Тема 4. Продолжение. Начало в № 4/2014

С. ШЕСТАКОВ,
isser@yandex.ru,
г. Москва

# ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ И ДРУГИЕ НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

## ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ

### 4.2. Преобразования графиков

Существенной частью решения рассматриваемых ниже задач является построение графика некоторой функции, в том числе при помощи элементарных преобразований графика известной функции. Даже если преобразования графиков ранее не изучались, понять, как они «устроены» и «работают», можно, задавая себе довольно очевидные вопросы и отвечая на них.

Например, *как из графика функции* $y = f(x)$ *получить график функции* $y = f(x) + b$? Ответ на этот вопрос достаточно прост: если абсциссы точек этих графиков одинаковы, то соответствующие им ординаты отличаются на $|b|$. Поэтому

• график функции $y = f(x) + b$ получается из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом данного графика вдоль оси $Oy$ на $|b|$ единиц вверх (если $b > 0$) или вниз (если $b < 0$) (рис. 1).

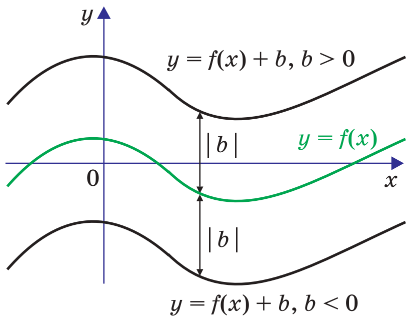


Рис. 1

*А как из графика функции* $y = f(x)$ *получить график функции* $y = f(x - a)$? Ответ на этот вопрос также не слишком сложен: если ординаты точек этих графиков одинаковы, то соответствующие им абсциссы отличаются на $|a|$. Поэтому

• график функции $y = f(x - a)$ получается из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом данного графика вдоль оси $Ox$ на $|a|$ единиц вправо (при $a > 0$) или влево (при $a < 0$) (рис. 2).

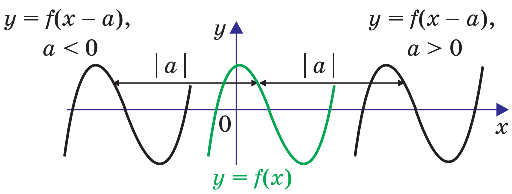


Рис. 2

К материалу есть приложение в вашем Личном кабинете на сайте www.1september.ru (Упражнения к п. 4.2 и таблица.)

Теперь можно сделать следующий вывод: график функции $y = f(x - a) + b$ получается последовательными параллельными переносами графика функции $y = f(x)$ на $|a|$ единиц вдоль оси $Ox$ и на $|b|$ единиц вдоль оси $Oy$. Заметим, что такое преобразование можно описать короче: график функции $y = f(x - a) + b$ получается сдвигом (параллельным переносом) графика функции $y = f(x)$ на вектор $\vec{l}(a; b)$ (рис. 3,*а*; здесь $a > 0$ и $b > 0$). Для дальнейшего важно, что и график уравнения $f(x - a; y - b) = 0$ получается сдвигом (параллельным переносом) графика уравнения $f(x; y) = 0$ на вектор $\vec{l}(a; b)$ (рис. 3,*б*; здесь $a > 0$ и $b > 0$). Напомним, что графиком уравнения $f(x; y) = 0$ называют множество всех точек $(x; y)$ плоскости $Oxy$, для каждой из которых $f(x; y) = 0$.

а)

б)

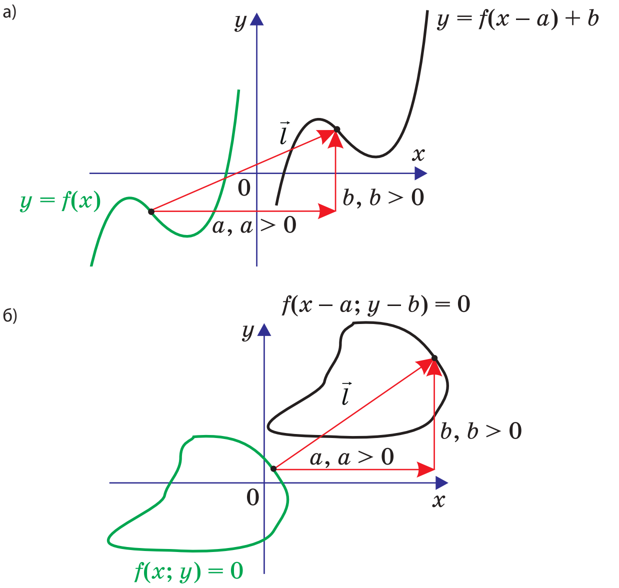


Рис. 3

Ответим теперь на следующий вопрос: *как из графика функции $y = f(x)$ получить*, например, *график функции $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ или $y = f(2x)$?* И здесь нам помогут достаточно простые рассуждения. В самом деле, если ординаты точек графиков функций $y = f(x)$, $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ и $y = f(2x)$ одинаковы, то соответствующие им абсциссы точек графика $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ вдвое больше, а точек графика $y = f(2x)$ вдвое меньше, чем абсциссы точек графика $y = f(x)$. Поэтому для того, чтобы из графика функции $y = f(x)$ получить график функции $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$, нужно данный график «растянуть» в два раза вдоль оси абсцисс (иногда в таких случаях говорят о растяжении графика от оси $Oy$).

Аналогично, для того, чтобы из графика функции $y = f(x)$ получить график функции $y = f(2x)$, нужно данный график «сжать» в два раза вдоль оси абсцисс (иногда в таких случаях говорят о сжатии графика к оси $Oy$).

Вообще,

• для построения графика функции $y = f(kx)$ при $k > 0$, $k \neq 1$, надо растянуть график функции $y = f(x)$ в $k$ раз вдоль оси абсцисс. При этом, если $k > 1$, часто говорят не о растяжении, а о сжатии графика (рис. 4, *а–б*).

а)

б)

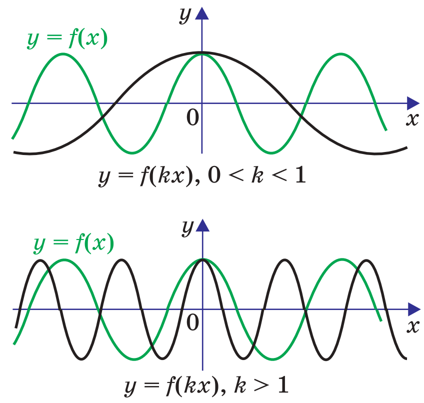


Рис. 4

Аналогично, рассматривая графики функций $y = f(x)$ и $y = c \cdot f(x)$, можно сделать следующий вывод:

• для построения графика функции $y = c \cdot f(x)$ при $c > 0$, $c \neq 1$, надо растянуть график функции $y = f(x)$ в $c$ раз вдоль оси ординат. При этом, если $c < 1$, часто говорят не о растяжении, а о сжатии графика (рис. 5, *а–б*).

а)

б)

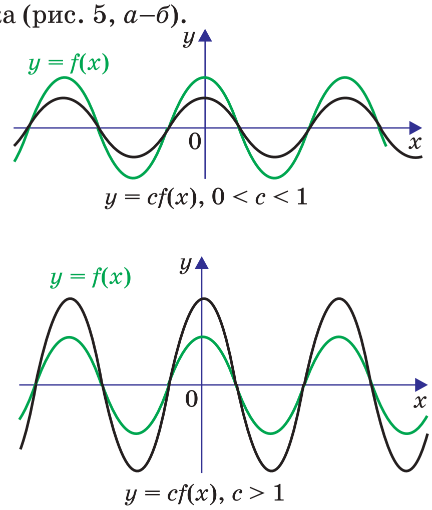


Рис. 5

При изучении двух последних преобразований графиков функций коэффициенты $k$ и $c$ растяжения (в некоторых учебниках и пособиях все такие преобразования называют сжатием) считались положительными. Для того, чтобы уметь строить графики и в том случае, если эти коэффициенты отрицательны, рассмотрим, *с помощью каких преобразований можно из графика функции $y = f(x)$ получить графики функций*

$y = f(-x)$ и $y = -f(x)$. Если абсциссы точек графиков функций $y = f(x)$ и $y = f(-x)$ равны по абсолютной величине и имеют противоположные знаки, то соответствующие им ординаты одинаковы. Значит, графики этих функций симметричны относительно оси ординат. Если абсциссы точек графиков функций $y = f(x)$ и $y = -f(x)$ равны, то соответствующие им ординаты равны по абсолютной величине и имеют противоположные знаки. Значит, графики этих функций симметричны относительно оси абсцисс. Теперь можно сформулировать правило:

- для построения графика функции $y = f(-x)$ надо зеркально отразить график функции $y = f(x)$ относительно оси ординат (рис. 6,*а*); для построения графика функции $y = -f(x)$ надо зеркально отразить график функции $y = f(x)$ относительно оси абсцисс (рис. 6,*б*).

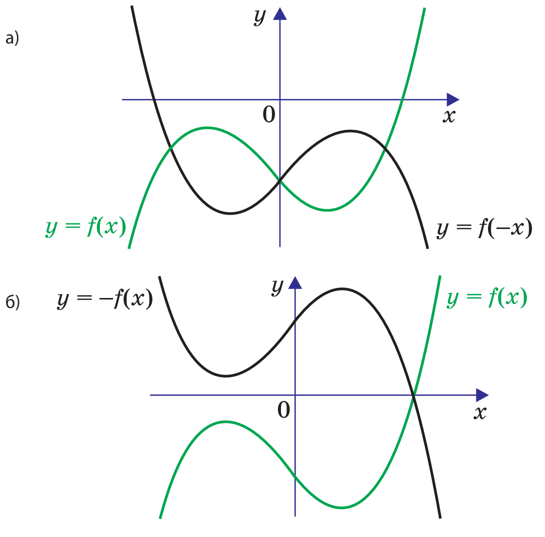

Рис. 6

С помощью последовательных преобразований графиков можно из графика функции $y = f(x)$ получить график функции $y = c \cdot f(kx + l) + b$. Рассмотрим возможную последовательность таких преобразований.

1. Представляем искомую функцию в виде
$$y = c \cdot f(k(x + a)) + b.$$
Для этого нужно вынести коэффициент $k$ за скобку:
$$y = c \cdot f\left(k\left(x + \frac{1}{k}\right)\right) + b,$$
и обозначить $\frac{l}{k}$ через $a$.

2. Строим график функции $y = p_1(x)$, где
$$p_1(x) = f(kx).$$

3. Строим график функции $y = p_2(x)$, где
$$p_2(x) = p_1(x + a) = f(k(x + a)).$$

4. Строим график функции $y = p_3(x)$, где
$$p_3(x) = c \cdot p_2(x) = c \cdot f(k(x + a)).$$

5. Строим график функции $y = p_4(x)$, где
$$p_4(x) = p_3(x) + b = c \cdot f(k(x + a)) + b.$$

Обратим внимание на то, что пункты 2–4 данного алгоритма можно выполнять в любой последовательности. Кроме того, если коэффициенты растяжения $k$ и $c$ отрицательны, то в пунктах 2 и 4 нужно сначала выполнить растяжение в $|k|$ или в $|c|$ раз вдоль соответствующей оси, а затем зеркально отразить относительно другой оси полученный после растяжения график.

Дополним список преобразований графиков функций еще двумя преобразованиями, связанными *с построением графиков функций* $y = |f(x)|$ *и* $y = f(|x|)$ при условии, что график функции $y = f(x)$ задан. Рассмотрим построение графика функции $y = f(|x|)$. При $x \geq 0$ график этой функции совпадает с графиком функции $y = f(x)$, поскольку в этом случае $|x| = x$. При $x < 0$ искомый график совпадает с графиком функции $y = f(-x)$, поскольку в этом случае $|x| = -x$. Поэтому для построения искомого графика при $x < 0$ нужно зеркально отразить относительно оси ординат ту часть графика функции $y = f(x)$, для которой $x \geq 0$ (рис. 7, *а–б*).

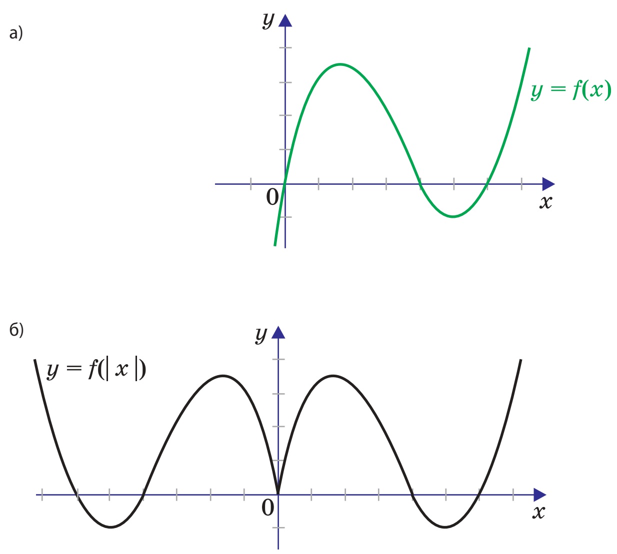

Рис. 7

Для построения графика функции $y = |f(x)|$ достаточно заметить, что при $f(x) \geq 0$ он совпадает с графиком функции $y = f(x)$, поскольку в этом случае $|f(x)| = f(x)$, а при $f(x) < 0$ ординаты точек графика $y = |f(x)|$ равны ординатам соответствующих точек графика $y = f(x)$ по абсолютной величине, но противоположны по знаку. Поэтому график функции $y = |f(x)|$ можно получить из графика функции $y = f(x)$, зеркально отразив относительно оси абсцисс те его части, которые расположены ниже этой оси, и оставив без изменения части, расположенные выше оси (рис. 8, *а–б*).

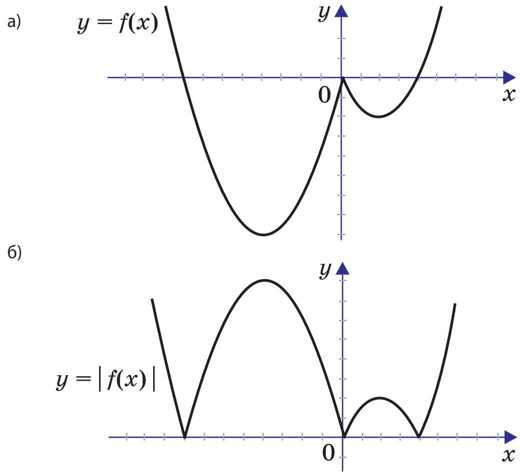


Рис. 8

Приведем сводную таблицу преобразований графиков.

Пользуясь этой таблицей, можно строить графики более сложных функций. Так, для построения графика функции $y = |f(|x|)|$ нужно построить сначала график функции $y = f(|x|)$, а затем ту его часть, которая лежит ниже оси $Ox$, отразить симметрично относительно этой оси.

Перейдем к примерам.

**Пример 1.** Найти все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$ax+\sqrt{3-2x-x^2}=4a+2$$

имеет единственный корень.

*Решение*. Перепишем уравнение в виде

$$\sqrt{3-2x-x^2}=-ax+4a+2$$

и рассмотрим графики функций

$$y=\sqrt{3-2x-x^2} \text{ и } y=-ax+4a+2.$$

Поскольку правая часть в формуле $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ неотрицательна, то и левая ее часть не может быть отрицательной. Поэтому

$$\begin{cases} y^2=3-2x-x^2, \\ y\ge 0, \end{cases} \quad \begin{cases} (x+1)^2+y^2=4, \\ y\ge 0. \end{cases}$$

Значит, графиком функции $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ является та часть окружности $(x + 1)^2 + y^2 = 4$, ординаты точек которой неотрицательны, то есть полуокружность радиуса 2 с центром в точке $(-1; 0)$, расположенная не ниже оси абсцисс. Эта полуокружность имеет с осью абсцисс общие точки $A(-3; 0)$ и $B(1; 0)$. Графиком функции $y = -ax + 4a + 2$ является прямая. Заметим, что $y = -a(x - 4) + 2$ и если $x = 4$, то $y = 2$ вне зависимости от значений параметра. Поэтому прямая $y = -ax + 4a + 2$ при любом значении параметра проходит через точку $M(4; 2)$. Данное уравнение имеет единственный корень только в том случае, когда эта прямая имеет с полуокружностью единственную общую точку. Последнее возможно, если эта прямая касается полуокружности либо расположена между прямыми $MA$ и $MB$ (рис. 9) так, что ее угловой коэффициент $-a \in (a_1; a_2]$, где $a_1$ и $a_2$ — угловые коэффициенты прямых $MA$ и $MB$ соответственно. Поскольку наиболее удаленная от оси абсцисс точка $C$ имеет ту же ординату, что и точка $M$, то прямая $MC$, параллельная оси абсцисс, будет касательной к полуокружности. В этом случае $a = 0$. Найдем теперь $a_1$ и $a_2$. Поскольку точка $A(-3; 0)$ принадлежит прямой $y = -ax + 4a + 2$, ее координаты удовлетворяют уравнению этой прямой. Поэтому

$$0 = 3a + 4a + 2, \quad a=-\frac{2}{7}.$$

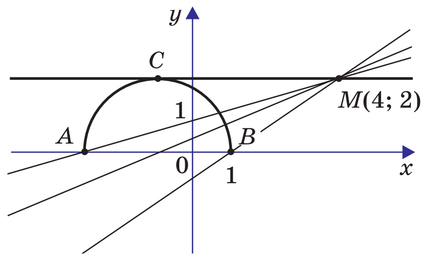


Рис. 9

**Преобразование графика функции $y = f(x)$**

| | |
|---|---|
| $y = f(x) + b$ | Параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ вдоль оси $Oy$ на $\lvert b\rvert$ единиц вверх (при $b > 0$) или вниз (при $b < 0$) |
| $y = f(x - a)$ | Параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ вдоль оси $Ox$ на $\lvert a\rvert$ единиц вправо (при $a > 0$) или влево (при $a < 0$) |
| $y = f(kx)$, $k > 0$ | Растяжение (сжатие) графика функции $y = f(x)$ в $k$ раз вдоль оси $Ox$ |
| $y = c \cdot f(x)$, $c > 0$ | Растяжение (сжатие) графика функции $y = f(x)$ в $c$ раз вдоль оси $Oy$ |
| $y = f(-x)$ | Симметрия графика функции $y = f(x)$ относительно оси $Oy$ |
| $y = -f(x)$ | Симметрия графика функции $y = f(x)$ относительно оси $Ox$ |
| $y = f(\lvert x\rvert)$ | Симметрия относительно оси $Oy$ части графика функции $y = f(x)$, расположенной в правой координатной полуплоскости: при этом часть графика функции $y = f(x)$, расположенная в правой координатной полуплоскости, сохраняется, а его часть, расположенная в левой координатной полуплоскости, отбрасывается |
| $y = \lvert f(x)\rvert$ | Симметрия относительно оси $Ox$ части графика функции $y = f(x)$, расположенной в нижней координатной полуплоскости: при этом часть графика функции $y = f(x)$, расположенная в верхней координатной полуплоскости, сохраняется, а его часть, расположенная в нижней координатной полуплоскости, отбрасывается |

Таким образом, $a_1 = \frac{2}{7}$. Поскольку точка $B(1; 0)$ принадлежит прямой $y = -ax + 4a + 2$, ее координаты удовлетворяют уравнению этой прямой. Поэтому $0 = -a + 4a + 2$, откуда $a = -\frac{2}{3}$. Таким образом, $a_2 = \frac{2}{3}$. Значит, $-a \in (a_1; a_2]$, если $\frac{2}{7} < -a \le \frac{2}{3}$, откуда $-\frac{2}{3} \le a < -\frac{2}{7}$.

*Ответ*: $\{0\} \cup \left[-\frac{2}{3}; -\frac{2}{7}\right)$.

*Замечание*. Обратим внимание на то, что при выборе функций в таких задачах целесообразно руководствоваться следующим правилом (разумеется, в тех задачах, где это возможно): график одной из функций не должен зависеть от параметра. Кроме того, часто в решении таких задач удается существенно продвинуться, проанализировав функцию, зависящую от параметра, и найдя какое-то ее общее для всех значений параметра свойство. В рассмотренном примере таким свойством являлась принадлежность точки $M(4; 2)$ графику функции при любом значении параметра. В следующей задаче таким свойством является принадлежность вершины угла некоторой фиксированной прямой.

**Пример 2.** Найти все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$$

имеет ровно три различных корня.

*Решение*. Перепишем данное уравнение в виде

$$|x^2 + 2x - 3| = |x - a| + 2a + 3$$

и рассмотрим графики функций

$$y = |x^2 + 2x - 3| \text{ и } y = |x - a| + 2a + 3.$$

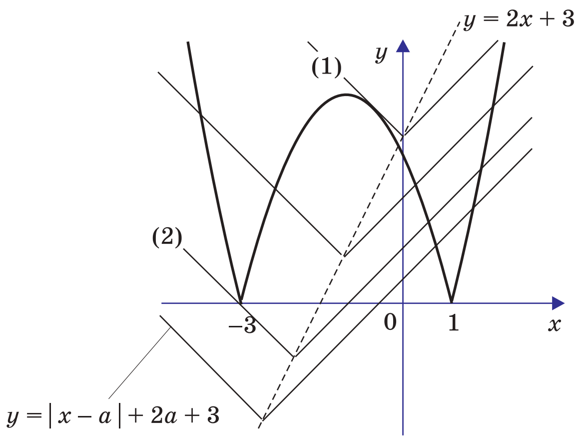


Рис. 10

График функции $y = |x^2 + 2x - 3|$ получается из графика функции $y = x^2 + 2x - 3$ (это парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -4)$, точками пересечения параболы с осями координат являются $(1; 0)$, $(-3; 0)$, $(0; -3)$) с помощью зеркального отражения (симметрии) относительно оси абсцисс части параболы, расположенной ниже этой оси. График функции $y = |x - a| + 2a + 3$ получается из графика функции $y = |x|$ (этот график представляет собой прямой угол с вершиной в точке $(0; 0)$ и сторонами, лежащими на прямых $y = x$ и $y = -x$ выше оси абсцисс) параллельным переносом на вектор $\vec{l}(a; 2a+3)$. Таким образом, графиком функции $y = |x - a| + 2a + 3$ является прямой угол с вершиной в точке $(x_0; y_0)$, где $x_0 = a$, $y_0 = 2a + 3$. Из двух последних формул следует, что $y_0 = 2x_0 + 3$. Следовательно, вершина угла $y = |x - a| + 2a + 3$ лежит на прямой $y = 2x + 3$, а не является произвольной точкой плоскости. Данное уравнение имеет ровно три различных корня, если графики функций имеют ровно три общие точки, что возможно только в двух случаях: соответствующие положения угла $y = |x - a| + 2a + 3$ для этих случаев обозначены на рисунке 10 цифрами (1) и (2). В случае (1) сторона угла $y = |x - a| + 2a + 3$ касается параболы $y = |x^2 + 2x - 3|$ в точке, лежащей на отраженном участке параболы $y = x^2 + 2x - 3$ (отсюда $|x^2 + 2x - 3| = -x^2 - 2x + 3$) левее вершины угла, то есть в точке, абсцисса которой меньше $a$ (отсюда $|x - a| = -x + a$). Касание означает, что квадратное уравнение

$$-x^2 - 2x + 3 = -x + a + 2a + 3$$

имеет единственный корень, то есть что его дискриминант равен нулю. Приведем уравнение к стандартному виду $x^2 + x + 3a = 0$ и, приравняв дискриминант $D = 1 - 12a$ к нулю, найдем $a = \frac{1}{12}$. В случае (2) сторона угла, расположенная слева от его вершины (отсюда $|x - a| = -x + a$ и $y = -x + 3a + 3$), проходит через точку $(-3; 0)$. Поэтому $0 = -(-3) + 3a + 3$, откуда $a = -2$.

*Ответ*: $\frac{1}{12}$; $-2$.

**Пример 3.** Найти все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$ax + \left|\frac{1}{x} + 4\right| = 2a$$

имеет хотя бы один корень, и указать число корней уравнения для каждого значения $a$.

*Решение*. Перепишем данное уравнение в виде

$$\left|\frac{1}{x} + 4\right| = 2a - ax$$

и рассмотрим графики функций

$$y = \left|\frac{1}{x} + 4\right| \text{ и } y = 2a - ax.$$

График функции $y=\left|\frac{1}{x}+4\right|$ получается с помощью параллельного переноса гиперболы $y=\frac{1}{x}$ вдоль оси ординат на 4 единицы вверх и последующего зеркального отражения (симметрии) относительно оси абсцисс части полученного после параллельного переноса графика функции $y=\frac{1}{x}+4$, лежащей ниже оси абсцисс. Графиком функции $y = 2a - ax$ является прямая. Заметим, что $y = -a(x - 2)$ и если $x = 2$, то $y = 0$ вне зависимости от значений параметра. Поэтому прямая $y = 2a - ax$ при любом значении параметра проходит через точку $A(2; 0)$.

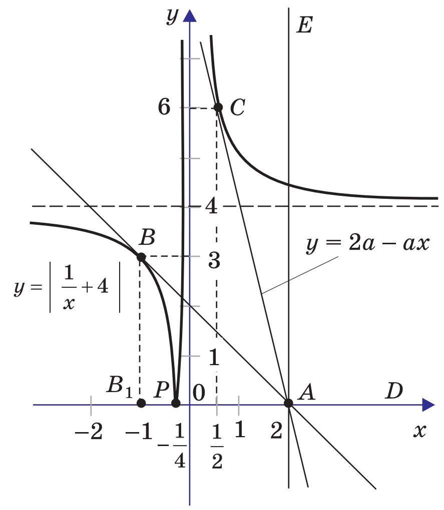


Рис. 11

На рисунке 11 показаны три положения прямой $y = 2a - ax$: $AB$ и $AC$ — касательные к графику функции $y=\left|\frac{1}{x}+4\right|$ (они касаются неотраженной части этого графика, то есть графика функции $y=\frac{1}{x}+4$), $AD$ соответствует значению $a = 0$, совпадает с осью абсцисс и имеет с графиком единственную общую точку $P\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. Прямая $AE$ на том же рисунке перпендикулярна оси абсцисс.

Найдем координаты точек $B$ и $C$. Для этого достаточно найти отличные от нуля значения параметра, при которых уравнение $\frac{1}{x}+4=2a-ax$ имеет единственный корень. Это уравнение можно переписать в виде

$$ax^2 - 2(a - 2)x + 1 = 0.$$

Если $a \neq 0$, полученное уравнение имеет единственный корень $x=\frac{a-2}{a}$ только в случае равенства нулю его дискриминанта

$$D = 4(a - 2)^2 - 4a,$$

откуда

$$a^2 - 5a + 4 = 0,\ a = 1 \text{ или } a = 4.$$

Если $a = 1$, то $x = -1$ (точка $B$); если $a = 4$, то $x=\frac{1}{2}$ (точка $C$). Следовательно, уравнениями прямых $AB$ и $AC$ являются соответственно

$$y = 2 - x \text{ и } y = 8 - 4x.$$

Число корней данного уравнения равно при каждом значении параметра $a$ числу общих точек графика функции $y=\left|\frac{1}{x}+4\right|$ и прямой $y=2a-ax$, угловой коэффициент которой равен $-a$.

Данное уравнение имеет единственный корень, если:

1) прямая $y = 2a - ax$ лежит внутри пары вертикальных углов, один из которых — угол $BAC$, то есть если $k_{AC} < -a \le k_{AB}$, где $k_{AB} = -1$ и $k_{AC} = -4$ — угловые коэффициенты прямых $AB$ и $AC$ соответственно, откуда $a \in (1; 4)$;

2) прямая $y = 2a - ax$ совпадает с прямой $AD$ или лежит внутри пары вертикальных углов, один из которых — угол $EAD$, то есть если $-a \ge 0$, откуда $a \in (-\infty; 0]$.

Данное уравнение имеет ровно два корня, если прямая $y = 2a - ax$ совпадает с прямой $AB$ или с прямой $AC$, откуда $a = 1$ или $a = 4$.

Данное уравнение имеет три корня, если:

1) прямая $y = 2a - ax$ лежит внутри пары вертикальных углов, один из которых — угол $B_1AB$, то есть если $k_{AB} < -a < 0$, откуда $a \in (0; 1)$;

2) прямая $y = 2a - ax$ лежит внутри пары вертикальных углов, один из которых — угол $CAE$, то есть если $-a < k_{AC}$, откуда $a \in (4; +\infty)$.

*Ответ*: один корень, если $a \in (-\infty; 0] \cup (1; 4)$; два корня, если $a \in \{1; 4\}$; три корня, если $a \in (0; 1) \cup (4; +\infty)$.

**Пример 4.** Решить неравенство

$$\frac{6}{2x+1}>\frac{1+\log_2(x+2)}{x}.$$

*Решение*. При $x > 0$ данное неравенство приводится к виду

$$\frac{6x}{2x+1}-1>\log_2(x+2),\quad \frac{4x-1}{2x+1}>\log_2(x+2).$$

При $x < 0$ аналогично получим неравенство

$$\frac{4x-1}{2x+1}<\log_2(x+2).$$

Рассмотрим функции

$$f(x)=\frac{4x-1}{2x+1}=\frac{2(2x+1)-3}{2x+1}=2-\frac{1,5}{x+0,5}$$

и

$$g(x) = \log_2(x + 2)$$

и построим их графики. График функции $y = f(x)$ (определенной при всех $x \neq -0,5$) получается при помощи описанных ранее стандартных элементарных преобразований (растяжения в 1,5 раза от оси абсцисс и параллельного переноса на вектор $\vec{l}(-0{,}5;\,2)$) гиперболы, являющейся графиком функции $y=-\frac{1}{x}$. График функции $y = g(x)$ (определенной при всех $x > -2$) получается параллельным переносом графика функции $y = \log_2 x$ на две единицы влево вдоль оси абсцисс (рис. 12).

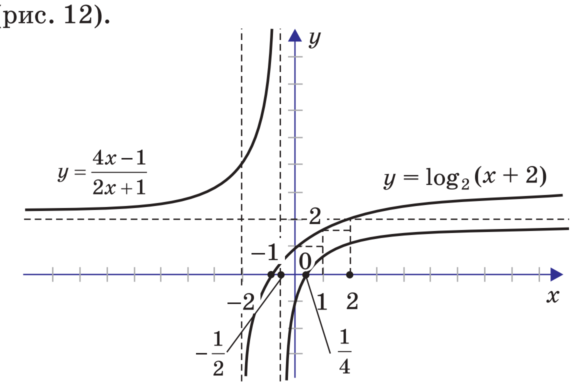

Рис. 12

Требуется найти все $x > 0$, для каждого из которых $f(x) > g(x)$, и все $x < 0$ (с учетом того, что $x > -2$, $x \neq -0{,}5$), для каждого из которых $f(x) < g(x)$.

При $x \in (-2;\,-0{,}5)$ неравенство $f(x) < g(x)$ (а значит, и данное неравенство) решений не имеет, так как $f(x) > 2$, а $g(x) < 2$.

При $x \in (-0{,}5;\,0)$ неравенство $f(x) < g(x)$ (а значит, и данное неравенство) выполняется, так как $f(x) < 0$, а $g(x) > 0$ для всех $x \in (-0{,}5;\,0)$.

При $x \in (0;\,1)$ неравенство $f(x) > g(x)$ (а значит, и данное неравенство) решений не имеет, так как $f(x) < 1$, а $g(x) > 1$.

При $x \in (2;\,+\infty)$ неравенство $f(x) > g(x)$ (а значит, и данное неравенство) решений не имеет, так как $f(x) < 2$, а $g(x) > 2$.

Осталось рассмотреть отрезок [1; 2]. Здесь доказательство не столь очевидно (предыдущие легко следуют из свойств функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ и простейших неравенств), но рисунок «подсказывает» идею доказательства: каждая из функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ возрастает на этом отрезке, достигая своего наименьшего значения в левом конце отрезка, а наибольшего — в правом, но похоже, что

$$\max_{[1;\,2]} f(x) = f(2) < \min_{[1;\,2]} g(x) = g(1).$$

Если это так, то и на отрезке [1; 2] данное неравенство не будет иметь решений. Сравним

$$f(2)=\frac{7}{5} \text{ и } g(1) = \log_2 3.$$

Предположим, что $f(2) \geq g(1)$. Тогда

$$\frac{7}{5} \geq \log_2 3,\ 2^{\frac{7}{5}} \geq 3,$$

откуда $2^7 \geq 3^5$, то есть $128 \geq 729$, что невозможно. Значит, допущение неверно. Поэтому и на отрезке [1; 2] данное неравенство не имеет решений.

*Ответ*: $(-0{,}5;\,0)$.