

## Разбор задания № 7 по математике ЕГЭ профильный уровень.

Автор Багменова Т. А. учитель математики МБОУ СОШ № 14 г. Новочеркаска Ростовской области.

При решении заданий на применение производной при подготовке к ЕГЭ встречается большое разнообразие заданий, что наталкивает на необходимость разбить задания на группы сопроводив теоретическим материалом по теме «Производная».

Хочу поделиться моими наработками при подготовке учащихся к решению задания №7 профильного уровня.

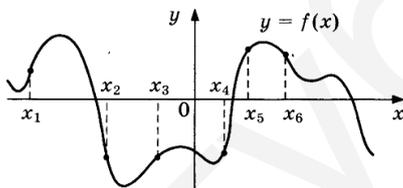
Рассмотрим примеры заданий № 7 по теме «Производная» профильного уровня по математике, разбив их на группы.

**1. Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a;b]$  и дифференцируема на интервале  $(a;b)$ . Тогда если производная функции больше нуля для всех  $x$  принадлежащих  $[a;b]$ , то функция возрастает на  $[a;b]$ , а если производная функции меньше нуля, то она убывает на этом отрезке.**

Примеры:

1)

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



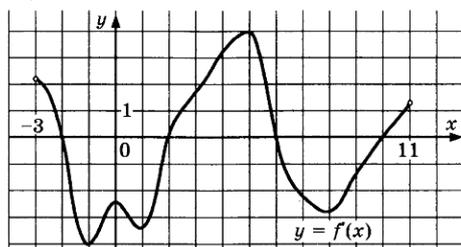
Решение.

В точках  $x_2$  и точках  $x_6$  функция убывает, следовательно производная функции в этих точках отрицательна.

Ответ: 2.

2)

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите те длину наибольшего из них.



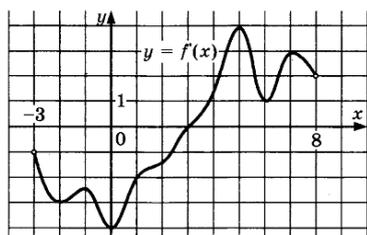
Решение.

На промежутках  $(-2;2)$ ,  $(6;10)$  производная функции отрицательна, следовательно функция на этих промежутках убывает. Длина и того и другого промежутка 4.

Ответ: 4.

3)

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 8)$ . В какой точке отрезка  $[3; 7]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение?



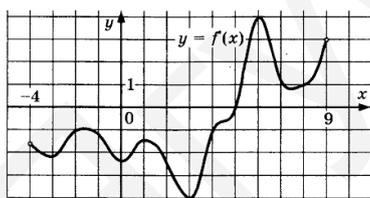
Решение.

На отрезке  $[3;7]$  производная функции положительна, следовательно функция на этом промежутке возрастает, следовательно наименьшее значение функция принимает в точке 3.

Ответ: 3.

4)

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 9)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$   $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Решение.

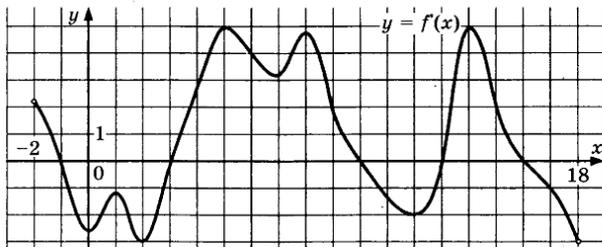
На отрезке  $[-2;3]$  производная функции отрицательна, следовательно функция на этом промежутке убывает, следовательно наибольшее значение функция принимает в точке -2.

Ответ: -2.

2. Если в точке  $x_0$  производная функции меняется знак с «-» на «+», то это точка минимума функции; если в точке  $x_0$  производная функции меняется знак с «+» на «-», то это точка максимума функции.

Пример:

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 18)$ . Найдите количество точек минимума функций  $f(x)$  на отрезке  $[0; 15]$ .



Решение.

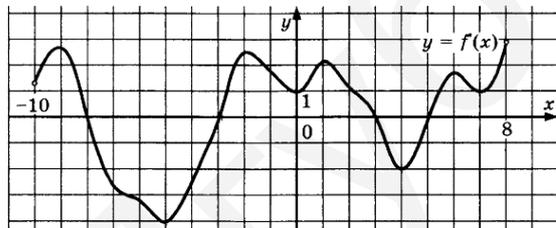
В точке  $x=3$ ;  $x=13$  производная функции меняется знак с «-» на «+», следовательно это точки минимума функции.

Ответ: 2.

**3. Условие  $f'(x)=0$  является необходимым условием экстремума дифференцируемой функции  $f(x)$ . Так как в точках пересечения графика производной функции с осью  $Ox$  производная функции равна нулю, то данные точки являются точками экстремума.**

Пример:

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 8)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-9; 7]$ .



Решение.

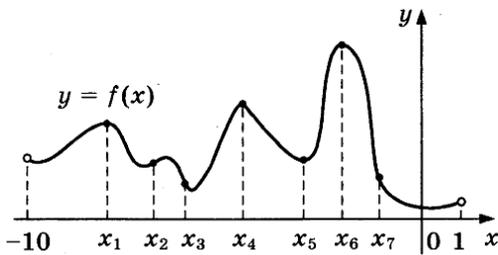
Точек пересечения графика производной функции с осью  $Ox$  на заданном отрезке 4, следовательно точек экстремума 4.

Ответ: 4.

**4. Производная функции равна нулю в точках экстремума функции. В данной задаче это точки где функция переходит с возрастания на убывания или наоборот.**

Пример:

Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-10; 1)$ . На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, \dots, x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



Решение.

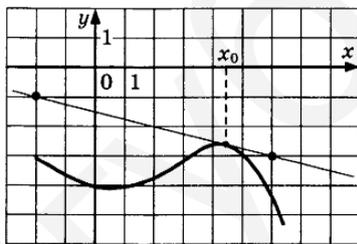
В точках  $x_1, x_4, x_5, x_6$  производная равна нулю.

Ответ: 4.

**5. Найти значение производной функции в точке  $x_0$ , это значит найти тангенс угла наклона касательной к оси  $Ox$  или к прямой параллельной оси  $Ox$ . Если угол наклона касательной к оси  $Ox$  острый, то тангенс угла положительный, если угол наклона касательной к оси  $Ox$  тупой, то тангенс угла отрицательный.**

Пример:

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Решение.

Построим прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза будет лежать на касательной, а один из катетов лежит на оси  $Ox$  или на прямой параллельной оси  $Ox$ , затем посчитаем длины катетов и вычислим тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Противлежащий катет равен 2, прилежащий катет равен 8, следовательно тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен 0,25. Угол наклона касательной к оси  $Ox$  тупой, следовательно тангенс угла наклона касательной отрицательный, следовательно значение производной функции в точке  $x_0$  равно -0,25.

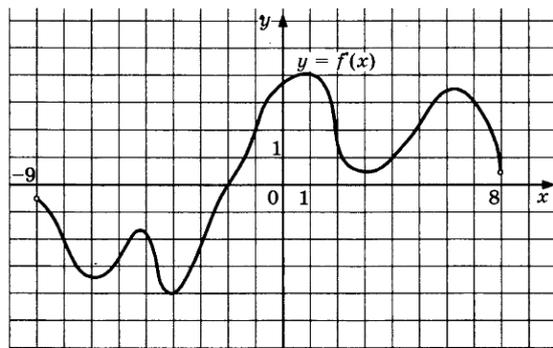
Ответ: - 0,25.

**6. 1) Угловые коэффициенты параллельных прямых равны.**

**2) Значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0; f(x_0))$ .**

### Пример.

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x + 5$  или совпадает с ней.



### Решение.

Угловым коэффициентом прямой равен 2. Так как значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0; f(x_0))$ , то найдем точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна 2. Таких точек на данном графике 4. Следовательно количество точек в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна данной прямой или совпадает с ней равно 4.

Ответ: 4.

### Используемая литература:

1. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федорова Н. Е. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10 кл. – Просвещение. 2014 г.
2. ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания «Закрытый сегмент». Базовый и профильный уровень. Под редакцией И. В. Ященко.- М.: Издательство «Экзамен»,-2016.-640с.

