

Задача 15

В профильном ЕГЭ 2015 года модель задачи 15 (ранее – задача C1) не претерпела никаких изменений по сравнению с прошлым годом. Уже традиционно, это была задача, состоящая из двух пунктов: решить тригонометрическое уравнение и отобрать корни уравнения из указанного промежутка.

Задача 15 предполагала:

- знание основных тригонометрических формул (основное тригонометрическое тождество);
- владение методом замены переменной при решении уравнения;
- умение решать квадратные уравнения;
- вычислительные навыки работы с числовыми иррациональными выражениями;
- умение решать простейшие тригонометрические уравнения по общим и частным формулам;
- знание области значений тригонометрических функций;
- владение хотя бы одним из способов отбора корней тригонометрического уравнения из указанного промежутка: с помощью единичной окружности, решением двойного неравенства, перебором, с помощью графика функции.

Приведем один из примеров задачи 15:

а) Решите уравнение: $6\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Типичные ошибки в решениях задачи 15

1. Одной из самых распространенных ошибок при решении задачи 15 в 2015 году были неточности и заблуждения в формулах корней простейших тригонометрических уравнений: использование формулы корней для простейшего тригонометрического уравнения относительно синуса – к уравнению относительно косинуса и

наоборот, неверная периодичность корней, описки и другие ошибки в записи корня. Эти ошибки приводили к тому, что решения уравнения указывались неверно, и как следствие – первый пункт задачи не был выполнен.

Пример 1.

$$\begin{aligned}
 & \text{N15.} \\
 & 6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0 \quad \text{ОДЗ: } [-\pi; +\pi] \\
 & 6 \cdot (1 - \sin^2 x) + 5 \sin x - 2 = 0 \\
 & 6 - 6 \sin^2 x + 5 \sin x - 2 = 0 \\
 & -6 \sin^2 x + 5 \sin x + 4 = 0 \\
 & \text{Обозначим!} \\
 & \sin x = t. \\
 & -6t^2 + 5t + 4 = 0 \\
 & D = 5^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 25 + 96 = 121 = 11^2 \\
 & t_1 = \frac{-5 + 11}{-12} = -\frac{1}{2} \quad t_2 = \frac{-5 - 11}{-12} = \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \\
 & \text{Получили!} \\
 & 1) \sin x = -\frac{1}{2} \quad 2) \sin x = \frac{1}{3} \\
 & x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad x = \left(\pm \frac{\pi}{6}\right) \pm \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

а) $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ проведем отбор корней!

$$\text{Реш.} \quad 1) -\frac{5}{2} \leq \frac{1}{6} + 2\pi k < -1 \quad | -\frac{1}{6} | : 2 \quad 2) -\frac{5}{2} \leq -\frac{1}{6} + 2\pi k < -1 \quad | +\frac{1}{6} | : 2$$

$$k = -1; -2.$$

$$k = -1.$$

$$1) \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{13\pi}{6}$$

$$2) \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6} \notin [-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$$

$$\text{Ответ: а) } \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \arcsin \frac{1}{5} + \pi; \pi + \arcsin \frac{1}{5}$$

$$\text{б) } -\frac{11\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6} \quad \text{или на оборот}$$

Рис. 10.1.

Комментарий: Ошибка учащегося на Рис. 10.1. заключается в незнании формул корней простейшего тригонометрического уравнения. В частности (при нахождении первой серии решений), использование формулы корней простейшего тригонометрического уравнения относительно косинуса как формулы корней уравнения относительно синуса. Эта ошибка была очень распространена среди работ участников экзамена 2015 года. Решение пункта а) содержит еще одну грубую ошибку (о которой будет сказано позднее) – невладение областью значений тригонометрических функций ($\sin x \in [-1; 1]$ и $\cos x \in [-1; 1]$). При этом, выполняя пункт б), автор работы для своих неправильно найденных корней уравнения верно и обоснованно отбирает корни из указанного промежутка. Однако, это не дает основания эксперту поставить 1 балл, т.к. ошибка в пункте а) не может трактоваться как вычислительная (в соответствии с критериями оценивания). Оценка – 0 баллов.

Пример 2.

$$\begin{aligned} & \text{w 15. a) } 6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0 \\ & 6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin x - 2 = 0 \\ & -6 \sin^2 x + 5 \sin x + 4 = 0 \\ & 6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0 \\ & \sin x = t \\ & 6t^2 - 5t - 4 = 0 \\ & \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-4) = 121 \\ & t_1 = \frac{5 + 11}{12} = \frac{4}{3} \quad t_2 = \frac{5 - 11}{12} = -\frac{1}{2} \\ & \sin x = \frac{4}{3} \quad \text{корней нет} \\ & \sin x = -\frac{1}{2} \quad x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + 2\pi k = \\ & = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ & \text{Ответ: a) } x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Рис. 10.2.

Комментарий: Единственной ошибкой в решении пункта а) на рисунке 10.2. является ошибка в записи корня уравнения: $x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + 2\pi k = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$ вместо верного решения $x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + \pi k = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$. Тем не менее, корни уравнения найдены неправильно, первый пункт задачи не выполнен. Второй пункт отсутствует. Следовательно, оценка – 0 баллов. Ошибка такого характера в задаче 15 также являлась типичной для участников экзамена 2015 года.

2. Не менее редкой ошибкой при решении задачи 15 в 2015 году было неверное вычисление значения обратной тригонометрической функции: либо неверные значения аркфункций, либо неверное преобразование аркфункций отрицательного аргумента. Эти ошибки также приводили к тому, что корни уравнения указывались неверно, и как следствие – первый пункт задачи не был выполнен.

Пример 3.

$$15. \text{ а) } 6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$$

$$6 - 6 \sin^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$$

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$$

$$6t^2 - 5t - 4 = 0$$

$$D = 25 + 96 = 121$$

$$\sqrt{D} = 11$$

$$t_1 = \frac{5+11}{12} = \frac{16}{12}$$

$$t_2 = \frac{5-11}{12} = -\frac{6}{12}$$

$$\text{Пусть } \sin x = t \\ t \neq 0 \\ t \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin x = \frac{16}{12} \quad \emptyset$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Рис. 10.3.

Комментарий: При решении простейшего тригонометрического уравнения $\sin x = -\frac{1}{2}$, учащийся допускает ошибку: $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ считает равным $-\frac{\pi}{3}$, а не $-\frac{\pi}{6}$. Это делает корни уравнения неверными и приводит к оценке 0 баллов. Кроме этого, решение содержит неуместные условия при замене $\sin x = t$, $t \neq 0$, $t \neq \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Пример 4.

$$\begin{aligned}
 15. \text{ г) } & 8 \sin^4 x + 2\sqrt{3} \cos x + 1 = 0 \\
 & 8 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0 \\
 & 9 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + \cos^2 x = 0 \\
 & 9(1 - \cos^2 x) + 2\sqrt{3} \cos x + \cos^2 x = 0 \\
 & 9 - 9 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + \cos^2 x = 0 \\
 & -8 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + 9 = 0 \quad / \cdot (-1) \\
 & 8 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \cos x - 9 = 0 \\
 & \cos x = a, \quad a \in [-1; 1] \\
 & 8a^2 - 2\sqrt{3}a - 9 = 0 \\
 & D = (-2\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-9) = 4 \cdot 3 + 288 = 300 \\
 & a_1 = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{300}}{16} = \frac{2\sqrt{3} + 10\sqrt{3}}{16} = \frac{12\sqrt{3}}{16} = \frac{3\sqrt{3}}{4} ; \frac{3\sqrt{3}}{4} \notin [-1; 1] \\
 & a_2 = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{300}}{16} = \frac{2\sqrt{3} - 10\sqrt{3}}{16} = -\frac{8\sqrt{3}}{16} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & \cos x = a
 \end{aligned}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$1. -\frac{7\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq -2\pi / : \pi$$

$$-\frac{7}{2} \leq \frac{1}{6} + 2n \leq -2$$

$$-\frac{22}{6} \leq 2n \leq -\frac{13}{6} / : 2$$

$$-\frac{11}{3} \leq n \leq -\frac{13}{12}$$

Пл. к. $n \in \mathbb{Z}$, то нет корней

$$\text{Если } n = -1, \text{ то } x = -\frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{13\pi}{6}$$

$$\text{Ответ: а) } x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } -\frac{13\pi}{6}$$

(см. на обороте)

$$2. -\frac{7\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq -2\pi / : \pi$$

$$-\frac{7}{2} \leq -\frac{1}{6} + 2n \leq -2$$

$$-\frac{20}{6} \leq 2n \leq -\frac{11}{6} / : 2$$

$$-\frac{10}{3} \leq n \leq -\frac{11}{12}$$

Пл. к. $n \in \mathbb{Z}$, то $n = -1$.

Рис.10.4.

Комментарии: В решении, приведенном на рисунке 10.4., досадная ситуация: одно лишь неверное преобразование арккосинуса отрицательного аргумента свело весь результат к 0 баллов. Учащийся, видимо, считает, что $\arccos(-a) = \arccos a$ вместо верного $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$. Возможно переноса свойство четности функции $y = \cos x$ на функцию $y = \arccos x$. При этом, обоснованное и безупречное выполнение пункта б) задачи (для найденного неверного решения) не приносит учащемуся 1 балл, т.к. ошибка, о которой идет речь, не является вычислительной.

3. Достаточно много ошибок было связано с незнанием множества значений тригонометрических функций синус и косинус. Учащиеся записывали формулу корней тригонометрических уравнений $\sin x = a$ или $\cos x = a$ не принимая во внимание условие $a \in [-1; 1]$, при котором эти уравнения вообще имеют решения.

Пример 5.

$$6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0, \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$

$$6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin x - 2 = 0$$

$$6 - 6 \sin^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$$

$$-6 \sin^2 x + 5 \sin x + 4 = 0$$

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$$

$$\sin x = t$$

$$6t^2 - 5t - 4 = 0$$

$$D = \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-4) = 121, D > 0$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{12}$$

$$t_1 = \frac{5+11}{12} = \frac{4}{3}$$

$$t_2 = \frac{5-11}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{4}{3}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{4}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi - \arcsin \frac{4}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq -\pi$$

$$\frac{-14\pi}{6} \leq 2\pi n \leq \frac{-5\pi}{6}$$

$$\frac{-14}{12} \leq n \leq \frac{-5}{12}$$

$$-1\frac{2}{3} \leq n \leq -\frac{5}{12}$$

$$-\frac{\pi}{6} + (-2\pi) = -\frac{13\pi}{6}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{-5\pi}{2} \leq -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq -\pi$$

$$\frac{-10\pi}{6} \leq 2\pi n \leq -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{10}{12} \leq n \leq -\frac{1}{12}$$

$\emptyset$

$$\text{Ответ: } (-1)^n \arcsin \frac{4}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{-\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{13\pi}{6}$$

Рис.10.5.

Комментарии: В работе на рисунке 10.5. учащийся в решение записывает несуществующее значение $\arcsin \frac{4}{3}$, не отмечая, что $\frac{4}{3} \notin [-1;1]$. При отборе корней из промежутка посторонняя серия решений не рассматривается. Для правильного решения обосновано и верно выбраны корни из промежутка. Однако, все это не позволяет эксперту выставить 1 балл, т.к. ошибка в пункте а) не является вычислительной.

4. К типичным ошибкам при решении задачи 15 можно отнести потерю корней при переходе от решения простейшего тригонометрического уравнения в общем виде к частному виду.

Пример 6.

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } 6 \cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0, \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \\
 & \quad 6 - 6 \sin^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0, \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \\
 & \quad -6t^2 + 5\sqrt{2}t + 2 = 0 \quad / \cdot (-1) \quad \text{пусть } \sin^2 x = t \\
 & \quad +6t^2 - 5\sqrt{2}t - 2 = 0 \\
 & \quad D = 50 - 4 \cdot 6 \cdot (-8) = 242, \quad D > 0 \\
 & \quad t_1 = \frac{5\sqrt{2} + 11\sqrt{2}}{12} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \notin [-1;1] \\
 & \quad t_2 = \frac{5\sqrt{2} - 11\sqrt{2}}{12} = \frac{-6\sqrt{2}}{12} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 & \quad \text{Вернемся к замене.} \\
 & \quad \sin^2 x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 & \quad \text{а) } x = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\
 & \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\
 & \quad \text{б) } \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right] \quad [180; 450] \\
 & \quad K = 24) \\
 & \quad -\frac{\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \\
 & \quad \text{Ответ: а) } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\
 & \quad \quad \quad \text{б) } \frac{7\pi}{4}
 \end{aligned}$$

Рис. 10.6.

Комментарий: Записав верное решение уравнения $x = (-1)^k \cdot \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$, упрощая выражение в правой

части равенства, учащийся допускает ошибку и записывает $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$. Последняя формула задает совсем не те значения, которые задает первая формула. В ответ пункта а) записано неверное решение. В пункте б) для неправильной серии решений правильно найдены корни из промежутка, но ошибка в пункте а) не вычислительная, поэтому оценка – 0 баллов.

5. Нарушение логики умозаключений, отсутствие логических связей, рассмотрение одного частного случая верного равенства вместо решения задачи.

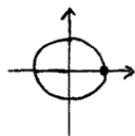
Пример 7.

№15.

а) $2\sin^2 x - 2\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$

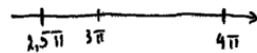
$2\sin^2 x = 0$

$\sin x = 0$



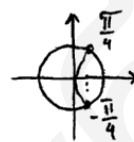
$\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)



$-2\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$



$\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$

$-\frac{11}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

Если $n=2$, то $\pi \cdot 2 = 2\pi \notin [1.5\pi; 4\pi]$

Если $n=3$, то $\pi \cdot 3 = 3\pi \in [1.5\pi; 4\pi]$

Если $n=4$, то $\pi \cdot 4 = 4\pi \in [1.5\pi; 4\pi]$

Если $k=1$, то $\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{9\pi}{4} = 2.25\pi \in [1.5\pi; 4\pi]$

Если $k=2$, то $\frac{\pi}{4} + 4\pi = \frac{17\pi}{4} = 4.25\pi \notin [1.5\pi; 4\pi]$

Ответ: а) $\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{11}{4} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$

б) $3\pi; 4\pi; 2.25\pi; 3.75\pi$

Рис. 10.7.

Комментарий: Среди работ 2015 года ошибка такого рода приобрела популярность. Учащийся сводит глобальное решение уравнения к исследованию одного частного случая. В данном случае, рассматривая равенство суммы нулю только в том случае, когда каждое слагаемое равно нулю. При чем, эти размышления проводятся без логических связей «и» или «или», но по решению очевидно, учащийся имеет в виду связку «или», что делает рассуждение еще более неправильным. Оценка – 0 баллов.

6. Неточности и описки при решении тригонометрического уравнения или отборе корней уравнения из указанного промежутка

Пример 8.

$$\begin{aligned}
 15. \quad a). \quad & 6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0 \\
 & 6 - \sin^2 x + 5 \sin x - 2 = 0 \\
 & \text{Пусть } \sin x = t, \quad t > 0 \\
 & -t^2 + 5t - 2 + 6 = 0 \\
 & -t^2 + 5t + 4 = 0 \\
 & D = 25 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 25 + 16 = 41 \\
 & t_1 = \frac{-5 + \sqrt{41}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \qquad t_2 = \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \\
 & \sin x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \qquad \sin x = \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \\
 & x = (-1)^k + \arcsin \frac{5 + \sqrt{41}}{2}, k \in \mathbb{Z} \qquad x = (-1)^k + \arcsin \frac{5 - \sqrt{41}}{2}, k \in \mathbb{Z} \\
 & \text{Ответ: } (-1)^k + \arcsin \frac{5 + \sqrt{41}}{2}, k \in \mathbb{Z}; \quad (-1)^k + \arcsin \frac{5 - \sqrt{41}}{2}, k \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

Рис. 10.8.

Комментарий: На рисунке 10.8. приведено решение, содержащее изначально ошибку при раскрытии скобок в момент использования основного тригонометрического тождества, что возможно было бы приравнять к описке или вычислительной ошибке. Но, кроме этого, оба простейших тригонометрических уравнения не имеют решения в силу множества значений синуса, на что учащийся не обращает внимания и приводит неверные решения уравнения. Оценка – 0 баллов.

7. Нехарактерная в прошлых годах для задачи такого типа ошибка – неумение работать с иррациональными числовыми выражениями. В связи с этим, для многих учащихся решение квадратного уравнения с иррациональными коэффициентами представляло трудность (чаще всего решение не доводилось до конца).

Пример 9.

15.

$$6 \cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0.$$

$$6(1 - \sin^2 x) + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$$

$$6 - 6 \sin^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$$

$$-6 \sin^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 8 = 0$$

$$\text{Замена: } \sin x = t$$

$$-6t^2 + 5\sqrt{2}t + 8 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 8 = 50 + 192 = 242.$$

$$t_{1/2} = t_1 = \frac{-5\sqrt{2} \pm \sqrt{242}}{-12}$$

$$t_2 = \frac{-5\sqrt{2} - \sqrt{242}}{-12}$$

Рис.10.9.

Комментарий: В решении на рисунке 10.9. нет ошибок. Но решение не доведено до конца. Упростив полученные иррациональные выражения, учащийся смог бы сделать вывод о решениях уравнения. Оценка – 0 баллов.

8. По-прежнему, как и в прошлых годах, учащиеся теряют баллы в пункте б) решения задачи 15 по причине отсутствия обоснования отбора корней из промежутка. 1 балл за решение пункта б) выставляется при условии присутствия «следов» отбора корней, что зачастую не имело места в работах участников экзамена 2015 года.

Пример 10.

$$\begin{aligned}
 & \text{№15. } 8\sin^2 x + 2\sqrt{3} \cdot \cos x + 1 = 0 ; 8\sin^2 x + 8\cos^2 x = 8 ; 8\sin^2 x = 8 - 8\cos^2 x ; \\
 & 8 - 8\cos^2 x + 2\sqrt{3} \cdot \cos x + 1 = 0 ; 8\cos^2 x - 2\sqrt{3} \cdot \cos x - 9 = 0 ; \\
 & \frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 3 + 72 = 75 \quad \cos x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \cos x_1 = \frac{\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & \cos x_2 = \frac{6\sqrt{3}}{8} \text{ не имеет смысла (т.к. } \frac{6\sqrt{3}}{8} > 1) \\
 & x_1 = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \text{ (где } k \in \mathbb{Z}) \text{ если } k=0, \text{ то } x_1 \notin \left[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi\right] \\
 & \text{если } k=-1, \text{ то } x_1 \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi\right] \quad \text{Ответ: } -\frac{17\pi}{6}; -\frac{19\pi}{6}.
 \end{aligned}$$

Рис.10.10.

Комментарий: В решении на рисунке 10.10. приведено верное, достаточно обоснованное решение пункта а). Но «следы» отбора корней из указанного промежутка отсутствуют (хотя в ответе указаны правильно отобранные корни для пункта б)), что дает эксперту право выставить только 1 балл.

Следует отметить, что по сравнению с 2014 годом при решении задачи 15 улучшилась ситуация с обоснованным отбором корней из промежутка. Учащиеся активно использовали различные способы отбора корней: перебор, решая двойное неравенство, используя единичную окружность или график функции. В основном это было успешно.