

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Тригонометрия

Таблица значений тригонометрических функций

Функция	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Основные тригонометрические тождества и тригонометр

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

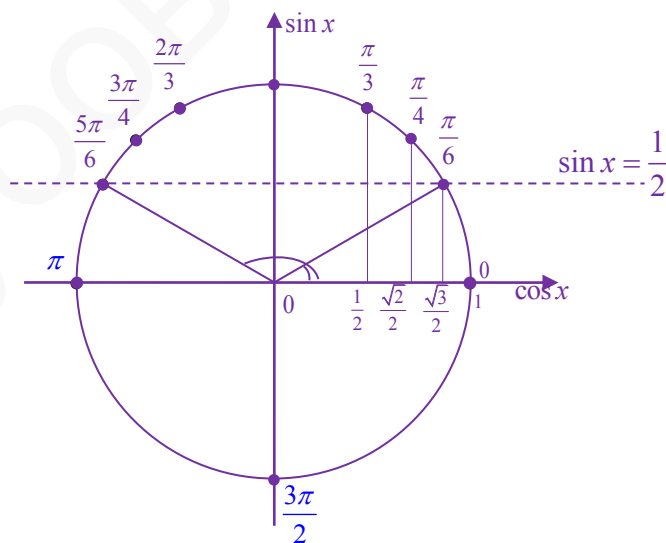
2. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

3. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$

5. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

6. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$



Формулы суммы и разности аргументов

7. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

8. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$

9. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

10. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

11. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

12. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

Формулы двойных аргументов

13. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 14. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 15. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

Определения обратных тригонометрических функций

16. Если $|a| \leq 1$, то $\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a, \\ -\pi/2 \leq t \leq \pi/2 \end{cases}$
 17. Если $|a| \leq 1$, то $\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$
 18. $\operatorname{arctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} t = a, \\ -\pi/2 < t < \pi/2 \end{cases}$
 19. $\operatorname{arcctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} t = a, \\ 0 < t < \pi \end{cases}$

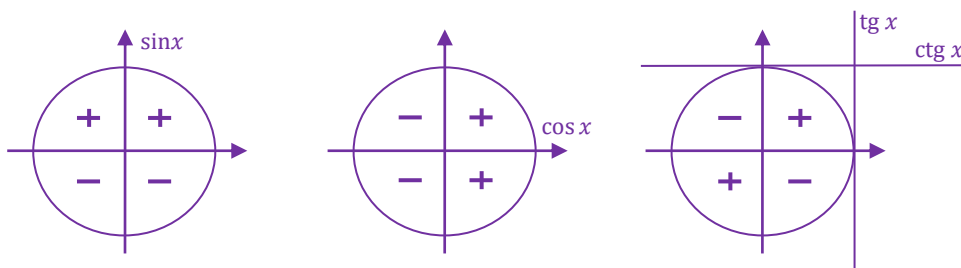
Формулы преобразования отрицательных аргументов

20. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 21. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
 22. $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$
 23. $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$
 24. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$
 25. $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
 26. $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$
 27. $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$

Формулы решений простейших тригонометрических уравнений

Вид уравнения	Ограничения	Формула записи корней
$\sin x = a$	$ a \leq 1$	$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n, \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$
$\cos x = a$	$ a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	$a \in \mathbb{R}$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x = a$	$a \in \mathbb{R}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Знаки тригонометрических функций



Алгебра и арифметика

Свойства степени

1. $a^0 = 1$
2. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$
4. $(a^m)^n = a^{mn}$
5. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$
9. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
10. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Свойства квадратного (арифметического) корня и определение модуля числа

11. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
12. $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$
13. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
14. $\sqrt{a^2} = |a|$
15. $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$

Формулы сокращённого умножения

16. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
17. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
18. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
19. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
20. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
21. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
22. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Определение логарифма

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получить b .

$$23. \log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \quad [b > 0, a > 0, a \neq 1]$$

Свойства логарифма

$$24. b^{\log_b a} = a$$

$$25. \log_a 1 = 0$$

$$26. \log_a a = 1$$

$$27. \log_a a^m = m$$

Действия с логарифмами

$$28. \log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

$$29. \log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$$

$$30. k \cdot \log_a b = \log_a b^k$$

$$31. k \cdot \log_a b = \log_{a^{1/k}} b$$

$$32. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$33. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Арифметическая прогрессия

$$34. a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$35. S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$36. a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

Геометрическая прогрессия

$$37. b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$38. S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \quad [\text{для } q \neq 1]$$

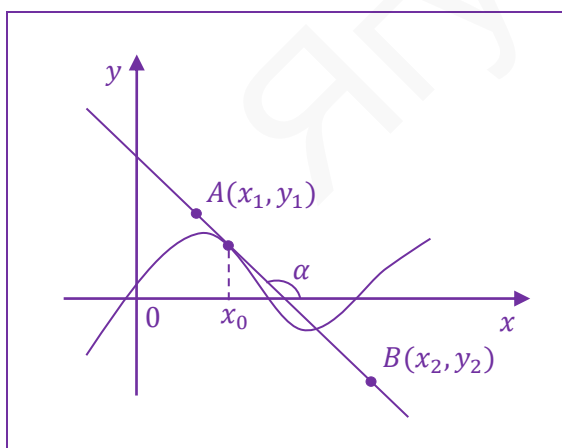
$$39. b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$$

Начала анализа

Производные некоторых функций, правила их вычисления и свойства

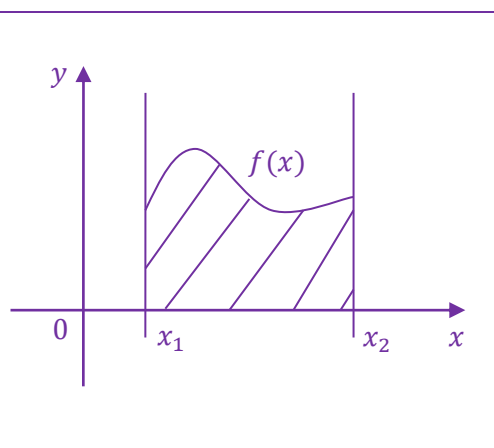
$f(x)$	$f'(x)$	1. $(u + v)' = u' + v'$. 2. $(u - v)' = u' - v'$ 3. $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ 4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ 5. $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ 1. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x)$ возр. (на интервале) 2. $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x)$ убыв. (на интервале)	$f(x)$	$f'(x)$
C	0		$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
kx	k		$\ln x$	$\frac{1}{x}$
x^n	nx^{n-1}		$\sin x$	$\cos x$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		$\cos x$	$-\sin x$
a^x	$a^x \ln a$		$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
e^x	e^x		$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Геометрический смысл производной



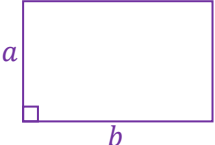
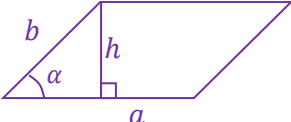
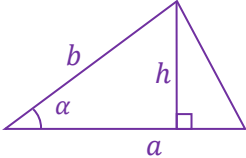
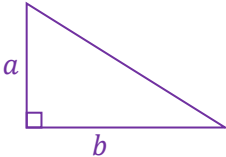
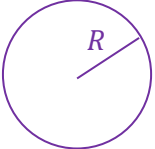
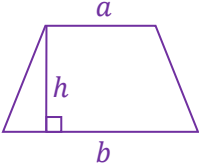
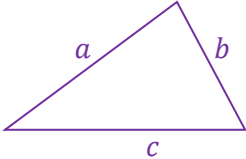
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Формула нахождения площади криволинейной трапеции

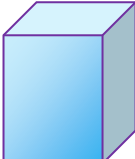
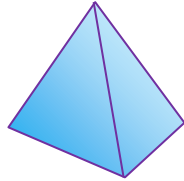
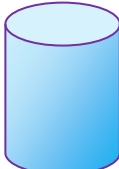
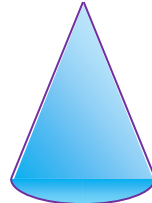
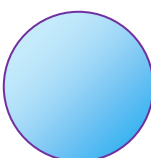


$$S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1)$$

Планиметрия

 $S = a^2$	Определения тригонометрических функций: $\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$ Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$
 $S = ab$	
 $S = ah$ $S = ab \cdot \sin \alpha$	Теорема косинусов: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ Теорема синусов: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
 $S = \frac{1}{2}ah$ $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \alpha$	Отношение площадей подобных фигур: $\frac{S_6}{S_M} = k^2$
 $S = \frac{1}{2}ab$	Свойство катета, лежащего напротив угла в 30°: $a = \frac{1}{2}c$
 $S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$	Свойство вписанного угла в окружность: $\alpha = \frac{1}{2}\beta$
 $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	Свойства вертикальных, смежных углов и углов при параллельных прямых: 1. $\angle 3 = \angle 4$ 2. $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 3. $\angle 1 = \angle 3$ 4. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 5. $\angle 1 = \angle 4$
 $R = \frac{abc}{4S}$ $r = \frac{2S}{a+b+c}$	

Стереометрия

 $V = SH$	 $V = \frac{1}{3}SH$
 $V = SH$ $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$	 $V = \frac{1}{3}SH$ $S_{\text{бок}} = \pi Rl$
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$	$S_{\text{пов}} - \text{площадь поверхности}$ $S_{\text{бок}} - \text{площадь боковой поверхности}$ $S - \text{площадь основания}$ $R - \text{радиус}$ $H - \text{высота}$ $l - \text{образующая}$

Теория вероятностей

**Элементарные исходы для
2 игральных кубиков**

(36 исходов)					
11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

**Элементарные исходы для
1, 2 и 3 бросков монет**

1 монета (2 исхода)	2 монеты (4 исхода)	3 монеты (8 исходов)
О	ОО	ООО
Р	ОР	ООР
	РО	ОРО
	РР	ОРР
		РОО
		РОР
		РРО
		РРР

Классическое определение вероятности события и вероятность независимых событий

1. $P(A) = \frac{n}{m}$

n – благоприятные исходы,

m – общее число исходов

2. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$