным окружностям;
- 3 пересекает две данные прямые под заданными углами;

- 4 равноудалена от данной прямой и данной окружности, не имеющей с данной прямой общих точек;
- 5 делит пополам и площадь, и периметр двух заданных правильных многоугольников с чётным числом сторон.

Тест 10. Прямая

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует прямая, которая:

- 1 проходит через некоторые две точки и перпендикулярна данной прямой;
- 2 касается двух некоторых окружностей;
- 3 пересекает две некоторые прямые под равными углами;
- 4 равноудалена от двух данных кругов, не имеющих общих точек;
- 5 делит три некоторых круга на равные части.

Тест 11. Прямая

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Не существует прямой, которая:

- 1 перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых;
- 2 проходит через вершину треугольника и делит его на две равновеликие части;
- 3 отсекает от данного треугольника треугольник, подобный данному, но не параллельна сторонам этого треугольника;
- 4 проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и делит её на равновеликие части;
- 5 делит пополам площадь данных круга и треугольника.

Тест 12. Пересекающиеся прямые

ПРИЗНАК

Две прямые пересекаются, если:

- 1 первая из них проходит через одну диагональ данного четырёхугольника, а вторая проходит через другую диагональ этого четырёхугольника;
- 2 первая из них лежит в данной плоскости, а вторая пересекает эту плоскость;
- 3 первая из них лежит в одной из пересекающихся плоскостей, а вторая лежит в другой из этих плоскостей;
- 4 первая из них проходит через ребро данного тетраэдра, а вторая проходит через другое ребро этого тетраэдра;
- 5 первая из них проходит через одну диагональ данного куба, а вторая — через другую диагональ этого куба.

Тест 13. Пересекающиеся прямые

ПРИЗНАК

Две прямые пересекаются, если:

- 1** они пересекают третью прямую в разных точках;
- 2** они пересекают третью прямую под разными углами;
- 3** они симметричны между собой относительно третьей прямой;
- 4** каждая из них — касательная к данной окружности;
- 5** каждая из них проходит через одну из вершин тетраэдра и точку пересечения медиан противоположной грани.

Тест 14. Пересекающиеся прямые

ПРИЗНАК

Две прямые не пересекаются, если:

- 1** они касаются двух окружностей, не имеющих общих точек;
- 2** каждая из них разбивает данный треугольник на два равновеликих треугольника;
- 3** они разбивают круг на три части;
- 4** они образуют с данной прямой один и тот же угол;
- 5** их объединение центрально-симметрично.

Тест 15. Перпендикулярные прямые

свойство

Две прямые взаимно перпендикулярны. Тогда:

- 1** они могут делить круг на четыре равные части;
- 2** каждая из них симметрична самой себе относительно другой прямой;
- 3** их объединение центрально-симметрично;
- 4** их объединение имеет четыре оси симметрии;
- 5** нет в пространстве такой прямой, которая перпендикулярна им обоим.

Тест 16. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Две прямые взаимно перпендикулярны, если:

- 1** одна из них проходит через сторону равнобедренного треугольника, а другая — через медиану этого же треугольника к этой стороне;
- 2** они делят круг на четыре равные части;
- 3** первая из них является серединным перпендикуляром отрезка, лежащего на второй из них;

- 4 они проходят через средние линии прямоугольника;
- 5 они проходят через одну и ту же точку на данной окружности, но через разные концы одного её диаметра.

Тест 17. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Две прямые перпендикулярны, если:

- 1 одна из них проходит через сторону равностороннего треугольника, а другая — через биссектрису, проведённую к этой стороне;
- 2 первая из них проходит через одну диагональ прямоугольника, а вторая — через другую диагональ этого же прямоугольника;
- 3 одна из них проходит через среднюю линию боков равнобокой трапеции, а другая — через среднюю линию оснований этой трапеции;
- 4 первая из них проходит через биссектрису угла треугольника, а вторая — через биссектрису внешнего угла этого треугольника, смежного с первоначально взятым углом;
- 5 одна из них проходит через наибольшую диагональ правильного шестиугольника, а другая — через меньшую диагональ этого шестиугольника, пересекающую данную большую диагональ.

Тест 18. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Две прямые взаимно перпендикулярны, если:

- 1 они делят плоскость на четыре части;
- 2 они проходят через наименьшие средние линии прямоугольного треугольника;
- 3 они являются осями симметрии квадрата;
- 4 их объединение имеет центр симметрии;
- 5 каждая из них проходит через диагональ куба.

Тест 19. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Некоторые прямые взаимно перпендикулярны, если они проходят через:

- 1 медианы треугольника;
- 2 высоты треугольника;
- 3 биссектрисы треугольника;
- 4 диагонали трапеции;
- 5 ребро прямоугольного параллелепипеда и диагональ его грани.

Тест 20. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Две некоторые прямые взаимно перпендикулярны, если они проходят через:

- 1** диагонали параллелограмма; **2** стороны ромба;
- 3** средние линии трапеции; **4** диаметры окружности;
- 5** ребро куба и диагональ его грани.

Тест 21. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Могут быть взаимно перпендикулярны:

- 1** диагонали прямоугольника;
- 2** высоты тупоугольного треугольника;
- 3** диагональ равнобокой трапеции и её сторона;
- 4** две прямые, касательные к данной окружности;
- 5** прямая, проходящая через ребро куба, и прямая, проходящая через диагональ его грани.

Тест 22. Перпендикулярные прямые

ПРИЗНАК

Прямые не перпендикулярны, если:

- 1** они не делят плоскость на 3 части;
- 2** они проходят через биссектрисы данного треугольника;
- 3** они не являются средними линиями данного прямоугольного треугольника;
- 4** они проходят через диагонали некоторого прямоугольника;
- 5** они проходят через диагонали куба.

Тест 23. Перпендикулярные прямые

СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ

- 1** Две прямые не перпендикулярны, если они не делят плоскость на четыре равных угла.
- 2** Если нельзя провести прямую, перпендикулярную каждой из двух данных прямых, то эти прямые не параллельны.
- 3** Если две прямые параллельны, то можно провести прямую, пересекающую только одну из них под прямым углом.
- 4** Если две прямые перпендикулярны, то на них можно найти такие четыре точки, что расстояние между каждыми двумя точками одно и то же.
- 5** Если прямая имеет с окружностью одну общую точку, но не лежит с ней в одной плоскости, то она перпендикулярна диаметру этой окружности, проходящему через эту точку.

Тест 24. Перпендикулярные прямые

свойства и признаки

- 1 Две прямые перпендикулярны тогда и только тогда, когда они не параллельны.
- 2 Если две прямые перпендикулярны, то существуют четыре их точки, которые лежат на одной окружности.
- 3 Если три прямые находятся в пространстве и две из них перпендикулярны третьей, то они перпендикулярны между собой.
- 4 Четырёхугольник, вершины которого находятся на двух перпендикулярных прямых, является выпуклым.
- 5 Существуют такие четыре точки A, B, C, D , что взаимно перпендикулярны прямые AB и CD , а также прямые AC и BD .

Тест 25. Перпендикулярные прямые

существование

- 1 На плоскости из данной точки нельзя провести два перпендикуляра к данной прямой.
- 2 Из всех прямых пространства, проходящих через данную точку вне данной прямой и пересекающих данную прямую, только одна прямая перпендикулярна данной прямой.
- 3 В пространстве через данную точку прямой нельзя провести две прямые, перпендикулярные данной прямой.
- 4 Через данную точку пространства нельзя провести две прямые, перпендикулярные данной плоскости.
- 5 Через точку пересечения двух прямых нельзя провести в пространстве прямую, которая перпендикулярна каждой из этих прямых.

Тест 26. Параллельные прямые

свойство

Две прямые параллельны. Тогда:

- 1 если одна из них пересекает третью прямую, то и другая тоже;
- 2 если одна из них образует с третьей прямой заданный угол, то и другая тоже;
- 3 если одна из них удалена от данной точки на заданное расстояние, то и другая также удалена от этой точки на это же расстояние;
- 4 если одна из них делит заданный четырёхугольник на три части, то и другая, пересекающая этот четырёхугольник, делит его на три части;
- 5 если одна из них параллельна данной плоскости, то и другая тоже.

Тест 27. Параллельные прямые

свойство

Прямые AB и CD параллельны, лучи AB и CD направлены противоположно. Можно найти угол x , если:

- 1 x — это угол BKD , точка K лежит на отрезке AD , $\angle ABK = \alpha$, $\angle ADC = \beta$;
- 2 точка K лежит на прямой CD , x — это угол, смежный углу KBA , $\angle AKC = \angle AKB = \beta$;
- 3 x — это угол ACD , прямая AC образует равные углы с прямыми AD и AB , $\angle BAD = \beta$;
- 4 x — это угол AKD , $AD = BC$, $AC = BD$, K — точка пересечения прямых AC и BD , $\angle CAD = \alpha$;
- 5 x — это угол CBA , $\angle CAD = \alpha$, точки A , B , C , D лежат на данной окружности.

Тест 28. Параллельные прямые

признак

Две прямые параллельны, если они:

- 1 параллельны третьей прямой;
- 2 перпендикулярны одной и той же прямой;
- 3 перпендикулярны одной и той же прямой и не лежат в одной плоскости;
- 4 перпендикулярны одной и той же плоскости;
- 5 лежат в параллельных плоскостях.

Тест 29. Параллельные прямые

признак

Две прямые параллельны, если:

- 1 они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек;
- 2 существует прямая, которой обе данные прямые параллельны;
- 3 расстояние от каждой точки одной из них до другой одно и то же;
- 4 их направляющие векторы коллинеарны;
- 5 проекция каждой из них на данную плоскость является точкой.

Тест 30. Параллельные прямые

признак

Две прямые параллельны, если:

- 1 одна из них проходит через сторону треугольника, а другая — через середины двух других его сторон;
- 2 одна из них проходит через сторону треугольника, а другая — через биссектрису внешнего угла этого треугольника, вершина которого противоположна этой стороне;

- 3 одна из них проходит через сторону треугольника, а другая отсекает от данного треугольника подобный ему треугольник, причём пересекает две другие стороны треугольника;
- 4 одна из них проходит через сторону правильного пятиугольника, а другая — через его диагональ, не имеющую с данной стороной общих точек;
- 5 они являются касательными к окружности, проведёнными через противоположные вершины прямоугольника, вписанного в эту окружность.

Тест 31. Параллельные прямые

ПРИЗНАК

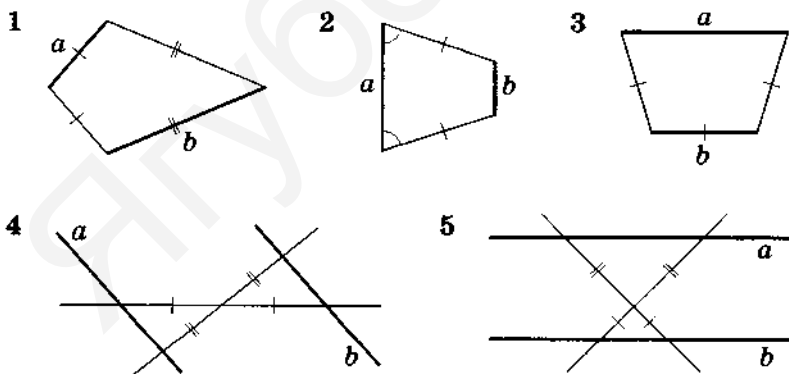
Прямые не параллельны, если:

- 1 они не пересекают данную прямую под равными углами;
- 2 нет такой прямой, которой они обе перпендикулярны;
- 3 их нельзя совместить параллельным переносом;
- 4 нет такой системы координат, в которой угловые коэффициенты этих прямых равны;
- 5 они не центрально-симметричны.

Тест 32. Параллельные прямые

ПРИЗНАК

На этом рисунке прямые a и b параллельны.



Тест 33. Параллельные прямые

ПРИЗНАК

Некоторые две прямые в пространстве параллельны, если:

- 1 каждая из них перпендикулярна одной и той же прямой;

- 2 обе они параллельны одной и той же плоскости;
- 3 они равноудалены от одной и той же прямой;
- 4 они лежат в одной плоскости и с одной и той же плоскостью образуют равные углы;
- 5 одна из них пересекает два ребра тетраэдра, а другая — другие два ребра тетраэдра; при этом точки пересечения делят эти ребра пополам.

Тест 34. Параллельные прямые

ПРИЗНАК

Дан треугольник ABC . $AB = BC$.

- 1 Прямые AC и BK параллельны, если BK делит пополам внешний угол при вершине B .
- 2 Прямые BC и AD параллельны, если прямая AD делит пополам внешний угол при вершине A .
- 3 Прямые AC и KL параллельны, если KL — основание треугольника KBL , гомотетичного треугольнику ABC .
- 4 Прямые AB и KL параллельны, если они являются боковыми сторонами треугольников ABC и KLM ($KL = LM$), причём один из них получен сдвигом (параллельным переносом) из другого.
- 5 Прямые AB и LM параллельны, если LM является стороной треугольника CLM , и один из этих треугольников получен из другого центральной симметрией относительно точки C .

Тест 35. Параллельные прямые

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существуют две параллельные прямые:

- 1 первая из которых проходит через данную точку, а вторая — через другую данную точку;
- 2 каждая из которых проходит через сторону правильного стоугольника;
- 3 каждая из которых не перпендикулярна данной прямой;
- 4 и существует четырёхугольник, такой, что они делят его на пять частей;
- 5 которые высекают на данной третьей прямой отрезок длиной 1000 и расстояние между которыми равно 1.

Тест 36. Параллельные прямые

- 1 Одна из двух прямых параллельна другой прямой тогда и только тогда, когда они центрально-симметричны.
- 2 Две прямые параллельны тогда и только тогда, когда существует круг, пересекающий их по равным отрезкам.

- 3 Существуют три параллельные прямые, которые проходят через диагонали правильного двенадцатиугольника.
- 4 Если две прямые параллельны, а две другие пересекаются, то эта четвёрка прямых может разбить плоскость на 9 частей.
- 5 Параллельными прямыми можно разбить плоскость на любое число частей, большее двух.

Тест 37. Параллельность и перпендикулярность в пространстве

- 1 Если две прямые параллельны, то каждая третья прямая, параллельная одной из данных прямых, параллельна и другой из них.
- 2 Если две пересекающиеся прямые перпендикулярны, то каждая прямая, перпендикулярная одной из данных прямых, параллельна другой из них.
- 3 Существуют две параллельные прямые, лежащие в плоскостях противоположных граней прямоугольного параллелепипеда и не проходящие через его рёбра.
- 4 Если две прямые параллельны, то существует плоскость, относительно которой они зеркально-симметричны.
- 5 Две прямые параллельны только тогда, когда они перпендикулярны данной плоскости.

Тест 38. Взаимное расположение прямых

a и b — некоторые прямые на плоскости. Они:

- 1 параллельны, если они не перпендикулярны;
- 2 пересекаются, если они пересекают одну и ту же прямую под равными углами;
- 3 перпендикулярны, если каждая из них проходит через диагональ данного прямоугольника;
- 4 пересекаются, если проходят через несоседние стороны правильного пятиугольника;
- 5 перпендикулярны, если проходят через противоположные точки касания окружности, вписанной в трапецию.

Тест 39. Отрезок

РАВЕНСТВО

Отрезки AB и CD равны, если:

- 1 они лежат на отрезке AD и $AC = BD$;
- 2 они имеют общую середину O и $AO = CO$;
- 3 $AB = KL$, $CD = LK$;
- 4 они лежат на одной прямой и $AD = 2AB + CD$, $DA = BA + 2DC$;
- 5 их объединение центрально-симметрично.

Тест 40. Отрезок

РАВЕНСТВО

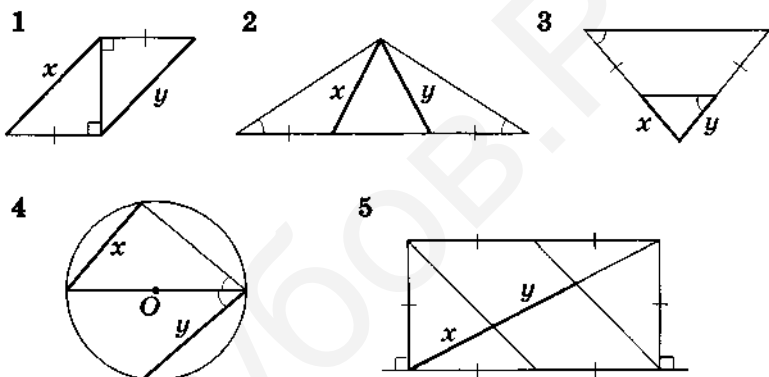
Два отрезка равны, если они являются:

- 1 диагоналями равнобокой трапеции;
- 2 медианами равнобедренного треугольника;
- 3 высотами параллелограмма;
- 4 боковыми рёбрами одного и того же прямоугольного параллелепипеда;
- 5 диаметрами двух параллелей одной и той же сферы.

Тест 41. Отрезок

РАВЕНСТВО

На этом рисунке отрезки x и y равны.



Тест 42. Отрезок

РАВЕНСТВО

Эти отрезки могут быть равны:

- 1 отрезки AK и BL находятся в равностороннем треугольнике ABC , где точка K лежит на стороне BC , а точка L — на стороне AC , причём $AL < BK$;
- 2 отрезки AK и AL находятся в прямоугольнике (не квадрате) $ABCD$, где точка K лежит на стороне BC , а точка L — на стороне CD , причём $BK < DL$;
- 3 отрезки CK и AL , если из точки C проведены к данной окружности касательная CK (K — точка касания) и секущая CAL (точки A и L лежат на окружности), причём точка A лежит между точками C и L ;

- 4 отрезки AC и BD , которые являются диагоналями в четырёхугольнике $ABCD$, в котором $AB=BC$ и $AD=CD$ (но $AB \neq AD$); при этом прямые AC и BD взаимно перпендикулярны;
- 5 отрезки AB и CD в цилиндре, у которого осевое сечение — квадрат, при этом отрезок CD является хордой основания, а отрезок AB соединяет точки на разных основаниях цилиндра.

Тест 43. Отрезок

СРАВНЕНИЕ

Отрезок a больше отрезка b , если:

- 1 a — медиана, а b — высота, проведённые из одной и той же вершины треугольника;
- 2 a — большая диагональ параллелограмма, а b — его сторона;
- 3 a — большее основание равнобокой трапеции, а b — её диагональ;
- 4 a — диаметр, а b — хорда, ему перпендикулярная, одного и того же круга;
- 5 a — диагональ прямоугольного параллелепипеда, а b — диагональ его грани.

Тест 44. Отрезок

СРАВНЕНИЕ

Отрезок a больше отрезка b , если:

- 1 a — медиана треугольника, b — биссектриса треугольника, причём они проведены из одной вершины;
- 2 a — большая сторона параллелограмма, b — меньшая диагональ параллелограмма;
- 3 a — высота правильной треугольной пирамиды, b — ребро основания этой пирамиды;
- 4 a — диаметр шара, b — хорда этого шара, ему перпендикулярная;
- 5 a — диаметр основания конуса, b — образующая его поверхности.

Тест 45. Отрезок

СРАВНЕНИЕ

Отрезок AX является:

- 1 наименьшим в треугольнике ABC , если точка X лежит на стороне BC и $AX \perp BC$;
- 2 наибольшим в равнобокой трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , если $X=C$;

- 3 наибольшим отрезком в круге тогда, когда он соединяет точку A , лежащую внутри этого круга (но не его центр), с точкой X на окружности этого круга, при этом отрезок AX — большая часть диаметра этого круга;
- 4 наибольшим в конусе, если точка A лежит на окружности основания конуса, точка X — вершина конуса;
- 5 наибольшим в параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $X = C_1$.

Тест 46. Отрезок

СРАВНЕНИЕ

Некоторые два отрезка не равны, если:

- 1 каждый из них больше одного и того же отрезка;
- 2 они являются медианами данного треугольника;
- 3 они являются диагоналями данной трапеции;
- 4 они являются хордами окружности и видны из данной точки на этой окружности под разными углами;
- 5 они являются диагоналями параллелограмма, но не прямоугольника.

Тест 47. Ломаная

СВОЙСТВО И СУЩЕСТВОВАНИЕ

- 1 Замкнутая ломаная — это множество отрезков плоскости.
- 2 Число звеньев ломаной равно числу её вершин.
- 3 Объединение двух ломаных, имеющих общую вершину, является ломаной.
- 4 Существует ломаная, которая делит плоскость на 3 части.
- 5 Существует замкнутая трёхзвенная ломаная, которая проходит через все вершины квадрата.

Тест 48. Ломаная

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Есть такая простая замкнутая ломаная, звеньями которой являются только рёбра куба и которая имеет:

- 1 3 звена; 2 4 звена; 3 5 звеньев;
- 4 6 звеньев; 5 8 звеньев.

Тест 49. Угол между прямыми

СРАВНЕНИЕ

Угол между прямыми AB и CD равен углу:

- 1 между лучами AB и CD ;
- 2 наименьшему из углов, образованных лучами, лежащими на этих прямых;
- 3 между прямыми $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$, если $A_1 B_1 \parallel AB$, $C_1 D_1 \parallel CD$;

- 4 между прямыми A_1B_1 и C_1D_1 , если $A_1B_1 \perp AB$, $C_1D_1 \perp CD$;
 5 между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

Тест 50. Угол

СРАВНЕНИЕ

- 1 Если углы не равны, то они не вертикальные.
- 2 Если углы не вертикальные, то они не равны.
- 3 Если угол не прямой, то угол, смежный с ним, — не прямой.
- 4 Угол, смежный данному углу, больше угла, вертикального с данным.
- 5 Из двух двугранных углов тот больше, у которого линейный угол больше.

Тест 51. Угол

РАВЕНСТВО

Два угла равны, если они являются:

- 1 углами равнобедренного треугольника;
- 2 противоположными углами параллелограмма;
- 3 углами равнобокой трапеции;
- 4 вписанными в данную окружность, причём их стороны проходят через концы заданной хорды этой окружности;
- 5 двугранными углами в правильной треугольной пирамиде.

Тест 52. Угол

РАВЕНСТВО

На этом рисунке углы x и y равны.

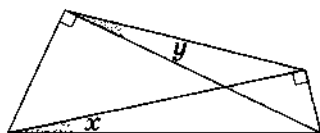
1



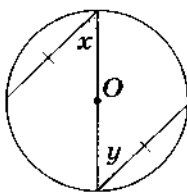
2



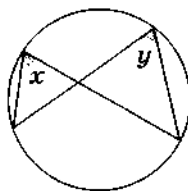
3



4



5

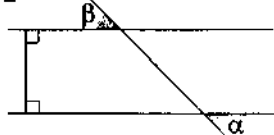


Тест 53. Угол

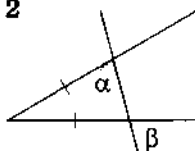
РАВЕНСТВО

На этом рисунке углы α и β равны.

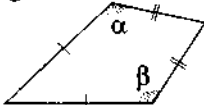
1



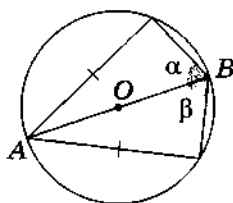
2



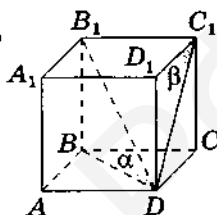
3



4



5



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб

Тест 54. Угол

РАВЕНСТВО

Эти углы могут быть равны.

- 1 Углы ACB и ADB , если точки C и D находятся на окружности, в которой проведена хорда AB .
- 2 Углы KBL и AKL , если точка K — середина AC и точка L находится на стороне AB равнобедренного треугольника ABC с вершиной B .
- 3 Углы ACD и CAD в равнобокой трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC .
- 4 Углы BAK и LAD , если точки K и L являются соответственно серединами сторон BC и CD прямоугольника $ABCD$.
- 5 Углы DB_1C_1 и B_1DB в прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Тест 55. Угол

РАВЕНСТВО

Два угла не равны, если:

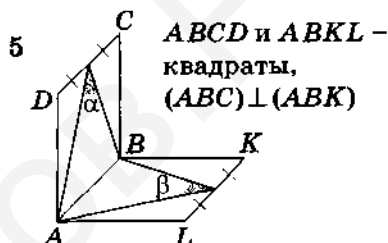
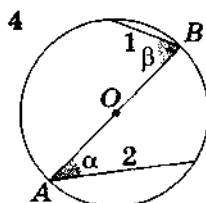
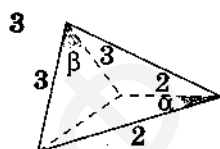
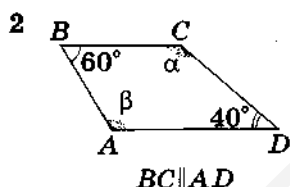
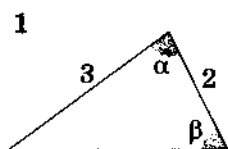
- 1 они не являются вертикальными;
- 2 они — углы при боковой стороне трапеции;
- 3 они — вписанные углы данной окружности, не опирающиеся на одну и ту же дугу;

- 4 они — углы в равных треугольниках, но не являются соответственными;
- 5 синусы этих углов не равны.

Тест 56. Угол

СРАВНЕНИЕ

На этом рисунке угол α больше угла β .



Тест 57. Угол

СРАВНЕНИЕ

$\alpha > \beta$, если:

- 1 α — угол в треугольнике против стороны, равной 10, а β — угол, противолежащий стороне, равной 20;
- 2 α — угол при большем основании трапеции, а β — угол при другом её основании;
- 3 α — угол правильного многоугольника, а β — внешний угол этого многоугольника;
- 4 α — угол с вершиной вне данной окружности, под которым виден диаметр этой окружности, а β — угол с вершиной на данной окружности, под которым виден тот же диаметр;
- 5 α — угол между ребром куба и диагональю куба, а β — угол между ребром куба и диагональю грани куба, причём эти три отрезка сходятся в одной вершине куба.

Тест 58. Разбиение на части

Можно разбить на три части:

- 1 плоскость — тремя прямыми;
- 2 плоскость — двумя окружностями;
- 3 квадрат — замкнутой трёхзвенной ломаной;
- 4 пространство — двумя плоскостями;
- 5 сферу — двумя пересекающимися плоскостями.

Тест 59. Треугольник

СУММА УГЛОВ

Про данный треугольник было высказано несколько предположений:

- А) у него есть острый угол;
- Б) у него есть прямой угол;
- В) у него есть тупой угол;
- Г) у него нет не острого угла;
- Д) у него нет прямого угла;
- Е) у него нет тупого угла.

Тогда совместимы следующие утверждения:

- 1 А) и В);
- 2 Б) и В);
- 3 В) и Г);
- 4 Д) и Е);
- 5 Б) и Е).

Тест 60. Треугольник

СУММА УГЛОВ

- 1 Если каждый из двух углов треугольника больше 60° , то его третий угол меньше 60° .
- 2 Если угол при вершине равнобедренного треугольника меньше 100° , то угол при его основании меньше 40° .
- 3 Наибольший угол треугольника либо больше суммы двух других его углов, либо меньше этой суммы.
- 4 Существует тупоугольный треугольник, в котором один из углов равен полусумме двух других его углов.
- 5 Если один из углов прямоугольного треугольника не меньше 30° , то в нём найдётся угол не больше чем 60° .

Тест 61. Треугольник

СУММА УГЛОВ

- 1 В прямоугольном треугольнике один из углов равен разности двух других его углов.
- 2 Наибольший угол треугольника больше суммы двух других.

- 3 Средний по величине угол треугольника больше 60° .
- 4 Наименьший по величине угол треугольника меньше 60° .
- 5 Если у двух равнобедренных треугольников есть по равному углу, то и остальные их углы соответственно равны.

Тест 62. Треугольник

СУММА УГЛОВ

Треугольник является тупоугольным, если:

- 1 разность двух его углов равна 100° ;
- 2 сумма двух его углов равна 179° ;
- 3 его углы составляют арифметическую прогрессию с разностью 40° ;
- 4 его углы составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 0,5;
- 5 его наибольший угол в два раза больше его наименьшего угла.

Тест 63. Треугольник

СУММА УГЛОВ

α, β, γ — углы треугольника.

- 1 Если $\alpha < 60^\circ, \beta < 60^\circ$, то $\gamma > 60^\circ$.
- 2 Если $\alpha < 70^\circ, \beta < 70^\circ$, то $\gamma > 70^\circ$.
- 3 Если $\alpha < 50^\circ, \beta < 50^\circ$, то $\gamma > 50^\circ$.
- 4 Если $\alpha + \beta > \gamma, \alpha + \gamma > \beta$, то $\beta + \gamma > \alpha$.
- 5 Если $50^\circ < \alpha < 70^\circ, 50^\circ < \beta < 70^\circ$, то $50^\circ < \gamma < 70^\circ$.

Тест 64. Треугольник

СУММА УГЛОВ

Можно найти углы треугольника, если известны:

- 1 два его внешних угла при разных его вершинах;
- 2 углы, которые составляют его стороны (прямые, содержащие его стороны) с прямой, которая его не пересекает;
- 3 углы в треугольнике, сторонами которого являются средние линии данного треугольника;
- 4 углы, которые одна из его высот составляет с другими двумя высотами;
- 5 углы в остроугольном треугольнике, одна из вершин которого — вершина данного треугольника, а две другие вершины — основания высот данного треугольника, проведённых из двух других вершин.

Тест 65. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC :

- 1 если углы A и B равны, то угол C меньше прямого;
- 2 если угол C больше суммы углов A и B , то треугольник является тупоугольным;
- 3 если угол A больше угла B , то высота, проведённая из вершины A , больше высоты, проведённой из вершины B ;
- 4 если угол A в два раза больше угла B , то сторона a меньше удвоенной стороны b ;
- 5 если разность углов A и B равна 90° , то разность сторон, противолежащих этим углам, больше половины третьей стороны.

Тест 66. Треугольник

свойство

О данном треугольнике высказаны такие утверждения:

- А) этот треугольник — тупоугольный;
Б) центр его описанной окружности лежит вне его;
В) одна из высот больше половины стороны, к которой она проведена. Тогда:

- 1 $A) \Rightarrow B)$;
- 2 $B) \Rightarrow A)$;
- 3 $B) \Rightarrow A)$;
- 4 $B) \Rightarrow B)$;
- 5 если не Б) и не В), то не А).

Тест 67. Треугольник

свойство

Любой треугольник:

- 1 содержит центр описанной около него окружности;
- 2 можно вписать в окружность;
- 3 имеет угол, не меньший чем 60° ;
- 4 содержит точку пересечения своих высот;
- 5 имеет медиану, большую, чем любая его сторона.

Тест 68. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC $AB = 2$, $BC = 3$, $\angle ABC = 100^\circ$. Тогда:

- 1 $\angle A > \angle C$;
- 2 $AC > 3,5$;
- 3 площадь больше чем 3;

- 4 наименьшая высота выходит из вершины B ;
- 5 наибольшая медиана больше 3.

Тест 69. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC $AB = 4$, $BC = 7$, $CA = 5$. Тогда:

- 1 угол B тупой;
- 2 площадь треугольника больше чем 10;
- 3 биссектриса угла C меньше чем 4;
- 4 радиус описанной окружности больше чем 2,5;
- 5 радиус вписанной окружности меньше 2.

Тест 70. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC $AB - BC > 1$, если:

- 1 $AC = 1$;
- 2 $AC = 2$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 60^\circ$;
- 3 $AC = 1$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$;
- 4 $AC = 10$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$;
- 5 $\angle B = 90^\circ$ и медиана, проведённая к стороне AC , равна 1.

Тест 71. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC $\frac{AB}{BC} > 2$, если:

- 1 $\angle C = 40^\circ$, $\angle A = 20^\circ$;
- 2 отношение высоты, проведённой на сторону AB , к высоте, проведённой на сторону BC , больше 2;
- 3 отношение высоты, проведённой на сторону BC , к высоте, проведённой на сторону AB , меньше 2;
- 4 $\angle B = 90^\circ$, $AC = 3AB$;
- 5 $\angle C = 179^\circ$.

Тест 72. Треугольник

свойство

В треугольнике со сторонами a , b , c медиана на сторону a равна 6, а медиана на сторону b равна 15. Тогда:

- 1 сторона c больше 5;
- 2 сторона a больше 10;
- 3 сторона b больше 4;
- 4 периметр треугольника больше 23;
- 5 периметр треугольника меньше 56.

Тест 73. Треугольник

свойство

В треугольнике со сторонами a, b, c $a = 3, b = 5$. Тогда:

- 1 существует единственное значение c , при котором этот треугольник равнобедренный;
- 2 существует такое значение c , при котором угол A тупой;
- 3 при любом значении c площадь треугольника не больше 5;
- 4 при $c = 4$ высота на сторону b разбивает данный треугольник на два треугольника с соответственно равными углами;
- 5 с увеличением значения c площадь треугольника увеличивается.

Тест 74. Треугольник

свойство

Три стороны треугольника равны 3, 5, 6. В этом треугольнике:

- 1 площадь больше 7;
- 2 радиус описанной окружности меньше 3;
- 3 радиус вписанной окружности больше 1,5;
- 4 наибольшая медиана больше 5 и меньше 6;
- 5 наименьшая биссектриса больше 2 и меньше 3.

Тест 75. Треугольник

свойство

В треугольнике ABC $AB = 2, CA = 6, \angle A = 60^\circ$. На стороне AC взята такая точка D , что $AD = 3$. Тогда:

- 1 $BD > 3$;
- 2 $\angle ADB > 60^\circ$;
- 3 BD не является биссектрисой угла B ;
- 4 радиус окружности, описанной около треугольника ABD , больше радиуса окружности, описанной около треугольника BCD ;
- 5 радиус окружности, вписанной в треугольник ABD , больше радиуса окружности, вписанной в треугольник BCD .

Тест 76. Треугольник

неравенство

- 1 Одна сторона треугольника равна 20, вторая сторона этого треугольника равна 10. Тогда третья сторона x этого треугольника удовлетворяет неравенству $5 < x < 35$.
- 2 $ABCD$ — простая замкнутая ломаная. $AB = 2, BC = 3, CD = 4, DA = 8$. Тогда $AC < BD$.

- 3 Существует равнобедренный треугольник, у которого периметр равен 4, есть сторона, равная 1, и есть сторона, равная 2.
- 4 Сторона a треугольника удовлетворяет неравенству $10 \leq a \leq 20$, сторона b этого треугольника равна 100. Тогда третья сторона x этого треугольника удовлетворяет неравенству $90 \leq x \leq 110$.
- 5 Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1, 2, 3. Тогда его диагональ меньше 6.

Тест 77. Треугольник

ПЕРИМЕТР

Периметр треугольника со сторонами a , b , c равен 10. $a \leq b \leq c$. В этом треугольнике:

- 1 $c < 5$;
- 2 $a < 3$;
- 3 $b < 4$;
- 4 если $c < 4$, то и высота, проведённая на эту сторону, меньше 4;
- 5 если $a > 1$, то $b < 4,5$.

Тест 78. Треугольник

СВОЙСТВО

В некотором треугольнике первая сторона равна 10, вторая сторона равна 20, а третья сторона больше 15. Тогда в этом треугольнике:

- 1 средняя по величине сторона больше 15;
- 2 периметр больше 60;
- 3 один из углов тупой;
- 4 два угла равны;
- 5 площадь равна 0,1.

Тест 79. Треугольник

СВОЙСТВО

В некотором треугольнике две стороны равны 1. Тогда:

- 1 периметр этого треугольника в три раза больше любой его стороны;
- 2 периметр этого треугольника на 2 больше наибольшей его стороны;
- 3 медиана к третьей стороне меньше 1;
- 4 полупериметр этого треугольника больше его наименьшей стороны;
- 5 полупериметр этого треугольника меньше его наибольшей стороны.

Тест 80. Треугольник

свойство

В некотором треугольнике:

- 1 сумма двух сторон не меньше третьей стороны;
- 2 квадрат одной стороны больше суммы квадратов двух других сторон;
- 3 совпадают центры вписанной и описанной окружностей;
- 4 есть две оси симметрии;
- 5 радиус описанной окружности меньше радиуса вписанной окружности.

Тест 81. Треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует треугольник, в котором перпендикулярны:

- 1 две медианы;
- 2 две биссектрисы;
- 3 две высоты;
- 4 медиана и биссектриса, проведённые из одной вершины;
- 5 два серединных перпендикуляра.

Тест 82. Треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует треугольник, в котором:

- 1 стороны относятся как $1 : 2 : 3$;
- 2 углы относятся как $1 : 2 : 3$;
- 3 высоты относятся как $1 : 2 : 3$;
- 4 радиус вписанной окружности относится к радиусу описанной окружности как $1 : 2$;
- 5 высота, медиана и биссектриса, выходящие из одной и той же вершины, относятся как $1 : 2 : 3$.

Тест 83. Треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует треугольник, в котором:

- 1 точка пересечения биссектрис равноудалена от его вершин;
- 2 точка пересечения серединных перпендикуляров его сторон находится на его стороне;
- 3 точка пересечения высот находится в его вершине;
- 4 точка пересечения медиан находится на оси симметрии треугольника;
- 5 две из четырёх вышеуказанных точек находятся вне треугольника.

Тест 84. Треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует треугольник, в котором:

- 1** стороны равны 10, 20, 30;
- 2** есть центр симметрии;
- 3** каждая сторона меньше 1, а радиус описанной окружности больше 1000;
- 4** все биссектрисы точкой их пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины;
- 5** одна медиана равна сумме двух других.

Тест 85. Треугольник

РАВЕНСТВО

Два треугольника равны по:

- 1** двум сторонам и медиане, проведённой на третью сторону;
- 2** стороне и двум высотам, одна из которых проведена на данную сторону;
- 3** двум углам и площади;
- 4** трём медианам;
- 5** двум сторонам и углу.

Тест 86. Треугольник

РАВЕНСТВО

Два треугольника равны по:

- 1** двум сторонам и высоте, проведённой на третью сторону;
- 2** стороне и двум высотам, проведённым на другие стороны;
- 3** стороне, медиане и высоте, проведённым к данной стороне;
- 4** углу и двум медианам, проведённым на стороны треугольника, заключающие этот угол;
- 5** трём высотам.

Тест 87. Треугольник

РАВЕНСТВО

Из нескольких равных треугольников можно составить:

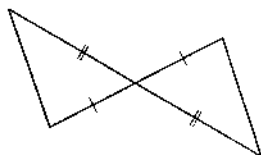
- 1** треугольник;
- 2** прямоугольник;
- 3** пятиугольник;
- 4** стоугольник;
- 5** развёртку тетраэдра.

Тест 88. Треугольник

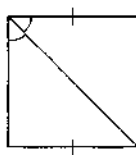
РАВЕНСТВО

На этом рисунке есть пара равных треугольников.

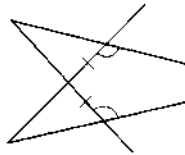
1



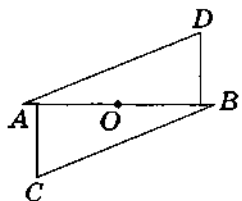
2



3

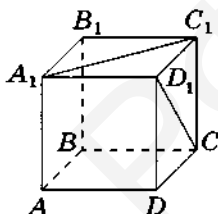


4



$$OA = OB = OC = OD$$

5



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб

Тест 89. Треугольник

РАВЕНСТВО

По условию задачи сделайте рисунок. На этом рисунке есть две пары равных треугольников.

- 1 Дан отрезок AB . От прямой AB в одной полуплоскости находятся четыре отрезка: AC , AD , BC , BD . При этом $AC = BD$, $\angle CAD = \angle CBD$, $\angle CBA = \angle DAB$.
- 2 Дан угол AOB . На луче OA находится отрезок OC . На луче OB находится отрезок OD . Проведены отрезки BC , AD . При этом $OC = OD$, $\angle ODA = \angle OCB$.
- 3 Дан отрезок AB . Вне его находится точка C . Точки K и L находятся на отрезке AB . При этом $AK = LB$. Проведены четыре отрезка: CA , CK , CL , CB . При этом $CK = CL$.
- 4 Дан отрезок AB . Вне его находится точка C . Точка M находится на отрезке AB . Точка D находится на отрезке CM . Проведены отрезки AC и BC , DA и DB . При этом $DA = DB$, $\angle ADM = \angle BDM$.
- 5 Дан отрезок AB . Вне его находится точка P , внутри его находится точка L . Проведены отрезки PA , PL , PB . Каждый из этих трёх отрезков продолжен за точку P на такое же расстояние: $PC = PA$, $PK = PL$, $PD = PB$. Проведены отрезки KD и KC .

Тест 90. Треугольник

РАВЕНСТВО

По условию задачи сделайте рисунок. На этом рисунке есть три пары равных треугольников.

- 1 Дан отрезок AB . От прямой AB по разные стороны от неё находятся точки C и D . Проведены отрезки AC, CB, AD, CD, BD . При этом $CA = CB, DA = DB$.
- 2 Дан отрезок AB . В одной полуплоскости от прямой AB находится параллельный отрезок CD . Проведены отрезки AC и BD . Проведён отрезок AD , внутри его находятся точки K, L . Проведены отрезки CK, BL . $AB = CD, AK = DL$.
- 3 Дан отрезок AB . В одной полуплоскости от прямой AB находится отрезок CD . Проведены отрезки AC, AD, BC, BD . При этом $AC = BD, \angle ADC = \angle DAB, \angle CAD = \angle CBD$.
- 4 Дан отрезок AB . В одной полуплоскости от прямой AB находится отрезок CD . Проведены отрезки AL, BL, CK, DK . При этом точка K — середина отрезка AB , точка L — середина отрезка CD , точка M — середина отрезков AL и CK , точка N — середина отрезков BL и DK .
- 5 Дан отрезок AB . В одной полуплоскости от прямой AB находится отрезок CD . Проведены отрезки AD, BC, AC, BD, CK, DK . При этом точка K — середина отрезка AB , в точке P пересекаются отрезки AD и $BC, PC = PD, PA = PB$.

Тест 91. Треугольник

ОТНОШЕНИЕ

Два треугольника:

- 1 равновелики, если они прямоугольные, имеют соответственно равные высоты из вершины прямого угла и соответственно равные медианы оттуда же;
- 2 подобны, если они прямоугольные и из них можно составить прямоугольный треугольник;
- 3 симметричны относительно прямой, если эта прямая равноудалена от обоих треугольников;
- 4 равны, если имеют две соответственно равные медианы;
- 5 равны, если являются гранями правильной n -угольной пирамиды.

Тест 92. Треугольник

ОТНОШЕНИЕ

Два треугольника:

- 1 равны, если являются боковыми гранями правильной пирамиды;
- 2 равновелики, если имеют по две равные стороны и по две равные высоты;

- 3 подобны, если отношение их площадей равно квадрату отношения их периметров;
- 4 равны, если их пересечение и объединение симметричны относительно прямой, равноудалённой от треугольников;
- 5 не равны, если у них хотя бы одна пара неравных сторон.

Тест 93. Треугольник

ОТНОШЕНИЕ

Два треугольника:

- 1 равны, если являются гранями треугольной призмы;
- 2 равновелики, если две соответственные высоты равны;
- 3 подобны, если они вписаны в одну и ту же окружность и имеют по одному равному углу;
- 4 симметричны относительно точки, если их стороны соответственно параллельны и они описаны около одной и той же окружности;
- 5 совпадают, если имеют три общие медианы.

Тест 94. Равнобедренный треугольник

свойство

В любом равнобедренном треугольнике:

- 1 хотя бы одна медиана является его биссектрисой;
- 2 хотя бы одна биссектриса не является его высотой;
- 3 хотя бы две высоты равны;
- 4 хотя бы одна высота лежит внутри него;
- 5 найдутся две оси симметрии.

Тест 95. Равнобедренный треугольник

свойство

У всякого равнобедренного треугольника:

- 1 все медианы равны;
- 2 три средние линии образуют равнобедренный треугольник;
- 3 центр описанной окружности находится в треугольнике;
- 4 хотя бы один угол больше 70° ;
- 5 одна ось симметрии.

Тест 96. Равнобедренный треугольник

свойство

В любом равнобедренном треугольнике:

- 1 каждая медиана является высотой;
- 2 есть центр симметрии;
- 3 все его высоты лежат внутри этого треугольника;
- 4 из всех вершин ближайшая к центру вписанной в него окружности та, которая противолежит основанию;

- 5 точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам равноудалена от всех сторон.

Тест 97. Равнобедренный треугольник

свойство

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AC = 2$, $AB = BC$, $\angle B > 40^\circ$. В этом треугольнике:

- 1 $\angle A < 70^\circ$;
- 2 $AB > 1$;
- 3 площадь больше 1;
- 4 радиус описанной окружности больше 1;
- 5 радиус вписанной окружности больше 1.

Тест 98. Равнобедренный треугольник

углы

В равнобедренном треугольнике:

- 1 если один из углов больше 60° , то хотя бы один из углов меньше 60° ;
- 2 если один из углов меньше 60° , то хотя бы один из углов больше 60° ;
- 3 чем больше угол при вершине, тем меньше угол при основании;
- 4 зависимость между углами линейная;
- 5 если один из углов в два раза больше другого, то такой треугольник прямоугольный.

Тест 99. Равнобедренный треугольник

ПЕРИМЕТР

- 1 Если одна из сторон равнобедренного треугольника равна 2, а другая сторона равна 3, то его периметр равен 8.
- 2 Если одна из сторон равнобедренного треугольника равна 1, а другая сторона равна 2, то его периметр больше 4.
- 3 Если боковая сторона равнобедренного треугольника меньше 1, то его периметр меньше 4.
- 4 Если одна из сторон равнобедренного треугольника больше 1, но меньше 2, а другая сторона больше 2, но меньше 3, то его периметр больше 4, но меньше 8.
- 5 Чем больше периметр равнобедренного треугольника, тем больше его площадь.

Тест 100. Равнобедренный треугольник

ПЕРИМЕТР

В равнобедренном треугольнике ABC точка K находится на основании AC .

- 1 Найдётся такое положение точки K , при котором равны периметры треугольников ABK и CBK .

- 2 Найдётся такое положение точки K , при котором периметр треугольника ABK в два раза больше периметра треугольника CBK .
- 3 Найдётся такое положение точки K , при котором периметр треугольника ABK в два раза меньше периметра треугольника ABC .
- 4 Если периметр треугольника ABK больше периметра треугольника CBK , то AK больше CK .
- 5 Зная периметры треугольников ABK и CBK , можно найти периметр треугольника ABC .

Тест 101. Равнобедренный треугольник

ПРИЗНАК

Треугольник является равнобедренным, если:

- 1 у него равны все стороны;
- 2 у него есть ось симметрии;
- 3 одна из его биссектрис является его высотой;
- 4 его вершины находятся в вершинах квадрата;
- 5 его вершины находятся в концах тех рёбер куба, которые выходят из одной и той же вершины куба.

Тест 102. Равнобедренный треугольник

ПРИЗНАК

Треугольник является равнобедренным, если:

- 1 две его высоты равны;
- 2 биссектриса одного из углов делит его на две равновеликие части;
- 3 равны все его средние линии;
- 4 две его высоты, пересекаясь, делятся пополам;
- 5 его вершины находятся в вершинах равнобокой трапеции.

Тест 103. Равнобедренный треугольник

ПРИЗНАК

Треугольник ABC не является равнобедренным, если:

- 1 его углы A и B не равны;
- 2 его периметр равен 5, $AB = 1$, $BC = 2$;
- 3 его нельзя разбить одним отрезком на два равных треугольника;
- 4 медиана из вершины A равна высоте из вершины B ;
- 5 из треугольника ABC и равного ему нельзя составить четырёхугольник с равными сторонами.

Тест 104. Равнобедренный треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует такой равнобедренный треугольник, у которого:

- 1** все высоты равны;
- 2** хотя бы одна биссектриса равна какой-то медиане при условии, что они проведены из разных вершин;
- 3** центр описанной окружности лежит вне треугольника;
- 4** точка пересечения высот лежит в его вершине;
- 5** есть центр симметрии.

Тест 105. Равнобедренный треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существуют такие два равнобедренных треугольника, из которых можно составить:

- 1** квадрат;
- 2** прямоугольник, но не квадрат;
- 3** ромб;
- 4** трапецию;
- 5** симметричный четырёхугольник, но не параллелограмм и не трапецию.

Тест 106. Равнобедренный треугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существуют такие два равнобедренных треугольника, из которых можно составить:

- 1** прямоугольный треугольник;
- 2** равнобедренный остроугольный треугольник;
- 3** четырёхугольник, но не ромб;
- 4** пятиугольник;
- 5** шестиугольник.

Тест 107. Равносторонний треугольник

СВОЙСТВО

В равностороннем треугольнике совпадают:

- 1** медиана и ось симметрии, проведённые через одну и ту же вершину;
- 2** центр вписанной и описанной окружности;
- 3** точка пересечения медиан и точка пересечения биссектрис;
- 4** точка, равноудалённая от середин всех сторон, и точка, равноудалённая от всех вершин;
- 5** точка, равноудалённая от всех сторон, и точка, равноудалённая от всех средних линий.

Тест 108. Равносторонний треугольник

свойство

В равностороннем треугольнике со стороной 1:

- 1 высота равна половине стороны;
- 2 любая биссектриса равна любой высоте;
- 3 площадь больше чем 0,5;
- 4 радиус описанной окружности больше чем 0,5;
- 5 радиус вписанной окружности больше чем 0,5.

Тест 109. Равносторонний треугольник

признак

ABC — некоторый треугольник. Он является равносторонним, если:

- 1 две его стороны равны и один из углов равен 60° ;
- 2 две его стороны равны и одна из медиан является биссектрисой;
- 3 все его высоты равны;
- 4 высота треугольника проходит между биссектрисой и медианой, причём все они выходят из одной вершины;
- 5 каждая его медиана равна половине стороны, к которой она проведена.

Тест 110. Равносторонний треугольник

признак

ABC — некоторый треугольник. Он является равносторонним, если:

- 1 две его стороны равны и два его угла равны;
- 2 все его средние линии равны;
- 3 все его медианы равны;
- 4 центр описанной окружности совпадает с центром вписанной окружности;
- 5 каждая сторона равна проведённой к ней высоте.

Тест 111. Теорема Пифагора и её применение

- 1 Если катеты прямоугольного треугольника больше 2, то его гипотенуза больше 3.
- 2 Если площадь прямоугольника больше 1, то его диагональ больше 1,5.
- 3 Если отрезок постоянной длины проектировать на две взаимно перпендикулярные прямые, то возможно одновременное увеличение одной проекции в два раза и уменьшение другой проекции в два раза.

- 4 Отношение диагонали куба к его ребру больше 1,5.
- 5 Могут быть взаимно перпендикулярны диагонали соседних граней прямоугольного параллелепипеда, имеющие общую точку.

Тест 112. Теорема Пифагора и её применение

- 1 Зная проекции катетов прямоугольного треугольника на прямую, содержащую его гипотенузу, можно найти сами катеты.
- 2 Зная сторону ромба и её проекцию на прямую, содержащую одну из диагоналей этого ромба, можно найти проекцию этой стороны ромба на прямую, содержащую другую диагональ.
- 3 Зная проекции диагонали прямоугольника на прямые, содержащие его стороны, можно найти проекции его сторон на прямую, содержащую его диагональ.
- 4 Зная, что в равнобокой трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, и зная проекции бока трапеции на прямые, содержащие его диагонали, можно найти все стороны.
- 5 Зная диаметр окружности и длину хорды этой окружности, которая имеет с данным диаметром общий конец, можно найти проекцию этой хорды на данный диаметр и проекцию диаметра на прямую, содержащую эту хорду.

Тест 113. Прямоугольный треугольник

свойство

Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 1, а его острый угол A равен α . Существует такой угол α , при котором:

- 1 $AC - BC = 1$; 2 $\frac{AC}{BC} = 1000$; 3 $AB = \frac{AC + BC}{2}$;
- 4 диаметр описанной окружности не меньше суммы катетов;
- 5 периметр треугольника равен 2.

Тест 114. Прямоугольный треугольник

свойство

В прямоугольном треугольнике с катетами 3 и 4:

- 1 есть острый угол, больший чем 45° ;
- 2 одна из медиан меньше чем 3;
- 3 одна из высот меньше чем 2,5;
- 4 радиус описанной окружности больше чем 2;
- 5 радиус вписанной окружности меньше чем 0,5.

Тест 115. Прямоугольный треугольник

свойство

Длина отрезка больше 10, если этот отрезок является:

- 1 наименьшей стороной в прямоугольном треугольнике, один угол которого равен 30° , а гипотенуза больше катета на 15;
- 2 перпендикуляром из середины стороны равностороннего треугольника со стороной 28 на другую сторону треугольника;
- 3 боковой стороной в равнобедренном треугольнике с углом при вершине 120° , если высота на боковую сторону равна 7;
- 4 медианой на гипотенузу в прямоугольном треугольнике с наименьшим катетом, большим 6;
- 5 диагональю прямоугольного параллелепипеда с рёбрами 3, 4, 5.

Тест 116. Прямоугольный треугольник

свойство

- 1 Существует такой прямоугольный треугольник, в котором одна из медиан меньше каждой его стороны.
- 2 Существует такой прямоугольный треугольник, в котором равны две высоты.
- 3 В каждом прямоугольном треугольнике существует бесконечное число хорд, каждая из которых разбивает его на два подобных треугольника.
- 4 Существует такой прямоугольный треугольник, в котором длина одного из катетов составляет 99% от длины гипотенузы, а длина другого катета — 1% от длины гипотенузы.
- 5 В каждом прямоугольном параллелепипеде найдутся три вершины, не лежащие в одной и той же грани, которые являются вершинами прямоугольного треугольника.

Тест 117. Прямоугольный треугольник

свойство

- 1 В любом прямоугольном треугольнике с гипотенузой 2,5 наибольший катет больше чем 1,5.
- 2 Некоторый треугольник со сторонами a , $a + 1$, $a + 2$ прямоугольный.
- 3 Существует такой острый угол α прямоугольного треугольника, при котором угол между биссектрисами острых углов меньше чем α .

- 4 Если один из катетов уменьшить на некоторое число, а другой увеличить на такое же число, то гипотенуза не изменится.
- 5 Существует прямоугольный треугольник, стороны которого образуют геометрическую прогрессию.

Тест 118. Прямоугольный треугольник

свойство

Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 1, а его острый угол A равен α . Существует такой угол α , при котором:

- 1 $BC = 2AC$;
- 2 $AC - BC = 2$;
- 3 площадь треугольника равна 2;
- 4 $AB - AC = AB - BC = 0,5$;
- 5 медиана, проведённая к гипотенузе, больше каждого катета.

Тест 119. Прямоугольный треугольник

признак

В прямоугольном треугольнике ABC известны $\angle C = 90^\circ$ и $AB = 1$. Тогда если:

- 1 $\angle A > 30^\circ$, то $BC > 0,5$;
- 2 периметр равен 2, то медиана, проведённая к гипотенузе, равна 0,5;
- 3 площадь равна 0,25, то у треугольника есть ось симметрии;
- 4 $AC < 0,6$, то $BC > 0,9$;
- 5 прямая, проходящая через середину гипотенузы и точку, равноудалённую от всех его сторон, параллельна катету, то треугольник равнобедренный.

Тест 120. Прямоугольный треугольник

признак

Треугольник является прямоугольным, если:

- 1 ему принадлежит точка пересечения его высот;
- 2 одна из сторон в два раза больше одной из его медиан;
- 3 точка, равноудалённая от всех его вершин, лежит на его стороне;
- 4 квадрат одной из сторон равен разности квадратов двух других его сторон;
- 5 биссектриса одного из углов равна одному из отрезков, на которые она делит противоположную данному углу сторону, и в два раза меньше другого из этих отрезков.

Тест 121. Синус

- 1 Если угол увеличивается, то синус его увеличивается.
- 2 Если острый угол прямоугольного треугольника увеличивается, то синус его увеличивается.
- 3 Сумма синусов острых углов прямоугольного треугольника больше 1.
- 4 Сумма квадратов синусов острых углов прямоугольного треугольника равна 1.
- 5 Если синусы всех углов четырёхугольника равны друг другу, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Тест 122. Синус

- 1 Сумма синусов всех углов прямоугольного треугольника меньше 2.
- 2 Наибольшее значение площади треугольника равно половине произведения его двух наибольших сторон.
- 3 Синус угла φ численно равен площади ромба со стороной 1 и углом φ между его сторонами.
- 4 Из теоремы синусов следует, что против большей стороны треугольника лежит его больший угол.
- 5 Всегда можно построить треугольник по двум сторонам и углу против одной из них.

Тест 123. Косинус

- 1 В прямоугольном треугольнике сумма косинусов его углов меньше суммы синусов его углов.
- 2 Зная косинус угла треугольника, можно найти синус этого угла.
- 3 Если косинус угла треугольника увеличивается, то синус этого угла уменьшается.
- 4 Теорема косинуса — следствие теоремы Пифагора.
- 5 Теорема косинуса — обобщение теоремы Пифагора.

Тест 124. Косинус

- 1 Если величина острого угла возрастает, то косинус его уменьшается.
- 2 Если косинусы всех углов треугольника неотрицательны, то это остроугольный треугольник.
- 3 Существует параллелограмм, модули косинусов всех углов которого равны друг другу.
- 4 Существует трапеция, косинусы всех углов которой равны друг другу.
- 5 Зная котангенс угла, можно найти косинус этого угла, не находя самого угла.

Тест 125. Тангенс и котангенс

- 1 Тангенс угла больше синуса этого угла.
- 2 Существуют два угла, у которых тангенс равен котангенсу.
- 3 Если тангенс острого угла увеличивается, то косинус этого угла уменьшается.
- 4 Сумма тангенсов острых углов прямоугольного треугольника больше 2.
- 5 Существует треугольник, в котором тангенсы двух углов противоположны.

Тест 126. Виды треугольников

В треугольнике одна сторона равна 1, другая сторона равна a , а угол между ними равен 30° . Тогда если:

- 1 третья сторона равна 0,8, то этот треугольник остроугольный;
- 2 этот треугольник остроугольный, то он не является равнобедренным;
- 3 площадь этого треугольника равна 1, то этот треугольник тупоугольный;
- 4 этот треугольник равнобедренный, то его периметр больше чем 3;
- 5 этот треугольник прямоугольный, то его площадь больше чем 0,25.

Тест 127. Виды треугольников

В треугольнике ABC $\alpha = 2\beta$. Тогда:

- 1 α — самый большой угол в треугольнике;
- 2 $a > b$;
- 3 $a = 2b$;
- 4 если этот треугольник равнобедренный, то он прямоугольный;
- 5 если этот треугольник не прямоугольный, то он равнобедренный.

Тест 128. Виды треугольников

Дан треугольник со сторонами 1, 1, a . Этот треугольник:

- 1 является равносторонним, если его периметр равен 3;
- 2 является равнобедренным при любом $a > 0$;
- 3 является прямоугольным при $a = \sqrt{2}$;
- 4 является тупоугольным при $a = \sqrt{3}$;
- 5 имеет угол 30° только при $a = \sqrt{3}$.

Тест 129. Виды треугольников

ABC — некоторый треугольник. Две его стороны равны 10 и 20. Тогда если:

- 1 в этом треугольнике есть ось симметрии, то его периметр равен 50;
- 2 периметр этого треугольника равен 60, то он тупоугольный;
- 3 угол между данными сторонами прямой, то радиус его описанной окружности больше 10;
- 4 его площадь равна 100, то он прямоугольный;
- 5 один из углов 150° , то против стороны, равной 10, лежит угол, больший чем 15° .

Тест 130. Виды треугольников

Некоторый треугольник является остроугольным, если:

- 1 его стороны равны 5, 8 и 10;
- 2 ему принадлежит точка пересечения его высот;
- 3 ему не принадлежит центр описанной около него окружности;
- 4 у него две оси симметрии;
- 5 одна из его медиан равна сумме двух остальных.

Тест 131. Куб

СВОЙСТВА

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$:

- 1 отрезки DD_1 и $A_1 C_1$ пересекаются;
- 2 треугольник BCC_1 тупоугольный;
- 3 треугольник $A_1 C_1 B$ равносторонний;
- 4 луч $C_1 B_1$ является биссектрисой угла $A_1 C_1 B$;
- 5 пирамида $B_1 A_1 C_1 B$ правильная.

Тест 132. Многоугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существуют два треугольника, объединением которых являются:

- 1 треугольники двух видов: равносторонний и равнобедренный, но не равносторонний;
- 2 квадрат;
- 3 шестиугольник;
- 4 пятиугольник;
- 5 двенадцатиугольник.

Тест 133. Многоугольник

ПОНЯТИЕ И СУЩЕСТВОВАНИЕ

- 1 Фигура является многоугольником, если она является пересечением двух многоугольников.
- 2 Есть такой многоугольник, в котором число диагоналей равно числу сторон.
- 3 Существует многоугольник, который одной прямой делится на четыре части.
- 4 Не существует двух пятиугольников, пересечение которых является десятиугольником.
- 5 Не существует двух десятиугольников, объединение которых является сорокаугольником.

Тест 134. Многоугольник

СУММА УГЛОВ

- 1 Найдётся такой выпуклый многоугольник, у которого сумма углов равна 1000° .
- 2 У невыпуклого четырёхугольника сумма углов не равна 360° .
- 3 Хотя бы один из углов четырёхугольника не острый.
- 4 Чем больше вершин у выпуклого многоугольника, тем больше сумма его углов.
- 5 Чем больше у многоугольника острых углов, тем больше его сумма острых углов.

Тест 135. Правильный многоугольник

СВОЙСТВО

Для каждого правильного n -угольника ($n > 4$) выполняется следующее утверждение:

- 1 он имеет столько же вершин, сколько и сторон;
- 2 у него есть центр симметрии;
- 3 у него есть не меньше n осей симметрии;
- 4 его можно построить циркулем и линейкой;
- 5 у него найдутся n равных диагоналей.

Тест 136. Правильный многоугольник

СВОЙСТВО

В каждом правильном n -угольнике ($n > 4$):

- 1 есть тупой угол при вершине;
- 2 есть равные диагонали;
- 3 есть ось симметрии, не проходящая через его диагональ;
- 4 диаметром является его диагональ;

- 5 вершины, взятые через одну, являются вершинами другого правильного многоугольника.

Тест 137. Правильный многоугольник

свойство

В некотором правильном многоугольнике:

- 1 есть центр симметрии;
- 2 есть острый угол при вершине;
- 3 число сторон равно числу диагоналей;
- 4 диаметр является стороной;
- 5 найдутся перпендикулярные диагонали.

Тест 138. Правильный многоугольник

признак

Многоугольник является правильным, если:

- 1 у него равны между собой все стороны и равны между собой все диагонали;
- 2 он шестиугольник, имеющий 6 осей симметрии;
- 3 у него все стороны равны и около него можно описать окружность;
- 4 у него все углы равны и около него можно описать окружность;
- 5 он является пересечением двух квадратов, один из которых получен из другого поворотом вокруг их общего центра на 45° .

Тест 139. Правильный многоугольник

признак

- 1 Многоугольник не является правильным, если он составлен не из равнобедренных треугольников.
- 2 Многоугольник с чётным числом сторон является правильным, если у него есть центр симметрии.
- 3 Многоугольник является правильным, если у него есть больше одной оси симметрии.
- 4 Многоугольник не является правильным, если у него нет центра симметрии.
- 5 Пятиугольник является правильным, если у него есть 5 равных между собой диагоналей.

Тест 140. Правильный многоугольник

признак

Многоугольник является правильным, если это:

- 1 многоугольник, вершины которого являются серединами всех сторон правильного многоугольника;

- 2 многоугольник, составленный из равных равносторонних треугольников с общей вершиной;
- 3 многоугольник, все стороны которого равны, описанный вокруг окружности;
- 4 многоугольник, все углы которого равны, описанный вокруг окружности;
- 5 многоугольник, обладающий поворотной симметрией, которая совмещает его соседние вершины.

Тест 141. Правильный многоугольник

СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ

- 1 Из любого числа, большего 1, равных равнобедренных треугольников можно составить правильный многоугольник.
- 2 Первый правильный многоугольник имеет сторон больше, чем второй правильный многоугольник, тогда и только тогда, когда угол первого из них больше, чем угол второго.
- 3 Ни в каком правильном многоугольнике нет диагонали, которая была бы длиннее любой другой диагонали.
- 4 В некотором правильном многоугольнике наибольшая диагональ проходит через его центр.
- 5 Если сторона правильного многоугольника видна из его центра под углом 80° , то из какой-то его вершины она видна под углом 40° .

Тест 142. Правильный многоугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует правильный многоугольник, у которого:

- 1 есть диагональ, равная стороне;
- 2 площадь численно равна периметру;
- 3 число диагоналей в два раза больше числа сторон;
- 4 десять осей симметрии;
- 5 радиус описанной окружности равен 2, а радиус вписанной окружности равен 1.

Тест 143. Четырёхугольник

СВОЙСТВО

Существует четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A = \angle B = 60^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, при этом:

- 1 у него есть ось симметрии;
- 2 в него можно вписать окружность;
- 3 около него можно описать окружность;

- 4 его диагонали перпендикулярны;
- 5 $AC > BD$.

Тест 144. Четырёхугольник

свойство

В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = 1$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$. У этого четырёхугольника:

- 1 есть ось симметрии;
- 2 диагонали перпендикулярны;
- 3 площадь меньше 2;
- 4 существует вписанная окружность;
- 5 радиус описанной окружности больше 1.

Тест 145. Четырёхугольник

свойство

В равностороннем треугольнике ABC сторона равна 4, $K \in AB$, $AK = 1$, $L \in AC$, $AL = 1$, M — середина стороны BC . Рассмотрим четырёхугольник $KMCL$.

- 1 У него есть ось симметрии.
- 2 ML — наибольшая диагональ.
- 3 Его площадь меньше 2.
- 4 Около него можно описать окружность.
- 5 В него можно вписать окружность.

Тест 146. Четырёхугольник

свойство

Диагональ четырёхугольника является его диаметром (наибольшей хордой), если этот четырёхугольник:

- 1 прямоугольник;
- 2 ромб;
- 3 параллелограмм;
- 4 трапеция;
- 5 имеет равные средние линии.

Тест 147. Четырёхугольник

свойство

$ABCD$ — некоторый четырёхугольник, около которого можно описать окружность. Тогда:

- 1 суммы его противоположных углов равны;
- 2 у него есть ось симметрии;
- 3 если у него есть центр симметрии, то этот четырёхугольник — квадрат;

- 4 если центр описанной окружности лежит в точке пересечения диагоналей, то этот четырёхугольник — прямоугольник;
5 среди его углов один является острым.

Тест 148. Четырёхугольник

свойство

В некотором четырёхугольнике:

- 1 центр описанной окружности не совпадает с центром симметрии;
- 2 все углы острые;
- 3 все стороны равны, а диагонали не равны;
- 4 есть три тупых угла;
- 5 каждая диагональ делит его на два треугольника.

Тест 149. Четырёхугольник

свойство

Даны такие утверждения о четырёхугольнике.

- А) У него есть центр симметрии.
Б) У него есть ось симметрии.
В) У него есть пара параллельных сторон.
Г) Его диагонали равны.
Д) Его диагонали перпендикулярны.

Тогда:

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 1 если А) и Д), то Г); | 2 если Б) и Г), то В); |
| 3 если В) и Г), то А); | 4 если А) и Б), то Д); |
| 5 если А), Г) и Д), то Б). | |

Тест 150. Четырёхугольник

признак

$ABCD$ — некоторый четырёхугольник. В него можно вписать окружность, если:

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1 $AB = CD, AC = BD$; | 2 $AB = AC, DB = DC$; |
| 3 $AB = BC = CD = DA$; | 4 $\angle ABD = \angle ACD$; |
| 5 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$. | |

Тест 151. Четырёхугольник

существование

Существует четырёхугольник, в котором:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 все углы равны; | 2 есть две пары равных углов; |
| 3 три угла равны между собой; | |
| 4 два угла прямые; | 5 все углы острые. |

Тест 152. Параллелограмм

свойство

В любом параллелограмме:

- 1 есть внутри его точка, равноудалённая от всех его вершин;
- 2 есть внутри его точка, равноудалённая от трёх его сторон;
- 3 самая большая его хорда — это его диагональ;
- 4 нет осей симметрии;
- 5 диагонали разбивают его на равновеликие треугольники.

Тест 153. Параллелограмм

свойство

В параллелограмме одна сторона равна 1, а другая сторона равна a . Тогда:

- 1 при $a = 1$ параллелограмм имеет ось симметрии;
- 2 при $a > 1$ одна из диагоналей меньше 2;
- 3 если высота параллелограмма, проведённая на сторону a , равна a , то площадь параллелограмма меньше 1;
- 4 если острый угол параллелограмма увеличивается, то разность диагоналей параллелограмма уменьшается;
- 5 если площадь параллелограмма равна 1, то $a \geq 1$.

Тест 154. Параллелограмм

свойство

Дан параллелограмм $ABCD$. В этом параллелограмме если:

- 1 $AB = AD$, то $AC \perp BD$;
- 2 $AC = BD$, то $AB \perp BC$;
- 3 $AB = BD$, то AC не перпендикулярна BD ;
- 4 $AC < 2BD$, то $\angle D \geq \angle A$;
- 5 $AB > AD$, то $AC > BD$.

Тест 155. Параллелограмм

свойство

В некотором параллелограмме:

- 1 точка пересечения диагоналей равноудалена от сторон;
- 2 есть три оси симметрии;
- 3 диагональ является осью симметрии;
- 4 одна из диагоналей является биссектрисой угла параллелограмма, а другая нет;
- 5 периметр меньше удвоенной суммы диагоналей.

Тест 156. Параллелограмм

признак

Четырёхугольник является параллелограммом, если:

- 1 две его стороны равны, а две другие параллельны;

- 2 два его противоположных угла равны;
- 3 его диагонали равны и перпендикулярны;
- 4 у него есть такая точка, в которой делится пополам любая его хорда, через эту точку проходящая;
- 5 две его стороны параллельны и он не является трапецией.

Тест 157. Параллелограмм

свойство и признак

- 1 Диагонали параллелограмма разбивают его на четыре равновеликих треугольника.
- 2 Четырёхугольник является параллелограммом, если две его стороны равны, а две другие параллельны.
- 3 Существует параллелограмм, в котором точка пересечения диагоналей равноудалена от сторон.
- 4 Из двух равных прямоугольных треугольников можно составить параллелограмм.
- 5 Если многоугольник не является параллелограммом, то у него нет центра симметрии.

Тест 158. Параллелограмм

свойство и признак

- 1 Любой параллелограмм можно разбить на четыре равных между собой треугольника.
- 2 Есть такой параллелограмм, в который можно вписать окружность, но около которого нельзя описать окружность.
- 3 Четырёхугольник является параллелограммом, если его диагональ делит его на два равных треугольника.
- 4 Нет такого параллелограмма, у которого есть ось симметрии.
- 5 В любой четырёхугольник можно вписать параллелограмм.

Тест 159. Параллелограмм

свойство и признак

- 1 Двумя хордами, выходящими из вершины параллелограмма, можно разделить его на три равновеликие части.
- 2 Четырёхугольник $ABCD$ является параллелограммом, если диагональ AC образует равные углы со сторонами AD и BC и делит диагональ BD пополам.
- 3 Существует параллелограмм, в котором большая диагональ в два раза больше большей стороны, а меньшая диагональ в два раза больше меньшей стороны.
- 4 В некотором параллелограмме сумма квадратов диагоналей равна его периметру.

- 5 Ни в одном параллелограмме нельзя провести такую хорду, которая делит пополам его площадь и не делит пополам его периметр.

Тест 160. Параллелограмм

ПЕРИМЕТР

- 1 В параллелограмме провели хорду, параллельную одной из его сторон. Известны периметры двух полученных частичных параллелограммов. Тогда можно найти периметр исходного параллелограмма.
- 2 В параллелограмме провели две хорды, соответственно параллельные его разным сторонам. Известны периметры четырёх полученных параллелограммов. Можно найти периметр исходного параллелограмма.
- 3 Если диагональ параллелограмма равна 10, то периметр параллелограмма больше 20.
- 4 Если диагонали параллелограмма равны 10 и 20, то периметр параллелограмма больше 20, но меньше 60.
- 5 Если известен периметр равностороннего треугольника, то можно найти периметр параллелограмма, вписанного в этот треугольник. (Одна вершина вписанного параллелограмма совпадает с вершиной треугольника, две стороны параллелограмма лежат на двух сторонах треугольника, четвёртая вершина параллелограмма лежит на третьей стороне треугольника.)

Тест 161. Параллелограмм

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует параллелограмм:

- 1 в котором три угла равны;
- 2 вершины которого лежат на сторонах данного четырёхугольника;
- 3 диагонали которого равны и перпендикулярны;
- 4 который имеет две оси симметрии;
- 5 в котором только одна его точка равноудалена от трёх его сторон.

Тест 162. Параллелограмм

ВИДЫ

- 1 Из всех четырёхугольников только параллелограмм имеет центр симметрии.
- 2 Из всех четырёхугольников только у прямоугольника или ромба есть ось симметрии.
- 3 Если у параллелограмма равны средние линии, то он является ромбом.

- 4 Если у четырёхугольника есть ось симметрии, то он является ромбом или прямоугольником.
- 5 Если диагонали четырёхугольника не разбивают его на четыре равных треугольника, то такой четырёхугольник не ромб.

Тест 163. Прямоугольник

свойство

- 1 В любом прямоугольнике не меньше двух осей симметрии и не больше четырёх осей симметрии.
- 2 Каждая хорда прямоугольника, проходящая через точку пересечения его диагоналей, делится этой точкой пополам.
- 3 В любой прямоугольник можно вписать окружность или около него можно описать окружность.
- 4 Существует прямоугольник площадью 1 кв. мм и с диагональю 1 км.
- 5 Не существует прямоугольного параллелепипеда, у которого нет центра симметрии.

Тест 164. Прямоугольник

свойство

В прямоугольнике $ABCD$ $AD = 2$, $AB = 1$. В этом прямоугольнике существует такая точка X , что:

- 1 $XA = 1$, $\angle XAB = 45^\circ$;
- 2 $XB = XC$, $\angle CXB = 90^\circ$;
- 3 $\angle AXB = \angle CXD$;
- 4 $\angle AXD = \angle CXD$;
- 5 $XB = XD$, $\angle AXD$ острый.

Тест 165. Прямоугольник

свойство

В некотором прямоугольнике:

- 1 есть перпендикулярные диагонали;
- 2 есть две оси симметрии;
- 3 центр вписанной окружности совпадает с центром описанной окружности;
- 4 площадь равна 5, а периметр равен 4;
- 5 есть такая точка, из которой хотя бы одна его сторона видна под тупым углом.

Тест 166. Прямоугольник

свойство

В некотором прямоугольнике:

- 1 площадь численно равна периметру;
- 2 диагонали равны;

- 3 диагонали взаимно перпендикулярны;
- 4 диагональ равна полусумме двух смежных сторон;
- 5 есть три оси симметрии.

Тест 167. Прямоугольник

ПРИЗНАК

Параллелограмм является прямоугольником, если:

- 1 у него есть прямой угол;
- 2 его диагонали разбивают его на равновеликие треугольники;
- 3 в него можно вписать окружность;
- 4 около него можно описать окружность;
- 5 у него есть ось симметрии.

Тест 168. Прямоугольник

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК

- 1 В любом прямоугольнике не меньше двух осей симметрии и не больше четырёх осей симметрии.
- 2 Четырёхугольник, вершины которого лежат на сторонах ромба (по одной на каждой стороне), а стороны параллельны диагоналям данного ромба, является прямоугольником.
- 3 Существует прямоугольник, у которого три оси симметрии.
- 4 Есть два таких равнобедренных треугольника, из которых можно составить прямоугольник.
- 5 Четырёхугольник является прямоугольником только тогда, когда равны его диагонали.

Тест 169. Прямоугольник

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК

- 1 Любой прямоугольник, отличный от квадрата, содержит точку, равноудалённую от трёх его сторон.
- 2 Параллелограмм является прямоугольником, если его средние линии перпендикулярны.
- 3 Существует прямоугольник, диагональ которого на 1 больше одной его стороны и на 2 больше другой его стороны.
- 4 В некотором прямоугольнике площадь равна произведению его диагоналей.
- 5 Нет прямоугольника, в котором тупой угол между диагоналями в два раза больше одного из углов, который эта диагональ образует с его сторонами.

Тест 170. Прямоугольник

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует прямоугольник:

- 1 у которого диагональ в два раза больше каждой его стороны;
- 2 середины сторон которого являются вершинами квадрата;
- 3 у которого биссектрисы соседних углов пересекаются на его стороне;
- 4 у которого наибольшая сторона равна биссектрисе угла при вершине;
- 5 вершины которого находятся в вершинах правильного многоугольника, но не квадрата.

Тест 171. Ромб

СВОЙСТВО

$ABCD$ — некоторый ромб. В нём $AB = AD = 1$, $\angle BAD = \alpha$. Тогда если:

- 1 $\alpha > 100^\circ$, то $AC > BD$;
- 2 его площадь равна 1, то его диагонали перпендикулярны;
- 3 радиус описанной около него окружности равен 1, то радиус вписанной в него окружности равен 0,5;
- 4 радиус вписанной в него окружности больше 0,5, то угол α тупой;
- 5 $\alpha > 30^\circ$, то его площадь меньше 1.

Тест 172. Ромб

ПРИЗНАК

Параллелограмм является ромбом, если:

- 1 у него есть ось симметрии;
- 2 биссектрисы двух его углов перпендикулярны;
- 3 все его высоты равны;
- 4 его площадь равна половине произведения диагоналей;
- 5 в него можно вписать окружность.

Тест 173. Ромб

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК

- 1 Каждый ромб имеет центр симметрии.
- 2 Не у каждого ромба есть ось симметрии.
- 3 Если у четырёхугольника есть центр симметрии, то он является ромбом.
- 4 Если у четырёхугольника есть ось симметрии, то он является ромбом.
- 5 Если диагонали четырёхугольника не разбивают его на четыре равных треугольника, то такой четырёхугольник не ромб.

Тест 174. Ромб

свойство и признак

- 1 В каждом ромбе ось его симметрии проходит через его диагональ.
- 2 Если у четырёхугольника диагонали перпендикулярны, но не равны, то он является ромбом.
- 3 Существует ромб с равными диагоналями.
- 4 Из любых двух равных прямоугольных треугольников можно составить ромб.
- 5 Если средние линии четырёхугольника не разбивают его на четыре равных ромба, то такой четырёхугольник не ромб.

Тест 175. Ромб

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует ромб:

- 1 около которого можно описать окружность;
- 2 диагональ которого в два раза больше стороны;
- 3 сторона которого равна 1 км, а площадь равна 10^{-6} см²;
- 4 периметр и площадь которого равны 1;
- 5 у которого сторона равна 1, а разность диагоналей равна 4.

Тест 176. Квадрат

свойство

В квадрате $ABCD$ со стороной 1 существуют такие точки P и Q , что:

- 1 $PQ > 1$;
- 2 $PQ > 1,5$;
- 3 $PA = 1$, $QC = 1$, $PQ = 1$;
- 4 $QC > QD$, $PA < PC$, $PQ = 1,2$;
- 5 $PA > PC$, $QA = \frac{1}{2}$, $PQ < 0,2$.

Тест 177. Квадрат

свойство

В квадрате:

- 1 существует точка, из которой каждая его сторона видна под прямым углом;
- 2 существуют две точки на соседних сторонах, расстояние между которыми равно стороне квадрата;
- 3 существуют три точки на сторонах, которые являются вершинами равностороннего треугольника;
- 4 существуют четыре точки на сторонах (не середины), которые являются вершинами другого квадрата;
- 5 существует хорда, которая делит пополам его площадь и не проходит через его центр.

Тест 178. Квадрат

ПРИЗНАК

Параллелограмм является квадратом, если:

- 1 его диагонали равны;
- 2 у него есть ось симметрии;
- 3 в него можно вписать окружность или около него можно описать окружность;
- 4 одна из диагоналей разбивает его на два прямоугольных треугольника;
- 5 существует точка, из которой все его стороны видны под равными углами.

Тест 179. Квадрат

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК

- 1 Если вписать окружность в квадрат и описать окружность около этого квадрата, то отношение площади полученного кольца к площади данного квадрата меньше чем 1.
- 2 Четырёхугольник является квадратом, если его диагонали равны и взаимно перпендикулярны.
- 3 Существует квадрат, вершины которого лежат на границе данного сегмента круга.
- 4 Внутри сторон квадрата можно найти все вершины правильного треугольника.
- 5 В некоторой правильной пирамиде можно получить квадратное сечение.

Тест 180. Квадрат

СВОЙСТВО И ПРИЗНАК

- 1 В квадрате $ABCD$ со стороной 1 существуют точки P и Q , такие, что $PA = QC = PQ = 1$.
- 2 Многоугольник, у которого все стороны равны и все диагонали равны, является квадратом.
- 3 Существует квадрат, вершины которого лежат на сторонах равностороннего треугольника.
- 4 Квадрат можно разрезать на равносторонние треугольники.
- 5 На сфере можно найти вершины квадрата.

Тест 181. Квадрат

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существует квадрат:

- 1 все вершины которого лежат на двух взаимно перпендикулярных прямых;
- 2 все вершины которого лежат внутри диагоналей прямоугольника;

- 3 все вершины которого лежат на двух концентрических окружностях;
- 4 площадь которого равна половине площади правильного треугольника, в котором он находится;
- 5 который является сечением куба и плоскость которого не параллельна его граням.

Тест 182. Квадрат

СУЩЕСТВОВАНИЕ

Существуют два квадрата, пересечением границ которых является:

- 1 точка;
- 2 две точки;
- 3 три точки;
- 4 четыре точки;
- 5 семь точек.

Тест 183. Трапеция

свойство

В каждой трапеции:

- 1 диаметром (наибольшей хордой) является диагональ;
- 2 средняя линия боков делит пополам каждую её диагональ;
- 3 есть хорда, которая делит пополам её площадь;
- 4 есть хорда, которая делит пополам её периметр;
- 5 если она равнобокая, то нет такой её точки, из которой все её стороны видны под равными углами.

Тест 184. Трапеция

свойство

В трапеции $ABCD$ $AB = BC = 1$, $AD = 2$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$.
У этой трапеции:

- 1 наибольшей стороной является AD ;
- 2 диагонали перпендикулярны;
- 3 площадь больше 1;
- 4 существует вписанная окружность;
- 5 радиус описанной окружности больше 1.

Тест 185. Трапеция

свойство

В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) если:

- 1 $AB = CD$, то $AC = BD$;
- 2 $AD > BC$, то $AB > CD$;
- 3 $BC = CD$ и $BC \perp CD$, то $AD = AB$;
- 4 $\angle C < \angle D$, то $\angle A > \angle B$;
- 5 $AB = BC = CD$, то $\frac{AD}{BC} < 3$.

Тест 186. Трапеция

свойство

В трапеции большее основание равно 6, а три другие стороны равны между собой. Угол при большем основании больше чем 45° . В такой трапеции:

- 1 периметр больше чем 12;
- 2 площадь меньше чем 14;
- 3 диагональ больше чем 6;
- 4 радиус вписанной окружности, когда она существует, меньше чем 1,5;
- 5 радиус описанной окружности больше чем 3.

Тест 187. Трапеция

признак

- 1 Трапеция является равнобокой, если её диагонали равны.
- 2 Четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие равны, является равнобокой трапецией.
- 3 Можно составить трапецию из двух прямоугольных треугольников.
- 4 Существует трапеция, у которой каждая из трёх сторон равна половине четвёртой стороны.
- 5 Нет такой трапеции, у которой нет оси симметрии.

Тест 188. Трапеция

существование

Существует трапеция, в которой средняя линия боков:

- 1 перпендикулярна боковой стороне;
- 2 перпендикулярна одной из диагоналей;
- 3 равна одной из диагоналей;
- 4 равна полусумме боковых сторон;
- 5 проходит через точку пересечения диагоналей.

Тест 189. Равнобокая трапеция

свойство

Основания равнобокой трапеции равны 1 и 3. В этой трапеции если:

- 1 высота равна 1, то диагональ больше чем 3;
- 2 диагональ больше чем 3, то угол при большем основании больше чем 45° ;

- 3 боковая сторона больше 2, то площадь больше 4;
- 4 площадь равна 1, то радиус описанной окружности больше 1;
- 5 диагонали взаимно перпендикулярны, то высота равна средней линии боков.

Тест 190. Равнобокая трапеция

свойство

$ABCD$ — некоторая равнобокая трапеция. В ней $AD \parallel BC$, $AD = 5$, $BC = 1$. Тогда если:

- 1 $AB = 1$, то периметр равен 8;
- 2 $\angle A > 45^\circ$, то высота больше 3;
- 3 $AC > AD$, то площадь больше 12;
- 4 $AB = 3$, то радиус вписанной окружности больше 1,5;
- 5 радиус описанной окружности меньше 2, то центр описанной окружности лежит внутри трапеции.

Тест 191. Равнобокая трапеция

признак

Трапеция является равнобокой, если:

- 1 проекции её диагоналей на большее основание равны;
- 2 около неё можно описать окружность;
- 3 в неё можно вписать окружность;
- 4 её средние линии перпендикулярны;
- 5 она составлена из двух равнобедренных треугольников.

Тест 192. Равнобокая трапеция

свойство и признак

- 1 Если одно основание равнобокой трапеции равно 1, а другое равно 3 и диагональ её перпендикулярна боковой стороне, то высота её больше 1.
- 2 Если равнобокую трапецию разбить на две части хордой, параллельной её стороне, то одна или две полученные части будут равнобокой трапецией.
- 3 Существует такая равнобокая трапеция, в которой диагональ равна средней линии боков.
- 4 В равнобокой трапеции радиус описанной окружности может быть больше каждой её стороны.
- 5 Нет такой неравнобокой трапеции, которая разбивается хордой на две части, одна из которых — равнобокая трапеция.

Тест 193. Прямоугольный параллелепипед

- 1 В прямоугольном параллелепипеде все его диагонали равны.
- 2 В прямоугольном параллелепипеде есть четыре вершины, которые являются вершинами прямоугольника, не являющегося его гранью.
- 3 Прямоугольный параллелепипед, у которого больше трёх плоскостей зеркальной симметрии, является кубом.
- 4 Из прямоугольного параллелепипеда размерами 1, 1, 3 и прямоугольного параллелепипеда размерами 1, 3, 3 можно составить прямоугольный параллелепипед.
- 5 Не существует прямоугольного параллелепипеда, у которого наибольшее ребро основания в два раза меньше диагонали боковой грани и в три раза меньше диагонали параллелепипеда.

Тест 194. Окружность

ПОНЯТИЕ

Окружность — это:

- 1 множество точек, удалённых от данной точки на данное ненулевое расстояние;
- 2 множество точек, из которых данный отрезок виден под прямым углом;
- 3 некоторая фигура, уравнение которой $x^2 + y^2 = a^2$;
- 4 множество точек координатной плоскости с осями a и b , таких, что $a^2 + b^2 - xa - yb = 0$ при условии, что $x^2 + y^2 \neq 0$;
- 5 линия пересечения двух сфер, имеющих больше одной общей точки.

Тест 195. Радиус

Радиус окружности равен 1, если:

- 1 длина окружности равна 2π ;
- 2 в координатной плоскости с осями p и q она задаётся условием $p^2 + q^2 - 2p - 2q = -1$;
- 3 она описана около трапеции $ABCD$, в которой $AB = BC = CD = 1$, $\angle A = 60^\circ$;
- 4 хорда этой окружности длиной 2 из точки этой окружности видна под углом 30° ;
- 5 она лежит на сфере, причём каждая точка этой окружности удалена от центра сферы на 2, а диаметр этой окружности виден из центра сферы под углом 60° .

Тест 196. Круг

понятие

- 1 Круг — это пересечение всевозможных треугольников, описанных около окружности.
- 2 Круг — это объединение всевозможных прямоугольников, вписанных в данную окружность.
- 3 В системе координат с осями a и b условием $a^2 + b^2 < 1$ задаётся круг.
- 4 Круг — это множество точек X , таких, что $\angle AXB \geq 90^\circ$, где AB — данный отрезок.
- 5 Параллельная проекция эллипса на плоскость может быть окружностью.

Тест 197. Круг

свойство

В каждом круге:

- 1 есть самая маленькая хорда;
- 2 нет наибольшей хорды;
- 3 любые две хорды делят его не меньше чем на три части;
- 4 существует сектор, который является сегментом;
- 5 можно провести 100 концентрических окружностей так, чтобы все полученные кольца были одинаковой ширины.

Тест 198. Круг

свойство

В каждом круге:

- 1 для каждой хорды найдётся другая хорда, равная ей и имеющая с ней общую точку на окружности;
- 2 можно провести хорду, разбивающую его на равные части;
- 3 для каждой хорды найдётся хорда такой же длины и перпендикулярная ей;
- 4 для каждой хорды найдётся хорда этого же круга, в два раза бóльшая данной или в два раза меньшая данной;
- 5 можно расположить бесконечно много равных прямоугольников, диагональ которых равна диаметру круга.

Тест 199. Круг

свойство

Каждый диаметр круга:

- 1 больше любой его хорды;
- 2 отсекает от круга сегмент, но не сектор;
- 3 является стороной прямоугольного треугольника, вписанного в данную окружность;

- 4 делит пополам угол между любыми двумя равными хордами, пересекающимися в точке этого диаметра;
- 5 перпендикулярен любой хорде, которая этим диаметром делится пополам.

Тест 200. Круг

свойство

В круге радиуса 1:

- 1 существует хорда длиной 2;
- 2 существуют две равные перпендикулярные хорды длиной 1, имеющие общую точку на окружности;
- 3 существует хорда длиной, большей чем 1, удалённая от центра больше чем на 0,5;
- 4 существуют три точки, такие, что расстояние между любыми двумя равно 1,5;
- 5 уместается прямоугольник площадью 2.

Тест 201. Круг

свойство

Радиус окружности больше 1, если:

- 1 она касается сторон прямого угла и расстояние от центра окружности до вершины угла больше 1;
- 2 она описана около равностороннего треугольника со стороной, большей чем 1;
- 3 она является наименьшей окружностью, содержащей ромб со стороной 1;
- 4 она описана около трапеции, в которой есть прямой угол и наименьшая диагональ равна 3;
- 5 она вписана в равнобедренный треугольник, у которого наибольшая сторона равна 3.

Тест 202. Круг

свойство

Радиус окружности больше 1, если:

- 1 она касается сторон угла, равного 120° , и её центр удалён от вершины угла на 2;
- 2 она вписана в равносторонний треугольник со стороной 1;
- 3 она вписана в равнобедренный треугольник со сторонами 3, 3 и 2;
- 4 она касается двух окружностей радиусов 1 и 2, причём расстояние между их центрами равно 5;
- 5 она касается двух окружностей радиусов 5 и 10, причём расстояние между их центрами равно 1.

Тест 203. Круг

свойство

В круге с центром O проведена хорда AB длиной 2. Тогда если:

- 1 эта хорда удалена от центра O на 1, то она видна из центра под тупым углом (т. е. $\angle AOB$ — тупой);
- 2 хорда AC этого круга, перпендикулярная AB , имеет длину 1, то площадь данного круга меньше чем π ;
- 3 хорда AB видна из точки K на данной окружности под углом 120° (т. е. $\angle AKB = 120^\circ$), то найдётся такая точка L на данной окружности, из которой она видна под углом 60° (т. е. $\angle ALB = 60^\circ$);
- 4 AB — самая длинная хорда этого круга, то длина этой окружности больше 6;
- 5 на данной окружности найдётся такая точка M , что $AM = 2$, то радиус данной окружности больше чем 1,4.

Тест 204. Круг

свойство

Дан круг радиуса 2. В нём проведена хорда длиной a , отличная от диаметра. Тогда если:

- 1 $a = 1$, то некоторая хорда, перпендикулярная данной, будет больше чем 3,5;
- 2 $a < 1$, то данная хорда удалена от центра больше чем на 1,8;
- 3 $a > 1$, то она видна из центра под тупым углом;
- 4 хорда, перпендикулярная данной, равна a , то $a > 2$;
- 5 в этом круге две хорды длиной a имеют общий конец, то расстояние между их серединами не больше 2.

Тест 205. Круг

свойство

Хорды круга равны, если:

- 1 они равноудалены от данной точки окружности этого круга;
- 2 первая из них равна $2R \sin \varphi$, а вторая равна $R \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$, где R — радиус круга, φ — угол, под которым видна первая хорда из точки на окружности этого круга, α — угол, под которым видна вторая хорда из центра этого круга;
- 3 из точки на окружности они видны под равными углами;
- 4 одна из хорд круга видна из данной точки на его окружности под углом 40° , а другая хорда этого же круга видна из этой точки под углом 140° ;
- 5 они образуют с одним и тем же диаметром равные углы.

Тест 206. Круг

свойство

Дана окружность. Луч, проведённый из внешней для данного круга точки A , пересекает окружность в точках B и C , причём точка B лежит между точками A и C , а луч AL пересекает окружность в точках K и L , причём точка K лежит между точками A и L . Верно, что если:

- 1 $AC = AL$, то $AB = AK$;
- 2 $BC = KL$, то $AB = AK$;
- 3 BC — диаметр, то $AK > AB$;
- 4 $AL > AC$, то $AB > AK$;
- 5 BK параллельна CL , то $AB = AK$.

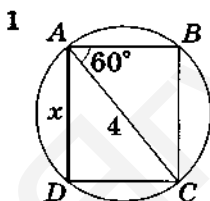
Тест 207. Круг

свойство

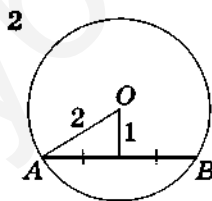
- 1 Если радиус круга больше 2, то его площадь меньше 14.
- 2 Если длина окружности больше 1, то площадь круга больше 0,1.
- 3 Если площадь круга больше 10, то площадь вписанного в него квадрата тоже больше 10.
- 4 Если площадь круга меньше 1, то и площадь описанного около него равностороннего треугольника меньше 1.
- 5 Если радиус круга не больше 1, то наибольшая площадь прямоугольника, лежащего в нём, не больше 2.

Тест 208. Отрезки в круге

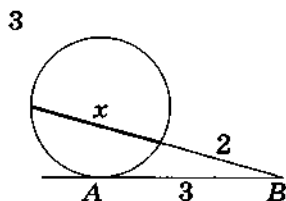
На этом рисунке $x > 3$.



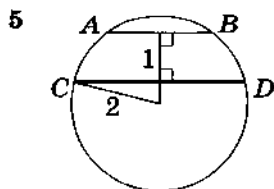
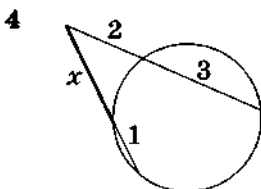
$ABCD$ — прямоугольник



$x = AB$



AB — касательная



$x = CD, AB = 2$

Тест 209. Отрезки в круге

Две равные хорды окружности:

- 1 равноудалены от центра окружности;
- 2 имеют ось симметрии;
- 3 центрально-симметричны;
- 4 можно совместить поворотом;
- 5 в некоторых случаях можно совместить сдвигом (параллельным переносом).

Тест 210. Касательная

Касательная к окружности — это прямая:

- 1 имеющая с окружностью одну общую точку;
- 2 перпендикулярная радиусу окружности в конце его;
- 3 имеющая общую точку с окружностью, причём окружность лежит в одной полуплоскости от заданной прямой (т. е. является опорной к кругу);
- 4 удалённая от центра круга на расстояние, равное радиусу круга;
- 5 перпендикулярная диаметру круга.

Тест 211. Касательная

- 1 Центры окружностей, касающихся данной прямой в данной точке, лежат на одной прямой.
- 2 Центры равных друг другу окружностей, касающихся заданной прямой, лежат на одной прямой.
- 3 Центры окружностей, касающихся двух параллельных прямых, лежат на одной прямой.
- 4 Биссектриса угла — это множество (геометрическое место) точек, являющихся центрами окружностей, касающихся сторон угла.
- 5 Центры окружностей, касающихся двух пересекающихся прямых, лежат на одной прямой.

Тест 212. Касательная

- 1 Две точки прямой, касательной к окружности, равноудалённые от её центра, равноудалены и от точки касания.
- 2 Чем дальше точка от окружности, тем длиннее касательный отрезок, проведённый из этой точки к данной окружности до точки касания.
- 3 Если известен радиус окружности и расстояние до неё от точки, которая лежит за её кругом, то можно найти длину касательного отрезка, проведённого из этой точки к данной окружности до точки касания.

- 4 Через каждую точку окружности от точки касания проведены касательные отрезки равной длины и делящиеся этой точкой пополам. Тогда концы этих отрезков лежат на другой окружности.
- 5 Если известен диаметр окружности и угол, под которым виден из конца диаметра касательный отрезок от точки касания до точки, лежащей на продолжении этого диаметра, то можно найти длину этого касательного отрезка.

Тест 213. Касательная

Из точки C до данной окружности провели два касательных отрезка CA и CB . Тогда:

- 1 зная CA и угол ACB , можно найти радиус окружности;
- 2 если угол ACB прямой, то, зная расстояние от точки C до окружности, можно найти радиус окружности;
- 3 если известны радиус окружности и расстояние AB , то можно найти CA ;
- 4 если известны CA и расстояние от точки C до окружности, то можно найти радиус окружности;
- 5 если известны расстояние от точки C до центра окружности и расстояние AB , то можно найти CA .

Тест 214. Касательная

Дана окружность. Тогда:

- 1 существуют такие две пересекающиеся касательные к этой окружности, которые образуют заданный угол, отличный от развёрнутого;
- 2 существуют такие три касательные к этой окружности, которые ограничивают равносторонний треугольник;
- 3 существуют такие три касательные к этой окружности, которые ограничивают прямоугольный равнобедренный треугольник;
- 4 существуют такие четыре касательные к этой окружности, которые ограничивают ромб с острым углом;
- 5 существуют такие сто касательных к этой окружности, которые ограничивают правильный многоугольник.

Тест 215. Касательная

- 1 Если две окружности имеют одну общую касательную, то расстояние между их центрами равно сумме радиусов этих окружностей.
- 2 Если две окружности не имеют общей касательной, то расстояние между ними меньше радиуса каждой из них.

- 3 Если две окружности имеют две общие касательные, то расстояние между их центрами равно сумме радиусов этих окружностей.
- 4 Если две окружности имеют три общие касательные, то расстояние между их центрами равно сумме их радиусов.
- 5 Если две равные окружности имеют четыре общие касательные, то, зная длины двух неравных отрезков касательных, концы которых лежат на данных окружностях, можно найти расстояние между этими окружностями.

Тест 216. Касательная

Углом, под которым виден круг, называют угол между касательными (лучами) к его окружности.

- 1 Чем дальше точка от круга, тем меньше угол, под которым он виден из этой точки.
- 2 Если круг данного радиуса виден из данной точки под заданным углом, то можно найти расстояние от этой точки до этого круга.
- 3 Все точки, из которых данный круг виден под заданным углом, лежат на одной окружности.
- 4 Если два равных круга имеют одну общую точку, то из каждой точки их общей касательной, проходящей через их общую точку, эти круги видны под равными углами.
- 5 Нет такой точки, из которой два неравных непересекающихся круга видны под равными углами.

Тест 217. Касательная

- 1 Касательные к окружности параллельны тогда и только тогда, когда они проведены через концы одного и того же диаметра.
- 2 Из любой точки вне круга можно провести к нему взаимно перпендикулярные касательные.
- 3 Если три точки окружности равноудалены друг от друга, то касательные к окружности, проведённые через них, ограничивают равносторонний треугольник.
- 4 Если касательные к окружности ограничивают параллелограмм, то этот параллелограмм является квадратом.
- 5 Если касательные к окружности ограничивают трапецию, то эта трапеция равнобокая.

Тест 218. Две окружности

Две равные окружности с центрами в точках A и B касаются в точке C . Тогда:

- 1 точка C является серединой отрезка AB ;
- 2 касательная к одной из них в точке C является касательной и к другой из них;

- 3 общие касательные этих окружностей либо параллельны, либо перпендикулярны друг другу;
- 4 если проведены все общие касательные, то есть три точки касания, которые лежат на одной прямой;
- 5 если проведены все общие касательные, то одна из точек касания равноудалена от всех других точек касания.

Тест 219. Две окружности

Две окружности расположены так, что центр первой лежит на второй. Тогда:

- 1 центр второй окружности может лежать на первой окружности;
- 2 расстояние между их центрами может быть меньше радиуса второй окружности;
- 3 их общие касательные могут быть взаимно перпендикулярны;
- 4 расстояние между точками их пересечения может равняться диаметру одной из них;
- 5 пересечение их кругов может иметь и центр симметрии, и ось симметрии.

Тест 220. Две окружности

Имеются две некоторые окружности.

- 1 Их объединение имеет одну ось симметрии.
- 2 Их объединение имеет центр симметрии.
- 3 Найдётся хорда одной из них, которая касается другой.
- 4 Если одна из них проходит через центр другой, то они имеют две общие точки.
- 5 Если круги, ограниченные этими окружностями, имеют одну общую точку и к этим окружностям проведены все общие касательные, то среди всех полученных точек касания есть вершины прямоугольного треугольника.

Тест 221. Вписанный угол

- 1 Вписанный угол, стороны которого проходят через концы данного диаметра окружности, является прямым.
- 2 Угол, под которым из точки на окружности видна её хорда, равная радиусу этой окружности, равен 30° .
- 3 Если из какой-то точки окружности её хорда видна под углом 80° , то найдётся такая точка на этой окружности, из которой эта же хорда видна под углом, большим чем 80° .
- 4 Множество точек плоскости, из которых данный отрезок виден под фиксированным углом, является дугой окружности.

- 5 Чем больше хорда окружности, тем под большим углом она видна из точки на окружности.

Тест 222. Вписанный угол

- 1 Хорды AB и CD данного круга пересекаются в точке P . Тогда, зная углы треугольника PAD , можно найти углы треугольника PCB .
- 2 Точка X движется по окружности с диаметром AB . Тогда чем дальше она от диаметра, тем больше угол AXB .
- 3 В круге проведена хорда AB . В точках A и B проведены касательные к данной окружности. Тогда, зная угол между прямой AB и одной из касательных, можно найти угол между ней и другой касательной.
- 4 Через точку A окружности проведены две равные хорды AB и AC . В точке B проведена касательная к этой окружности. Тогда, зная угол между касательной и прямой AB , можно найти угол между касательной и прямой AC .
- 5 Если из двух точек окружности данный отрезок виден под одним и тем же углом, то прямая, соединяющая эти точки, может быть перпендикулярна данному отрезку.

Тест 223. Углы в круге

На окружности с центром в точке O находятся точки A , B , C (точка B лежит между точками A и C).

- 1 Существует такое положение точек A , B , C , что $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA$.
- 2 Существует такое положение точек A , B , C , что $\angle ACB$ прямой.
- 3 При любом расположении этих точек $\angle AOB = 2\angle ACB$.
- 4 Существует такое положение точек A , B , C , что $\angle OAC = \angle AOB$.
- 5 Нет такого положения точек A , B , C , при котором $\angle ABC = \angle OBC$.

Тест 224. Взаимное расположение окружности и других фигур

- 1 Две окружности касаются тогда и только тогда, когда расстояние между их центрами равно сумме их радиусов.
- 2 Существует бесконечное множество окружностей, касающихся двух данных окружностей.
- 3 Три окружности могут разбить плоскость на семь частей.
- 4 Линии, уравнения которых $y = \sqrt{1 - x^2}$ и $x = 1 - y$, имеют больше одной общей точки.
- 5 Если две параллельные плоскости касаются одной и той же сферы, то расстояние между этими плоскостями равно диаметру сферы.

Тест 225. Описанная окружность

ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

- 1 Центр окружности, описанной около треугольника, находится в этом треугольнике.
- 2 Окружность является описанной около треугольника, если она наименьшая из всех окружностей, содержащих этот треугольник.
- 3 Окружность радиуса R является описанной около треугольника со сторонами a , b , c и площадью S , если $R = \frac{abc}{4S}$ и она проходит через две его вершины.
- 4 Существует треугольник, в котором центр описанной около него окружности находится в точке пересечения биссектрис его углов.
- 5 Существует треугольник, у которого радиус описанной окружности равен одной из его сторон.

Тест 226. Описанная окружность

ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

- 1 Чем больше стороны треугольника, тем больше радиус окружности, описанной около него.
- 2 Радиус окружности, описанной около треугольника, не меньше половины любой его стороны.
- 3 Существует треугольник, в котором каждая сторона меньше 1, а радиус описанной окружности больше 1000.
- 4 В прямоугольном треугольнике с катетами 3 и 4 радиус описанной окружности больше чем 2.
- 5 Площадь равнобедренного треугольника меньше 2, если радиус описанной окружности равен 1.

Тест 227. Описанная окружность

ОКОЛО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

- 1 Если около четырёхугольника можно описать окружность, то у него есть ось симметрии.
- 2 Если центр описанной около четырёхугольника окружности лежит в точке пересечения его диагоналей, то этот четырёхугольник — прямоугольник.
- 3 Существует центрально-симметричный четырёхугольник, около которого описана окружность, в котором центр описанной окружности не совпадает с центром симметрии.
- 4 Около четырёхугольника $ABCD$, в котором $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $BC = CD$, можно описать окружность.

- 5 Радиус описанной окружности около четырёхугольника $ABCD$, в котором $AB = BC = 1$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, больше 1.

Тест 228. Описанная окружность

Радиус описанной окружности больше 1, если эта окружность описана около:

- 1 треугольника, в котором сторона, равная 1, видна из противоположной вершины под углом 40° ;
- 2 треугольника со сторонами $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$;
- 3 прямоугольника площадью 1 и углом между диагоналями 60° ;
- 4 трапеции, у которой три стороны равны 1, а четвёртая равна 2;
- 5 правильного шестиугольника площадью 3.

Тест 229. Описанная окружность

Радиус описанной окружности больше чем 2, если эта окружность:

- 1 описана около прямоугольника, у которого одна сторона меньше чем 1, а другая больше чем 4;
- 2 описана около равностороннего треугольника со стороной, большей чем 2, но меньшей чем 3;
- 3 описана около трапеции, в которой каждая из трёх сторон равна 2, а острый угол равен 60° ;
- 4 описана около треугольника со сторонами 4, $\frac{20}{13}$, $\frac{48}{13}$;
- 5 описана около пятиугольника. При этом из данной точки этой окружности одна сторона пятиугольника, равная 2, видна под углом 45° , а другая сторона, равная 1, видна под углом 30° .

Тест 230. Описанная окружность

- 1 Около правильной пятиугольной звезды можно описать окружность.
- 2 В окружность можно вписать правильный стопятиугольник.
- 3 Наименьшая окружность, содержащая правильный многоугольник, является его описанной окружностью.
- 4 Если в трапецию можно вписать окружность, то около неё можно описать окружность.
- 5 Если около четырёхугольника нельзя описать окружность, то у него нет оси симметрии.

Тест 231. Описанная окружность

- 1 Около любого n -угольника можно описать окружность.
- 2 В окружность можно вписать многоугольник с любым числом сторон.
- 3 Некоторый многоугольник является объединением двух квадратов. Сторона одного из этих квадратов лежит на стороне другого, и других общих точек эти квадраты не имеют. Тогда существует окружность, описанная около этого многоугольника.
- 4 Есть такой многоугольник, в котором пересекаются все серединные перпендикуляры к его сторонам, кроме одного.
- 5 Если четырёхугольник является вписанным и описанным, то он является правильным.

Тест 232. Описанная окружность

Радиус описанной окружности больше 1, если она описана вокруг:

- 1 равнобедренного треугольника со сторонами 0,5, 0,5, 0,8;
- 2 треугольника, в котором одна из сторон равна 1, а противоположный ей угол равен 20° ;
- 3 правильного десятиугольника со стороной 1;
- 4 четырёхугольника, имеющего одну ось симметрии, причём его наибольшая диагональ равна 3;
- 5 прямоугольного треугольника, у которого наименьшая медиана равна 1.

Тест 233. Вписанная окружность

В ТРЕУГОЛЬНИК

- 1 В равностороннем треугольнике со стороной, большей 2, радиус вписанной окружности больше чем 0,5.
- 2 В прямоугольном треугольнике с катетами 3 и 4 радиус вписанной окружности меньше чем 2.
- 3 В равнобедренном треугольнике из всех вершин ближайшей к центру вписанной в него окружности будет та вершина, которая противолежит основанию.
- 4 В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) известны $AC = 2$ и $\angle B > 40^\circ$. В этом треугольнике радиус вписанной окружности больше 1.
- 5 Существует треугольник, в котором радиус вписанной окружности относится к радиусу описанной окружности как $1 : 2$.

Тест 234. Вписанная окружность

В МНОГОУГОЛЬНИК

- 1 Наибольшая окружность, находящаяся в выпуклом многоугольнике, является его вписанной окружностью.
- 2 Около всякой окружности можно описать многоугольник с любым числом сторон.
- 3 В четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A = \angle B = 60^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $BC = CD$, можно вписать окружность.
- 4 Существует окружность, вписанная в прямоугольную трапецию $ABCD$, в которой $AB = BC = 1$, $AD = 2$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$.
- 5 Если в равнобокой трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AD = 5$, $BC = 1$, $AB = 3$, то радиус вписанной окружности больше 1,5.

Тест 235. Вписанная окружность

Радиус вписанной окружности больше 1, если эта окружность вписана в:

- 1 равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом 2;
- 2 ромб со стороной 2 и углом 60° ;
- 3 равнобокую трапецию с меньшим основанием, равным 2, и углом при нём 120° ;
- 4 равнобедренный треугольник с основанием 2 и углом при основании 80° ;
- 5 правильный пятиугольник с радиусом описанной окружности, равным 2.

Тест 236. Вписанная окружность

- 1 Существует не больше одной окружности, вписанной в многоугольник.
- 2 Существует больше одной окружности, касающейся всех прямых, на которых лежат стороны треугольника.
- 3 Около всякой окружности можно описать правильный многоугольник с любым числом сторон.
- 4 Если окружность проходит через середины всех сторон правильного многоугольника, то она является вписанной в этот многоугольник.
- 5 Зная периметр описанного четырёхугольника, можно найти сумму длин двух некоторых его сторон.

Тест 237. Вписанная окружность

Радиус вписанной окружности меньше 1, если окружность вписана в:

- 1 квадрат с диагональю, меньшей чем 2;

- 2 прямоугольный треугольник с гипотенузой 2;
- 3 треугольник, у которого две стороны равны 2;
- 4 параллелограмм с высотой 2;
- 5 равнобокую трапецию, у которой боковая сторона меньше чем 3, а один из углов равен 60° .

Тест 238. Вписанная окружность

Существует окружность, вписанная в такие фигуры:

- 1 треугольник со сторонами 1, 2 и площадью, большей 1;
- 2 фигуру, которая задаётся условием $|x| + |y| \leq 1$;
- 3 выпуклый шестиугольник, у которого три стороны, идущие через одну, равны 2, а каждая из оставшихся равна 1. Каждая сторона, равная 2, параллельна стороне, равной 1. Каждый угол шестиугольника равен 120° ;
- 4 многоугольник, ограниченный всеми наименьшими диагоналями правильного многоугольника;
- 5 пересечение двух равных квадратов с общим центром.

Тест 239. Вписанная окружность

Радиус окружности больше 1, если она вписана в:

- 1 равнобедренный прямоугольный треугольник, у которого радиус описанной окружности равен 2;
- 2 прямоугольник, у которого радиус описанной окружности равен 1;
- 3 равнобокую трапецию, у которой радиус описанной окружности равен 2;
- 4 правильный шестиугольник, у которого радиус описанной окружности равен 1;
- 5 правильный многоугольник, угол которого равен 100° , а радиус описанной окружности равен 2.

Тест 240. Длина окружности

Длина окружности — это:

- 1 предел последовательности периметров правильных многоугольников, вписанных в эту окружность, при неограниченном удвоении числа их сторон;
- 2 предел последовательности периметров n -угольников, вписанных в эту окружность, при $n \rightarrow \infty$;
- 3 предел последовательности периметров правильных многоугольников, описанных около этой окружности, при неограниченном увеличении числа их сторон;
- 4 предел последовательности периметров n -угольников, описанных около этой окружности, при $n \rightarrow \infty$;

- 5 общий предел двух последовательностей: последовательности периметров вписанных многоугольников и последовательности периметров описанных многоугольников.

Тест 241. Площадь круга

- 1 Площадь круга является пределом последовательности площадей правильных вписанных многоугольников при бесконечном удвоении числа их сторон.
- 2 Площадь круга является пределом последовательности площадей правильных описанных многоугольников при бесконечном удвоении числа их сторон.
- 3 Площадь круга равна площади объединения двух полуциркульных сегментов этого круга.
- 4 Площади S круга радиуса R можно дать определение в виде формулы $S = \pi R^2$, после того как получена формула длины окружности.
- 5 Площадь круга — число иррациональное.

Тест 242. Площадь круга

Площадь круга больше 10, если:

- 1 радиус круга больше 2;
- 2 его окружность описана около прямоугольника со сторонами 3 и 1;
- 3 его окружность вписана в равносторонний треугольник со стороной 6;
- 4 он является наибольшим кругом, находящимся в равнобокой трапеции с основаниями 10 и 2 и боком 3;
- 5 он задаётся условием $x^2 + y^2 \leq 4$.

Тест 243. Длина окружности и площадь круга

- 1 Площадь полукруга равна половине площади круга.
- 2 Периметр полукруга равен половине периметра круга.
- 3 Чем больше площадь сектора, тем больше его периметр, и наоборот.
- 4 Чем больше площадь сегмента, тем больше его периметр, и наоборот.
- 5 На окружности дана дуга, меньшая полуокружности. Площадь сегмента, ограниченного этой дугой и хордой, стягивающей её концы, меньше площади сектора, ограниченного той же дугой и двумя радиусами, проведёнными в её концы.

Тест 244. Длина окружности и площадь круга

- 1 Длина дуги окружности, проходящей через две данные точки, может быть сколь угодно большой.
- 2 Два сектора одного круга, дуги которых равны, имеют равные площади.

- 3 Два сегмента одного круга, хорды которых равны, имеют равные площади.
- 4 Если площадь треугольника увеличилась, то длина окружности, описанной вокруг треугольника, тоже увеличилась.
- 5 Если площадь треугольника увеличилась, то площадь вписанного в него круга тоже увеличилась.

Тест 245. Число π

- 1 $\pi = 3,14$.
- 2 Число π равно длине полуокружности, радиус которой равен 1.
- 3 π — это коэффициент пропорциональности между площадью круга и его радиусом.
- 4 Существует круг, площадь которого равна π^2 .
- 5 Существует полуокружность, длина которой равна 3π .

Тест 246. Равенство кругов

Два круга равны, если:

- 1 площадь первого круга равна π , длина окружности второго круга равна 2π ;
- 2 каждая из окружностей этих кругов касается двух противоположных сторон одного и того же прямоугольника;
- 3 одна окружность описана около треугольника, в котором одна из сторон равна 1, а противолежащий ей угол равен 50° ; другая окружность описана около треугольника, в котором одна из сторон равна 1, а противолежащий ей угол равен 130° ;
- 4 одна окружность вписана в прямоугольный треугольник, катет которого равен 3 и угол, прилежащий к нему, равен 60° ; другая окружность вписана в прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 6 и угол равен 30° ;
- 5 одна окружность описана около ограниченной фигуры, которая задаётся условием $(x^2 - 1)(y^2 - 1) \geq 0$; другая окружность вписана в фигуру, которая задаётся условием $|y| \leq 2 - |x|$.

Тест 247. Шар

свойство

В каждом шаре:

- 1 существует больше одного экватора;
- 2 все меридианы равны;
- 3 две самые далёкие точки центрально-симметричны;

- 4 есть самая большая параллель;
- 5 есть самая маленькая параллель.

Тест 248. Шар

свойство

Пусть на данной сфере зафиксированы две диаметрально противоположные точки — полюса. Тогда:

- 1 через каждую точку сферы проходит меридиан;
- 2 через каждую точку сферы проходит параллель;
- 3 каждый меридиан сферы пересекается с каждой параллелью этой сферы;
- 4 каждых два меридиана сферы имеют общую точку;
- 5 для каждой параллели сферы найдётся на ней равная ей параллель.

Тест 249. Шар

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЁМ

- 1 Объём шара пропорционален площади его сферы.
- 2 Существует такой шар, у которого объём численно равен площади его сферы.
- 3 Объём шара больше 10, если площадь его поверхности больше 10.
- 4 Площадь поверхности шара в два раза больше площади поверхности полушара данного шара.
- 5 Если даны шары радиусов R_1 и R_2 и объёмов V_1 и V_2 соответственно и $V_2 > 2V_1$, то $\frac{R_2}{R_1} > 1,4$.

Тест 250. Отрезок

длина

Длина отрезка равна 1, если он является:

- 1 высотой равностороннего треугольника со стороной 2;
- 2 третьей стороной треугольника, в котором две другие стороны равны 1 и 2, а угол между ними равен 45° ;
- 3 большей диагональю ромба со стороной 1;
- 4 стороной правильного шестиугольника, описанного около окружности радиусом 1;
- 5 радиусом круга, площадь которого равна $3,14$.

Тест 251. Отрезок

длина

Длина отрезка больше чем 1, если:

- 1 он является высотой, проведённой на гипотенузу в прямоугольном треугольнике с катетами 3 и 4;

- 2 он является наибольшей высотой в треугольнике со сторонами 0,9, 1, 1,1;
- 3 он является высотой в прямоугольной трапеции с основаниями 2 и 3 и боковой стороной равной 2;
- 4 он является высотой правильной треугольной пирамиды, в которой ребро основания равно 1, а угол, под которым это ребро видно из вершины, равен 60° ;
- 5 он является наибольшим ребром прямоугольного параллелепипеда, в котором диагональ равна 2.

Тест 252. Отрезок

длина

- 1 Первая сторона треугольника равна 20, вторая сторона этого треугольника равна 10. Тогда третья сторона x этого треугольника удовлетворяет неравенству $5 < x < 35$.
- 2 Сторона a треугольника удовлетворяет неравенству $10 < a < 20$, сторона b этого треугольника удовлетворяет неравенству $100 < b < 200$. Тогда сторона x этого треугольника удовлетворяет неравенству $90 < x < 220$.
- 3 Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10, один из катетов в два раза больше другого. Тогда меньший катет больше чем 4.
- 4 A, B, C, D — четыре любые точки в пространстве. $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 4$, $DA = 1$. Тогда $AC < BD$.
- 5 Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 1, 2, 3. Тогда его диагональ меньше 6.

Тест 253. Отрезок

длина

При $a = 1$:

- 1 в треугольнике со сторонами 1, 1, a радиус описанной окружности меньше чем 0,5;
- 2 в прямоугольном треугольнике с катетами 1 и a радиус вписанной окружности меньше чем 0,5;
- 3 во вписанной трапеции, у которой меньшее основание равно 1, бока равны 1 и a , радиус описанной окружности больше чем 0,5;
- 4 в правильной треугольной пирамиде с боковым ребром 1 и ребром основания a её высота больше чем 0,5;
- 5 в кубе с ребром a расстояние между любыми параллельными рёбрами не меньше чем 1.

Тест 254. Отрезок

длина

Длина отрезка:

- 1 больше чем 2, если этот отрезок — сторона BC в треугольнике ABC , в котором $AB = 3$, $AC = 4$ и медиана $AM = 5$;

- 2 меньше чем 3, если этот отрезок является диагональю AC в трапеции $ABCD$, в которой $AB=1$, $BC=2$, $CD=3$;
- 3 больше чем 1, если этот отрезок является стороной AC в равнобедренном треугольнике ABC , в котором $AB=BC$, радиус описанной окружности равен 1, а угол B больше чем 40° ;
- 4 больше чем 1, если этот отрезок является радиусом сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды, в которой боковое ребро равно 1, а плоский угол при вершине пирамиды больше чем 130° ;
- 5 меньше чем 5, если этот отрезок является высотой конуса, объем которого численно равен площади его поверхности.

Тест 255. Отрезок

ДЛИНА

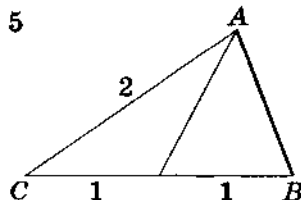
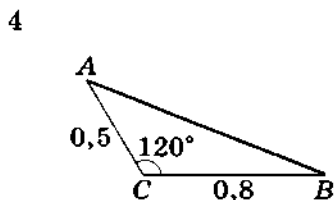
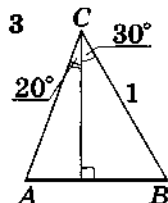
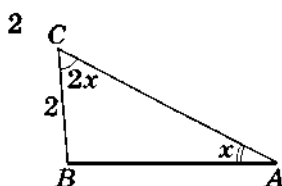
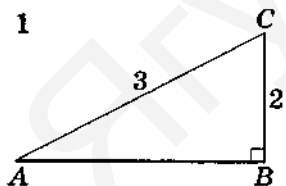
AB — некоторый отрезок. Его длина больше 1, если он является:

- 1 диагональю квадрата со стороной, меньшей 1;
- 2 стороной треугольника, в котором каждая из двух других сторон меньше чем 0,5;
- 3 хордой окружности, длина которой больше чем 3;
- 4 диаметром круга с площадью, большей чем 10;
- 5 высотой правильного тетраэдра с ребром, большим чем 2.

Тест 256. Отрезок

СРАВНЕНИЕ ДЛИН

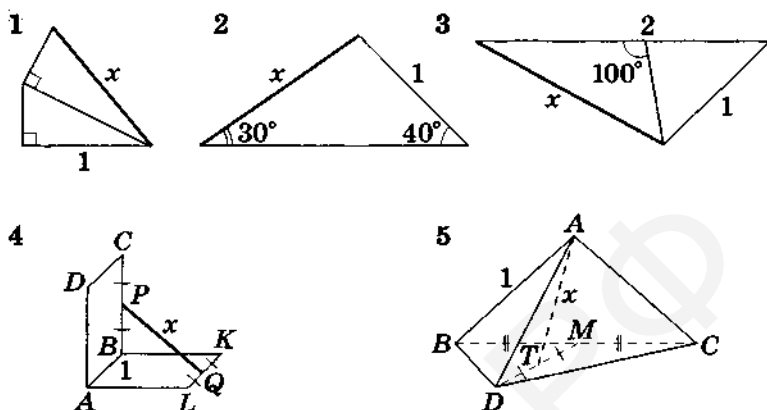
Длина стороны AB на этом рисунке больше чем 1.



Тест 257. Отрезок

СРАВНЕНИЕ ДЛИН

На этом рисунке $x > 1$.



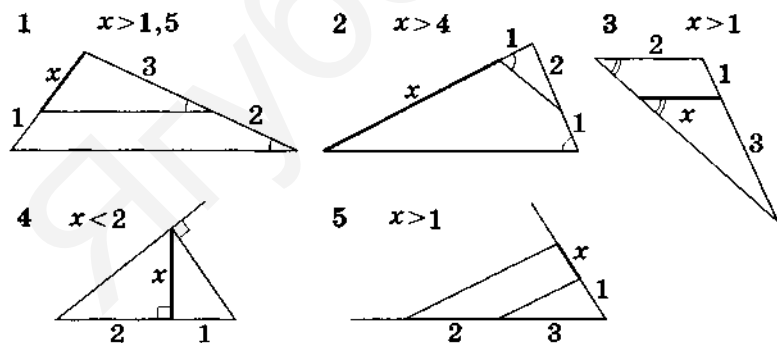
$ABCD$ и $ABKL$ — квадраты,
 $(ABC) \perp (ABK)$

$ABCD$ — правильный
 тетраэдр

Тест 258. Отрезок

СРАВНЕНИЕ ДЛИН

На этом рисунке:



Тест 259. Отрезок

СРАВНЕНИЕ ДЛИН

$y \geq x$, если:

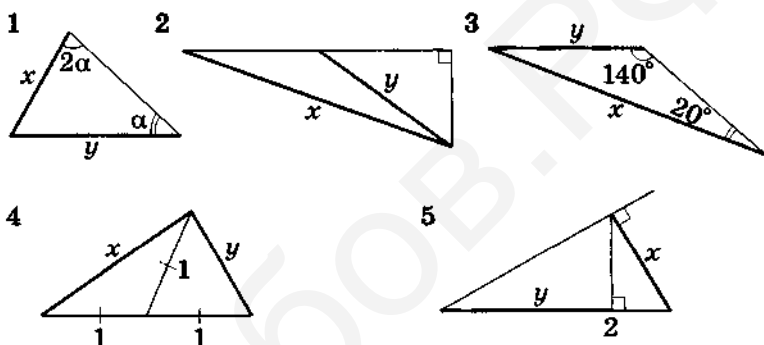
- 1 y — это катет прямоугольного треугольника, прилежащий к углу 40° , а x — катет, противолежащий этому углу;

- 2 y — это большее основание равнобокой трапеции, а x — её диагональ;
- 3 y — это хорда AK параллелограмма $ABCD$, причём точка K лежит на его стороне CD , а x — это хорда DL параллелограмма $ABCD$, причём точка L лежит на его стороне AB ;
- 4 y — это образующая поверхности конуса, а x — диаметр основания этого конуса;
- 5 y — это хорда AL куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, где точка L лежит на его ребре $B_1 C_1$, а x — это хорда AK куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, где точка K лежит на его ребре CD .

Тест 260. Отрезок

СРАВНЕНИЕ ДЛИН

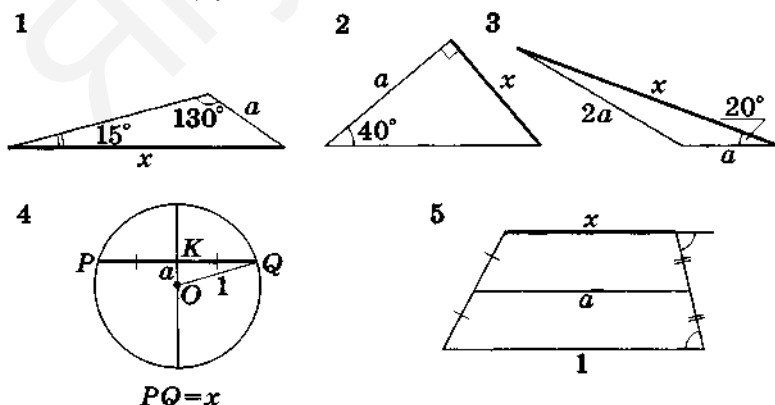
Если $x > 1$, то $y > 1$.



Тест 261. Отрезок

СООТНОШЕНИЕ ДЛИН

Зависимость $x(a)$ линейная.

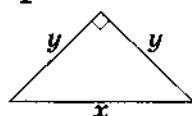


$PQ = x$

Тест 262. Отрезок

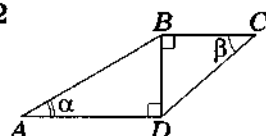
СООТНОШЕНИЕ ДЛИН

1



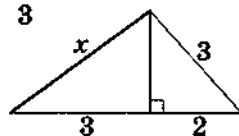
Зависимость $y(x)$ линейная

2



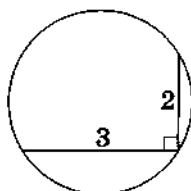
Если $\alpha < \beta$,
то $AB > CD$

3



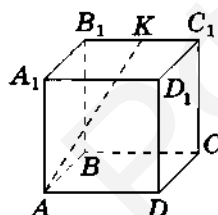
$x > 4$

4



Радиус этой окружности
больше чем 2

5



Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$
равно 1, $B_1 K = K C_1$,
тогда $AK = 1,5$

Тест 263. Расстояние от точки до фигуры

ПОНЯТИЕ

Расстояние от точки A до фигуры F (точка A не принадлежит F) — это:

- 1 наименьшее из расстояний от точки A до точки X , принадлежащей фигуре F ;
- 2 самый короткий отрезок, соединяющий точку A с фигурой F ;
- 3 радиус некоторого круга с центром в точке A , имеющего с фигурой F одну общую точку;
- 4 радиус наибольшего шара с центром в точке A , имеющего с фигурой F одну общую точку;
- 5 длина перпендикуляра, проведённого из точки A на фигуру F , если фигура F плоская.

Тест 264. Расстояние от точки до фигуры

СРАВНЕНИЕ

Расстояние от точки A до треугольника F (точка A не принадлежит F) больше 1, если:

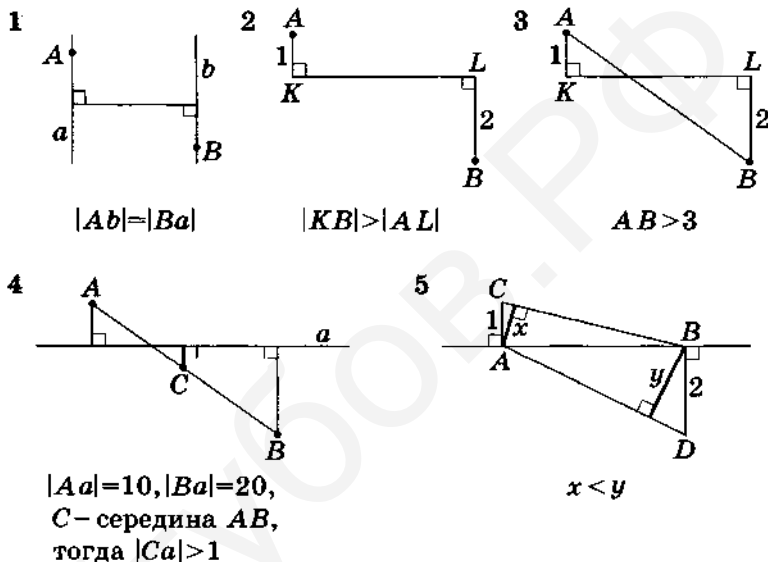
- 1 существует точка X фигуры F , такая, что $AX > 1$;

- 2 для любой точки X фигуры F выполняется равенство $AX = 2$;
- 3 не существует такой точки X фигуры F , что $AX < 1$;
- 4 круг с центром A и радиусом 1 не имеет с F общих точек;
- 5 круг радиуса 1 с центром в точке, принадлежащей фигуре F , не содержит точку A .

Тест 265. Расстояние

СРАВНЕНИЕ

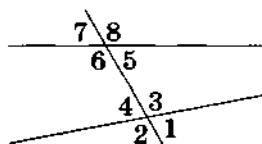
На этом рисунке:



Тест 266. Угол

СРАВНЕНИЕ

На этом рисунке $\angle 6 - \angle 2 = 10^\circ$. Тогда:



- 1 $\angle 8 > \angle 3$;
- 2 $\angle 4 > \angle 7$;
- 3 $\angle 1 < \angle 5$;
- 4 $\angle 4 = \angle 5$;
- 5 $\angle 8 - \angle 7 = 10^\circ$.

Тест 267. Угол

СРАВНЕНИЕ

$\varphi > 45^\circ$:

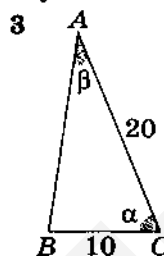
- 1 если $ABCD$ — квадрат, BKC — равносторонний треугольник вне этого квадрата, $\varphi = \angle BAK$;
- 2 в треугольнике со сторонами 1 и 2, если сторона, равная 1, лежит против угла 30° , а угол φ лежит против стороны, равной 2;
- 3 в прямоугольнике со сторонами 1 и 2, в котором угол φ — это угол между его диагоналями;
- 4 в трапеции, в которой три стороны равны, диагональ перпендикулярна боковой стороне, φ — это угол между диагональю и основанием;
- 5 в окружности с диаметром $AB=2$, если проведена секущая CB и касательная CA из точки C , лежащей вне данного круга, причём $CA=1$, $\angle CBA=\varphi$.

Тест 268. Угол

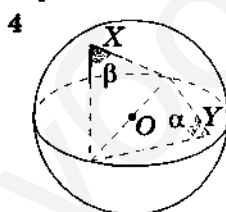
СРАВНЕНИЕ

Угол α больше угла β , если:

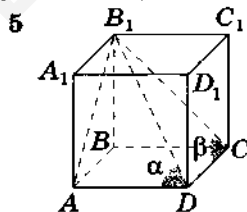
- 1 α — угол квадрата, β — угол между его диагоналями;
- 2 α — угол правильного многоугольника, а β — внешний угол того же правильного многоугольника;



$B \quad 10 \quad C$



O — центр сферы
радиуса R ,
 $OX > R > OY$

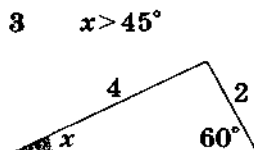
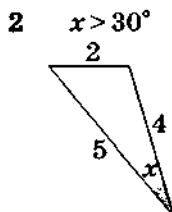
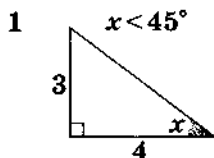


$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб,
 $\alpha = \angle ADB_1, \beta = \angle B_1CD$

Тест 269. Угол

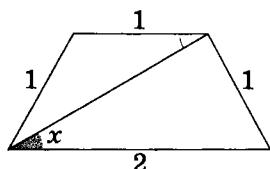
МЕРА УГЛА

На этом рисунке:



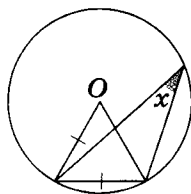
4

$$x = 30^\circ$$



5

$$x < 40^\circ$$



Тест 270. Угол

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ УГЛАМИ

Зависимость $y(x)$ является линейной, если:

- 1 x — это угол при вершине равнобедренного треугольника, y — внешний угол при его основании;
- 2 x — это угол CAD прямоугольника $ABCD$, y — угол между его диагоналями;
- 3 x — это угол при большем основании равнобокой трапеции, в которой бока равны меньшему основанию, y — угол между её диагоналями;
- 4 x — это вписанный угол окружности, y — это другой вписанный угол той же окружности, причём оба этих угла имеют общую хорду этой же окружности, а их вершины лежат по разные стороны от этой хорды;
- 5 x — это угол при вершине в правильной треугольной пирамиде $PABC$, y — угол между ребром основания и прямой, проходящей через середину этого ребра и середину противоположного бокового ребра пирамиды.

Тест 271. Угол

ИЗМЕНЕНИЕ УГЛА

Угол φ изменяется монотонно при убывании x , если:

- 1 φ — угол при вершине равнобедренного треугольника, x — боковая сторона этого треугольника, а его основание постоянно;
- 2 φ — угол между диагоналями прямоугольника, x — сторона этого прямоугольника, а другая его сторона постоянна;
- 3 φ — угол между прямыми, проходящими через бока равнобокой трапеции, x — её меньшее основание, а большее основание постоянно;
- 4 φ — угол между касательной и секущей к данной окружности, x — длина хорды, по которой эта секущая пересекает данный круг;
- 5 φ — угол между диагоналями DB_1 и AC_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с фиксированным квадратным основанием, x — боковое ребро этого параллелепипеда.

Тест 272. Угол

свойство

Про данный угол было высказано несколько утверждений.

- А) Он больше 60° , но меньше 80° .
Б) Угол, вертикальный данному, больше чем 50° .
В) Угол, смежный с ним, больше 100° .
Г) Угол, смежный с ним, меньше 130° .
Д) Биссектриса этого угла образует с его стороной угол, больший чем 40° .
Е) Тупой угол с той же вершиной, что и данный, образованный перпендикулярами к его сторонам, больше 100° , но меньше 120° .

В дальнейшем оказалось, что утверждение А) верно. При этом верно:

- 1 утверждение Б); 2 утверждение В);
3 утверждение Г); 4 утверждение Д);
5 утверждение Е).

Тест 273. Угол

ПРИЗНАК ПРЯМОГО УГЛА

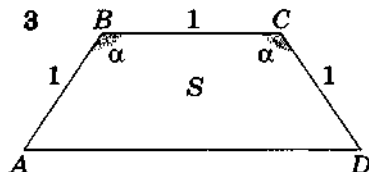
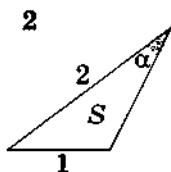
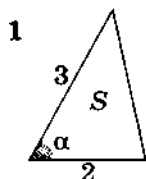
Угол является прямым, если:

- 1 он равен своему смежному;
2 он является одним из углов треугольника со сторонами 5, 6, 7;
3 он является углом между диагоналями ромба;
4 его вершина удалена на 2 от центра окружности радиуса 2, а стороны проходят через концы данного диаметра этой окружности (но не через сам диаметр);
5 его вершина находится в вершине А куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, а стороны проходят через точки B_1 и D_1 .

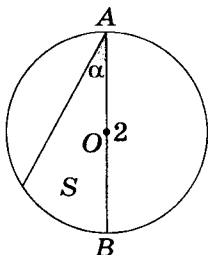
Тест 274. Площадь

ЗНАЧЕНИЕ

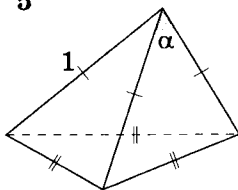
Найдётся значение угла α , при котором площадь S равна 1.



4



5



S — площадь
поверхности
тетраэдра

Тест 275. Площадь

ЗНАЧЕНИЕ

Существует угол φ , при котором площадь S равна 1, если:

- 1 φ — это угол ABC в треугольнике ABC , в котором $AB = 100$, $BC = 200$, S — площадь этого треугольника;
- 2 φ — это угол BAC в треугольнике ABC , в котором $AB = 1$, $\angle ABC = 10^\circ$, S — площадь этого треугольника;
- 3 φ — это угол ABC в трапеции $ABCD$, в которой $AB = BC = CD$, а большее основание AD меньше 1, S — площадь этой трапеции;
- 4 φ — это угол правильного многоугольника, вписанного в окружность радиуса 1, S — площадь этого правильного многоугольника;
- 5 φ — это плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды, в которой боковое ребро равно 1, S — площадь поверхности этой пирамиды.

Тест 276. Площадь

СРАВНЕНИЕ

Площади S_1 и S_2 могут быть равны, если:

- 1 S_1 — это площадь треугольника ABD , а S_2 — это площадь треугольника CBD , где точка D лежит на стороне треугольника ABC , в котором проведена хорда BD ;
- 2 S_1 — это площадь треугольника ABD , а S_2 — это площадь треугольника ABC , дан произвольный выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором проведены AC и BD ;
- 3 S_1 — это площадь треугольника ABO , а S_2 — это площадь треугольника CDO , дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором проведены диагонали AC и BD , пересекающиеся в точке O , и в котором нет параллельных сторон;
- 4 S_1 — это площадь треугольника ABC , а S_2 — это площадь треугольника ABD , точки C и D находятся на окружности по разные стороны от хорды AB этой окружности, не являющейся её диаметром;

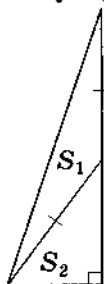
5 S_1 — это площадь осевого сечения конуса, а S_2 — площадь другого его треугольного сечения.

Тест 277. Площадь

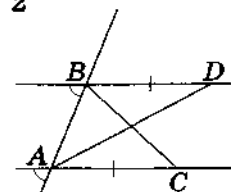
СРАВНЕНИЕ

На этом рисунке $S_2 > S_1$.

1

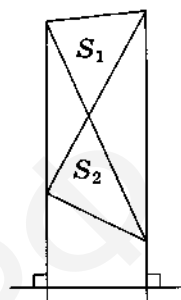


2

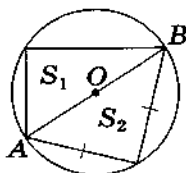


$$S_1 = S_{ABC}, S_2 = S_{ABD}$$

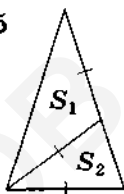
3



4



5

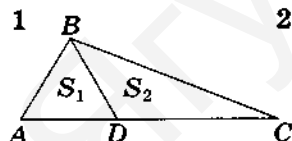


Тест 278. Площадь

СРАВНЕНИЕ

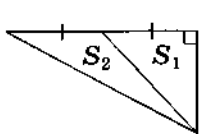
На этом рисунке $S_2 > S_1$.

1

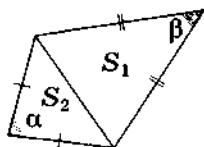


$$CD > AD$$

2

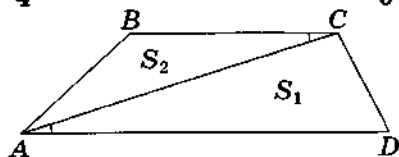


3



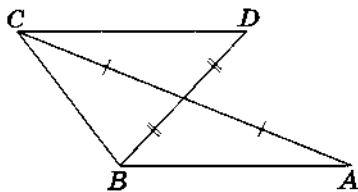
$$\alpha > \beta$$

4



$$AD > BC$$

5



$$S_1 = S_{DBC}, S_2 = S_{ABC}$$

Тест 279. Площадь

ТРЕУГОЛЬНИКА

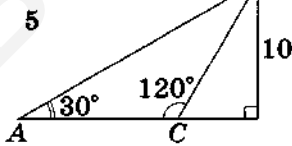
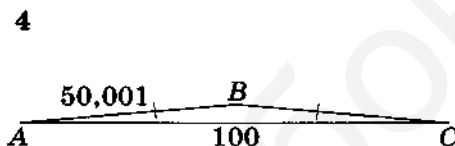
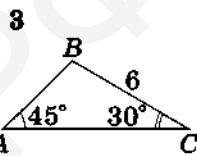
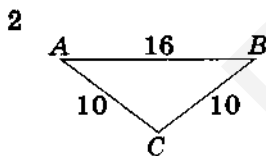
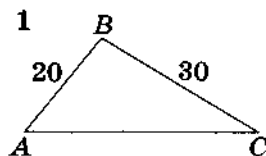
Площадь треугольника больше 1, если:

- 1 одна из его сторон равна 1, а другая — 2;
- 2 одна его сторона равна 100, другая — 200, третья — 300;
- 3 одна его сторона равна 2, а углы при ней равны 80° и 70° ;
- 4 одна его сторона равна 2, другая сторона — 3, а угол против третьей стороны, равной 5, — 30° ;
- 5 радиус вписанной окружности равен 1.

Тест 280. Площадь

ТРЕУГОЛЬНИКА

На этом рисунке площадь треугольника ABC больше чем 10.



Тест 281. Площадь

ТРЕУГОЛЬНИКА

Можно найти площадь треугольника ABC , если K и L — середины сторон AB и BC , P — точка пересечения отрезков CK и AL и известна площадь:

- 1 треугольника KBL ;
- 2 четырёхугольника $AKLC$;
- 3 треугольника APC ;
- 4 четырёхугольника $BKPL$;
- 5 треугольника APK .

Тест 282. Площадь

ТРЕУГОЛЬНИКА

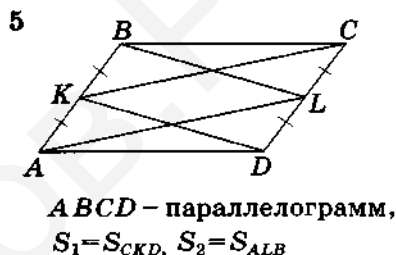
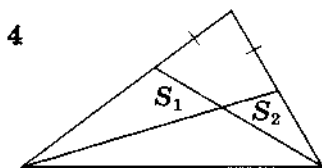
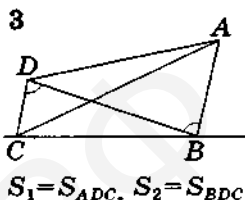
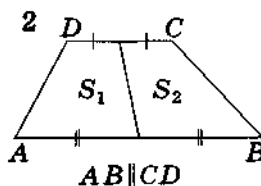
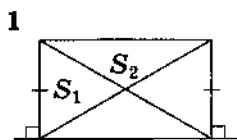
- 1 В равнобедренном треугольнике с наибольшей стороной 1 площадь больше чем 1.
- 2 Прямоугольный треугольник с гипотенузой 1 имеет площадь, большую чем 1.
- 3 В треугольнике ABC известны стороны $AB = 4$, $BC = 7$, $CA = 5$. В этом треугольнике площадь больше чем 10.

- 4 Если в треугольнике две стороны постоянны, то при увеличении третьей стороны его площадь увеличивается.
- 5 Существует треугольник, у которого площадь численно равна его периметру.

Тест 283. Площадь

ТРЕУГОЛЬНИКА

На этом рисунке $S_2 > S_1$.



Тест 284. Площадь

ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Площадь прямоугольника $ABCD$ больше 3, если равна 1 площадь:

- 1 треугольника CKD , где K — середина стороны AD ;
- 2 треугольника APD , где P — середина диагонали AC ;
- 3 треугольника CPK ;
- 4 четырёхугольника $KLMN$, где K, L, M, N — середины сторон прямоугольника;
- 5 четырёхугольника $KSMT$, где S и T — точки пересечения отрезков AM и BK , DM и CK соответственно.

Тест 285. Площадь

ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Можно найти площадь параллелограмма $ABCD$, если известна площадь:

- 1 треугольника CKD , где K — середина стороны AD ;

- 2 треугольника APD , где P — середина диагонали AC ;
- 3 треугольника CPK ;
- 4 четырёхугольника $KLMN$, где K, L, M, N — середины сторон параллелограмма;
- 5 четырёхугольника $KSMT$, где S — точка пересечения отрезков AM и BK , T — точка пересечения отрезков DM и CK .

Тест 286. Площадь

ТРАПЕЦИИ

Можно найти площадь трапеции $ABCD$, в которой $AB = BC = CD$ и известна площадь:

- 1 треугольника CKD , где K — середина AD ;
- 2 треугольника BCK ;
- 3 треугольника AMD , где M — середина BC ;
- 4 треугольника ABN , где N — середина CD ;
- 5 треугольника CKL , где L — середина AB .

Тест 287. Площадь

ТРАПЕЦИИ

Можно найти площадь трапеции $ABCD$, в которой:

- 1 диагональ AC перпендикулярна основаниям AD и BC , если известны углы, которые эта диагональ составляет с боками трапеции;
- 2 сторона CD перпендикулярна основанию AD , $AB = BD$, $BC = CD$ и известна площадь треугольника ABD ;
- 3 равные бока взаимно перпендикулярны, их продолжения пересекаются в точке P , меньшее основание BC является средней линией треугольника APD , причём известна её длина;
- 4 диагональ AC перпендикулярна боку CD , $BC = CD$, длины AC и BC известны;
- 5 диагонали взаимно перпендикулярны, известна большая площадь треугольника, ограниченного диагоналями и основанием, а также отношение оснований.

Тест 288. Площадь

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

Площадь четырёхугольника $ABCD$ больше чем 2, если:

- 1 $AB = BD = DC = 2$, $AB \perp BD$, $BD \perp DC$;
- 2 $AB = BC = CD = 1$, $\angle A = \angle D = 60^\circ$;
- 3 $AB = 3$, $BC = 1$, $CD = 1$, $AB \parallel CD$;
- 4 $AB = BC = CD = 1$, $\angle B = 140^\circ$, $\angle D = 40^\circ$;
- 5 $AD < AB < BC < CD$, $AD = 3$, $\angle A = 60^\circ$, $AD \parallel BC$.

Тест 289. Площадь

многоугольника

Возрастает площадь:

- 1** квадрата, если возрастает его диагональ;
- 2** прямоугольника, если одна его сторона постоянна, а диагональ возрастает;
- 3** параллелограмма, если обе стороны его возрастают;
- 4** ромба, если возрастает его периметр;
- 5** равнобокой трапеции, у которой средняя линия постоянна, а её боковая сторона возрастает.

Тест 290. Площадь

многоугольника

- 1** Если катеты прямоугольного треугольника увеличились, то его площадь увеличилась.
- 2** Если все стороны треугольника увеличились, то его площадь увеличилась.
- 3** Если стороны равнобокой трапеции увеличились, то её площадь увеличилась.
- 4** Если стороны параллелограмма не изменились, а его острый угол увеличился, но остался острым углом, то площадь параллелограмма увеличилась.
- 5** Если две стороны треугольника не изменились, а угол между ними увеличился, то площадь треугольника увеличилась.

Тест 291. Площадь

монотонность

Площадь $S(x)$ указанной фигуры монотонна, если:

- 1** $S(x)$ — площадь треугольника, в котором x — это его возрастающая сторона, а две другие стороны равны 1 и 2;
- 2** $S(x)$ — площадь ромба, в котором x — это его возрастающая бóльшая диагональ;
- 3** $S(x)$ — площадь равнобокой трапеции, в которой x — это её возрастающая боковая сторона, а основание постоянно;
- 4** $S(x)$ — площадь сектора круга, в котором x — это его возрастающий центральный угол;
- 5** $S(x)$ — площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, в котором x — это его возрастающая диагональ, а основанием является квадрат со стороной 1.

Тест 292. Площадь

МОНОТОННОСТЬ

При возрастании x увеличивается $S(x)$.

- 1 В равнобедренном треугольнике две стороны равны 1, третья сторона равна x , а $S(x)$ — площадь треугольника.
- 2 В окружности угол между хордой и радиусом, проведённым в её конец, равен x , а $S(x)$ — площадь треугольника, ограниченного этой хордой и двумя радиусами, проведёнными в её концы.
- 3 В прямоугольнике x — это его периметр, а $S(x)$ — площадь прямоугольника.
- 4 Два круга радиусами x имеют общую часть, расстояние между их центрами равно 1, а $S(x)$ — площадь их общей части.
- 5 В конусе с образующей поверхности, равной 1, $S(x)$ — площадь треугольника, две стороны которого находятся на боковой поверхности конуса, а третья сторона является хордой основания длиной x .

Тест 293. Объём

МНОГОГРАННИКА

Уменьшается объём:

- 1 куба, если уменьшается его диагональ;
- 2 прямоугольного параллелепипеда, если его основание постоянно, а площадь его поверхности уменьшается;
- 3 правильной треугольной призмы, у которой все рёбра равны, если уменьшается её высота;
- 4 правильного тетраэдра, у которого уменьшается его высота;
- 5 правильной треугольной пирамиды, у которой в вершине сходятся три прямых угла, если уменьшается ребро основания.

Тест 294. Объём

СРАВНЕНИЕ

Эти объёмы могут быть равны:

- 1 объёмы двух частей полушара, на которые он разбит плоскостью, проходящей параллельно его большому кругу;
- 2 объёмы двух частей цилиндра, на которые он разбит плоскостью, проходящей не параллельно его основанию и осевому сечению;
- 3 объёмы двух частей конуса, на которые он разбит плоскостью, проходящей параллельно его основанию;
- 4 объёмы двух частей куба, на которые он разбит плоскостью, проходящей через его диагональ;

- 5 объёмы двух частей правильной четырёхугольной пирамиды, на которые она разбита плоскостью, проходящей через её ребро основания.

Тест 295. Монотонность величины

Зависимость величины y от величины x является монотонной, если:

- 1 y — это катет прямоугольного треугольника, в котором другой катет равен 1, а x — это медиана этого треугольника, проведённая на гипотенузу;
- 2 y — это площадь треугольника, у которого одна сторона равна 1, другая сторона равна x , а угол между этими сторонами постоянен;
- 3 y — это периметр прямоугольника, у которого одна сторона равна 1, а x — его диагональ;
- 4 y — это периметр меньшего сегмента круга радиуса 1, x — это расстояние от центра круга до середины хорды этого сегмента;
- 5 y — это площадь прямоугольника $KLMN$, вписанного в равносторонний треугольник ABC ($KN \subset AC$, $L \in AB$), $x = BL$.

Тест 296. Монотонность величины

При увеличении угла α растёт:

- 1 периметр равнобедренного треугольника с углом α при вершине, у которого боковая сторона равна 1;
- 2 длина суммы или разности единичных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между которыми равен α ;
- 3 скалярное произведение единичных векторов $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$, если угол α — это угол ABC в равнобедренном треугольнике ABC ;
- 4 отношение меньшей дуги окружности к большей, если к окружности радиуса 1 из одной и той же точки проведены две касательные, угол между которыми равен α ;
- 5 объём правильной треугольной пирамиды, у которой боковые рёбра равны 1, угол между боковыми рёбрами равен α .

Тест 297. Обобщающий

- 1 При движении точки B по полуокружности с диаметром AC от точки A к точке C площадь треугольника ABC увеличивается.
- 2 При движении точки K по стороне AC равностороннего треугольника ABC от точки A к точке C вписанный в него прямоугольник $KLMN$ (точки K и N лежат на его стороне AC) может стать квадратом.

- 3 При движении окружности внутри равнобокой трапеции $ABCD$ с боковыми сторонами AD и BC , равными 2, и основаниями 1 и 3 так, что она касается двух её сторон AD и AB , может оказаться, что она касается всех её сторон.
- 4 При движении точек K и L по сторонам CD и BC соответственно квадрата $ABCD$, причём всё время $BL = CK$, прямые AL и BK будут взаимно перпендикулярны.
- 5 При движении точки X по ребру AD по направлению от точки A к точке D правильного тетраэдра $ABCD$ может оказаться, что объёмы тетраэдров $XABC$ и $XDBC$ равны.

Тест 298. Фигуры вращения

площади и объёмы

- 1 Равны площади боковых поверхностей двух цилиндров, полученных вращением одного и того же прямоугольника вокруг его неравных сторон.
- 2 Не равны площади боковых поверхностей двух конусов, полученных вращением одного и того же прямоугольного треугольника вокруг двух его катетов.
- 3 Если прямоугольник вращать вокруг двух его неравных сторон, то меньшей его стороне будет соответствовать больший объём полученного цилиндра.
- 4 Площадью поверхности шара в полтора раза больше площади поверхности полушара данного шара.
- 5 Площадь сферы пропорциональна объёму ограниченного ею шара.

Тест 299. Преобразование плоской фигуры

Соответствие является преобразованием фигуры M в фигуру N , если:

- 1 каждая точка фигуры N является образом хотя бы одной точки фигуры M ;
- 2 каждой точке фигуры M соответствует хотя бы одна точка фигуры N ;
- 3 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $\left(2x; \frac{y}{2}\right)$;
- 4 M и N — вся плоскость без начала координат и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $\left(\frac{1}{x}; \frac{1}{y}\right)$;
- 5 M — полуокружность с центром в точке O . К ней в её середине проведена касательная — прямая p . Прямая p — это фигура N . Из точки O проводится луч, пересекающий прямую p . $Y = f(X)$, где X — точка на полуокружности, а Y — точка на прямой p .

Тест 300. Взаимно-однозначное преобразование плоской фигуры

Преобразование f фигуры M в фигуру N является взаимно-однозначным, если:

- 1 M — отрезок, f — параллельное проектирование, а N — это прямая, на которую производится проектирование;
- 2 M — круг, f — ортогональное проектирование, а N — это прямая, на которую производится проектирование;
- 3 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(x + y; x - y)$;
- 4 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(xy; x + y)$;
- 5 M и N — вся плоскость, в которой точка O фиксирована, и каждой точке X луча с началом в O соответствует такая точка Y этого же луча, что $OY^2 = OX$.

Тест 301. Движение на плоскости

Преобразование f фигуры M является движением, если:

- 1 точкам A, B фигуры M соответствуют такие точки C, D плоскости, что $AC = BD$;
- 2 дан угол AOB , фигура M — это сторона OA этого угла и каждой точке X стороны OA поставлена в соответствие точка Y следующим образом: из точки X проводится перпендикуляр к стороне OA до пересечения в точке Z с биссектрисой данного угла, а затем из точки Z проводится перпендикуляр ZY к этой биссектрисе, причём точка Y лежит на стороне OB ;
- 3 M и N — диагонали данного квадрата;
- 4 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(x + y; x - y)$;
- 5 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(y + 1; 1 - x)$.

Тест 302. Равенство фигур

Фигуры M и N равны, если:

- 1 M и N — квадраты, вписанные в данную окружность;
- 2 фигура N получена из фигуры M композицией двух гомотетий с коэффициентами соответственно k и $\frac{1}{k}$;
- 3 фигура M — это отрезок PQ на стороне OA угла AOB , равного 45° . Фигура N — отрезок ST на этой же стороне угла. При этом точка Y отрезка ST получается из точки X отрезка PQ следующим образом: из точки X проводится перпендикуляр XZ к стороне OA до пересечения в точке Z со стороной OB , а затем из точки Z проводится

перпендикуляр ZY к стороне OB до пересечения со стороной OA ;

- фигура M — дуга окружности радиуса 1 величиной 90° , фигура N — дуга окружности радиуса 2 величиной 45° ;
- M и N — два параллельных сечения шара.

Тест 303. Равенство фигур

Эти фигуры равны:

- два сегмента одного и того же круга, меньшие полукруга, у которых равны хорды, отсекающие эти сегменты от круга;
- два равных равносторонних треугольника ABC и $A_1B_1C_1$ вместе с двумя равными окружностями, радиусами в половину стороны треугольника, в одном из них эта окружность имеет центр в вершине A , а в другом из них она имеет центр в вершине B_1 ;
- два равных квадрата $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ вместе с двумя равными окружностями, радиусами в половину стороны квадрата, в одном из них эта окружность имеет центр в середине стороны AB , а в другом из них она имеет центр в середине стороны B_1C_1 ;
- две равнобокие трапеции, у которых соответственно равны основания и бока, при этом большее основание каждой трапеции лежит на одной прямой с меньшим основанием другой трапеции, а сами трапеции не имеют общих точек;
- части двух равных кубов $ABCD A_1B_1C_1D_1$ и $KLMN K_1L_1M_1N_1$, при этом часть первого куба получена после проведения сечения AB_1C_1D , а часть второго куба получена после проведения сечения K_1L_1MN .

Тест 304. Параллельный перенос (сдвиг)

Существует сдвиг, такой, что образом фигуры M является фигура N , если:

- M — это окружность, вписанная в квадрат со стороной 2, N — окружность, описанная около квадрата со стороной $\sqrt{2}$;
- M — это парабола с вершиной в точке $(1; 1)$ и нулём в точке $(-1; 0)$, а N — парабола с вершиной в точке $(-1; 1)$ и нулём в точке $(-2; 0)$;
- M — это равносторонний треугольник со стороной 1, N — другой равносторонний треугольник со стороной 1, при этом у данных треугольников есть пара параллельных сторон;
- M — это угол, N — другой угол, при этом стороны этих углов соответственно параллельны;

- 5 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(x + 1; y - x)$.

Тест 305. Параллельный перенос

ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ СДВИГ ВДОЛЬ ОТ АБСЦИСС

- 1 Графики двух линейных функций (не констант) совмещаются горизонтальным сдвигом.
- 2 Существует горизонтальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.
- 3 Существует горизонтальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + y^2 \geq 1$.
- 4 Существует горизонтальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $|x| \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $4 \leq x \leq 5$.
- 5 В результате сдвига на вектор $(1; 0)$ фигура, уравнение которой $xy = 1$, переходит в фигуру, уравнение которой $(x + 1)y = 1$.

Тест 306. Параллельный перенос

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ СДВИГ ВДОЛЬ ОТ ОРДИНАТ

- 1 Графики двух линейных функций, имеющих одинаковый угловой коэффициент, совмещаются вертикальным сдвигом.
- 2 Существует вертикальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.
- 3 Существует вертикальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $x^2 + (y - 1)^2 \geq 1$.
- 4 Существует вертикальный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $|y| \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $4 \leq y \leq 5$.
- 5 В результате сдвига на вектор $(0; 1)$ фигура, уравнение которой $xy = 1$, переходит в фигуру, уравнение которой $x(y + 1) = 1$.

Тест 307. Параллельный перенос

НАКЛОННЫЙ СДВИГ В ПРОИЗВОЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

- 1 Графики двух квадратичных функций с одинаковым старшим коэффициентом совмещаются наклонным сдвигом.
- 2 Существует наклонный сдвиг, в результате которого фигура, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 1$, переходит в фигуру, заданную уравнением $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$.

- 3 Существует наклонный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + y \leq 1$.
- 4 Существует наклонный сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $|x| \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $|y| \leq 1$.
- 5 В результате сдвига на вектор $(1; -1)$ фигура, уравнение которой $xy = 1$, переходит в фигуру, уравнение которой $(x + 1)(y - 1) = 1$.

Тест 308. Параллельный перенос

в координатном виде

- 1 График функции $y = \text{const}$ самосовмещается в результате сдвига на вектор, параллельный оси x .
- 2 В результате сдвига на вектор $(0; -2)$ фигура, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 1$, переходит в фигуру, заданную уравнением $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$.
- 3 В результате сдвига на вектор $(-1; -1)$ фигура, заданная неравенством $y \leq -x$, самосовмещается.
- 4 Существует сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $|x| > 3$, переходит в фигуру, заданную неравенством $|x| > 5$.
- 5 В результате двух сдвигов точка $(x; y)$ может перейти в точку $(-x; -y)$.

Тест 309. Поворот

Существует поворот, такой, что образом фигуры M является фигура N , если:

- 1 M — круг без точки на его окружности, N — тот же круг без другой точки на его окружности;
- 2 M — фигура, уравнение которой $y = x^2$, а N — фигура, уравнение которой $x = y^2$;
- 3 M и N — два квадрата, вписанные в одну и ту же окружность;
- 4 M и N — два равных равносторонних треугольника с общим центром;
- 5 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(y; x)$.

Тест 310. Центральная симметрия

Фигура имеет центр симметрии, если эта фигура:

- 1 отрезок;
- 2 прямая;
- 3 круг без центра;
- 4 сфера без большой окружности;

- 5 куб, из которого вырезали маленький куб с тем же центром.

Тест 311. Центральная симметрия

Существует центральная симметрия, такая, что образом фигуры M является фигура N , если:

- 1 M — это окружность с вписанным в неё равносторонним треугольником, N — та же фигура, что и M ;
- 2 M — это фигура, уравнение которой $y = x^2 + x$, а N — фигура, уравнение которой $y = -x^2 - x$;
- 3 M — это объединение двух равных центрально-симметричных фигур, N — та же фигура, что и M ;
- 4 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(2 - x; -y)$;
- 5 M — это некоторая ломаная из двух взаимно перпендикулярных звеньев, каждое из которых имеет длину 1, N — другая такая же ломаная; звенья второй ломаной соответственно параллельны звеньям первой ломаной.

Тест 312. Центральная симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО НАЧАЛА КООРДИНАТ

- 1 Если в результате движения координаты каждой точки плоскости изменились на противоположные, то такое движение плоскости является центральной симметрией относительно начала координат.
- 2 Функция является нечётной тогда и только тогда, когда её график центрально-симметричен.
- 3 В результате симметрии относительно начала координат фигура, заданная уравнением $xy = 5$, переходит в фигуру, заданную уравнением $xy = -5$.
- 4 В результате симметрии относительно начала координат фигура, заданная неравенством $y \leq 1 - x$, переходит в фигуру, заданную неравенством $x \geq y - 1$.
- 5 Данная фигура в результате центральной симметрии относительно начала координат перешла в фигуру, уравнение которой $|x| = |y|$. Тогда уравнение $x^2 = y^2$ определяет данную фигуру.

Тест 313. Центральная симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ НА ОСИ АБСЦИСС

- 1 В результате центральной симметрии относительно точки $(-1; 0)$ точка $(0; 1)$ переходит в точку $(-2; -1)$.
- 2 Фигура, заданная уравнением $y = x + 1$, симметрична (фигуре, уравнение которой $y = x - 3$, относительно точки $(1; 0)$.

- 3 Существует центральная симметрия относительно точки, лежащей на оси x , в результате которой фигура, уравнение которой $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$, переходит в фигуру, уравнение которой $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$.
- 4 Если фигура F_1 переходит в фигуру F_2 в результате центральной симметрии относительно точки $(1; 0)$, то фигура F_2 переходит в фигуру F_1 в результате центральной симметрии относительно точки $(-1; 0)$.
- 5 Существует фигура, которая переходит в себя и в результате центральной симметрии относительно точки $(1; 0)$, и в результате переноса на вектор $(1; 0)$.

Тест 314. Центральная симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ НА ОСИ ОРДИНАТ

- 1 В результате центральной симметрии относительно точки $(0; -1)$ точка $(-1; 0)$ переходит в точку $(1; -2)$.
- 2 Фигура, заданная условием $y \geq -x - 1$, центрально-симметрична фигуре, заданной условием $y \leq -x - 5$, относительно точки $(0; -3)$.
- 3 Существует центральная симметрия относительно точки, лежащей на оси y , в результате которой фигура, заданная условием $1 \leq y \leq 2$, переходит в фигуру, заданную условием $-5 \leq y \leq -4$.
- 4 Если фигура F_1 переходит в фигуру F_2 в результате центральной симметрии относительно точки $(0; 1)$, а фигура F_2 переходит в фигуру F_3 в результате центральной симметрии относительно точки $(0; 2)$, то фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате центральной симметрии относительно точки $(0; 3)$.
- 5 Существует фигура, которая самосовмещается и в результате центральной симметрии относительно точки $(0; 1)$, и в результате сдвига на вектор $(0; -1)$.

Тест 315. Центральная симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ

- 1 В результате центральной симметрии относительно точки $(1; 1)$ точка $(-5; 0)$ переходит в точку $(7; 2)$.
- 2 Фигура, заданная условием $x \geq 3$, центрально-симметрична фигуре, заданной условием $x \leq -5$, относительно точки $(-1; 2)$.
- 3 Существует центральная симметрия, в результате которой фигура, заданная условием $y \leq -10$, переходит в фигуру, заданную условием $y \leq 8$.
- 4 Если фигура F_1 переходит в фигуру F_2 в результате центральной симметрии относительно точки $(-1; -1)$, а фигура F_2 переходит в фигуру F_3 в результате центральной

симметрии относительно точки $(1; 1)$, то фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате центральной симметрии относительно точки $(0; 0)$.

- 5 Существует центральная симметрия, в результате которой парабола с вершиной в точке $(-5; 5)$, проходящая через точку $(0; 30)$, переходит в параболу с вершиной в точке $(-5; -5)$, проходящую через точку $(0; 20)$.

Тест 316. Центральная симметрия

относительно произвольной точки

- 1 Объединение графиков двух линейных функций является центрально-симметричной фигурой.
- 2 Фигура, заданная условием $x - y = 0$, в результате центральной симметрии относительно точки $(a; a)$ переходит в себя.
- 3 В результате центральной симметрии относительно точки $(1; 0)$ фигура, заданная условием $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную условием $(x - 2)^2 + y^2 \leq 1$.
- 4 В результате центральной симметрии относительно точки $(0; -1)$ фигура, заданная условием $|x| + |y| = 1$, переходит в фигуру, заданную условием $|x| + |y + 2| = 1$.
- 5 В результате центральной симметрии относительно точки $(-1; -1)$ фигура, заданная условием $x - y + 2 \geq 0$, переходит в фигуру, заданную условием $x - y + 2 \leq 0$.

Тест 317. Осевая симметрия

Фигура имеет ось симметрии, если эта фигура:

- 1 угол;
- 2 дуга окружности;
- 3 полуплоскость;
- 4 объединение двух равных квадратов, пересечением которых является их общая вершина;
- 5 шар.

Тест 318. Осевая симметрия

Один из данных треугольников имеет одну ось симметрии, а другой не имеет осей симметрии. Тогда:

- 1 эти треугольники не равны;
- 2 их пересечение не может иметь ось симметрии;
- 3 их объединение не может иметь ось симметрии;
- 4 симметричный треугольник можно разбить отрезком на части, имеющие оси симметрии;
- 5 никакой несимметричный треугольник нельзя разбить отрезком на части, имеющие оси симметрии.

Тест 319. Осевая симметрия

Существует осевая симметрия, такая, что образом фигуры M является фигура N , если:

- 1 M — фигура на координатной плоскости, которая задаётся условием $xy \geq 0$, а N — фигура на координатной плоскости, которая задаётся условием $xy \leq 0$;
- 2 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(x; -y - 1)$;
- 3 M — объединение двух кругов, N — та же фигура, что и M ;
- 4 N — образ фигуры M в результате композиции двух осевых симметрий относительно различных прямых;
- 5 M — некоторая ломаная из двух взаимно перпендикулярных звеньев, каждое из которых имеет длину 1, N — другая такая же ломаная, имеющая с первой ломаной общее начало; звенья второй ломаной соответственно перпендикулярны звеньям первой ломаной.

Тест 320. Осевая симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ АБСЦИСС

- 1 В результате симметрии относительно оси x фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$.
- 2 После того как фигуру, заданную неравенством $xy < 1$, отразили относительно оси абсцисс, полученная фигура стала задаваться неравенством $xy > 1$.
- 3 В результате симметрии относительно оси x из фигуры, которая задаётся неравенством $x - y > 1$, получилась фигура, которая задаётся неравенством $x - y < 1$.
- 4 В результате симметрии относительно оси x из данной фигуры получена фигура, уравнение которой $|x| + |y| = 1$. Уравнение данной фигуры было такое: $|x| + |y| = 1$.
- 5 В результате симметрии относительно оси x из данной фигуры получена фигура, которая задаётся неравенством $x^2 + y < 0$. Неравенством, которое задавало данную фигуру, было такое: $x^2 - y > 0$.

Тест 321. Осевая симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ ОРДИНАТ

- 1 В результате симметрии относительно оси y фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \geq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $x^2 + y^2 \geq 1$.
- 2 После того как фигуру, заданную неравенством $xy > 1$, отразили относительно оси ординат, полученная фигура стала задаваться неравенством: $xy < 1$.

- 3 В результате симметрии относительно оси y фигуры, которая задаётся неравенством $x - y < 1$, получилась фигура, которая задаётся неравенством $x - y > 1$.
- 4 В результате симметрии относительно оси y из данной фигуры получена фигура, уравнение которой $|x| - |y| = 1$. Уравнение данной фигуры было такое: $|x| - |y| = 1$.
- 5 В результате симметрии относительно оси y из данной фигуры получена фигура, которая задаётся неравенством $x + y > 0$. Неравенством, которое задавало данную фигуру, было такое: $x - y < 0$.

Тест 322. Осевая симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ ОРДИНАТ

- 1 В результате симметрии относительно прямой $x = 1$ точка $(-5; 2)$ переходит в точку $(5; 2)$.
- 2 После того как фигуру, уравнение которой $x - y = 0$, отразили относительно прямой $x = -1$, получилась фигура, уравнение которой $x + y + 2 = 0$.
- 3 Результатом симметрии фигуры, которая задаётся уравнением $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = a^2$, относительно прямой $x = 1$ является она сама.
- 4 В результате симметрии относительно прямой $x = 1$ из фигуры, заданной неравенством $xy \geq 0$, получается фигура, заданная неравенством $xy \leq 2$.
- 5 В результате последовательного выполнения двух симметрий относительно прямых, уравнения которых $x = 1$ и $x = -1$, получается симметрия относительно прямой $x = 0$.

Тест 323. Осевая симметрия

ОТНОСИТЕЛЬНО ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ АБСЦИСС

- 1 В результате симметрии относительно прямой $y = 1$ точка $(1; -1)$ переходит в точку $(1; 3)$.
- 2 После того как фигуру, уравнение которой $x - y = 0$, отразили относительно прямой $y = -1$, получилась фигура, уравнение которой $x + y + 2 = 0$.
- 3 Результатом симметрии фигуры, которая задаётся уравнением $|x| + |y - 1| = 1$, относительно прямой $y = 1$ является она сама.
- 4 В результате симметрии относительно прямой $y = -1$ из фигуры, заданной неравенством $xy \geq 0$, получается фигура, заданная неравенством $xy \leq 2$.
- 5 В результате последовательного выполнения двух симметрий относительно прямых, уравнения которых $y = 1$ и $y = -1$, получается симметрия относительно прямой $y = 0$.

Тест 324. Осевая симметрия

В КООРДИНАТНОМ ВИДЕ

Это утверждение верно:

- 1 в результате каждой из двух симметрий относительно координатных осей фигура, которая задаётся неравенством $1 \leq x^2 \leq 2$, самосовмещается;
- 2 существует точка, которая в результате двух последовательных отражений относительно прямых $x = a$ и $y = b$ возвращается на прежнее место;
- 3 фигура F_1 получена из фигуры F в результате последовательного выполнения двух отражений — сначала относительно прямой $x = 1$, а затем относительно прямой $y = 1$. Фигура F_2 получена из фигуры F в результате последовательного выполнения двух отражений — сначала относительно прямой $y = 1$, а затем относительно прямой $x = 1$. Тогда фигуры F_1 и F_2 совпадают;
- 4 в результате последовательного выполнения отражения относительно оси x и затем сдвига на вектор $(1; 0)$ окружность, заданная уравнением $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$, переходит в окружность, заданную уравнением $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$;
- 5 в результате последовательного выполнения сдвига на вектор $(-1; 0)$, а затем отражения относительно оси x окружность, заданная уравнением $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$, переходит в окружность, заданную уравнением $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Тест 325. Движение

Существует преобразование f , такое, что $f(M) = N$, если:

- 1 $M = \{(x; y): x^2 - y = 0\}$, $N = \{(x; y): y^2 - x = 0\}$, f — поворот;
- 2 $M = \{(x; y): x^2 + y = 0\}$, $N = \{(x; y): y^2 + x = 0\}$, f — осевая симметрия;
- 3 $M = \{(x; y): y = \frac{1}{x}\}$, $N = \{(x; y): y = -\frac{1}{x}\}$, f — центральная симметрия;
- 4 $M = \{(x; y): y = \sqrt{x - 1}\}$, $N = \{(x; y): y = \sqrt{x + 1}\}$, f — сдвиг;
- 5 M — одна ветка гиперболы $y = -\frac{1}{x}$, N — другая ветка гиперболы $y = -\frac{1}{x}$, f — скользящее отражение.

Тест 326. Симметричные фигуры

Фигура M является симметричной, если:

- 1 M является пересечением двух симметричных фигур;
- 2 M — это фигура на координатной плоскости, которая задаётся условием $|x + 1| + |y - 1| \leq 1$;

- 3 M — это ортогональная проекция на данную прямую симметричной фигуры;
- 4 M — это фигура на координатной плоскости, которая задаётся условием $(x + 1)(y - 1) > 0$;
- 5 M — это объединение двух углов, пересечением которых является их общая вершина и биссектрисы которых лежат на одной прямой.

Тест 327. Группа симметрии фигуры

Группа симметрии фигуры M насчитывает не менее пяти элементов симметрии, если:

- 1 M — это окружность без четырёх точек, являющихся концами двух взаимно перпендикулярных диаметров;
- 2 фигура M задаётся условием $|y| \leq \frac{1}{|x|}$;
- 3 M — объединение двух равных квадратов с общим центром;
- 4 фигура M — правильный шестиугольник без двух его соседних вершин;
- 5 фигура M переходит в себя в результате осевой симметрии и в результате поворота.

Тест 328. Элементы симметрии

Эта фигура имеет не меньше двух элементов симметрии, если она:

- 1 равносторонний треугольник, в котором проведена медиана;
- 2 прямоугольник, в котором проведена диагональ;
- 3 окружность, в которой проведён диаметр;
- 4 квадрат, в котором проведена средняя линия;
- 5 сфера без двух своих точек.

Тест 329. Зеркальная симметрия

Фигура обладает зеркальной симметрией, если эта фигура:

- 1 двугранный угол;
- 2 прямой круговой цилиндр;
- 3 объединение двух равных кубов, имеющих пересечением общую грань;
- 4 пересечение двух полусфер данной сферы;
- 5 четверть шара, полученная в результате проведения в нём двух взаимно перпендикулярных сечений, проходящих через его центр.

Тест 330. Зеркальная симметрия

Имеются две сферы. Тогда:

- 1 их пересечение является зеркально-симметричной фигурой;
- 2 их объединение является зеркально-симметричной фигурой;
- 3 если они равны, то есть бесконечное множество зеркальных симметрий, которые одну из этих сфер переводят в другую;
- 4 найдётся такая плоскость, которая каждую из них разбивает на две полусферы;
- 5 если они равны и имеют одну общую точку, то одна из них может быть образом другой не только в результате зеркальной симметрии.

Тест 331. Подобное преобразование

Преобразование фигуры M в фигуру N является подобием, если:

- 1 M и N — вся плоскость и точке с координатами $(x; y)$ соответствует точка с координатами $(x^2; y^2)$;
- 2 M — это круг, N — это другой круг;
- 3 фигура N получена из фигуры M композицией подобия и движения;
- 4 для любых двух точек X, Y фигуры M соответствующие две точки X_1, Y_1 фигуры N таковы, что $\overrightarrow{X_1Y_1} = -2\overrightarrow{XY}$;
- 5 фигура M — это отрезок PQ на стороне OA угла AOB . Фигура N — отрезок ST на стороне OB этого угла. При этом точка Y отрезка ST получается из точки X отрезка PQ следующим образом: из точки X проводится перпендикуляр XZ к стороне OA до пересечения в точке Z с биссектрисой угла AOB , а затем из точки Z проводится перпендикуляр ZY к этой биссектрисе до пересечения со стороной OB .

Тест 332. Подобие

Фигуры M и N подобны, если:

- 1 M — это ромб с углом 60° , N — это ромб с углом 120° ;
- 2 M — это фигура, уравнение которой $y = x^2$, а N — это фигура, уравнение которой $y = 2x^2 + x + 1$;
- 3 M — это равнобедренный треугольник, у которого есть угол 40° , N — это равнобедренный треугольник, у которого есть угол 70° ;
- 4 M — это четверть одной окружности, N — это треть другой окружности;
- 5 M — это круг, N — это другой круг.

Тест 333. Подобие треугольников

- 1 Если два треугольника подобны, то их соответственные медианы пересекаются под равными углами.
- 2 Треугольники подобны, если отношение их двух сторон равно отношению высот, проведённых к этим сторонам.
- 3 Существует трапеция, которую можно разбить на два подобных треугольника.
- 4 Есть такие два подобных треугольника, из которых можно составить треугольник, подобный им.
- 5 Два треугольника подобны тогда и только тогда, когда их площади относятся как квадраты их периметров.

Тест 334. Подобие треугольников

Треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны, если:

- 1 $\angle A_1 = \angle A_2$, $\angle B_1 = \angle B_2$;
- 2 $\frac{a_1}{b_2} = \frac{b_1}{c_2} = \frac{c_1}{a_2}$;
- 3 $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, $B_1C_1 \parallel B_2C_2$, $A_1C_1 \parallel A_2C_2$;
- 4 они являются параллельными треугольными сечениями правильного тетраэдра;
- 5 они являются сечениями куба и перпендикулярны одной и той же диагонали куба.

Тест 335. Подобие треугольников

Два треугольника подобны, если:

- 1 оба они прямоугольные, катеты одного из них 1 и $\sqrt{3}$, а один из углов другого равен 30° ;
- 2 один треугольник имеет углы 10° и 150° , другой треугольник имеет углы 10° и 20° ;
- 3 две стороны и медиана к третьей стороне одного треугольника пропорциональны соответствующим двум сторонам и медиане другого треугольника;
- 4 один из них прямоугольный и вписан в окружность радиуса 1, другой из них прямоугольный и вписан в окружность радиуса 2;
- 5 для каждого угла первого треугольника есть равный ему угол во втором треугольнике, и наоборот.

Тест 336. Подобие треугольников

- 1 Если в прямоугольном треугольнике провести высоту на гипотенузу, то образуется три пары подобных треугольников.

- 2 Если из точки внутри стороны треугольника провести две хорды треугольника, соответственно параллельные двум другим его сторонам, то образуется три пары подобных треугольников.
- 3 Существует такая трапеция, в которой в результате проведения её диагоналей образуется не одна пара подобных треугольников.
- 4 Существует такой равнобедренный треугольник, в котором, проведя хорду из его вершины, получаем одну пару подобных (но не равных) треугольников.
- 5 В любом треугольнике можно провести хорду из вершины так, что образуется хотя бы одна пара подобных треугольников.

Тест 337. Вертикальный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(0; 1)$ график функции $y = x$ переходит в график функции $y = x + 1$.
- 2 В результате сдвига на вектор $(0; -1)$ график функции $y = -x$ переходит в график функции $y = -(x + 1)$.
- 3 После того как график уравнения $x^4 + y^4 = 1$ подняли вверх на 1, полученная фигура стала иметь такое уравнение: $x^4 + y^4 = 2$.
- 4 В результате смещения вниз на 1 графика неравенства $x + y > 1$ получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y > 0$.
- 5 Для того чтобы из графика уравнения $x = \sqrt{y}$ получить график уравнения $y = x^2 + 1$ при $x \geq 0$, достаточно первый график сдвинуть на вектор $(0; 1)$.

Тест 338. Вертикальный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(0; -1)$ из данного графика функции получен график функции $y = x + 1$. Данной функцией была функция $y = x$.
- 2 В результате сдвига на вектор $(0; -1)$ из данного графика функции получен график функции $y = -x - 1$. Данной функцией была функция $y = -x$.
- 3 В результате смещения вверх на 1 из графика данного уравнения получен график уравнения $|x + y| = 1$. Данным уравнением было такое: $|x + y| = 0$.
- 4 В результате опускания на 1 из графика данного неравенства получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y < 0$. Данным неравенством было такое: $x + y > 1$.
- 5 Для того чтобы получить график функции $y = x^2$ сдвигом на вектор $(0; 1)$, достаточно в качестве исходного графика взять график уравнения $|x| = \sqrt{y + 1}$.

Тест 339. Вертикальный сдвиг

Существует вертикальный сдвиг, в результате которого:

- 1 фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$;
- 2 график функции $y = \frac{x-1}{x}$ переходит в график функции $y = \frac{2x-1}{x}$;
- 3 кривая, заданная уравнением $y = \frac{1}{x^2+1}$, перейдёт в кривую, заданную уравнением $y = \frac{-x^2}{x^2+1}$;
- 4 график неравенства $y > |x|$ переходит в график неравенства $y > |x - 1|$;
- 5 график уравнения $x = \sqrt{y+1}$ переходит в график уравнения $x = \sqrt{y-1}$.

Тест 340. Вертикальный сдвиг

- 1 Существует такая функция, имеющая единственный нуль, что в результате любого сдвига вдоль оси y она имеет единственный нуль.
- 2 Если функция не имеет нулей, то в результате любого сдвига вдоль оси y она не будет иметь нулей.
- 3 Если две линейные функции имеют один и тот же угловой коэффициент, то их графики совмещаются вертикальным сдвигом.
- 4 Если уравнения двух квадратичных функций отличаются только свободным членом, то их графики можно совместить сдвигом вдоль оси y .
- 5 Если функция возрастает на некотором промежутке, то при любом её сдвиге вдоль оси y она будет возрастать на том же промежутке.

Тест 341. Вертикальный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Уравнение $x^2 = x^{\frac{1}{2}} + 1$ имеет решение.
- 2 Решения уравнения $|x| = 1 - x$ больше 1.
- 3 Система неравенств $y > x^2 + 1$, $x > y^2 + 1$ имеет решение.
- 4 Система уравнений $x^2 + y = 31$, $x + y^2 = 41$ имеет четыре решения.
- 5 Решением неравенства $\sqrt{x} \leq 2 - x$ является промежуток $[0; 1]$.

Тест 342. Вертикальный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Существует такое значение параметра a , при котором система уравнений $y = x^2$, $y = x^{\frac{1}{2}} + a$ имеет больше двух решений.
- 2 Система неравенств $y > x^2 + a$, $x > y^2 + a$ имеет решение при любых значениях a .
- 3 Уравнение $\frac{1}{x} = x + a$ имеет два решения при любом значении параметра.
- 4 Решением неравенства $\sqrt{x} \leq a - x$ может быть промежуток $[1; 2]$.
- 5 Система $x + y = 1$, $x + 2y > a$ может иметь решение в третьей четверти.

Тест 343. Горизонтальный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(1; 0)$ график функции $y = x$ переходит в график функции $y = x + 1$.
- 2 В результате сдвига на вектор $(-1; 0)$ график функции $y = -x$ переходит в график функции $y = -x - 1$.
- 3 После того как график уравнения $x^4 + y^4 = 1$ сместили вправо на 1, полученная фигура стала иметь такое уравнение: $(x + 1)^4 + y^4 = 1$.
- 4 В результате смещения влево на 1 графика неравенства $x + y > 1$ получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y > 0$.
- 5 Для того чтобы из графика уравнения $x = \sqrt{y}$ получить график уравнения $y = (x + 1)^2$ при $x \geq 0$, достаточно первый график перенести на вектор $(-1; 0)$.

Тест 344. Горизонтальный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(-1; 0)$ из данного графика функции получен график функции $y = x$. Данной функцией была функция $y = x - 1$.
- 2 В результате сдвига на вектор $(-1; 0)$ из данного графика функции получен график функции $y = -x$. Данной функцией была функция $y = -x - 1$.
- 3 В результате смещения влево на 1 из графика данного уравнения получен график уравнения $|x + y| = 1$. Данным уравнением было такое: $|x + y - 1| = 1$.
- 4 В результате смещения вправо на 1 из графика данного неравенства получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y < 0$. Данным неравенством было такое: $x + y > -1$.

- 5 Для того чтобы получить график функции $y = \frac{1}{x}$ сдвигом на вектор $(1; 0)$, достаточно в качестве исходного графика взять график функции $y = \frac{1}{x+1}$.

Тест 345. Горизонтальный сдвиг

Существует горизонтальный сдвиг, в результате которого:

- 1 фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1$;
- 2 график функции $y = \frac{1}{x-1}$ переходит в график функции $y = \frac{1}{x+1}$;
- 3 кривая, заданная уравнением $y = \frac{1}{x^2-1}$, перейдёт в кривую, заданную уравнением $y = \frac{1}{x^2+2x}$;
- 4 график функции $y = \sqrt{-x}$ переходит в график функции $y = \sqrt{-x-1}$;
- 5 график уравнения $x = \sqrt{y} + 1$ переходит в график уравнения $x = \sqrt{y} - 1$.

Тест 346. Горизонтальный сдвиг

- 1 Существует такая функция, заданная на множестве действительных чисел, имеющая единственный нуль, что в результате любого горизонтального сдвига она имеет единственный нуль.
- 2 Если функция, заданная на множестве действительных чисел, не имеет нулей, то после горизонтального сдвига её графика мы получим функцию, которая не имеет нулей.
- 3 Если две линейные функции имеют различные угловые коэффициенты, то их графики не совмещаются горизонтальным сдвигом.
- 4 Если уравнения двух квадратичных функций отличаются только вторым коэффициентом, то их графики можно совместить горизонтальным сдвигом.
- 5 Есть такая функция, заданная на множестве действительных чисел, которая возрастает на данном промежутке, причём найдётся горизонтальный сдвиг её графика, после которого она будет возрастать на том же промежутке.

Тест 347. Горизонтальный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Уравнение $x^4 = (x + 1)^{\frac{1}{2}}$ имеет решение.
- 2 Решение уравнения $|x - 5| = \frac{x}{100}$ больше 5.
- 3 Система неравенств $y > (x + 1)^2$, $x > (y + 1)^2$ имеет решение.
- 4 Система уравнений $(x + 1)y = 1$, $x(y + 1) = 1$ имеет четыре решения.
- 5 Решением неравенства $\sqrt{x + 1} \leq 1 - x$ является промежуток $[-1; 0]$.

Тест 348. Горизонтальный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Существует такое значение параметра a , при котором система уравнений $y = x^2$, $y = (x + a)^{\frac{1}{2}}$ имеет больше двух решений.
- 2 Система неравенств $y > (x + a)^2$, $x > (y + a)^2$ имеет решение при любых значениях a .
- 3 Уравнение $\frac{1}{x - a} = x$ имеет два решения при любом a .
- 4 Решением неравенства $\sqrt{x - a} \geq a$ может быть промежуток длиной 1.
- 5 Система уравнений $x + y = 1$, $y > (x - a)^2$ всегда имеет решение.

Тест 349. Наклонный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(1; 1)$ график функции $y = x$ переходит в график функции $y = x$.
- 2 В результате сдвига на вектор $(-1; -1)$ график функции $y = |x|$ переходит в график функции $y = |x - 1| - 1$.
- 3 После того как график уравнения $x^4 + y^4 = 1$ сместили вправо на 1 и вниз на 1, полученная фигура стала иметь такое уравнение: $(x + 1)^4 + (y - 1)^4 = 1$.
- 4 В результате смещения влево на 1 и вверх на 1 графика неравенства $x + y > 1$ получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y > 1$.
- 5 Для того чтобы из графика уравнения $x = \sqrt{y}$ получить график уравнения $y = (x + 1)^2$ при $x \geq 0$, достаточно первый график перенести на вектор $(-1; 1)$.

Тест 350. Наклонный сдвиг

- 1 В результате сдвига на вектор $(1; -1)$ из данного графика функции получен график функции $y = -x$. Данной функцией была функция $y = -x$.

- 2 В результате сдвига на вектор $(-1; 1)$ из данного графика функции получен график функции $y = x^2$. Данной функцией была функция $y = x^2 - 2x$.
- 3 В результате смещения влево на 1 и вниз на 1 из графика данного уравнения получен график уравнения $|x + y| = 1$. Данным уравнением было такое: $|x + y - 2| = 1$.
- 4 В результате смещения вправо на 1 и вверх на 1 из графика данного неравенства получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y < 0$. Данным неравенством было такое: $x + y < -2$.
- 5 Для того чтобы получить график функции $y = \frac{1}{x}$ сдвигом на вектор $(-1; -1)$, достаточно в качестве исходного графика взять график функции $y = \frac{2 - x}{x - 1}$.

Тест 351. Наклонный сдвиг

- 1 Существует сдвиг, в результате которого фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.
- 2 Существует сдвиг, в результате которого график функции $y = \frac{2}{x}$ переходит в график функции $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.
- 3 Существует сдвиг, в результате которого кривая, заданная уравнением $y = \frac{1}{x^2}$, перейдёт в кривую, заданную уравнением $y = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 - 2x + 1}$.
- 4 Существует больше одного сдвига, в результате которого график неравенства $y > 1$ переходит в график неравенства $y > 2$.
- 5 Существует сдвиг, в результате которого график уравнения $x = \sqrt{y} + 1$ переходит в график уравнения $x = 1 - \sqrt{y}$.

Тест 352. Наклонный сдвиг

- 1 Существует такая функция, заданная на множестве действительных чисел, имеющая единственный нуль, что в результате любого наклонного сдвига она имеет единственный нуль.

- 2 Если функция, заданная на множестве действительных чисел, имеет наибольшее значение, то после любого наклонного сдвига её графика мы получим функцию, которая имеет наибольшее значение.
- 3 Если два квадратных трёхчлена имеют один и тот же старший коэффициент, то их графики совмещаются наклонным сдвигом.
- 4 Не существует такой функции, заданной на множестве действительных чисел, которая положительна при любом наклонном сдвиге.
- 5 Если функция, заданная на множестве действительных чисел, имеет разные знаки, то не при любом её наклонном сдвиге она будет иметь разные знаки.

Тест 353. Наклонный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Уравнение $x^2 - 1 = (x + 1)^{\frac{1}{2}}$ имеет решение.
- 2 Решение уравнения $|10 - x| = x - 1000$ больше 1.
- 3 Система неравенств $y > (x + 1)^2$, $x > y^2 + 1$ имеет решение.
- 4 Система уравнений $(x - 1)(y + 1) = 1$, $(x + 1)(y - 1) = 1$ имеет четыре решения.
- 5 Решением неравенства $\sqrt{x + 1} \geq 1 - x^2$ является промежуток $[-1; 0]$.

Тест 354. Наклонный сдвиг

ПРИМЕНЕНИЕ

- 1 Существует такое значение параметра a , при котором система уравнений $y = x^3 + a$, $y = (x + a)^{\frac{1}{3}}$ имеет одно решение.
- 2 Система неравенств $y > x^2 + a$, $x > (y + a)^2$ имеет решение при любых значениях a .
- 3 Уравнение $\frac{1}{x - a} = x + a$ может иметь два решения.
- 4 Решением неравенства $\sqrt{x - a} \geq a + x^2$ может быть промежуток длиной 1.
- 5 Система $x + y = a$, $y > (x + a)^2$ всегда имеет решение.

Тест 355. Отражение в оси абсцисс

- 1 В результате отражения в оси x график функции $y = x$ переходит в график функции $y = -x$.
- 2 В результате отражения в оси x график функции $y = \frac{1}{x}$ переходит в график функции $y = -\frac{1}{x}$.

- 3 После того как график уравнения $x^4 + y^4 = 1$ отразили в оси абсцисс, полученная фигура стала иметь такое уравнение: $x^4 - y^4 = 1$.
- 4 В результате отражения в оси x графика неравенства $x - y > 1$ получилась фигура, которая задаётся неравенством $x - y < 1$.
- 5 Для того чтобы из графика уравнения $x = \sqrt{y}$ получить график уравнения $y = -x^2$ при $x \geq 0$, достаточно первый график отразить в оси x .

Тест 356. Отражение в оси абсцисс

- 1 В результате отражения в оси x из данного графика функции получен график функции $y = x$. Данной функцией была функция $y = -x$.
- 2 В результате отражения в оси x из данного графика функции получен график функции $y = \frac{1}{x}$. Данной функцией была функция $y = -\frac{1}{x}$.
- 3 В результате отражения в оси x из графика данного уравнения получен график уравнения $|x| + |y| = 1$. Данным уравнением было такое: $|x| + |y| = 1$.
- 4 В результате отражения в оси x из графика данного неравенства получилась фигура, которая задаётся неравенством $x + y < 0$. Данным неравенством было такое: $x - y > 0$.
- 5 Для того чтобы получить график функции $y = \sqrt[3]{-x}$ в результате отражения в оси x , достаточно в качестве исходного графика взять график функции $y = \sqrt[3]{x}$.

Тест 357. Отражение в оси абсцисс

В результате отражения в оси x :

- 1 фигура, заданная неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, переходит в фигуру, заданную неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$;
- 2 график функции $y = \frac{1-x}{x}$ переходит в график функции $y = -\frac{x+1}{x}$;
- 3 кривая, заданная уравнением $y = \frac{1}{x^2}$, перейдёт в кривую, заданную уравнением $x = -\frac{1}{\sqrt{y}}$ при $x < 0$;
- 4 график неравенства $y > 1$ переходит в график неравенства $y > -1$;
- 5 график неравенства $x < 1$ переходит в график неравенства $x < 1$.

Тест 358. Отражение в оси абсцисс

- 1 Функция, имеющая единственный нуль, в результате отражения её графика в оси x имеет единственный нуль.
- 2 Если функция имеет наименьшее значение, то после отражения в оси x её графика мы получим функцию, которая имеет наибольшее значение.
- 3 Если два квадратных трёхчлена отличаются только знаком старшего коэффициента, то их графики симметричны относительно оси x .
- 4 Не существует такой функции, график которой симметричен относительно оси абсцисс.
- 5 Если функция имеет разные знаки на заданном промежутке, то функция, график которой симметричен относительно оси абсцисс графику данной функции, также имеет разные знаки на этом же промежутке.

Тест 359. Отражение в оси ординат

В результате отражения в оси ординат:

- 1 график уравнения $y = x^{20} - x^{10} + 1$ переходит в график уравнения $y = x^{20} + x^{10} + 1$;
- 2 график уравнения $y = |x - 1|$ переходит в график уравнения $y = |x + 1|$;
- 3 график уравнения $y = \frac{1}{x}$ переходит в график уравнения $x = -\frac{1}{y}$;
- 4 график уравнения $y = \sqrt{x}$ переходит в график уравнения $y = \sqrt{-x}$;
- 5 график неравенства $y > 1$ переходит в график неравенства $y > 1$.

Тест 360. Отражение в оси ординат

В результате отражения в оси ординат из данного графика:

- 1 функции получен график функции $y = (x + 100)^2$; данной функцией была функция $y = (x - 100)^2$;
- 2 функции получен график функции $y = (1 - x)^3$; данной функцией была функция $y = (1 + x)^3$;
- 3 функции получен график функции $y = -\frac{1}{x}$; данной функцией была функция $y = \frac{1}{x}$;
- 4 функции получен график функции $y = x^2$; данной функцией была функция $y = -x^2$;
- 5 уравнения получен график уравнения $x = 1$; данным уравнением было уравнение $x = 1$.

Тест 361. Отражение в оси ординат

В результате отражения в оси ординат:

- 1 график неравенства $x^{20} + y^{20} > 1$ переходит в график неравенства $x^{20} + y^{20} > 1$;
- 2 график уравнения $|y| = x$ переходит в график уравнения $|y| = -x$;
- 3 график неравенства $|y| > 1$ переходит в график неравенства $|y| > 1$;
- 4 график неравенства $x < 3$ переходит в график неравенства $x > -3$;
- 5 график неравенства $x^2 - y^2 > 0$ переходит в график неравенства $x^4 - y^4 > 0$.

Тест 362. Отражение в оси ординат

В результате отражения в оси ординат:

- 1 функция, заданная на множестве действительных чисел, сохранит число своих нулей;
- 2 нечётная функция, заданная на множестве действительных чисел, останется нечётной;
- 3 монотонная функция, заданная на множестве действительных чисел, останется монотонной, причём сохраняет характер монотонности;
- 4 знакопеременная функция, заданная на множестве действительных чисел, останется знакопеременной;
- 5 ограниченная функция, заданная на множестве действительных чисел, останется ограниченной.

Тест 363. Композиция вертикального сдвига и отражения в оси абсцисс

График этого уравнения:

- 1 расположен под осью x , если данное уравнение таково: $y = -x^2 + 1$;
- 2 пересекает ось x в точке с положительной абсциссой, если данное уравнение таково: $y = 1 - x^3$;
- 3 сколь угодно близко подходит к прямой $y = 1$, если данное уравнение таково: $y = \frac{x-1}{x}$;
- 4 пересекается с графиком уравнения $y = |x| - 2$, если данное уравнение таково: $x = -1 - \sqrt{y}$;
- 5 расположен выше графика уравнения $y = f(x)$, если данное уравнение таково: $y = 1 - f(x)$.

Тест 364. Композиция горизонтального сдвига и отражения в оси абсцисс

График этого уравнения:

- 1 расположен под осью x , если данное уравнение таково: $y = 1 - (x + 1)^2$;
- 2 пересекает ось x в точке с абсциссой, большей чем 1, если данное уравнение таково: $y = -1 - (1 - x)^3$;
- 3 пересекает график уравнения $x + y = 1$, если данное уравнение таково: $(x - 1)^3 + (y - 1)^3 = 0$;
- 4 пересекается в двух точках с графиком уравнения $y = |x + 1| - 2$, если данное уравнение таково: $x = 2 - \sqrt{y}$;
- 5 расположен правее графика уравнения $y = f(x)$, если данное уравнение таково: $y = -f(x - 2)$.

Тест 365. Композиция горизонтального сдвига и отражения в оси абсцисс

График этого уравнения:

- 1 расположен под осью x , если данное уравнение таково: $y = -(x + 1)^2$;
- 2 пересекает ось y в точке с положительной ординатой, если данное уравнение таково: $y = (1 - x)^3$;
- 3 сколь угодно близко подходит к прямой $x = -1$, если данное уравнение таково: $y = -\frac{1}{x + 1}$;
- 4 пересекается с графиком уравнения $y = |x - 2|$, если данное уравнение таково: $x = 1 + \sqrt{y}$;
- 5 расположен левее графика уравнения $y = f(x)$, если данное уравнение таково: $y = -f(x + 3)$.

Тест 366. Использование движений для решения уравнений, систем уравнений и неравенств

- 1 Уравнение $x^{10} - 2|x| = 0$ имеет три решения.
- 2 Решением неравенства $\sqrt{-x} > 1$ является любое число, меньшее чем -1 .
- 3 Неравенство $(x + 1)^4 < 1 - x^4$ имеет положительное решение.
- 4 Система неравенств $y > \sqrt{x}$, $x > \sqrt{-y}$ имеет ненулевое решение на прямой $y = x$.
- 5 Неравенство $\frac{1}{|x| - 1} > 1$ имеет только положительное решение.

**Тест 367. Использование
движений для решения уравнений,
систем уравнений и неравенств**

- 1 Уравнение $-x^3 = -1 - x$ имеет решение.
- 2 Решение уравнения $\sqrt{-x} = 10^{-3} + 1$ больше -1 .
- 3 Система неравенств $y \leq -x^2, y \geq (x-1)^2 - 1$ имеет решение.
- 4 Система уравнений $y = |x|, x = |y|$ имеет бесконечное множество решений.
- 5 Решением неравенства $1 - |x| \geq x^2$ является промежуток, длина которого больше 1.

**Тест 368. Использование
движений для решения уравнений,
систем уравнений и неравенств**

- 1 Уравнение $\frac{|x|-1}{|x|} = a$ имеет два решения при любом значении a .
- 2 Неравенство $\sqrt{|x|} < a$ может иметь решением промежуток длиной 1.
- 3 Система уравнений $y = |x+a|, y = -|x|+a$ имеет два решения при любом значении a .
- 4 Уравнение $x^2 - 1 = a$ имеет два решения на $[-1; 1]$ при любом значении a .
- 5 Система неравенств $y > x^2 + |x| + a, y > x^2 - |x| - a$ имеет решения при любом значении a .

**Тест 369. Использование
движений для решения уравнений,
систем уравнений и неравенств**

- 1 При любом значении a система уравнений $y = -x^3 + a, y = -x + a$ имеет три решения.
- 2 Система неравенств $y > |x| + x^2 + a, x > |y| + y^2 + a$ имеет решение при любых значениях a .
- 3 Уравнение $2^x = |x+a|$ имеет два решения при любом значении a .
- 4 Неравенство $a - \sqrt{x} \geq a + x^2$ имеет больше одного решения при любом значении a .
- 5 Система уравнений $\frac{1}{x} + y = a, x = \frac{1}{y+a}$ всегда имеет решение.

Тест 370. Использование движений для решения уравнений, систем уравнений и неравенств

- 1 Уравнение $|x| - 1 = |x + 1|$ имеет бесконечное множество решений.
- 2 Все решения неравенства $||x| - 1| > 1$ больше 1.
- 3 Уравнение $||x| - a| = a$ может иметь четыре решения.
- 4 Неравенство $|1 - |1 - x|| < 1$ имеет решением один промежуток.
- 5 Система уравнений $|y| = x - 1$, $y = ax$ имеет решение при любом значении $a \neq 0$, $|a| < 1$.

Тест 371. Сонаправленные векторы, равенство векторов

Пусть $ABCD$ — параллелограмм, O — точка пересечения его диагоналей, точка K — середина его стороны AB , точка L — середина его стороны BC . Тогда векторы:

- 1 $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{OL}$ коллинеарны;
- 2 $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{OL}$ сонаправлены;
- 3 $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{OK}$ сонаправлены;
- 4 $\overrightarrow{AK}$ и $\overrightarrow{OL}$ равны;
- 5 $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны.

Тест 372. Сумма и разность векторов

В результате действий с векторами получится нуль-вектор, если это:

- 1 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$, если ABC — треугольник;
- 2 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$, если $ABCD$ — параллелограмм;
- 3 $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$, если $ABCD$ — параллелограмм;
- 4 $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB}$, если $ABCD$ — трапеция;
- 5 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, если точка O — точка пересечения медиан треугольника ABC .

Тест 373. Сумма и разность векторов

Точка M — середина стороны AB треугольника ABC , точка K — середина его стороны BC , точка P — середина стороны AC , а O — точка пересечения отрезков AK и MP . Тогда:

- 1 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$;

- 2 $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{KC}$;
- 3 $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AC}$;
- 4 $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KO} = \overrightarrow{OP}$;
- 5 векторы $\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{OM}$ и $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KO}$ противоположны.

Тест 374. Сумма и разность векторов

Пусть $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$. Тогда $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, если:

- 1 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$;
- 2 существует вектор $\vec{c}$, такой, что $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{c}$;
- 3 $\exists \vec{x} : \vec{a} + \vec{b} + \vec{x} = \vec{0}$;
- 4 $\forall \vec{c} : \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} - \vec{c}$;
- 5 существуют такие векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$, что $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$,
 $\vec{b} = -\vec{p} - \vec{q}$.

Тест 375. Сумма и разность векторов

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны. Тогда:

- 1 $\forall \vec{a} \forall \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$;
- 2 $\forall \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$;
- 3 $\exists \vec{a} \forall \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$;
- 4 $\exists \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{b}|$;
- 5 $\exists \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}|$.

Тест 376. Сумма и разность векторов

Существуют векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, не равные между собой и не равные нулю-вектору, такие, что:

- 1 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$;
- 2 $\vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$;
- 3 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$;
- 4 $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| < |\vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$;
- 5 $\vec{a} \perp \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$.

Тест 377. Линейные операции с векторами

В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Тогда:

- 1 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$;
- 2 $\overrightarrow{OD} = 0,5\overrightarrow{BA} + 0,5\overrightarrow{BC}$;
- 3 $\overrightarrow{OC} = 0,5\overrightarrow{AB} - 0,5\overrightarrow{BC}$;
- 4 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{OC}$;
- 5 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Тест 378. Линейные операции с векторами

- 1 $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$, если дан треугольник ABC и в точке O пересекаются его медианы.
- 2 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC}$, если дан треугольник ABC и в точке O пересекаются его медианы.
- 3 $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, если точка K — середина стороны AC треугольника ABC .
- 4 $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$, если точка O — произвольная точка плоскости, а точка C делит отрезок AB на части в отношении $1 : 2$, считая от точки A .
- 5 $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{CA}$ в прямоугольном треугольнике ABC с катетами $CA = 3$ и $CB = 4$, CD — биссектриса угла C .

Тест 379. Линейные операции с векторами

Существуют такие неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, что:

- 1 $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \vec{0}$;
- 2 $(\vec{a} + 2\vec{b}) = 2\vec{a} + \vec{b}$;
- 3 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \parallel \vec{b}$;
- 4 $(3\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + 3\vec{b})$;
- 5 $x(\vec{a} + \vec{b}) \perp x(\vec{a} - \vec{b})$ при любом x , отличном от нуля.

Тест 380. Линейные операции с векторами

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ единичные и неколлинеарные. Тогда существуют такие числа x и y , что:

- 1 $|\vec{x}\vec{a} + y\vec{b}| = |\vec{x}\vec{a} - y\vec{b}|$;
- 2 $|\vec{x}\vec{a} + y\vec{b}| = 1$;
- 3 $|\vec{a}| = |\vec{x}\vec{a} + y\vec{b}| = |\vec{b}|$;
- 4 $|\vec{x}\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + y\vec{b}|$, если $x \neq 1, y \neq 1$;
- 5 $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{x}\vec{a} - y\vec{b}|$.

Тест 381. Линейные операции с векторами

- 1 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, если $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.
- 2 Есть такие неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, что $|\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{b}|$.
- 3 Существуют такие векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, не равные нулевому, что $\vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$.
- 4 Нет таких трёх неколлинеарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, что каждый из них равен разности двух других.
- 5 Существуют такие неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, что $|2\vec{a} + 2\vec{b}| = |3\vec{a} + 3\vec{b}|$.

Тест 382. Разложение вектора на составляющие по двум прямым

Пусть $\vec{p} = \vec{x}\vec{a} + y\vec{b}$ и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарные. Тогда $|xy| \leq 1$, если:

- 1 $\vec{p} = \vec{CK}, \vec{a} = \vec{CA}, \vec{b} = \vec{CB}$ в равностороннем треугольнике ABC со стороной 1, $K \in AB$;
- 2 $\vec{p} = \vec{AB}, \vec{a} = \vec{AC}, \vec{b} = \vec{BD}$ в параллелограмме $ABCD$;
- 3 $\vec{p} = \vec{AB}, \vec{a} = \vec{AD}, \vec{b} = \vec{AC}$ в трапеции $ABCD$, в которой $AB = BC = CD = 1, AD = 2$;
- 4 $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{p} = \vec{OC}$ в круге единичного радиуса, причём точки A, B, C делят окружность с центром O на три равные части;

- 5 $\vec{p} = \overrightarrow{DB_1}$, $\vec{a} = \overrightarrow{CB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{DC_1}$ в прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором основанием является квадрат.

Тест 383. Проекция вектора

В результате проектирования вектора на две взаимно перпендикулярные оси:

- 1 при увеличении длины вектора и постоянном угле, который он образует с осью x , увеличивается каждая его проекция;
- 2 существуют два таких угла между вектором и осью x , при которых его проекции равны;
- 3 при постоянной длине вектора увеличение одной его проекции приводит к уменьшению другой его проекции;
- 4 при постоянной длине вектора увеличение угла между вектором и осью x увеличивает хотя бы одну его проекцию;
- 5 при постоянной длине вектора увеличение обеих его проекций приводит к увеличению угла между вектором и осью x .

Тест 384. Координаты вектора

- 1 Если модуль вектора не меньше 1, то модуль произведения его координат не меньше 1.
- 2 Если одна координата вектора постоянна, а другая его координата увеличивается, то длина вектора увеличивается.
- 3 Вектор является нулевым не только тогда, когда произведение его координат равно нулю.
- 4 Ненулевой вектор не перпендикулярен ни одной оси координат тогда и только тогда, когда произведение его координат не равно нулю.
- 5 Чтобы длина одного вектора была больше длины другого вектора, необходимо, но не достаточно, чтобы каждая координата первого вектора была больше соответствующей координаты второго вектора.

Тест 385. Векторы на координатной плоскости

- 1 Если координаты вектора увеличились, то модуль его увеличился.
- 2 Если координаты вектора разделили на одно и то же число, то его модуль разделился на это же число.

- 3 Если угол между вектором $(x; y)$ постоянной длины и единичным вектором оси Ox возрастает, то его координата x убывает.
- 4 Если угол между вектором $(x; y)$ постоянной длины и единичным вектором оси Ox возрастает, то его координата y возрастает.
- 5 Если модули координат вектора уменьшились, то модуль вектора уменьшился.

Тест 386. Векторный метод

- 1 Ненулевой вектор $\overrightarrow{AB}$ и вектор $\overrightarrow{AX}$ сонаправлены тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$, где $\alpha > 1$.
- 2 Точка X лежит на прямой AB только тогда, когда $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$, где $\alpha > 0$.
- 3 Точка X принадлежит отрезку AB тогда, когда $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$, где $0 \leq \alpha \leq 1$.
- 4 $ABCD$ — параллелограмм. Точка X принадлежит параллелограмму $ABCD$ тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{BC}$, где $0 < \alpha < 1$ и $0 < \beta < 1$.
- 5 Точка X лежит внутри угла AOB не только тогда, когда $\overrightarrow{OX} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$, где $\alpha\beta > 0$.

Тест 387. Угол между векторами

$\alpha \geq \beta$, если:

- 1 α — угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, β — угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в треугольнике ABC ;
- 2 α — угол между векторами $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{BO}$, β — угол между векторами $\overrightarrow{CO}$ и $\overrightarrow{DO}$ в параллелограмме $ABCD$, где точка O — его центр симметрии;
- 3 α — угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, β — угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{DC}$ в прямоугольнике $ABCD$;
- 4 α — угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, β — угол между векторами $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{AB}$ в круге с диаметром AB , в котором BC и AD — две параллельные хорды;

- 5 α — угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, β — угол между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{CD}$ в круге, в котором проведена хорда AB , если $ABCD$ — трапеция, BC и AD — две параллельные хорды, $BC < AD$.

Тест 388. Скалярное умножение

- 1 Если модули двух ненулевых векторов не изменяются, а угол между ними возрастает, то их скалярное произведение убывает.
- 2 Если модули двух ненулевых векторов возрастают, а угол между ними не изменяется, то их скалярное произведение возрастает.
- 3 Координаты вектора $\vec{a} = (x; y)$ равны его скалярным произведениям на единичные векторы осей координат: $x = \vec{a}\vec{i}$, $y = \vec{a}\vec{j}$.
- 4 Если скалярные произведения вектора $\vec{a}$ и двух неколлинеарных векторов равны нулю, то вектор $\vec{a}$ нулевой.
- 5 Скалярное произведение двух векторов равно произведению их модулей тогда и только тогда, когда эти векторы коллинеарны.

Тест 389. Скалярное умножение

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ больше 1, если дан квадрат $ABCD$ со стороной 2 и:

- 1 $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{DA}$;
- 2 $\vec{a} = 0,5\overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = -2\overrightarrow{CD}$;
- 3 $\vec{a} = 2\overrightarrow{AC}$, $\vec{b} = 2\overrightarrow{BA}$;
- 4 $\vec{a} = \overrightarrow{BD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$;
- 5 $\vec{a} = 0,5\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$, $\vec{b} = 0,5\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Тест 390. Скалярное умножение

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ больше 1, если:

- 1 $\vec{a} = \overrightarrow{AK}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CL}$ и дан равносторонний треугольник ABC со стороной 2, AK и CL — его медианы;

- 2 $\vec{a} = \overrightarrow{AK}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CL}$ и дан равносторонний треугольник ABC со стороной 2, K — точка на стороне BC , L — точка на стороне AB ;
- 3 $\vec{a} = \overrightarrow{AK}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CL}$ и дан ромб $ABCD$ со стороной 2, K — точка на диагонали AC , L — точка на диагонали BD ;
- 4 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ и точка A — центр круга радиуса 2, AB и AC — его радиусы, образующие острый угол;
- 5 $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — векторы, заданные диагоналями, выходящими из одной вершины правильного шестиугольника со стороной 1.

Тест 391. Скалярное умножение

- 1 Если $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ и $\vec{c} \cdot \vec{b} > 0$, то $\vec{a} \cdot \vec{c} > 0$.
- 2 $\vec{a} \cdot \vec{b} > \vec{a} \cdot \vec{c} \Rightarrow |\vec{b}| > |\vec{c}|$.
- 3 Зная $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и $\vec{a} \cdot \vec{c}$, можно найти $\vec{b} \cdot \vec{c}$, если все эти векторы единичные.
- 4 Существуют единичные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, такие, что $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{c} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a}$.
- 5 Векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ единичные, кроме того, существует не нулевой вектор $\vec{a}$, такой, что $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b}$, и среди данных векторов нет перпендикулярных. Тогда векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ противоположные.

Тест 392. Скалярное умножение

КООРДИНАТНАЯ ФОРМА

- 1 Если два вектора ортогональны и известны координаты одного из них, то можно найти координаты другого.
- 2 Скалярное произведение двух векторов положительно тогда и только тогда, когда все координаты данных векторов положительны.
- 3 Если один вектор постоянен, а координаты другого вектора увеличиваются, то их скалярное произведение увеличивается.
- 4 Если два вектора ортогональны и ни один из них не перпендикулярен осям координат, то из их координат можно составить пропорцию.

- 5 Зная длины двух векторов и их скалярное произведение, можно найти их координаты.

Тест 393. Скалярное умножение

Для векторов плоскости:

- 1 существуют ненулевые векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, такие, что $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{b}) \cdot \vec{a}$;
- 2 если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, то $\exists x : (\vec{a} + x\vec{b}) \cdot (\vec{a} - x\vec{b}) = 2$;
- 3 если $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$, то $|\vec{a}| = |\vec{b}|$;
- 4 если $\vec{x} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{b}$ и $\vec{x}$ — ненулевой вектор, то вектор $\vec{x}$ перпендикулярен разности векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$;
- 5 существуют попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, такие, что $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \perp ((\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a} + (\vec{c} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b})$.

Тест 394. Скалярное умножение

- 1 $\vec{x} \cdot \vec{a} = (\vec{x} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$ тогда, когда $\vec{b} \perp \vec{a}$.
- 2 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ только тогда, когда $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.
- 3 С увеличением коэффициентов α и β увеличивается скалярное произведение векторов $\alpha\vec{a}$ и $\beta\vec{b}$.
- 4 Существует такое действительное число x , что $(x\vec{a} + \vec{b}) \times (x\vec{a} - \vec{b}) = 2$, если данные векторы единичные.
- 5 Зная длину суммы векторов и длину их разности, можно найти их скалярное произведение.

Тест 395. Скалярное умножение

- 1 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, если $\vec{a} = (1; k)$, $\vec{b} = (-k; 1)$.
- 2 Существуют два значения x , при которых $\vec{b} \perp \vec{a}$, если $\vec{a} = (1; x)$, $\vec{b} = (1; -x)$.
- 3 Существуют два значения угла между единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, при которых $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}| = 2$.
- 4 Если $\vec{b} \perp (\vec{a} + \vec{c})$, то сумма углов, которые образованы вектором $\vec{b}$ с единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$, равна 180° .

5 Если $\vec{a} \cdot \vec{b} > 2(\vec{b} \cdot \vec{c})$ и $\vec{c} \cdot \vec{b} > 0,5(\vec{c} \cdot \vec{a})$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} > \vec{c} \cdot \vec{a}$.

Тест 396. Векторное задание фигур

- 1 Точка X принадлежит отрезку AB тогда и только тогда, когда $\vec{BX} + \vec{XA} = \vec{BA}$.
- 2 Точки A, B, C являются вершинами треугольника тогда, когда выполняется равенство $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$.
- 3 Точка X принадлежит углу ABC тогда и только тогда, когда $\vec{BX} = \vec{AC} - \vec{AB}$.
- 4 Точки A, B, C, D являются вершинами тетраэдра, если вектор $\vec{AD}$ не является линейной комбинацией векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$.
- 5 Если вектор $\vec{AB} = (x+1)\vec{AC} + x\vec{DA}$, то точка B лежит на прямой CD .

Тест 397. Обобщающий

- 1 Некоторые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, если $\vec{a} = (1; x)$ и $\vec{b} = (x; 1)$.
- 2 Некоторые векторы ортогональны, если первый из них задан одной диагональю правильного шестиугольника, а второй — другой его диагональю.
- 3 Некоторый из трёх векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является линейной комбинацией двух других, если $\vec{a} = (1; x)$, $\vec{b} = (2; x)$, $\vec{c} = (-4; -2x)$ при $x \neq 0$.
- 4 Скалярное произведение некоторых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, сумма которых равна нуль-вектору, равно нулю.
- 5 Если единичные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ таковы, что $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, то некоторые их соответственные координаты равны.

Тест 398. Координаты точки

На плоскости введена прямоугольная система координат x, y с началом в точке O , фиксированы точки $A(-1; 0)$ и $B(1; 0)$, а перемещающаяся точка $C(0; y_c)$ перемещается по лучу $x=0, y>0$. Точка $P(0; y_p)$ — точка пересечения медиан треугольника ABC , точка $H(0; y_H)$ — точка пересечения высот треугольника ABC , точка $K(0; y_K)$ — центр окружности,

описанной вокруг треугольника ABC , точка $M(0; y_M)$ — центр вписанной окружности треугольника ABC . Координата y_C возрастает и на интервале $(0; +\infty)$. Тогда:

- 1 координата y_K возрастает на интервале $(-\infty; +\infty)$;
- 2 координата y_H убывает от $+\infty$ и стремится к нулю;
- 3 координата y_P возрастает на интервале $(0; +\infty)$;
- 4 координата y_M изменяется на интервале $(0; 1)$;
- 5 выполняются равенства $y_P = y_H = y_K = y_M$, когда $y_C = 2$.

Тест 399. Расстояние между точками

Точки A, B, C имеют координаты $A(1; a)$, $B(a; 1)$, $C(-1; -1)$. Тогда:

- 1 существует такое значение a , при котором треугольник ABC является прямоугольным;
- 2 существует такое значение a , при котором треугольник ABC является тупоугольным;
- 3 существует такое значение a , при котором треугольник ABC является равносторонним;
- 4 при любом значении a данные точки являются вершинами равнобедренного треугольника;
- 5 нет таких значений a , при которых эти точки не являются вершинами треугольника.

Тест 400. Уравнение прямой

Рассматривается уравнение прямой $p: ax + by + c = 0$. Тогда:

- 1 существует такое значение c , что при любых a и b прямая пересекает обе оси координат в начале системы координат;
- 2 при возрастании a ($a \neq 0$) растёт угловой коэффициент прямой;
- 3 если $a > 0$ и растёт угловой коэффициент прямой, то растёт b ;
- 4 если уравнение прямой $p: ax + by + c_1 = 0$, а прямой $q: bx + ay + c_2 = 0$, то существуют такие a и b , отличные от нуля, при которых эти прямые перпендикулярны;
- 5 если уравнение прямой $p: ax + by + c_1 = 0$, а прямой $q: ax + by + c_2 = 0$ и расстояние между этими прямыми равно 1, то $|c_1 - c_2| > 1$.

Тест 401. Прямая на плоскости

- 1 Некоторая прямая, уравнение которой $ax + y + 1 = 0$, проходит через точку $(-1; -1)$.
- 2 Некоторая прямая, уравнение которой $ax - y + 1 = 0$, параллельна прямой $x + 1 = 0$.

- 3 Некоторые две прямые, уравнения которых $x - y + a = 0$ и $x - ay = 0$, взаимно перпендикулярны.
- 4 Некоторая прямая, уравнение которой $\frac{x}{a} + \frac{y}{1} = 0$, отсекает на осях координат равные отрезки.
- 5 Расстояние от некоторой прямой, уравнение которой $x + y = a$, до начала координат равно $|a|$.

Тест 402. Угол между прямыми

- 1 При любом значении $a \neq 0$ прямые AB и CO перпендикулярны (точка O — начало координат), если уравнение прямой OC : $y = ax$, уравнение прямой AB : $y = -\left(\frac{1}{a}\right)x + a$.
- 2 Угол между прямой p , уравнение которой $2x + y + 1 = 0$, и прямой q , уравнение которой $x + 2y + 1 = 0$, больше 60° .
- 3 Угол между прямой p , уравнение которой $x + y + 5 = 0$, и прямой q_1 , уравнение которой $x + 2y - 1 = 0$, больше угла между прямой p и прямой q_2 , уравнение которой $2x - y - 7 = 0$.
- 4 Существует значение $a > 0$, при котором угол между прямой p , уравнение которой $-ax + y - 1 = 0$, и прямой q , уравнение которой $x - ay + 1 = 0$, равен 60° .
- 5 При возрастании параметра $a > 0$ растёт угол между прямой p , уравнение которой $ax - y - 1 = 0$, и прямой q , уравнение которой $x - y + a = 0$.

Тест 403. Расстояние от точки до прямой

- 1 Расстояние от начала координат до прямой $y = ax + 1$ не больше 1.
- 2 Расстояние от точки $A(1; 1)$ до прямой p , уравнение которой $x + 2y - 2 = 0$, меньше расстояния от точки $B(1; -1)$ до прямой p .
- 3 Расстояние от точки $A(1; 1)$ до прямой p , уравнение которой $x - y + 2 = 0$, не меньше расстояния от точки A до прямой q , уравнение которой $x - 2y - 2 = 0$.
- 4 Расстояние от начала координат до прямой p , уравнение которой $ax + by + c = 0$, растёт вместе с увеличением a .
- 5 Расстояние от прямой p , уравнение которой $x + y - 1 = 0$, до прямой q , уравнение которой $x + y + 2 = 0$, меньше 2.

Тест 404. Уравнение фигуры на плоскости.

Расстояние от точки до фигуры

Расстояние от точки A до фигуры F больше 1, если:

- 1 $A(0; -2)$, а F задаётся условием $\left|\frac{x}{y}\right| \geq 1$;

- 2 $A(-1; 0)$, а F задаётся условием $x = |y - 2|$;
- 3 $A(0; -2)$, а F задаётся условием $x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$;
- 4 $A(1; 1)$, а F задаётся условием $x \leq -y^2 - 1$;
- 5 $A(0; 0)$, а F задаётся условием $x^2 + y^2 - x - y + \frac{7}{16} = 0$.

Тест 405. Уравнение окружности

Рассматривается уравнение окружности в общем случае: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. Тогда:

- 1 при $a > 0, b < 0$ существует такое значение R , при котором вся окружность лежит в четвёртой четверти;
- 2 при $a = -2, b = 2$ найдётся такое значение R , при котором окружность касается осей координат;
- 3 при увеличении a и постоянных R и b расстояние от начала координат до окружности растёт;
- 4 при $a = -1$ и $R = \sqrt{2}$ и при любом значении b эта окружность высекает на оси ординат отрезок длиной 2;
- 5 при постоянном R и возрастающих a и b окружность удаляется от начала координат.

Тест 406. Окружность на плоскости

- 1 Некоторая окружность, уравнение которой $x^2 + y^2 = a^2$, проходит через точку $(a; -a)$.
- 2 Некоторая окружность, уравнение которой $(x + 1)^2 + (y + a)^2 = 1$, касается оси x .
- 3 Некоторая окружность, уравнение которой $(x - a)^2 + y^2 = 1$, отсекает на оси y отрезок длиной 2.
- 4 Некоторый круг, заданный условием $(x - 0,9)^2 + (y - 0,9)^2 \leq a^2$, имеет общие точки с кругом и $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.
- 5 Некоторые окружности, уравнения которых $(x - a)^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + (y + a)^2 = 1$, удалены на расстояние 1 при $a \leq 2$.

Тест 407. Координатный метод

На координатной плоскости $(x; y)$:

- 1 уравнение $x^2 - 1 = 0$ задаёт прямую;
- 2 заданные уравнениями $2x - 3y + 6 = 0$ и $2x - 3y + 12 = 0$ прямые параллельны;
- 3 заданные уравнениями $2x - 3y + 6 = 0$ и $2x + 3y + 6 = 0$ прямые пересекаются в точке $(1; 2)$;
- 4 прямая, заданная уравнением $x - y + 9 = 0$, и окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 4$, имеют общую точку;
- 5 уравнение $ax + by^2 = c$ при ненулевых a и b задаёт параболу.

Тест 408. Обобщающий

- 1 Если $\alpha_1 > \alpha_2$, $\beta_1 > \beta_2$ и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, то $|\alpha_1 \vec{a} + \beta_1 \vec{b}| > |\alpha_2 \vec{a} + \beta_2 \vec{b}|$.
- 2 Разложение вектора на составляющие по трём попарно пересекающимся прямым единственно.
- 3 Если координаты вектора противоположны, то он параллелен биссектрисе одного из координатных углов.
- 4 Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ единичные, то $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} + \vec{d}) \leq 4$.
- 5 Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ единичные и $\angle \vec{a}\vec{b} = \angle \vec{c}\vec{b} = \angle \vec{a}\vec{c}$, то $|\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}| > 2|\vec{b} - \vec{c}|$.

Тест 409. Обобщающий

- 1 Середина отрезка AB находится во второй четверти, если $A(5; 2)$, $B(-5; -1)$.
- 2 Точки $A(-1; 2)$ и $B(-2; 1)$ равноудалены от прямой p , уравнение которой $y = x + 5$.
- 3 Есть точка $C(a; 2a)$, такая, которая лежит на прямой, проходящей через точки $A(-1; -2)$ и $B(-3; -5)$.
- 4 Существует такое значение $a \geq 2$, при котором круг $(x - a)^2 + (y - a)^2 \leq 1$ лежит в круге $(x + a)^2 + (y + a)^2 \leq 25$.
- 5 Фигура, уравнение которой $|xy| \geq 1$, удалена от начала координат на расстояние, большее 1.

Тест 410. Вертикальные углы

- 1 Если углы невертикальные, то они не равны.
- 2 Равные углы являются вертикальными углами, только если они центрально-симметричны.
- 3 Если углы равны и их объединение имеет две оси симметрии, то они вертикальные.
- 4 Чтобы два угла были равны, необходимо и достаточно, чтобы они были вертикальными.
- 5 Два вертикальных угла равны, если их общая вершина находится на ребре куба, а сами они находятся на разных гранях куба.

Тест 411. Равенство треугольников

- 1 Если каждый из двух треугольников равен третьему треугольнику, то они равны между собой.
- 2 Если каждый из двух треугольников не равен третьему треугольнику, то они не равны между собой.

- 3 Два треугольника равны третьему тогда и только тогда, когда каждый из них равен третьему треугольнику.
- 4 Два треугольника равны, если их пересечение и их объединение имеют одну и ту же ось симметрии.
- 5 Существуют такие треугольники, которые равны по стороне и углу, ей противолежащему.

Тест 412. Сумма углов треугольника

- 1 При увеличении одного из углов треугольника уменьшаются другие его углы.
- 2 Острые углы прямоугольного треугольника обратно пропорциональны.
- 3 Углы равнобедренного треугольника связаны линейной зависимостью.
- 4 Сумма углов n -угольника равна 180° только при $n = 3$.
- 5 Для того чтобы треугольник был тупоугольным, достаточно, чтобы два его угла были острыми.

Тест 413. Неравенство треугольника

- 1 Если две стороны треугольника увеличиваются, то и третья его сторона увеличивается.
- 2 Если один отрезок меньше суммы двух других, то можно построить треугольник с такими сторонами.
- 3 Чтобы построить треугольник по трём сторонам, достаточно, чтобы наибольший отрезок был больше разности двух других отрезков.
- 4 Наибольшая сторона треугольника меньше его полупериметра и наименьшая сторона треугольника больше трети его периметра.
- 5 Любая хорда окружности меньше суммы двух её радиусов.

Тест 414. Средняя линия треугольника

- 1 Хорда треугольника (отрезок с концами на её границе), выходящая из середины одной стороны треугольника и параллельная другой его стороне, является его средней линией.
- 2 Из середины стороны AB треугольника ABC нельзя провести двух хорд к стороне BC , равных половине стороны AC .
- 3 Можно восстановить треугольник по серединам трёх его сторон.

- 4 Три средние линии треугольника разбивают треугольник на четыре подобных между собой треугольника.
- 5 Существует такой треугольник, отразив который относительно его средней линии, можно получить квадрат в пересечении исходного и полученного треугольников.

Тест 415. Центр масс треугольника

- 1 Если хорда треугольника проходит через вершину и центр масс, то она является медианой этого треугольника.
- 2 Если хорда треугольника проходит через середину стороны и центр масс, то она является медианой этого треугольника.
- 3 Можно восстановить треугольник по двум его вершинам и центру масс.
- 4 Можно восстановить треугольник по двум серединам его сторон и центру масс.
- 5 Существует такой треугольник, отразив который относительно его центра масс, можно получить правильный шестиугольник в пересечении исходного и полученного треугольников.

Тест 416. Ортоцентр треугольника

- 1 Если хорда треугольника (отрезок с концами на её границе) выходит из его вершины и проходит через его ортоцентр, то она является его высотой.
- 2 Существует такой треугольник, в котором ортоцентр находится вне этого треугольника.
- 3 Чтобы найти ортоцентр треугольника, достаточно построить две его высоты.
- 4 Ортоцентр треугольника не может находиться на стороне треугольника.
- 5 Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри круга, диаметром которого является любая сторона этого треугольника.

Тест 417. Равнобедренный треугольник

- 1 Для того чтобы треугольник был равносторонним, необходимо, чтобы он был равнобедренным.
- 2 Если в треугольнике нет равных углов, то он не может быть равнобедренным.
- 3 Только в равнобедренном треугольнике совпадают центры вписанной и описанной окружностей.

- 4 Три оси симметрии есть только у равнобедренного треугольника.
- 5 Если в треугольнике ABC углы A и B не равны, то треугольник этот не является равнобедренным.

Тест 418. Биссектриса треугольника

- 1 На биссектрисе треугольника лежат все точки, равноудалённые от его сторон.
- 2 Биссектриса треугольника делит сторону этого треугольника пополам не только в равнобедренном треугольнике.
- 3 Если треугольник имеет ось симметрии, то она не может не содержать биссектрису этого треугольника.
- 4 Если отношение двух сторон треугольника равно отношению двух отрезков третьей его стороны, на которые третья сторона делится хордой треугольника, выходящей из его вершины, то эта хорда является биссектрисой этого треугольника.
- 5 Существует такой прямоугольный треугольник, в котором биссектриса делит его на подобные треугольники.

Тест 419. Теорема Пифагора

- 1 Если квадрат одной из сторон треугольника не равен сумме квадратов двух других его сторон, то этот треугольник не прямоугольный.
- 2 Гипотенуза прямоугольного треугольника возрастает при возрастании одного из его катетов.
- 3 В прямоугольном треугольнике, гипотенуза которого равна 1, сумма квадратов синуса и косинуса каждого его угла равна 1.
- 4 Зная площадь прямоугольного треугольника и его гипотенузу, можно найти его катеты.
- 5 Существуют такие прямоугольные треугольники, в которых гипотенуза пропорциональна любому катету.

Тест 420. Соотношения в прямоугольном треугольнике. Катеты и проекции

Можно найти:

- 1 высоту на гипотенузу, зная обе проекции катетов на гипотенузу;
- 2 гипотенузу, зная высоту на гипотенузу и один из катетов;
- 3 катеты прямоугольного треугольника, зная их проекции на гипотенузу;
- 4 проекции катетов на гипотенузу, зная площадь треугольника и гипотенузу;

- 5 наименьшее значение гипотенузы при постоянной высоте, к ней проведённой.

Тест 421. Теорема косинуса

- 1 Теорема косинуса является обобщением теоремы Пифагора.
- 2 Можно найти, используя теорему косинуса, неизвестную сторону треугольника, зная две другие его стороны и угол против одной из известных сторон.
- 3 Можно определить вид треугольника по его углам, зная все стороны треугольника, но не вычисляя косинусов его углов.
- 4 Из теоремы косинуса следует, что в треугольнике против большего угла лежит бо́льшая сторона, и наоборот.
- 5 Из теоремы косинуса следует неравенство треугольника.

Тест 422. Теорема синусов

- 1 Зная два угла треугольника и сторону против одного из них, можно найти площадь треугольника.
- 2 Зная два угла треугольника и сторону, заключённую между их вершинами, можно найти площадь треугольника.
- 3 Можно найти площадь треугольника, зная две его стороны и угол против одной из них.
- 4 Из теоремы синусов следует, что в треугольнике против большего угла лежит бо́льшая сторона, и наоборот.
- 5 Из теоремы синусов следует, что сумма синусов двух углов треугольника больше синуса третьего его угла.

Тест 423. Площадь треугольника

- 1 Стороны треугольника обратно пропорциональны проведённым к ним высотам.
- 2 Зная площадь треугольника и две его стороны, можно найти угол между ними.
- 3 Если около данного круга описаны всевозможные треугольники, то их площади пропорциональны их периметрам.
- 4 Если в данный круг вписаны всевозможные треугольники, то их площади пропорциональны произведению их сторон.
- 5 Существует такой треугольник, площадь которого можно найти, зная только две его стороны.

Тест 424. Площадь треугольника

- 1 Для того чтобы два треугольника были равновелики, необходимо и достаточно, чтобы они были равны.
- 2 При возрастании площади треугольника увеличивается его периметр.
- 3 Для увеличения площади треугольника достаточно увеличить каждую его сторону.
- 4 Чем больше площадь треугольника, тем больше площадь вписанного в него круга.
- 5 Зная площади объединения и пересечения двух равных треугольников, можно найти их площади.

Тест 425. Сумма углов четырёхугольника

- 1 Существует четырёхугольник, у которого четыре тупых угла.
- 2 Существует четырёхугольник, у которого четыре острых угла.
- 3 Существует четырёхугольник, у которого есть угол, больший чем 180° .
- 4 Если четырёхугольник не является выпуклым, то сумма его углов не равна 180° .
- 5 Если сумма углов n -угольника равна 360° , то $n = 4$.

Тест 426. Диагонали параллелограмма

- 1 Существует четырёхугольник, в котором диагонали не пересекаются.
- 2 Если одна диагональ четырёхугольника делит другую пополам, то и другая диагональ делает то же самое.
- 3 Если в четырёхугольнике есть параллельные стороны и одна из диагоналей делит другую пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
- 4 Не только в параллелограмме диагонали четырёхугольника, пересекаясь, делятся пополам.
- 5 Если ни одна диагональ четырёхугольника не делит другую пополам, то этот четырёхугольник — трапеция.

Тест 427. Соотношение между сторонами параллелограмма и его диагоналями

- 1 Зная две соседние стороны параллелограмма и одну из его диагоналей, можно найти другую его диагональ.
- 2 Зная две диагонали параллелограмма и одну из его сторон, можно найти другую его сторону.
- 3 Увеличивая две соседние стороны параллелограмма, мы увеличиваем обе его диагонали.

- 4 Используя соотношение между сторонами и диагоналями параллелограмма, можно доказать, что в параллелограмме против большей диагонали лежит больший угол.
- 5 Используя соотношение между сторонами и диагоналями параллелограмма, можно найти длину медианы треугольника, зная все его стороны.

Тест 428. Площадь параллелограмма

- 1 При постоянной площади сторона параллелограмма обратно пропорциональна его высоте, проведённой к ней.
- 2 Зная площадь параллелограмма и две его стороны, можно найти его углы.
- 3 Зная площадь параллелограмма и две его диагонали, можно найти его периметр.
- 4 Зная площадь параллелограмма и его периметр, можно найти его углы.
- 5 Из всех параллелограммов с заданными сторонами наибольшую площадь имеет прямоугольник, а из всех параллелограммов с заданными диагоналями наибольшую площадь имеет ромб.

Тест 429. Ромб

- 1 Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.
- 2 Из всех параллелограммов только ромб обладает перпендикулярными диагоналями.
- 3 Если в четырёхугольнике диагонали не перпендикулярны, то такой четырёхугольник не ромб.
- 4 Только в ромбе диагонали принадлежат его осям симметрии.
- 5 Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

Тест 430. Прямоугольник

- 1 Если в четырёхугольнике диагонали равны, то этот четырёхугольник — прямоугольник.
- 2 Из всех параллелограммов только прямоугольник обладает равными диагоналями.
- 3 Если в четырёхугольнике диагонали не равны, то такой четырёхугольник не прямоугольник.
- 4 Только в прямоугольнике каждая средняя линия принадлежит его оси симметрии.
- 5 Из всех прямоугольников с заданной диагональю наибольшую площадь имеет квадрат.

Тест 431. Квадрат

- 1 Если в четырёхугольнике диагонали равны или перпендикулярны, то этот четырёхугольник — квадрат.
- 2 Из всех параллелограммов только в квадрате диагонали делят его углы пополам.
- 3 Если в четырёхугольнике диагонали не равны или не перпендикулярны, то такой четырёхугольник не квадрат.
- 4 Только в квадрате есть не меньше четырёх осей симметрии.
- 5 Из всех прямоугольников только у квадрата площадь может равняться периметру.

Тест 432. Средняя линия боков трапеции

- 1 Хорда трапеции, выходящая из середины бока трапеции и параллельная её основанию, является её средней линией боков.
- 2 Из середины бока AB трапеции $ABCD$ нельзя провести двух хорд к боку CD , равных половине стороны AD .
- 3 Можно восстановить трапецию по серединам четырёх её сторон.
- 4 Чтобы хорда трапеции делила пополам любую хорду трапеции, соединяющую её основания, необходимо и достаточно, чтобы эта хорда была средней линией боков трапеции.
- 5 Зная площадь трапеции и её высоту, можно найти среднюю линию боков трапеции.

Тест 433. Площадь многоугольника

- 1 Площадь квадрата пропорциональна его диагонали.
- 2 Если площадь прямоугольника постоянна, то его стороны обратно пропорциональны.
- 3 Большей стороне параллелограмма соответствует меньшая его высота.
- 4 Площадь трапеции, имеющей постоянную высоту, пропорциональна её средней линии боков.
- 5 Существует многоугольник (не прямоугольник), у которого площадь равна периметру.

Тест 434. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

- 1 Существует прямоугольный параллелепипед, такой, что если его разрезать плоскостью на два прямоугольных параллелепипеда, то суммарная площадь поверхности двух новых параллелепипедов равна площади поверхности исходного параллелепипеда.

- 2 Разрезая плоскостями на всё большее число равных прямоугольных параллелепипедов исходный прямоугольный параллелепипед, можно получить сколь угодно большую суммарную площадь поверхности.
- 3 Если в основании прямоугольного параллелепипеда находится квадрат, то, зная площадь его поверхности и одно из рёбер, можно найти другое его ребро.
- 4 Площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда может равняться площади его основания.
- 5 Во сколько раз увеличится диагональ куба, во столько же раз увеличится и его площадь поверхности.

Тест 435. Объём

прямоугольного параллелепипеда

- 1 Увеличивая одно из рёбер прямоугольного параллелепипеда в два раза, мы увеличиваем его объём в два раза.
- 2 Если в основании прямоугольного параллелепипеда находится квадрат, то, зная его объём и одно из рёбер, можно найти другое его ребро.
- 3 Объём прямоугольного параллелепипеда может равняться площади его поверхности.
- 4 Чтобы увеличить объём куба в два раза, необходимо увеличить его ребро в два раза.
- 5 Объём куба пропорционален площади его поверхности.

Тест 436. Соотношения в круге

- 1 Если через середину хорды круга провести прямую, ей перпендикулярную, то она пройдёт через центр этого круга.
- 2 Чтобы провести перпендикуляр из центра круга на его хорду, отличную от диаметра, достаточно центр круга соединить с серединой этой хорды.
- 3 Данная хорда круга не равна другой его хорде тогда и только тогда, когда она ближе к центру круга.
- 4 Существует такой круг, что в нём есть три равные и параллельные хорды.
- 5 Две равные хорды круга симметричны относительно определённого диаметра этого круга.

Тест 437. Хорды в окружности

- 1 Две хорды круга параллельны тогда и только тогда, когда диаметр, который делит пополам одну из этих хорд, будет делить пополам и другую из них.
- 2 Для того, чтобы две хорды круга были не равны, необходимо и достаточно, чтобы они были не одинаково удалены от центра.

- 3** Можно восстановить окружность по двум оставшимся от неё хордам.
- 4** Равные хорды окружности симметричны относительно диаметра этой окружности, к тому же их всегда можно совместить поворотом вокруг центра этой окружности.
- 5** Существуют такие равные хорды окружности, которые являются сторонами правильного многоугольника, вписанного в эту окружность, и такие равные хорды, которые не могут быть сторонами правильного многоугольника, вписанного в эту окружность.

Тест 438. Соотношения, связанные с кругом

Через точку A проведена прямая, пересекающая круг с центром в точке O и радиуса R в точках K и L , причём $AK < AL$. Тогда:

- 1** длины AK и AL обратно пропорциональны;
- 2** если точка A находится в данном круге, то чем ближе она к центру круга, тем больше произведение $AK \cdot AL$;
- 3** если точка A находится вне данного круга, то чем ближе она к центру круга, тем меньше произведение $AK \cdot AL$;
- 4** зная R , OA , AK , можно найти AL ;
- 5** зная R , AK , AL , можно найти OA .

Тест 439. Длина окружности и дуги окружности

- 1** Диаметр окружности прямо пропорционален её длине.
- 2** Длина дуги окружности прямо пропорциональна как радиусу окружности, ей соответствующему, при фиксированном центральном угле, так и центральному углу, ей соответствующему, при постоянном радиусе окружности.
- 3** В любой окружности существует такой центральный угол, при котором длина соответствующей дуги равна радиусу этой окружности.
- 4** Дуга окружности больше полуокружности тогда и только тогда, когда центральный угол, ей соответствующий, больше тупого угла.
- 5** В данной окружности две дуги равны тогда и только тогда, когда их длины равны.

Тест 440. Площадь круга и его частей

- 1** Диаметр круга прямо пропорционален его площади.
- 2** Площадь сектора круга прямо пропорциональна как квадрату радиуса круга при фиксированном центральном угле этого сектора, так и центральному углу этого сектора при постоянном радиусе круга.

- 3 В любом круге существует такой центральный угол, при котором площадь соответствующего сектора равна длине дуги этого сектора.
- 4 Какое бы положительное число ни взяли, в любом круге найдутся два сектора, таких, что отношение их площадей равно этому числу.
- 5 Какое бы положительное число ни взяли, в любом круге найдётся такой сектор, что отношение его площади к площади соответствующего ему кругового сегмента равно этому числу.

Тест 441. Площадь круга и его частей

- 1 В любом круге есть такой центральный угол, при котором равновелики сегмент и сектор, ему соответствующие.
- 2 Зная площадь сектора круга и центральный угол этого сектора, можно найти площадь сегмента, соответствующего этому углу.
- 3 Зная площадь сектора круга и площадь сегмента, являющегося его частью, можно найти центральный угол этого сектора.
- 4 Зная площадь сегмента круга и центральный угол этого сегмента, можно найти площадь сектора, соответствующего этому углу.
- 5 Чем длиннее хорда круга, тем больше площадь сегмента, ограниченного этой хордой.

Тест 442. Площадь круга и длина окружности

Циркулем и линейкой можно построить круг, у которого площадь:

- 1 равна π ;
- 2 меньше радиуса;
- 3 меньше длины окружности;
- 4 равна квадрату радиуса;
- 5 равна 1.

Тест 443. Подобие треугольников

- 1 Если первый треугольник подобен второму треугольнику с коэффициентом k , то второй треугольник подобен первому треугольнику с коэффициентом $\frac{1}{k}$.
- 2 Если два треугольника подобны, то отношение их площадей равно квадрату отношения их периметров.

- 3 Если первый треугольник подобен второму треугольнику с коэффициентом k , то отношение их медиан также равно k .
- 4 Если два треугольника подобны, то отношение радиусов их описанных окружностей равно отношению радиусов их вписанных окружностей.
- 5 Если треугольники подобны, то они гомотетичны.

Тест 444. Подобие треугольников

- 1 Подобны все равносторонние треугольники.
- 2 Подобны все равнобедренные треугольники, имеющие одну и ту же ось симметрии.
- 3 Существуют подобные прямоугольные треугольники, у которых катет одного равен гипотенузе другого.
- 4 Два треугольника подобны с данным коэффициентом k тогда, когда их углы соответственно равны.
- 5 Два треугольника подобны по двум сторонам и углу.

Тест 445. Правильный многоугольник

- 1 В многоугольнике существует точка, равноудалённая от всех его сторон, тогда, когда он правильный и эта точка является центром описанной около этого многоугольника окружности.
- 2 В многоугольнике существует точка, равноудалённая от всех его сторон, только тогда, когда он правильный.
- 3 В многоугольнике существует точка, равноудалённая от всех его вершин, тогда, когда он правильный и эта точка является центром вписанной в этот многоугольник окружности.
- 4 В многоугольнике существует точка, равноудалённая от всех его вершин, только тогда, когда он правильный.
- 5 Если точка, равноудалённая от всех вершин многоугольника, не совпадает с точкой, равноудалённой от всех его сторон, то такой многоугольник не является правильным.

Тест 446. Правильный многоугольник

- 1 Правильный n -угольник имеет столько осей симметрии, сколько у него вершин.
- 2 Все оси симметрии правильного многоугольника пересекаются в одной и той же точке.
- 3 Можно построить правильный многоугольник, если заданы радиусы его вписанной и описанной окружностей.

- 4 При увеличении сторон правильного многоугольника даже на одну, его угол уменьшается.
- 5 Каждая сторона правильного многоугольника видна из всех его вершин (кроме концов этой стороны) под одним и тем же углом.

Тест 447. Площадь

Площади этих фигур равны тогда и только тогда, когда равны периметры:

- 1 квадратов;
- 2 прямоугольников;
- 3 ромбов;
- 4 правильных многоугольников;
- 5 кругов.

Тест 448. Построение

ТРЕУГОЛЬНИК

- 1 Можно построить треугольник по двум сторонам и медиане к третьей стороне, но не всегда.
- 2 Можно построить треугольник по двум углам и стороне, лежащей против одной из них, причём всегда один.
- 3 Всегда можно построить треугольник по углу и двум высотам, проведённым на его стороны.
- 4 Можно восстановить треугольник по серединам его сторон.
- 5 Около любого треугольника можно описать треугольник, ему подобный.

Тест 449. Построение

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

- 1 Можно построить равносторонний треугольник по его средней линии.
- 2 Можно построить равносторонний треугольник по его высоте.
- 3 Можно построить равносторонний треугольник по разности радиусов его вписанной и описанной окружностей.
- 4 Можно восстановить равносторонний треугольник по его центру и двум точкам внутри его сторон.
- 5 Можно построить равносторонний треугольник, если одна его вершина находится в вершине данного квадрата, а другие две вершины находятся на сторонах этого квадрата.

Тест 450. Построение

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

- 1** Всегда можно построить прямоугольный треугольник по его гипотенузе и проведённой к ней высоте.
- 2** Задача на построение прямоугольного треугольника по медиане к гипотенузе и катету имеет одно решение.
- 3** Можно восстановить прямоугольный треугольник по его центру описанной окружности и вершине прямого угла.
- 4** Можно построить прямоугольный треугольник, вписанный в данный прямоугольный треугольник, так, что все его вершины лежат внутри сторон данного треугольника и он подобен данному треугольнику.
- 5** Можно построить равнобедренный прямоугольный треугольник по сумме гипотенузы и катета.

Тест 451. Построение

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

- 1** Можно построить равнобедренный треугольник по углу при вершине и высоте, проведённой на его основание.
- 2** Задача на построение равнобедренного треугольника по боковой стороне и углу при основании всегда имеет решение.
- 3** Всегда можно построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и медиане к ней.
- 4** Можно восстановить равнобедренный треугольник по основанию и центру вписанной окружности.
- 5** Можно построить равнобедренный треугольник, вписанный в данный равнобедренный треугольник, так, что все его вершины лежат внутри сторон данного треугольника и он подобен данному треугольнику.

Тест 452. Построение

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК

- 1** Всегда можно построить выпуклый четырёхугольник по четырём его сторонам.
- 2** Задача на построение выпуклого четырёхугольника по четырём сторонам и углу между двумя сторонами всегда имеет решение.
- 3** Задача на построение четырёхугольника по четырём сторонам и двум диагоналям всегда имеет одно решение.
- 4** Можно восстановить четырёхугольник по серединам всех его сторон.

- 5 Можно построить четырёхугольник, подобный данному, такой, что точка пересечения его диагоналей совпадает с точкой пересечения диагоналей данного четырёхугольника.

Тест 453. Построение

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- 1 Можно построить параллелограмм по его диагоналям.
- 2 Задача на построение параллелограмма по стороне и двум диагоналям всегда имеет решение.
- 3 Можно построить параллелограмм, если заданы две его высоты и сторона.
- 4 Можно восстановить параллелограмм, от которого остались середины трёх его сторон.
- 5 В данный треугольник можно вписать только один параллелограмм с заданной диагональю, так, чтобы одна вершина параллелограмма была в вершине данного треугольника, а остальные вершины параллелограмма находились на сторонах этого треугольника.

Тест 454. Построение

ТРАПЕЦИЯ

- 1 Можно построить трапецию по четырём её сторонам.
- 2 Можно построить трапецию, если заданы две её диагонали и основания.
- 3 Можно построить трапецию по её основаниям, если известно, что в неё можно вписать окружность.
- 4 Можно восстановить трапецию, от которой остались три вершины и точка пересечения продолжений боков.
- 5 Можно построить трапецию, все вершины которой лежат на сторонах прямоугольного треугольника и диагонали которой взаимно перпендикулярны.

Тест 455. Построение

РОМБ

- 1 Можно построить ромб по двум диагоналям.
- 2 Можно построить ромб по диагонали и противолежащему углу.
- 3 Задача на построение ромба с заданной площадью и периметром имеет одно решение.
- 4 Можно восстановить ромб по вершине, центру симметрии и точке на стороне, противоположной данной вершине.
- 5 Все ромбы, вписанные в данный равносторонний треугольник, равны между собой.

Тест 456. Построение

ПРЯМОУГОЛЬНИК

- 1 Всегда можно построить прямоугольник по диагонали и стороне.
- 2 Можно построить прямоугольник по диагонали и углу между диагоналями.
- 3 Задача на построение прямоугольника по радиусу описанной окружности и радиусу вписанной окружности не всегда имеет решение, а если имеет решение, то одно.
- 4 Можно восстановить прямоугольник, если остались его центр симметрии и две точки внутри одной из его сторон.
- 5 Можно вписать прямоугольник в равносторонний треугольник, причём такой, у которого одна сторона в два раза больше другой.

Тест 457. Построение

КВАДРАТ

- 1 Можно построить квадрат по диагонали.
- 2 Можно построить квадрат по сумме диагонали и стороны.
- 3 Можно восстановить квадрат по вершине и двум серединам сторон, противоположных этой вершине.
- 4 Задача на построение квадрата, вписанного в равносторонний треугольник, имеет одно решение.
- 5 Можно построить квадрат, площадь которого в два раза меньше площади данного квадрата, такой, что его центр совпадает с центром данного квадрата.

Тест 458. Построение

ОКРУЖНОСТЬ

- 1 Всегда можно построить окружность заданного радиуса, проходящую через две данные точки.
- 2 Можно построить окружность, равноудалённую от двух данных равных окружностей.
- 3 Задача на построение окружности заданного радиуса, касающейся двух данных пересекающихся прямых, имеет одно решение.
- 4 Можно восстановить окружность по трём оставшимся от неё точкам.
- 5 В любой сектор данного круга, отличный от полукруга, можно вписать окружность, касающуюся данной окружности и обоих радиусов сектора.

Тест 459. Построение фигур

- 1 Всегда можно построить точку, равноудалённую от трёх данных точек.
- 2 Задача на построение прямой, равноудалённой от двух данных точек, всегда имеет решение, притом единственное.
- 3 Можно построить окружность в квадрате, которая делит пополам площадь этого квадрата.
- 4 Можно построить прямую, делящую пополам угол, вершина которого недоступна.
- 5 Если дан единичный отрезок и отрезок данной длины, то можно построить отрезок, длина которого равна квадрату длины данного отрезка.

Тест 460. Построение фигур

Если эта задача имеет решение, то оно единственное.

- 1 На данной прямой построить точку, из которой данный отрезок виден под прямым углом.
- 2 Построить окружность, касающуюся данной прямой и проходящую через данную точку вне этой прямой.
- 3 Построить трапецию по основанию, двум бокам и углу между основанием и одним из боков.
- 4 Построить окружность, касающуюся данной прямой и данной окружности, не имеющей с данной прямой общих точек.
- 5 Построить треугольник, вписанный в данную окружность, имеющий два заданных угла.

Тест 461. Построение фигур

- 1 Можно построить окружность, описанную около равнобокой трапеции.
- 2 Можно построить окружность, вписанную в ромб.
- 3 Можно построить квадрат, вписанный в данный треугольник.
- 4 Можно построить бесконечное множество равносторонних треугольников, вписанных в данный равносторонний треугольник.
- 5 Можно построить равносторонний треугольник, две вершины которого лежат на двух данных параллельных прямых, а третья вершина лежит на прямой, пересекающей данные прямые.

Приложение. Существование фигуры

В этих тестах углы предполагаются отличными от нулевого и развёрнутого, а расстояние — отличным от нуля.

Тест 462. Точка

- 1 Для каждой хорды AB круга найдётся одна точка окружности этого круга, из которой данная хорда видна под тупым углом (иначе говоря, такая точка X , что угол $AХВ$ тупой).
- 2 Для каждой хорды AB круга найдётся одна точка X на окружности этого круга, такая, что угол $AХВ$ наибольший.
- 3 Для каждой хорды AB круга найдутся две точки X на окружности этого круга, такие, что треугольник $AХВ$ прямоугольный.
- 4 Для каждой хорды AB круга найдутся две точки этой окружности, такие, что концы данной хорды и эти две точки являются вершинами прямоугольника.
- 5 Существует хорда AB круга, такая, что есть две точки X на окружности этого круга, являющиеся вершинами равностороннего треугольника $AХВ$.

Тест 463. Точка

При любом взаимном расположении указанных фигур существует одна точка:

- 1 равноудалённая от трёх данных точек;
- 2 равноудалённая от трёх прямых, проходящих через стороны треугольника;
- 3 удалённая на заданное расстояние от сторон данного угла;
- 4 на стороне OA угла AOB , из которой отрезок OP на другой стороне угла виден под прямым углом;
- 5 на данной прямой и равноудалённая от двух других точек, не лежащих на данной прямой.

Тест 464. Точка

Существует одна точка X :

- 1 на прямой AB , такая, что $AX : XB = 2 : 1$;
- 2 которая равноудалена от всех точек заданной дуги данной окружности;
- 3 на данной окружности, которая равноудалена от концов заданного диаметра этой окружности;

- 4 внутри данного угла, равноудалённая от его сторон на заданном расстоянии от его вершины;
- 5 равноудалённая от сторон угла и его вершины.

Тест 465. Точка

Даны две точки A и B и прямая p , не содержащая этих точек. Есть одна точка C на прямой p , такая, что прямая p составляет равные углы с прямыми AC и BC , если данные точки находятся:

- 1 на разных расстояниях от данной прямой и с одной стороны от этой прямой;
- 2 на равных расстояниях от данной прямой и с одной стороны от этой прямой;
- 3 на разных расстояниях от данной прямой и с разных сторон от этой прямой;
- 4 на равных расстояниях от данной прямой и с разных сторон от этой прямой;
- 5 на прямой, перпендикулярной данной прямой.

Тест 466. Прямая

Даны точка и квадрат.

- 1 При любом взаимном положении данных фигур есть одна прямая, которая проходит через данную точку и делит квадрат на две равновеликие части.
- 2 Существует взаимное положение данных фигур, при котором через данную точку проходят две прямые, делящие квадрат на три равновеликие части.
- 3 Есть такое взаимное положение данных фигур, при котором есть две прямые, проходящие через данную точку и делящие квадрат на четыре равновеликие части.
- 4 При любом взаимном положении данных фигур нет ни одной прямой, которая проходит через данную точку и делит пополам площадь квадрата, но не делит пополам его периметр.
- 5 При любом расположении данных фигур существует точка, равноудалённая от этих фигур.

Тест 467. Прямая

Даны точка и равносторонний треугольник.

- 1 При любом взаимном положении данных фигур есть одна прямая, которая проходит через данную точку и делит равносторонний треугольник на две равновеликие части.

- 2 Существует взаимное положение данных фигур, при котором через данную точку проходят две прямые, которые делят равносторонний треугольник на три равновеликие части.
- 3 Есть такое взаимное положение данных фигур, при котором есть две прямые, проходящие через данную точку и делящие равносторонний треугольник на три равновеликие части.
- 4 При любом взаимном положении данных фигур нет ни одной прямой, которая проходит через данную точку и делит пополам площадь равностороннего треугольника и его периметр.
- 5 Существует такое взаимное положение данных фигур, при котором нет прямой, равноудалённой от них.

Тест 468. Прямая

Даны точка и круг.

- 1 При любом взаимном положении данных фигур есть одна прямая, которая проходит через данную точку и делит круг на две равные части.
- 2 Существует взаимное положение данных фигур, при котором через данную точку проходят две прямые, которые делят круг на три равные части.
- 3 Есть такое взаимное положение данных фигур, при котором есть две прямые, проходящие через данную точку и делящие круг на три равновеликие части.
- 4 При любом взаимном положении данных фигур нет ни одной прямой, которая проходит через данную точку и делит пополам площадь круга и его периметр.
- 5 При любом расположении данных фигур существует точка, равноудалённая от этих фигур.

Тест 469. Прямая

- 1 Даны две точки. Существует одна прямая, каждая точка которой равноудалена от этих точек.
- 2 Даны две точки. Существует одна прямая, равноудалённая от этих точек.
- 3 Даны две параллельные прямые. Существует одна прямая, каждая точка которой равноудалена от этих прямых.
- 4 Даны две пересекающиеся прямые. Существует одна прямая, каждая точка которой равноудалена от этих прямых.
- 5 Дана прямая. Существуют две прямые, удалённые от неё на заданное ненулевое расстояние.

Тест 470. Прямая

- 1 Дан треугольник. Существует одна прямая, которая проходит через его вершину и делит пополам его площадь.
- 2 Дан треугольник. Существует одна прямая, которая параллельна его стороне и делит пополам его площадь.
- 3 Дан равносторонний треугольник. Существуют три прямые, которые проходят через его центр и делят пополам его площадь.
- 4 Даны треугольник и точка вне его. Существует одна прямая, которая проходит через данную точку и делит пополам площадь треугольника.
- 5 Дан треугольник. В любом направлении можно провести одну прямую, которая делит пополам его площадь.

Тест 471. Прямая

- 1 Дан треугольник. Через каждую его вершину проходит одна прямая, равноудалённая от двух других его вершин.
- 2 Дан треугольник. Существует одна прямая, которая равноудалена от всех его вершин.
- 3 Дан равносторонний треугольник. Через каждую его сторону проведена прямая. Каждая из них удалена от противоположной вершины на одно и то же расстояние.
- 4 Дан равносторонний треугольник. Существуют три прямые, которые равноудалены от всех его сторон.
- 5 Дан квадрат. Существует одна прямая, равноудалённая от всех его вершин.

Тест 472. Прямая

Даны круг и точка. При любом взаимном расположении этих фигур:

- 1 существует одна прямая, которая проходит через данную точку и касается окружности этого круга;
- 2 существует одна прямая, которая проходит через данную точку и делит круг на равные части;
- 3 существует одна прямая, которая проходит через данную точку и пересекает круг по хорде заданной длины, меньшей диаметра;
- 4 нельзя провести прямую, которая проходит через данную точку и пересекает круг по самому маленькому отрезку;
- 5 если точка расположена вне круга, то существует одна прямая, равноудалённая от данной точки и данного круга.

Тест 473. Прямая

Существуют две прямые:

- 1** удалённые от данной прямой на данное ненулевое расстояние;
- 2** перпендикулярные данной касательной к данной окружности и касательные к этой окружности;
- 3** касательные к данной окружности и пересекающие прямую, проходящую через заданный диаметр этой окружности, под одним и тем же острым углом;
- 4** делящие периметр данного прямоугольного треугольника пополам;
- 5** проходящие через заданную вершину данного треугольника и делящие его площадь на три равные части.

Тест 474. Прямая

Существуют две прямые:

- 1** которые параллельны данной диагонали параллелограмма и делят его на равновеликие части;
- 2** которые проходят через данную вершину параллелограмма и делят его на равновеликие части;
- 3** которые касаются двух равных окружностей, имеющих общую точку;
- 4** которые касаются двух окружностей, круги которых не имеют общих точек;
- 5** которые касаются двух окружностей, имеющих общую точку.

Тест 475. Прямая

- 1** Существует одна прямая, которая проходит через данную точку и отсекает от данного равностороннего треугольника равносторонний треугольник.
- 2** При любом расположении точки на гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника существует прямая, проходящая через эту точку, которая отсекает от него два прямоугольных равнобедренных треугольника.
- 3** При любом расположении точки внутри треугольника через неё можно провести три прямые, отсекающие от него треугольник, подобный данному.
- 4** Через точку внутри равностороннего треугольника нельзя провести прямую, отсекающую от него прямоугольный равнобедренный треугольник.
- 5** Через вершину прямого угла прямоугольного треугольника можно провести прямую, которая разбивает его на три пары подобных треугольников.

Тест 476. Прямая

Дана равнобокая трапеция.

- 1 Любую такую трапецию можно разбить одной прямой на две равнобокие трапеции.
- 2 Есть две такие прямые, которые разбивают такую трапецию на параллелограмм и равнобедренный треугольник.
- 3 Есть такая трапеция, которую одной прямой можно разбить на два равнобедренных треугольника.
- 4 Любую такую трапецию можно одной прямой разбить на две равные трапеции.
- 5 Нет такой трапеции, которую можно разбить хотя бы одной прямой на ромб и равносторонний треугольник.

Тест 477. Прямая

Даны круг и точка, не являющаяся его центром. При любом их взаимном положении существует одна прямая, которая проходит через эту точку:

- 1 и делит этот круг на две равные части;
- 2 и пересекает круг по хорде любой длины, меньшей диаметра;
- 3 и пересекает заданный диаметр этого круга под любым острым углом;
- 4 и пересекает круг по хорде, которая отстоит от центра круга на любое расстояние, меньшее радиуса этого круга;
- 5 и отсекает от этого круга сегмент, площадь которого составляет треть от площади круга.

Тест 478. Прямая

Даны две окружности. Они имеют две общие касательные, если:

- 1 их круги не имеют общих точек;
- 2 их круги имеют одну общую точку;
- 3 они пересекаются в двух точках;
- 4 один из кругов находится внутри другого и их окружности имеют общую точку;
- 5 эти окружности не концентрические.

Тест 479. Отрезок

Существуют два отрезка заданной длины, концы которых лежат:

- 1 на сторонах прямого угла;

- 2** на двух параллельных прямых, имеющие общий конец, причём их длины больше расстояния между этими прямыми;
- 3** на двух пересекающихся прямых, параллельные третьей прямой, пересекающей обе заданные прямые;
- 4** на данной окружности, если их длина меньше диаметра окружности, имеющие общий конец в заданной точке окружности;
- 5** на двух сторонах заданного не острого угла, удалённые на расстояние 1 и от вершины этого угла, и от противоположных им сторон этого угла.

Тест 480. Отрезок

При любом положении хорды, отличной от диаметра, в данном круге найдётся:

- 1** одна хорда, ей равная и параллельная;
- 2** две хорды, ей равные и ей перпендикулярные;
- 3** две хорды, ей равные и составляющие с данной хордой один и тот же угол;
- 4** две хорды, ей параллельные и удалённые от данной хорды на расстояние, равное половине радиуса данной окружности;
- 5** одна хорда, ей равная и имеющая с ней общую точку на данной окружности.

Тест 481. Отрезок

Существует один самый длинный отрезок, концы которого лежат на границе фигуры, если данная фигура:

- 1** равносторонний треугольник;
- 2** прямоугольный треугольник;
- 3** параллелограмм;
- 4** круг, причём отрезок проходит через точку внутри этого круга, отличную от его центра;
- 5** прямоугольная трапеция, составленная из двух равнобедренных треугольников.

Тест 482. Отрезок

Существует один самый короткий отрезок, концы которого лежат на границе фигуры, если данная фигура:

- 1** две пересекающиеся прямые;
- 2** две параллельные прямые;
- 3** равносторонний треугольник;
- 4** параллелограмм;
- 5** круг, причём отрезок проходит через точку внутри этого круга, отличную от его центра.

Тест 483. Окружность

- 1 Если две прямые пересекаются, то существуют две равные окружности, касающиеся друг друга и этих прямых.
- 2 Если две прямые пересекаются, то существуют две окружности, касающиеся этих прямых и проходящие через точку на одной из этих прямых.
- 3 Если две прямые пересекаются, то существуют две окружности, касающиеся этих прямых и проходящие через точку, не принадлежащую ни одной из этих прямых.
- 4 Если две прямые параллельны, то существуют две окружности, касающиеся этих прямых и проходящие через точку между этими прямыми.
- 5 При любом расположении двух прямых существует окружность заданного радиуса, касающаяся обеих прямых.

Тест 484. Окружность

Прямая касается окружности.

- 1 Существует одна окружность, равная данной, которая касается данной прямой и данной окружности в их общей точке.
- 2 Существуют две окружности, равные данной, которые касаются данной прямой и данной окружности.
- 3 Существуют три окружности, которые касаются данной прямой и данной окружности, диаметр которых равен радиусу данной окружности.
- 4 Существуют две окружности, которые касаются данной прямой и данной окружности в точке касания данных прямой и окружности, радиус которых равен диаметру данной окружности.
- 5 При любом расположении точки на данной окружности существует окружность, которая касается данной прямой и данной окружности в заданной точке.

Тест 485. Окружность

Дана окружность радиусом R и точка вне этой окружности. При любом взаимном расположении заданных точки и окружности существует одна окружность с центром в заданной точке:

- 1 радиусом, меньшим R , касающаяся данной окружности;
- 2 радиусом, равным R , касающаяся данной окружности;
- 3 радиусом, большим R , касающаяся данной окружности;
- 4 радиусом $\frac{R}{2}$, удалённая от данной окружности на расстояние, равное R ;

- 5 радиусом $2R$, удалённая от данной окружности на расстояние, равное R .

Тест 486. Равносторонний треугольник

Дан отрезок. Существует один равносторонний треугольник, для которого данный отрезок является:

- 1 стороной;
- 2 медианой;
- 3 средней линией;
- 4 диаметром описанной окружности;
- 5 радиусом вписанной окружности.

Тест 487. Равносторонний треугольник

Существует один равносторонний треугольник:

- 1 вписанный в данную окружность, причём одна его вершина находится в фиксированной точке данной окружности;
- 2 описанный около данной окружности, причём одна точка касания находится в фиксированной точке данной окружности;
- 3 вписанный в данный квадрат, причём одна его вершина находится в середине стороны данного квадрата;
- 4 вписанный в данный равносторонний треугольник, причём одна его вершина находится на стороне данного равностороннего треугольника;
- 5 вершины которого находятся на трёх данных параллельных прямых, причём одна его вершина находится в фиксированной точке на одной из этих прямых.

Тест 488. Треугольник

Существует один треугольник, у которого заданы длины двух сторон:

- 1 и угол против одной из них;
- 2 и синус угла между ними;
- 3 и косинус угла между ними;
- 4 и площадь;
- 5 и радиус описанной около него окружности.

Тест 489. Квадрат

Существует один квадрат:

- 1 для которого данный отрезок является его средней линией;
- 2 вписанный в данную окружность, причём одна из вершин квадрата находится в заданной точке окружности;

- 3 описанный около данной окружности, причём одна точка касания находится в заданной точке окружности;
- 4 вписанный в данный равносторонний треугольник, причём одна из сторон квадрата находится на стороне треугольника;
- 5 вписанный в данный квадрат, причём одна из вершин квадрата находится внутри стороны данного квадрата.

Тест 490. Прямая, окружность

Даны прямая и точка. При любом взаимном положении данных фигур есть:

- 1 одна прямая, которая проходит через данную точку и параллельна данной прямой;
- 2 одна прямая, которая проходит через данную точку и перпендикулярна данной прямой;
- 3 две прямые, которые проходят через данную точку и составляют с данной прямой данный угол;
- 4 одна окружность, которая проходит через данную точку и касается данной прямой;
- 5 одна прямая, равноудалённая от данной точки и данной прямой.

Тест 491. Прямая, окружность

Даны точки A и B на расстоянии 2 между собой.

- 1 Существует одна пара параллельных прямых, одна из которых проходит через точку A , а другая — через точку B , расстояние между которыми равно 1.
- 2 Существуют две прямые, каждая из которых удалена от каждой из данных точек на 1.
- 3 Существуют две окружности, каждая из которых удалена от каждой из данных точек на 1.
- 4 Существует одна прямая, удалённая от точки A на расстояние 1, а от точки B на расстояние 2.
- 5 Существуют две прямые, удалённые от точки A на расстояние 1, а от точки B на расстояние 0,5.

Тест 492. Точка, прямая, окружность

Даны две точки A и B .

- 1 Существуют две точки, которые удалены от каждой из данных точек на расстояние AB .
- 2 Существует одна точка, которая удалена от каждой из данных точек на расстояние $0,5AB$.
- 3 Существуют две прямые, которые удалены от каждой из данных точек на расстояние AB .

- 4 Существуют две прямые, которые удалены от каждой из данных точек на расстояние, меньшее AB .
- 5 Существуют две окружности радиуса AB , которые проходят через каждую из данных точек.

Тест 493. Точка, прямая, окружность

Даны две точки A и B , расстояние между которыми равно 2.

- 1 Существуют две точки, такие, что расстояние от каждой из них до одной из данных точек равно 2, а до другой из данных точек равно 1.
- 2 Существует одна прямая, проходящая через точку A на расстоянии 1 от точки B .
- 3 Существует одна пара параллельных прямых, каждая из которых проходит через одну из данных точек, расстояние между которыми равно 1.
- 4 Существуют две окружности заданного радиуса, каждая из которых проходит через обе заданные точки.
- 5 Существует одна окружность с центром в одной из данных точек, радиус которой равен расстоянию между этими точками.

Тест 494. Ось симметрии

- 1 Дана прямая и точка на ней. Существует одна прямая, которая проходит через данную точку и является осью симметрии данной прямой.
- 2 Даны две параллельные прямые и точка, равноудалённая от них. Есть одна ось симметрии объединения этих прямых, проходящая через данную точку.
- 3 Даны две пересекающиеся под острым углом прямые. Их объединение имеет одну ось симметрии.
- 4 Даны две взаимно перпендикулярные прямые. Их объединение имеет две оси симметрии.
- 5 Даны два луча одной и той же прямой. Их объединение при любом расположении на прямой имеет одну ось симметрии.

Тест 495. Ось симметрии

- 1 Прямая без двух своих точек имеет две оси симметрии.
- 2 Существует треугольник с двумя осями симметрии.
- 3 Круг без диаметра имеет одну ось симметрии.
- 4 Какую бы точку ни удалили из круга, оставшаяся фигура имеет одну ось симметрии.
- 5 Существуют четырёхугольники, имеющие одну ось симметрии, две оси симметрии, три оси симметрии, четыре оси симметрии.

Тест 496. Движение

Существует одно движение, в результате которого каждая часть полученной фигуры переходит в другую её часть, если исходная фигура:

- 1 параллелограмм общего вида, в котором проведена его диагональ;
- 2 прямоугольник общего вида, в котором проведена его диагональ;
- 3 ромб общего вида, в котором проведены его диагонали;
- 4 прямоугольник общего вида, в котором проведена его средняя линия;
- 5 круг, в котором проведён его диаметр.

Тест 497. Движение

Существует одно движение, в результате которого:

- 1 каждая из двух высот равнобедренного треугольника, проведённых на его боковые стороны, переходит в другую его высоту;
- 2 каждая из двух высот равностороннего треугольника, проведённых на его стороны, переходит в другую его высоту;
- 3 каждая из диагоналей квадрата переходит в другую его диагональ;
- 4 каждая из диагоналей равнобокой трапеции переходит в другую её диагональ;
- 5 каждый из двух диаметров круга переходит в другой его диаметр.

Тест 498. Движение

Существуют два движения, кроме тождественного, при которых объединение двух равных равносторонних треугольников ABC и KLM переходит само в себя при таком их расположении:

- 1 треугольники имеют общую сторону;
- 2 совпадают точки C и K , а также стороны AC и KL лежат на одной прямой, треугольники лежат по разные стороны от прямой AL ;
- 3 совпадают точки C и K , а также стороны AC и KL лежат на одной прямой, треугольники лежат по одну сторону от прямой KL ;
- 4 точка B — середина KL , точка M — середина AC , стороны AC и KL параллельны;
- 5 точка L — середина AC , стороны AC и KM параллельны, треугольники лежат по разные стороны от прямой AC .

Тест 499. Движение

Существуют два движения, кроме тождественного, при которых объединение двух равных квадратов $ABCD$ и $KLMN$ переходит само в себя при таком их расположении:

- 1** квадраты имеют общую сторону;
- 2** совпадают точки C и K , стороны BC и KN лежат на одной прямой, квадраты лежат по разные стороны от прямых DL и BN ;
- 3** совпадают центры этих квадратов, диагонали каждого из них перпендикулярны сторонам другого;
- 4** квадраты имеют одну общую точку — совпадение вершин C и K , один из них получен из другого поворотом на 45° по часовой стрелке вокруг общей точки;
- 5** квадраты имеют одну общую точку — вершину C , которая находится в середине стороны KN , сторона KN перпендикулярна диагонали AC , квадраты находятся по разные стороны от прямой KN .

ОТВЕТЫ

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	+	+	+	+	+	29	+	+	+	+	+	57	-	-	-	-	+
2	-	+	+	+	+	30	+	+	-	+	+	58	-	+	+	+	+
3	+	-	+	+	-	31	-	+	+	+	+	59	+	-	-	+	+
4	+	-	+	+	+	32	-	+	-	+	+	60	+	-	-	+	+
5	+	+	-	-	+	33	?	?	?	?	?	61	+	-	-	-	-
6	-	+	-	-	+	34	+	+	+	+	+	62	+	-	-	-	-
7	-	+	-	-	-	35	+	+	+	+	+	63	+	-	+	-	-
8	+	+	+	+	+	36	+	-	+	+	+	64	+	+	+	+	+
9	+	-	-	+	+	37	+	-	+	+	-	65	-	+	-	+	+
10	?	?	-	-	?	38	?	?	?	-	?	66	+	+	-	-	+
11	+	-	-	-	-	39	+	+	+	+	-	67	-	+	+	-	-
12	+	-	-	-	+	40	+	-	-	+	-	68	+	+	-	+	+
13	-	+	-	-	+	41	+	+	-	-	+	69	-	-	-	+	+
14	-	-	-	-	-	42	+	+	+	+	+	70	-	-	-	+	-
15	+	+	+	+	-	43	-	+	-	-	+	71	-	-	-	-	-
16	-	+	+	+	+	44	-	-	-	-	-	72	+	+	-	+	+
17	+	-	+	+	+	45	-	-	+	-	-	73	-	-	-	+	-
18	-	+	-	-	-	46	?	?	?	?	-	74	+	-	-	+	+
19	?	?	-	?	?	47	-	-	-	-	+	75	-	-	+	-	+
20	?	?	?	?	?	48	-	+	-	+	+	76	+	+	-	-	+
21	+	+	+	+	+	49	-	+	+	+	-	77	+	-	-	+	+
22	-	+	-	?	+	50	+	-	+	-	-	78	-	-	?	?	-
23	+	+	-	-	-	51	-	+	-	-	-	79	?	?	-	-	-
24	-	+	-	-	+	52	+	+	+	+	-	80	-	?	?	?	-
25	+	+	-	+	-	53	+	+	+	+	-	81	+	-	+	-	+
26	+	+	-	-	-	54	+	+	+	+	-	82	-	+	-	+	-
27	+	+	+	+	-	55	-	-	-	-	-	83	+	+	+	+	+
28	+	+	-	+	-	56	-	+	-	-	+	84	-	-	+	+	-

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
85	+	-	+	+	-	113	-	+	-	-	-	141	-	+	+	?	+
86	+	+	+	-	+	114	+	+	+	+	-	142	+	+	+	+	+
87	+	+	+	+	+	115	+	+	-	-	-	143	-	+	-	-	-
88	+	-	+	-	+	116	+	+	+	-	-	144	+	+	+	+	+
89	+	+	+	-	-	117	+	?	+	-	+	145	+	+	+	-	+
90	+	+	+	-	-	118	+	-	-	-	-	146	+	+	+	-	-
91	+	+	-	-	-	119	+	!	+	-	!	147	-	?	?	+	-
92	-	?	?	-	?	120	-	-	+	+	-	148	-	-	?	?	?
93	+	-	-	+	+	121	-	+	+	+	-	149	-	-	-	-	+
94	+	-	+	+	-	122	-	-	+	-	-	150	?	-	-	?	?
95	-	+	-	-	-	123	+	+	-	-	+	151	+	+	+	+	-
96	-	-	-	-	-	124	+	-	+	-	+	152	-	-	+	-	+
97	+	+	-	-	-	125	-	+	+	+	-	153	+	+	+	+	+
98	+	+	+	+	-	126	-	-	+	-	-	154	+	+	-	+	-
99	-	+	+	+	-	127	-	+	-	-	-	155	?	-	?	-	-
100	+	+	+	+	-	128	+	-	+	+	-	156	-	-	-	+	-
101	+	+	+	+	+	129	+	!	+	-	-	157	+	-	+	+	-
102	+	+	+	!	-	130	-	?	-	!	!	158	-	+	-	-	+
103	-	-	+	-	+	131	-	-	+	-	+	159	+	+	-	?	+
104	+	+	+	+	-	132	+	+	+	+	+	160	-	+	+	+	+
105	+	-	+	+	+	133	-	+	+	-	-	161	-	+	+	+	-
106	+	+	+	+	+	134	-	-	+	+	-	162	+	-	+	-	+
107	+	+	+	+	+	135	+	-	+	-	+	163	+	+	+	+	+
108	-	+	-	+	-	136	+	+	-	+	-	164	+	+	+	+	+
109	-	?	-	!	!	137	?	?	?	?	?	165	?	?	?	-	-
110	?	-	-	-	!	138	+	+	+	-	+	166	?	-	?	-	-
111	-	-	+	+	-	139	-	-	-	-	+	167	+	-	-	+	-
112	+	+	+	+	+	140	+	-	-	-	+	168	-	+	+	-	+

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
169	-	+	+	-	-	197	-	-	+	+	+	225	-	-	-	+	+
170	-	+	+	-	+	198	+	+	-	+	+	226	-	+	+	+	+
171	-	-	-	!	?	199	-	+	+	+	-	227	-	+	-	-	-
172	-	+	+	+	+	200	+	-	+	-	+	228	-	!	-	-	+
173	+	-	-	-	+	201	-	-	-	!	-	229	+	-	-	+	!
174	-	-	+	-	+	202	+	-	-	-	+	230	-	+	+	-	-
175	+	-	+	-	-	203	-	-	+	+	-	231	-	+	?	-	-
176	+	-	+	-	-	204	?	+	-	+	-	232	-	+	+	+	-
177	+	+	+	+	-	205	-	+	+	+	-	233	+	+	-	-	+
178	-	-	-	-	-	206	+	+	+	+	+	234	-	+	-	-	-
179	+	-	+	-	+	207	-	+	-	-	+	235	-	-	-	-	+
180	+	-	+	-	+	208	+	+	-	-	+	236	+	+	+	+	?
181	+	+	+	+	+	209	+	+	-	+	?	237	-	+	+	-	-
182	+	+	+	+	+	210	+	-	+	+	-	238	!	+	+	+	+
183	-	+	+	+	+	211	+	-	+	-	-	239	-	-	-	-	-
184	+	-	+	-	!	212	+	+	+	+	+	240	+	-	+	-	-
185	+	-	-	-	+	213	+	+	+	+	+	241	-	-	+	+	-
186	+	-	-	+	+	214	+	+	+	+	+	242	+	-	-	+	+
187	+	-	+	+	-	215	-	-	-	+	+	243	+	+	+	+	+
188	+	+	+	+	-	216	+	+	+	+	+	244	+	-	-	-	-
189	-	+	-	+	+	217	+	-	+	-	-	245	-	+	-	+	+
190	!	?	-	-	!	218	+	+	+	+	+	246	+	-	+	+	-
191	+	+	-	+	-	219	+	+	+	+	+	247	+	+	+	+	-
192	+	-	-	+	-	220	?	?	?	?	-	248	+	-	+	+	+
193	+	+	+	+	+	221	+	-	+	-	-	249	-	+	-	-	-
194	+	-	?	+	+	222	+	+	+	+	+	250	-	-	-	-	-
195	+	+	+	-	+	223	+	+	+	+	-	251	+	-	+	-	+
196	+	+	-	-	+	224	-	+	+	+	+	252	+	-	-	+	+

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
253	-	+	+	+	+	281	+	+	+	+	+	309	+	+	+	+	-
254	!	+	+	!	-	282	-	-	-	-	+	310	+	+	+	+	+
255	?	-	?	-	-	283	-	-	-	-	-	311	-	+	-	-	?
256	+	+	-	+	-	284	+	+	+	-	+	312	+	-	-	-	+
257	+	+	+	+	-	285	+	+	+	+	+	313	+	+	+	-	+
258	-	+	+	+	-	286	+	+	-	+	+	314	+	+	+	-	+
259	+	-	-	-	+	287	+	+	+	+	+	315	+	+	-	-	-
260	+	-	-	-	-	288	+	-	-	-	+	316	+	+	+	+	+
261	+	+	-	-	+	289	+	+	-	-	-	317	+	+	+	+	+
262	+	-	-	-	+	290	+	-	-	+	-	318	+	-	-	+	-
263	+	-	?	+	-	291	-	-	-	+	+	319	+	+	+	-	?
264	-	+	-	+	+	292	-	-	-	+	-	320	+	-	+	+	-
265	+	+	+	+	+	293	+	+	+	+	+	321	+	-	-	+	-
266	+	+	-	-	-	294	+	+	+	+	+	322	-	+	+	-	-
267	-	+	+	-	-	295	+	+	+	+	-	323	+	+	+	-	-
268	-	-	-	+	+	296	+	+	+	+	-	324	+	+	+	+	+
269	+	+	-	+	+	297	-	+	+	+	+	325	+	+	+	+	-
270	+	+	+	+	+	298	+	-	+	+	-	326	-	+	+	+	+
271	+	-	+	-	-	299	-	-	+	-	-	327	+	+	-	-	+
272	+	+	+	-	+	300	-	-	+	-	+	328	+	+	+	+	+
273	+	-	+	+	+	301	-	+	-	-	-	329	+	+	+	+	+
274	+	+	-	+	+	302	+	+	-	-	-	330	+	+	-	+	+
275	+	+	-	-	+	303	+	+	-	+	+	331	-	-	+	+	+
276	+	+	+	+	+	304	+	+	-	-	-	332	+	+	-	-	+
277	-	-	-	-	-	305	-	-	-	-	-	333	+	-	+	+	-
278	+	-	-	-	-	306	+	-	-	+	-	334	+	+	+	+	+
279	-	!	+	!	+	307	-	-	-	-	-	335	+	+	+	-	-
280	-	+	-	-	+	308	+	-	-	-	-	336	+	+	+	+	+

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
337	+	+	-	+	+	365	-	+	+	+	-	393	+	-	+	+	+
338	-	+	-	-	+	366	+	+	-	-	-	394	+	+	-	-	+
339	-	+	+	-	+	367	+	-	+	+	+	395	+	+	-	+	+
340	+	-	+	+	+	368	+	+	-	+	+	396	-	-	+	+	+
341	+	-	-	+	-	369	+	-	+	-	+	397	?	?	?	?	-
342	-	-	+	-	+	370	+	-	+	-	+	398	+	+	+	+	-
343	-	+	-	+	-	371	+	+	-	+	-	399	+	+	+	-	+
344	+	-	+	-	+	372	-	-	+	+	+	400	+	-	+	-	+
345	-	+	+	+	+	373	+	-	+	-	+	401	?	?	?	?	?
346	+	+	-	+	+	374	+	+	-	!	+	402	+	-	-	+	-
347	+	+	-	-	+	375	-	+	-	+	-	403	-	-	+	+	-
348	-	-	+	-	-	376	-	+	+	+	-	404	+	+	+	+	-
349	+	-	-	-	-	377	+	+	-	+	+	405	+	+	-	+	-
350	+	+	+	-	-	378	+	-	+	-	-	406	-	?	?	-	-
351	+	+	+	+	-	379	-	-	-	+	+	407	-	+	-	-	+
352	+	+	-	+	+	380	+	+	+	+	+	408	-	-	+	+	+
353	+	+	-	-	-	381	+	+	+	-	-	409	+	+	-	+	+
354	+	-	+	+	+	382	+	+	+	+	+	410	-	+	-	-	!
355	+	+	-	-	+	383	-	+	-	-	-	411	+	-	-	-	+
356	+	+	+	-	+	384	-	-	-	+	-	412	-	-	+	+	-
357	+	+	+	-	+	385	-	+	+	-	+	413	-	-	-	+	-
358	+	+	-	-	+	386	-	-	-	-	-	414	+	-	+	+	+
359	-	+	+	+	+	387	-	+	-	+	+	415	+	+	+	+	+
360	+	+	+	-	+	388	+	+	+	+	+	416	+	+	-	-	+
361	+	+	-	+	+	389	-	-	-	-	+	417	+	+	+	+	-
362	+	+	-	+	+	390	-	-	-	-	+	418	-	-	+	+	-
363	-	+	+	+	-	391	-	-	-	-	+	419	-	-	+	+	+
364	-	+	-	+	-	392	-	-	-	-	-	420	+	+	+	+	+

Тест	Задания					Тест	Задания					Тест	Задания				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
421	+	-	+	+	+	449	+	+	+	-	+	477	+	-	-	-	-
422	+	+	-	+	+	450	-	+	-	+	+	478	-	-	+	-	-
423	+	+	+	+	+	451	+	-	-	+	+	479	+	+	+	+	+
424	-	-	-	-	+	452	-	-	-	-	+	480	+	+	+	-	+
425	+	+	+	-	+	453	+	-	-	+	-	481	-	+	-	+	-
426	+	-	+	-	-	454	-	+	+	+	+	482	-	-	-	-	+
427	+	+	+	-	+	455	+	+	+	+	-	483	-	+	+	+	-
428	+	+	+	-	+	456	-	+	+	-	+	484	+	-	+	+	-
429	-	+	+	-	+	457	+	+	+	+	+	485	+	-	-	+	+
430	-	+	+	+	+	458	-	+	+	+	+	486	-	-	-	-	-
431	-	-	+	-	-	459	-	-	+	+	+	487	+	+	-	+	-
432	+	-	-	+	+	460	-	-	-	-	+	488	-	-	+	-	-
433	-	+	+	+	+	461	+	+	+	+	+	489	+	-	+	-	+
434	-	+	+	+	-	462	-	-	-	-	+	490	-	+	-	-	+
435	+	+	-	-	+	463	-	-	-	-	-	491	-	-	-	-	-
436	+	+	-	-	+	464	-	+	-	+	-	492	+	+	+	-	-
437	+	+	-	+	+	465	-	+	+	-	+	493	-	-	-	-	-
438	+	+	+	+	+	466	-	+	+	-	+	494	-	-	-	-	-
439	+	+	+	-	+	467	-	+	+	-	-	495	+	-	-	-	-
440	-	+	+	+	+	468	-	-	+	+	+	496	+	+	-	-	+
441	+	+	+	-	-	469	+	-	+	-	+	497	+	-	-	+	-
442	+	+	+	-	-	470	-	-	+	+	+	498	-	-	-	-	-
443	+	+	+	+	-	471	-	-	+	+	+	499	-	-	-	-	-
444	+	-	+	-	-	472	-	-	-	+	-						
445	-	+	-	+	+	473	+	+	-	-	+						
446	+	+	-	-	+	474	+	+	-	-	-						
447	+	-	-	-	+	475	-	-	-	+	+						
448	+	-	+	+	+	476	+	+	+	+	-						

Содержание

Введение	3
Тесты	
1. Пересечение фигур	7
2. Объединение фигур	—
3. Пересечение и объединение фигур	—
4—11. Прямая	—
12—14. Пересекающиеся прямые	9
15—25. Перпендикулярные прямые	10
26—36. Параллельные прямые	13
37. Параллельность и перпендикулярность в пространстве	17
38. Взаимное расположение прямых	—
39—46. Отрезок	—
47, 48. Ломаная	20
49. Угол между прямыми	—
50—57. Угол	21
58. Разбиение на части	24
59—93. Треугольник	—
94—106. Равнобедренный треугольник	34
107—110. Равносторонний треугольник	37
111, 112. Теорема Пифагора и её применение	38
113—120. Прямоугольный треугольник	39
121, 122. Синус	42
123, 124. Косинус	—
125. Тангенс и котангенс	43
126—130. Виды треугольников	—
131. Куб	44
132—134. Многоугольник	—
135—142. Правильный многоугольник	45
143—151. Четырёхугольник	47
152—162. Параллелограмм	50
163—170. Прямоугольник	53
171—175. Ромб	55
176—182. Квадрат	56
183—188. Трапеция	58
189—192. Равнобокая трапеция	59
193. Прямоугольный параллелепипед	61
194. Окружность	—
195. Радиус	—
196—207. Круг	62
208, 209. Отрезки в круге	65
210—217. Касательная	66
218—220. Две окружности	68
221, 222. Вписанный угол	69
223. Углы в круге	70
224. Взаимное расположение окружности и других фигур	—
225—232. Описанная окружность	71
233—239. Вписанная окружность	73

240.	Длина окружности	75
241., 242.	Площадь круга	76
243., 244.	Длина окружности и площадь круга	—
245.	Число π	77
246.	Равенство кругов	—
247—249.	Шар	—
250—262.	Отрезок	78
263., 264.	Расстояние от точки до фигуры	83
265.	Расстояние	84
266—273.	Угол	—
274—292.	Площадь	87
293., 294.	Объем	94
295., 296.	Монотонность величины	95
297.	Обобщающий	—
298.	Фигуры вращения	96
299.	Преобразование плоской фигуры	—
300.	Взаимно-однозначное преобразование плоской фигуры	97
301.	Движение на плоскости	—
302., 303.	Равенство фигур	—
304.	Параллельный перенос (сдвиг)	98
305—308.	Параллельный перенос	99
309.	Поворот	100
310—316.	Центральная симметрия	—
317—324.	Осевая симметрия	103
325.	Движение	106
326.	Симметричные фигуры	—
327.	Группа симметрии фигуры	107
328.	Элементы симметрии	—
329., 330.	Зеркальная симметрия	108
331.	Подобное преобразование	—
332.	Подобие	—
333—336.	Подобие треугольников	109
337—342.	Вертикальный сдвиг	110
343—348.	Горизонтальный сдвиг	112
349—354.	Наклонный сдвиг	114
355—358.	Отражение в оси абсцисс	116
359—362.	Отражение в оси ординат	118
363.	Композиция вертикального сдвига и отражения в оси абсцисс	119
364., 365.	Композиция горизонтального сдвига и отражения в оси абсцисс	120
366—370.	Использование движений для решения уравнений, систем уравнений и неравенств	—
371.	Сонаправленные векторы, равенство векторов	122
372—376.	Сумма и разность векторов	—
377—381.	Линейные операции с векторами	124
382.	Разложение вектора на составляющие по двум прямым	125
383.	Проекция вектора	126
384.	Координаты вектора	—
385.	Векторы на координатной плоскости	—
386.	Векторный метод	127

387.	Угол между векторами	127
388—395.	Скалярное умножение	128
396.	Векторное задание фигур	131
397.	Обобщающий	—
398.	Координаты точки	—
399.	Расстояние между точками	132
400.	Уравнение прямой	—
401.	Прямая на плоскости	—
402.	Угол между прямыми	133
403.	Расстояние от точки до прямой	—
404.	Уравнение фигуры на плоскости. Расстояние от точки до фигуры	—
405.	Уравнение окружности	134
406.	Окружность на плоскости	—
407.	Координатный метод	—
408, 409.	Обобщающий	135
410.	Вертикальные углы	—
411.	Равенство треугольников	—
412.	Сумма углов треугольника	136
413.	Неравенство треугольника	—
414.	Средняя линия треугольника	—
415.	Центр масс треугольника	137
416.	Ортоцентр треугольника	—
417.	Равнобедренный треугольник	—
418.	Биссектриса треугольника	138
419.	Теорема Пифагора	—
420.	Соотношения в прямоугольном треугольнике. Катеты и проекции	—
421.	Теорема косинуса	139
422.	Теорема синусов	—
423, 424.	Площадь треугольника	—
425.	Сумма углов четырёхугольника	140
426.	Диагонали параллелограмма	—
427.	Соотношение между сторонами параллелограмма и его диагоналями	—
428.	Площадь параллелограмма	141
429.	Ромб	—
430.	Прямоугольник	—
431.	Квадрат	142
432.	Средняя линия боков трапеции	—
433.	Площадь многоугольника	—
434.	Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда	—
435.	Объём прямоугольного параллелепипеда	143
436.	Соотношения в круге	—
437.	Хорды в окружности	—
438.	Соотношения, связанные с кругом	144
439.	Длина окружности и дуги окружности	—
440, 441.	Площадь круга и его частей	—
442.	Площадь круга и длина окружности	145
443, 444.	Подобие треугольников	—
445, 446.	Правильный многоугольник	146
447.	Площадь	147

448—458. Построение	147
459—461. Построение фигур.....	151

Приложение. Существование фигуры

462—465. Точка	152
466—478. Прямая	153
479—482. Отрезок	157
483—485. Окружность	159
486, 487. Равносторонний треугольник	160
488. Треугольник	—
489. Квадрат	—
490, 491. Прямая, окружность	161
492, 493. Точка, прямая, окружность	—
494, 495. Ось симметрии	162
496—499. Движение	163
Ответы	165

Учебное издание

Рыжик Валерий Идельевич

ГЕОМЕТРИЯ

Диагностические тесты

7—9 классы

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *И. В. Рекман*

Младшие редакторы *Е. А. Андрееenkova, Е. В. Трошко*

Художник *О. П. Богомолова*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Компьютерная графика *К. В. Кергелен*

Технический редактор и верстальщик *Т. М. Якутович*

Корректор *Т. А. Дич*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать с оригинал-макета 21.06.13. Формат 60 × 90^{1/16}. Бумага газетная. Гарнитура SchoolBookC SP. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 9,88. Тираж 5000 экз. Заказ № 1721.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение»,
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале «Тверской полиграфический комбинат детской литературы». ОАО «Издательство «Высшая школа»
170040, Тверь, проспект 50 лет Октября, д. 46
Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51