

Последнее выражение нужно немного упростить:

$$46^2 \times 1 \text{ миллион} + (46)(792)(2000) + 792^2.$$

Но я не решаю подобные задачи в последовательном порядке, а начинаю с середины, потому что задача типа «3 на 2» труднее, чем возведение в квадрат двух- и трехзначных чисел. Итак, в соответствии с принципом «в первую очередь со своего пути убирай сложное», я вычисляю $792 \times 46 \times 2$ и добавляю три нуля в конец результата, то есть выполняю следующие действия:

$$\begin{array}{r} 792 (800 - 8) \\ \times \quad 46 \\ \hline 800 \times 46 = 36\ 800 \\ -8 \times 46 = -\ 368 \\ \hline 36\ 432 \times 2000 = 72\ 864\ 000 \end{array} \quad \text{Fisher}$$

Используя метод вычитания, как показано выше, вычисляем $792 \times 46 = 36\ 432$, затем удваиваем результат для получения 72 864. Применение фонетического кода к числу 864 позволяет хранить его в памяти как *72 Fisher*.

Следующий шаг: подсчитываем $46^2 \times 1\ 000\ 000$, что равно 2 116 000 000.

На этом этапе вы можете произнести: «Два миллиарда...».

Активизировав в памяти *72 Fisher*, прибавляем к этому числу 116 миллионов, чтобы получить 188 миллионов. Но прежде чем озвучить количество миллионов, нужно проверить, следует ли переносить единицу в старший разряд при сложении *Fisher*, то есть числа 864 и 792^2 . Здесь на самом деле не надо вычислять 792^2 ; достаточно определить, что результат вычисления 792^2 будет довольно большой, чтобы в сумме с 864 000 превысить 1 миллион. (Вы можете предположить это исходя

из того, что $800^2 = 640\,000$, и это число в сумме с $864\,000$ явно превысит 1 миллион.) Таким образом, к 188 надо прибавить единицу и сказать: «...189 миллионов...».

Все еще держа в памяти слово *Fisher*, посчитайте квадрат числа 792, используя метод возведения трехзначных чисел в квадрат (округление в большую и меньшую стороны на 8 и т. д.), чтобы получить 627 264. Наконец, прибавьте 627 к *Fisher*, то есть к числу 864, и получите 1491. Так как мы уже сделали перенос единицы в разряд миллионов, отбросьте первую 1 у числа 1491 и произнесите: «...491 тысяча 264».

Иногда я забываю последние три цифры ответа, поскольку мой мозг полностью поглощен большими вычислениями. Поэтому, перед тем как выполнить итоговое сложение, я сохраняю цифру 2 (из числа 264) на пальцах и стараюсь запомнить 64, что обычно сделать нетрудно, потому что мы имеем склонность к запоминанию того, что слышали недавно. В случае же неудачи я могу восстановить последние две цифры путем возведения в квадрат последних двух цифр исходного числа, то есть $92^2 = 8464$. Последние две цифры этого числа и есть те самые последние две цифры 64. (В качестве альтернативы можно преобразовать число 264 в фонетический код.)

Я сознаю, что процесс вычисления квадрата $46\,792^2$ довольно громоздкий. Представляю вам схему того, как я возводил это число в квадрат:

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{792\ (800 - 8)} \\
 \times \quad \mathbf{46} \\
 \hline
 \mathbf{800 \times 46 = 36\ 800} \\
 \mathbf{-8 \times 46 = -\ 368} \qquad \text{Fisher} \\
 \hline
 \mathbf{36\ 432 \times 2000 = 72\ 864\ 000}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 72\ 864\ 000 \\
 46\ 000^2 = + 2\ 116\ 000\ 000 \\
 \hline
 2\ 188\ 864\ 000 \\
 792^2 = + \quad \quad \quad 627\ 264 \\
 \hline
 2\ 189\ 491\ 264
 \end{array}$$

792^2

$\begin{array}{l} +8\ 800 \\ -8\ 784 \end{array}$

$\begin{array}{r} 627\ 200 \\ + \quad \quad 64\ (8^2) \\ \hline 627\ 264 \end{array}$

Рассмотрим другой пример на возведение пятизначного числа в квадрат: $83\ 522^2$.

Как и прежде, вычисляем ответ в таком порядке:

$$83 \times 522 \times 2000, 83^2 \times 1 \text{ миллион, затем } 522^2.$$

В первой задаче обратите внимание на то, что 522 имеет делитель 9. Значит, $522 = 58 \times 9$. Раскладывая 83 как $80 + 3$, получим:

$$\begin{array}{r}
 522\ (58 \times 9) \\
 \times \quad 83 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$83 \times 58 \times 9 = 4814 \times 9 = 43\ 326.$$

Результатом удвоения 43 326 будет число 86 652, что можно запомнить как *86 Julian*. Поскольку $83^2 = 6889$, мы можем произнести: «Шесть миллиардов...»

Сложение $889 + 86 = 975$. Прежде чем произнести «975 миллионов», мы проверяем, не приведет сумма *Julian* (652 000) и квадрата 522^2 к переносу единицы в разряд миллиардов. Приблизительно оценив 522^2 как 270 000 (500×540), убеждаемся, что переноса не будет. Поэтому можно спокойно сказать: «...975 миллионов...».

Наконец, возведение в квадрат 522 обычным способом приведет к числу 272 484, а его сложение с числом *Julian* (652 000) даст последнюю часть ответа: «...924 484».

отдельных цифр, но если разложение найдется, процесс вычисления будет не таким уж и сложным.

$$\begin{array}{r} 829 \\ \times 288 (9 \times 8 \times 4) \end{array}$$

$$829 \times 9 \times 8 \times 4 = 7461 \times 8 \times 4 = 59\,688 \times 4 = 238\,752.$$

Обратите внимание на последовательность действий. Путем разложения 288 на $9 \times 8 \times 4$ мы упрощаем задачу «3 на 3» (829×288) до «3 на 1 на 1 на 1». Далее она превращается в «4 на 1 на 1» ($7461 \times 8 \times 4$) и, наконец, в «5 на 1» для получения итогового ответа 238 752. Прелесть данного решения состоит в отсутствии каких-либо действий на сложение и в том, что ничего не нужно хранить в уме. Добравшись до задачи типа «5 на 1», мы оказались в одном шаге от окончательного ответа.

Задачу типа «5 на 1» можно решить в два действия, если представить 59 688 как $59\,000 + 688$, а затем сложить результаты задач «2 на 1» ($59\,000 \times 4$) и «3 на 1» (688×4), как показано ниже.

$$\begin{array}{r} 59\,688 (59\,000 + 688) \\ \times \quad \quad 4 \\ \hline 59\,000 \times 4 = 236\,000 \\ 688 \times 4 = + 2\,752 \\ \hline 238\,752 \end{array}$$

Если оба трехзначных числа можно разложить на «2 на 1», то задача «3 на 3» упрощается до «2 на 2 на 1 на 1», как в следующем примере.

$$\begin{array}{r} 513 (57 \times 9) \\ \times 246 (41 \times 6) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 57 \times 41 \times 9 \times 6 &= 2337 \times 9 \times 6 \\ &= 21\,033 \times 6 \\ &= 126\,198 \end{aligned}$$

Сложное делаем легким: продвинутое умножение

Как обычно, лучше сразу избавиться от трудного элемента задачи, то есть от умножения типа «2 на 2». Как только вы это сделаете, задача будет сведена к «4 на 1», а затем к «5 на 1».

Очень часто бывает так, что раскладывается только один из сомножителей. В таком случае задача сводится к умножению типа «3 на 2 на 1», как в этом примере:

$$\begin{array}{r} 459 (51 \times 9) \\ \times \underline{526} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 526 \times 459 &= 526 \times 51 \times 9 \\ &= 526 \times (50 + 1) \times 9 \\ &= 26\,826 \times 9 \\ &= 241\,434 \end{aligned}$$

Следующая задача «3 на 3» в действительности просто замаскированная задача типа «3 на 2».

$$\begin{array}{r} 624 \\ \times \underline{435} \end{array}$$

Путем удвоения 435 и уменьшения 624 наполовину получаем эквивалентную задачу.

$$\begin{array}{r} 312 (52 \times 6) \\ \times \underline{870 (87 \times 10)} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 87 \times 52 \times 6 \times 10 &= 87 \times (50 + 2) \times 6 \times 10 \\ &= 4524 \times 6 \times 10 \\ &= 27\,144 \times 10 \\ &= 271\,440 \end{aligned}$$

Метод совместной близости

Вы готовы к чему-нибудь попроще? Следующий прием, который был представлен еще в главе 0, основан на такой алгебраической формуле:

$$(z + a)(z + b) = z^2 + za + zb + ab$$

Переписываем ее:

$$(z + a)(z + b) = z(z + a + b) + ab$$

Эта формула справедлива при любых значениях z , a и b . Мы будем пользоваться ею всякий раз, когда трехзначные числа, которые нужно перемножить ($z \times a$ и $z \times b$), находятся близко к легкому числу z (типичный случай, когда число z имеет большое количество нулей). Например, умножим

$$\begin{array}{r} 107 \\ \times 111 \\ \hline \end{array}$$

Будем рассматривать эту задачу как $(100 + 7) \times (100 + 11)$. Задав $z = 100$, $a = 7$, $b = 11$, наша формула даст:

$$100(100 + 7 + 11) + 7 \times 11 = 100 \times 118 + 77 = 11\ 877.$$

Я схематически изобразил решение так:

$$\begin{array}{r} 107(7) \\ \times 111(11) \\ \hline 100 \times 118 = 11\ 800 \\ 7 \times 11 = + \ 77 \\ \hline 11\ 877 \end{array}$$

Числа в скобках равны разностям между исходными числами и нашим подходящим «базовым числом» (здесь $z = 100$). Число 118 получено путем сложения $107 + 11$ или $111 + 7$. По законам алгебры, эти суммы эквивалентны, так как $(z + a) + b = (z + b) + a$.

Сложное делаем легким: продвинутое умножение

На этот раз без лишних слов решим еще один «ускоренный» пример:

$$\begin{array}{r} 109 (9) \\ \times 104 (4) \\ \hline 100 \times 113 = 11\,300 \\ 9 \times 4 = + \quad 36 \\ \hline 11\,336 \end{array}$$

Метод работает великолепно!

Теперь немного повысим ставки и возьмем большее базовое число.

$$\begin{array}{r} 408 (8) \\ \times 409 (9) \\ \hline 400 \times 417 = 116\,800 \\ 8 \times 9 = + \quad 72 \\ \hline 166\,872 \end{array}$$

Хотя данный метод, как правило, используется для умножения трехзначных чисел, его также можно применить для задач типа «2 на 2».

$$\begin{array}{r} 78 (8) \\ \times 73 (3) \\ \hline 70 \times 81 = 5\,670 \\ 8 \times 3 = + \quad 24 \\ \hline 5\,694 \end{array}$$

Здесь базовое число 70 умножается на 81 (78 + 3). В таких задачах даже действие на сложение обычно очень простое.

Этот метод также применим, когда оба числа меньше базового. Как, например, в следующей задаче, где оба числа меньше 400.

Магия чисел

$$\begin{array}{r}
 396 (-4) \\
 \times \underline{387 (-13)} \\
 400 \times 383 = 153\ 200 \\
 -4 \times -13 = \underline{+ 52} \\
 \hline
 153\ 252
 \end{array}$$

Число 383 получено путем вычитания $396 - 13$ или $387 - 4$.
 Данный метод также можно использовать и для задач типа «2 на 2», таких как следующие.

$$\begin{array}{r}
 97 (-3) \\
 \times \underline{94 (-6)} \\
 100 \times 91 = 9\ 100 \\
 -3 \times -6 = \underline{+ 18} \\
 \hline
 9\ 118
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 79 (-1) \\
 \times \underline{78 (-2)} \\
 80 \times 77 = 6\ 160 \\
 -1 \times -2 = \underline{+ 2} \\
 \hline
 6\ 162
 \end{array}$$

В следующем примере базовое число по величине находится между перемножаемыми числами.

$$\begin{array}{r}
 396 (-4) \\
 \times \underline{413 (13)} \\
 400 \times = 163\ 600 \\
 409 \\
 -4 \times 13 = \underline{- 52} \\
 \hline
 163\ 548
 \end{array}$$

Число 409 получено в ходе операций $396 + 13$ или $413 - 4$.
 Обратите внимание, что, поскольку числа -4 и 13 имеют

противоположные знаки, из результата умножения необходимо вычесть 52.

Поднимем ставки еще выше, до уровня, где второе действие требует умножения типа «2 на 2».

$$\begin{array}{r}
 621 \text{ (21)} \\
 \times \underline{637 \text{ (37)}} \\
 \hline
 600 \times 658 = 394\,800 \\
 21 \times 37 = + \underline{777 \text{ (37} \times 7 \times 3)} \\
 \hline
 395\,577
 \end{array}$$

Здесь обратите внимание на то, что первое действие в задаче (600×658) является хорошей оценкой ответа. Но наш метод позволяет перейти от оценки к точному ответу.

$$\begin{array}{r}
 876 \text{ (-24)} \\
 \times \underline{853 \text{ (-47)}} \\
 \hline
 900 \times 829 = 746\,100 \\
 -24 \times -47 = + \underline{1\,128 \text{ (47} \times 6 \times 4)} \\
 \hline
 747\,228
 \end{array}$$

Обратите также внимание, что во всех примерах сумма чисел, которые мы перемножаем в первом действии, такая же, как и исходные числа. Например, в задаче выше $900 + 829 = 1729$, как и $876 + 853 = 1729$. Это следует из равенства:

$$z + [(z + a) + b] = (z + a) + (z + b)$$

Поэтому, чтобы получить число, которое надо умножить на 900 (оно будет в диапазоне «800 плюс»), нужно всего лишь взглянуть на последние две цифры суммы $76 + 53 = 129$, чтобы вышло 829.

В следующем примере сложение $827 + 761 = 1588$ подсказывает, что нужно перемножить 800×788 , а затем из полученного результата *вычесть* произведение 27×39 .

$$\begin{array}{r}
 827 (+27) \\
 \times 761 (-39) \\
 \hline
 800 \times = 630\ 400 \\
 788 \\
 -39 \times 27 = -1\ 053 (39 \times 9 \times 3) \\
 \hline
 629\ 347
 \end{array}$$

Этот метод настолько эффективен, что если задача типа «3 на 3», над которой вы думаете в настоящий момент, состоит из чисел, далеких друг от друга, то иногда можно видоизменить ее путем деления одного и умножения другого числа на одинаковое число (тем самым сблизив сомножители по величине). Например, задачу 672×157 можно решить следующим образом.

$$\begin{array}{r}
 672 \div 2 = 336 (36) \\
 \times 157 \times 2 = \times 314 (14) \\
 300 \times 350 = 105\ 000 \\
 36 \times 14 = + 504 (36 \times 7 \times 2) \\
 \hline
 105\ 504
 \end{array}$$

Когда перемножаемые числа одинаковы, метод совместной близости генерирует такие же вычисления, как и в традиционном методе возведения в квадрат.

$$\begin{array}{r}
 347 (47) \\
 \times 347 (47) \\
 \hline
 300 \times 394 = 118\ 200 \\
 47 \times 47 = + 2\ 209 \\
 \hline
 120\ 409
 \end{array}$$

Метод сложения

Когда ни один из предыдущих методов не работает, я ищу возможность использовать метод сложения, в особенности если

Сложное делаем легким: продвинутое умножение

первые две цифры одного из трехзначных чисел просты в разложении. Например, в нижеприведенном примере 64 (первые две цифры числа 641) раскладывается как 8×8 , поэтому я его решаю следующим образом.

$$\begin{array}{r} 373 \\ \times \underline{641} \text{ (} 640 + 1 \text{)} \\ 640 \times 373 = 238\,720 \text{ (} 373 \times 8 \times 8 \times 10 \text{)} \\ 1 \times 373 = + \underline{373} \\ \hline 239\,093 \end{array}$$

По тому же принципу в примере ниже 42 из числа 427 раскладывается как 6×7 , поэтому можно использовать метод сложения, представив 427 в виде $420 + 7$.

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times \underline{427} \text{ (} 420 + 7 \text{)} \\ 420 \times 656 = 275\,520 \text{ (} 656 \times 7 \times 6 \times 10 \text{)} \\ 7 \times 656 = + \underline{4\,592} \\ \hline 280\,112 \end{array}$$

Часто я разбиваю последнюю задачу на сложение на два этапа, как показано ниже.

$$\begin{array}{r} 275\,520 \\ 7 \times 600 = + \underline{4\,200} \\ \hline 279\,720 \\ 7 \times 56 = + \underline{392} \\ \hline 280\,112 \end{array}$$

Поскольку задачи, решаемые методом сложения, требуют определенных усилий, обычно я ищу другой способ, который приведет к простым вычислениям в конце процесса решения. Например, задачу, показанную выше, можно решить с помощью разложения. Вот какие действия я бы выполнил:

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times \underline{427} \quad (61 \times 7) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 656 \times 61 \times 7 &= 656 \times (60 + 1) \times 7 \\ &= 40\,016 \times 7 \\ &= 280\,112 \end{aligned}$$

В самых простых задачах, решаемых методом сложения, одно из чисел содержит 0 в середине числа, как показано ниже.

$$\begin{array}{r} 732 \\ \times \underline{308} \quad (300 + 8) \\ 300 \times 732 = 219\,600 \\ 8 \times 732 = \underline{+ 5\,856} \\ \hline 225\,456 \end{array}$$

Такие задачи, как правило, самые легкие из тех, которые можно решить аналогичным способом. Поэтому стоит приглядеться к задаче типа «3 на 3», чтобы определить возможность ее преобразования в задачу с нулями. Это окупается. Например, в задачу 732×308 можно преобразовать следующие «безнулевые» примеры.

$$\begin{array}{l} 244 \times 3 = 732 \quad \text{или} \quad 366 \times 2 = 732 \\ \times 924 \div 3 = \underline{\times 308} \quad \quad \quad \times 616 \div 2 = \underline{\times 308} \end{array}$$

Мы уже упоминали, что другой способ решения данной задачи сводится к выполнению операций $308 \times 366 \times 2$ и использованию преимущества близости чисел 308 и 366.

Щелкаем еще один «крепкий орешек»:

$$\begin{array}{r} 739 \\ \times \underline{443} \quad (440 + 3) \\ 440 \times 739 = 325\,160 \quad (739 \times 11 \times 4 \times 10) \\ 3 \times 700 = \underline{+ 2\,100} \end{array}$$

Сложное делаем легким: продвинутое умножение

$$\begin{array}{r} 327\ 260 \\ 3 \times 39 = + \underline{117} \\ \hline 327\ 377 \end{array}$$

Метод вычитания

Метод вычитания — это орудие, которое я время от времени применяю, когда одно из трехзначных чисел можно округлить до простого трехзначного числа с нулем на конце, как в следующем примере:

$$\begin{array}{r} 719\ (720 - 1) \\ \times \underline{247} \\ \hline 720 \times 247 = 177\ 840\ (247 \times 9 \times 8 \times 10) \\ -1 \times 247 = \underline{-247} \\ \hline 177\ 593 \end{array}$$

Подобным образом решаем такую задачу:

$$\begin{array}{r} 538\ (540 - 2) \\ \times \underline{346} \\ \hline 540 \times 346 = 186\ 840\ (346 \times 6 \times 9 \times 10) \\ -1 \times 346 = \underline{-692} \\ \hline 186\ 148 \end{array}$$

Метод «когда все остальное не работает»

Когда все остальное не срабатывает, я применяю один очень надежный метод. При его использовании задача на умножение типа «3 на 3» разбивается на 3 части: задача типа «3 на 1», типа «2 на 1» и типа «2 на 2». По мере решения этих задач их ответы суммируются. Такие задачи всегда сложные, особенно если нельзя видеть исходные числа. Во время выступлений с задачами на умножение типа «3 на 3» и «5 на 5» у меня всегда под рукой записанные условия, но все расчеты я произвожу в уме.

Вот пример:

$$\begin{array}{r}
 851 \\
 \times \underline{527} \\
 500 \times 851 = 425\ 500 \\
 27 \times 800 = + 21\ 600 \\
 \quad 447\ 100 \\
 27 \times 51 = + \underline{1\ 377} \\
 \quad 448\ 477
 \end{array}$$

На практике вычисления выполняются так, как показано ниже. Иногда я использую фонетический код для хранения в памяти тысяч (здесь $447 = \textit{our rug}$) и сотен (здесь 1) — на пальцах.

$$\begin{array}{r}
 851 \\
 \times \underline{527} \\
 5 \times 851 = 4\ 255 \\
 27 \times 8 = + \underline{216} \quad \textit{Our rug} \\
 4\ 471 \times 100 = 447\ 100 \\
 27 \times 51 = + \underline{1\ 377} \\
 \quad 448\ 477
 \end{array}$$

Решим еще один пример, но на этот раз я разобью на части первое число. (Обычно я так поступаю с бóльшим из чисел, так решить задачу на сложение становится легче.)

$$\begin{array}{r}
 923 \\
 \times \underline{673} \\
 9 \times 673 = 6\ 057 \\
 6 \times 23 = + \underline{138} \quad \textit{Shut up} \\
 6\ 195 \times 100 = 619\ 500 \\
 73 \times 23 = + \underline{1\ 679} \\
 \quad 621\ 179
 \end{array}$$

УПРАЖНЕНИЕ: УМНОЖЕНИЕ ТИПА «3 НА 3»

- | | | | | | | | | | |
|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|
| 1. | 644
<u>× 286</u> | 2. | 596
<u>× 167</u> | 3. | 853
<u>× 325</u> | 4. | 343
<u>× 226</u> | 5. | 809
<u>× 527</u> |
| 6. | 942
<u>× 879</u> | 7. | 692
<u>× 644</u> | 8. | 446
<u>× 176</u> | 9. | 658
<u>× 468</u> | 10. | 273
<u>× 138</u> |
| 11. | 824
<u>× 206</u> | 12. | 642
<u>× 249</u> | 13. | 783
<u>× 589</u> | 14. | 871
<u>× 926</u> | 15. | 341
<u>× 715</u> |
| 16. | 417
<u>× 298</u> | 17. | 557
<u>× 756</u> | 18. | 976
<u>× 878</u> | 19. | 765
<u>× 350</u> | | |

Эти задачи встроены в примеры «5 на 5», которые находятся в следующем разделе.

- | | | | | | | | |
|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|
| 20. | 154
<u>× 423</u> | 21. | 545
<u>× 834</u> | 22. | 216
<u>× 653</u> | 23. | 393
<u>× 822</u> |
|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|

УМНОЖЕНИЕ «5 НА 5»

Самая большая задача, которую мы попытаемся решить в уме, состоит из двух пятизначных чисел. Для выполнения умножения типа «5 на 5» вам необходимо в совершенстве овладеть навыком решения задач типа «2 на 2», «2 на 3» и «3 на 3» (а также уметь применять фонетический код). Решение задачи «5 на 5» — это просто вопрос сведения воедино всех типов задач, освоенных вами ранее. Как и при возведении в квадрат пятизначных чисел, вы будете использовать распределительный закон для разделения чисел на составные части. Например:

$$\begin{array}{r} 27\ 639\ (27\ 000 + 639) \\ \times\ 52\ 196\ (52\ 000 + 196) \end{array}$$

Основываясь на этом разделении, данную задачу можно разложить на четыре более простые задачи на умножение в стиле «крест-накрест», что я покажу ниже, как задачу типа «2 на 2», две задачи типа «3 на 2» и одну типа «3 на 3». Далее суммируются решения всех этих задач. Вот как это выглядит:

$$\begin{array}{r} (27 \times 52)\ \text{миллионов} \\ +\ [(27 \times 196) + (52 \times 639)]\ \text{тысяч} \\ +\ (639 \times 196) \end{array}$$

Как и при возведении пятизначных чисел в квадрат, я начинаю с середины, берясь за задачу «3 на 2» (как самую трудную):

Mom, no knife

$$1. \quad 52 \times 639 = 52 \times 71 \times 9 = 3692 \times 9 = 33\ 228.$$

Запомнив число 33 228 с помощью мнемоники *Mom, no knife*, далее переключаюсь на вторую задачу типа «3 на 2».

$$2. \quad 27 \times 196 = 27 \times (200 - 4) = 5400 - 108 = 5292.$$

И прибавляю этот результат к числу, которое хранится в памяти.

$$\begin{array}{r} 3. \quad 33\ 228\ (\text{Mom, no knife}) \\ +\ 5\ 292 \\ \hline 38\ 520 \end{array}$$

Получаем новую сумму и сохраняем ее в уме как:

Movie lines (38 миллионов, 520 тысяч)

Запомнив этот мнемонический код, решаем задачу «2 на 2».

4. $52 \times 27 = 52 \times 9 \times 3 = 1\,404$.

На данном этапе уже можно дать частичный ответ. Поскольку задача «2 на 2» — это перемножение миллионов, то 1 404 означает 1 миллиард 404 миллиона. Так как 404 миллиона не подразумевают переноса единицы в разряд миллиардов, то можно спокойно произнести: «Один миллиард...».

5. $404 + \text{Movie (38)} = 442$.

Теперь прибавляем 404 к *movie* (38), получается 442. В этот момент можно сказать «...442 миллиона...». Это можно сделать потому, что на 442 не будет переноса единицы. Чтобы удостовериться в этом, надо посмотреть наперед на задачу типа «3 на 3». Если ее ответ говорит о переносе единицы, то надо сказать «443 миллиона». Но так как результат задачи «3 на 3» (639×196) не превысит 500 000 (что показывает грубая оценка $600 \times 200 = 120\,000$), этого не произойдет.

6. $639 \times 196 = 639 \times 7 \times 7 \times 4 = 4\,473 \times 7 \times 4 = 31\,311 \times 4 = 125\,244$.

Все еще удерживая в голове слово *lines*, решаем задачу «3 на 3» с помощью метода разложения и получаем 125 244. Чтобы запомнить число 244, переводим его в слово *nearer*. Итоговое действие представляет собой простое сложение:

7. $125\,244 + \text{Lines (520\,000)} = 645\,244$.

Это позволяет произнести оставшуюся часть ответа: «...645 244».

Так как один рисунок стоит тысячи слов, вот схема всех выполненных вычислений в данном примере.

$$\begin{array}{r} 27\ 639 \\ \times 52\ 196 \\ \hline \end{array}$$

Mom, no knife

$$639 \times 52 = 33\ 228$$

$$196 \times 27 = + 5\ 292$$

$$38\ 520 \times 1\ 000 = 38\ 520\ 000$$

$$52 \times 27 \times 1\ \text{миллион} = + 1\ 404\ 000\ 000$$

$$1\ 442\ 520\ 000$$

$$639 \times 196 = + 125\ 244$$

$$1\ 442\ 645\ 244$$

Movie lines

Здесь необходимо сделать небольшое замечание о моем предположении, что при решении задачи типа «5 на 5» у вас есть возможность записать ее условие на доске или бумаге. Если такой возможности нет, то вам придется задать мнемонический код для всех четырех чисел (два исходных числа и два промежуточных результата). Например, условие предыдущей задачи можно запомнить в виде слов:

27 639 — Neck jump

× 52 196 — Lion dopish

Потом надо умножить *lion × jump* (52×639), *dopish × neck* (196×27), *lion × neck* (52×27) и, наконец, *dopish × jump* (196×639). Очевидно, эти действия несколько замедлят процесс вычислений, но если вы хотите решать задачи не глядя на их условия, то после тренировок будете в состоянии это делать.

Закончим главу еще одним примером «5 на 5».

79 838

× 45 547

Последовательность действий в этом примере такая же, как и при решении предыдущего. Начинаем с самой сложной задачи типа «3 на 2» и сохраняем ответ в виде мнемонического кода.

1. $547 \times 79 = 547 \times (80 - 1) = 43\ 760 - 547 = 43\ 213$ —
Rome anatomy.

Затем решаем вторую задачу типа «3 на 2».

2. $838 \times 45 = 838 \times 5 \times 9 = 4190 \times 9 = 37\ 710$.

Суммируем полученное и вверяем итог своей памяти.

3. $43\ 213$ — Rome anatomy
+ 37 710
80 923 — Face Panama

4. $79 \times 45 = 79 \times 9 \times 5 = 711 \times 5 = 3\ 555$.

Результат задачи «2 на 2» дает первую цифру окончательного ответа, которую с уверенностью можно произнести вслух: «Три миллиарда...».

5. $555 + \text{Face (80)} = 635$.

Миллионы в ответе содержат перенос единицы, то есть число 635 надо заменить на 636, потому что к числу *Panama* (923) достаточно прибавить 77 000, чтобы превысить 100 000 и вызвать перенос единицы. А результат задачи «3 на 3» (838×547) с легкостью превысит это значение. Поэтому следует сказать: «...636 миллионов...».

Задача «3 на 3» была посчитана с использованием метода сложения.

Глава 9

Искусство математической магии

Я всегда получал удовольствие от игры с цифрами. Я нахожу арифметику такой же занимательной, как и магию. Но понимание магических секретов арифметики требует знаний алгебры. Конечно, есть и другие причины для ее изучения. Назову лишь несколько: сдача экзаменов, моделирование проблем из реального мира, программирование и возможность понимания высшей математики. Но интерес к алгебре у меня вызвало в первую очередь желание понять некоторые математические трюки. Их я вам сейчас и представлю!

ЭКСТРАСЕНСОРНАЯ МАТЕМАТИКА

Попросите добровольца в аудитории загадать любое число, состоящее из одной-двух цифр. Затем скажите, что никоим образом не можете знать, что это за число, и предложите сделать следующее.

1. Удвойте число.
2. Прибавьте 12.
3. Разделите сумму на 2.
4. Вычтите из нее исходное число.

Спросите: «Думаете ли вы сейчас о цифре 6?» Опробуйте этот трюк сначала на себе и увидите, что данная последовательность вычислений всегда в итоге приводит к цифре 6, какое бы число вы изначально ни выбрали.

Почему это работает

Этот трюк целиком основан на простой алгебре. Я иногда использую его как способ познакомить с алгеброй студентов. Секретное число, выбранное добровольцем, можно обозначить как x . Тогда выполняемые действия представляем так:

1. $2x$ (удвоить число).
2. $2x + 12$ (прибавить 12).
3. $(2x + 12)/2 = x + 6$ (разделить на 2).
4. $x + 6 - x$ (вычесть исходное число).

Не важно, какое число выбрано, итоговый ответ всегда будет 6. При повторении данного приема попросите добровольца прибавить другое число на втором шаге (скажем, 18). Итоговый ответ будет половиной этого числа (а именно 9).

МАГИЯ ЧИСЛА 1089

Следующий трюк существует уже не одно столетие. Сделайте так, чтобы человек из аудитории достал ручку и бумагу:

- 1) и тайно записал трехзначное число, цифры которого идут в порядке уменьшения (например, 851 или 973);
- 2) записал число в обратном порядке и вычел его из исходного числа;
- 3) к полученному ответу добавил его же, только в обратном порядке.

В конце последовательности магическим образом появится ответ 1089, какое бы число ни выбрал доброволец. Например:

$$\begin{array}{r} 851 \\ - 158 \\ \hline 693 \\ + 396 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Почему это работает

Независимо от того, какое трехзначное число вы или кто-либо другой выберете в этой игре, окончательный ответ всегда будет равен 1089. Почему? Обозначим abc неизвестное трехзначное число. Алгебраически это эквивалентно:

$$100a + 10b + c.$$

Запись числа в обратном порядке (для вычитания из исходного) дает cba , которое алгебраически равно:

$$100c + 10b + a.$$

После вычитания cba из abc выходит:

$$\begin{aligned} 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) &= \\ = 100(a - c) + (c - a) &= 99(a - c). \end{aligned}$$

Поэтому после вычитания на шаге 2 должно получиться одно из следующих чисел, кратных 99: 297, 396, 495, 594, 693, 792 или 891. Каждое из них после прибавления к нему своей перевернутой версии в итоге даст 1089, что мы и видим на шаге 3.

ТРЮК С ПРОПУЩЕННОЙ ЦИФРОЙ

Используя число 1089 из предыдущего примера, вручите добровольцу калькулятор и попросите умножить 1089 на любое трехзначное число, не называя его. (Предположим, он тайно умножил $1089 \times 256 = 278\,784$) Теперь поинтересуйтесь, сколько цифр в полученном ответе. Ответ — 6.

Затем попросите: «Громко назовите пять из этих шести цифр в любом порядке. Я попытаюсь определить недостающую». Предположим, доброволец громко перечисляет: «Два... четыре... семь... восемь... восемь». Вы вежливо говорите ему, что он пропустил цифру 7. Секрет основан на том, что число кратно 9 тогда, и только тогда, когда сумма составляющих его цифр кратна 9. Так как $1 + 0 + 8 + 9 = 18$ кратно 9, значит, число 1089 кратно 9. Поэтому 1089 при умножении на любое целое число даст кратное 9. И раз уж прозвучавшие цифры в сумме дают 29, и следующее кратное 9, большее 29, это 36, то наш доброволец пропустил число 7 (так как $29 + 7 = 36$).

Есть более тонкие способы заставить добровольца в конечном итоге прийти к кратному 9. Вот некоторые из моих любимых.

1. Пусть он наугад выберет шестизначное число, перемешает его цифры, затем отнимет меньшее из шестизначных чисел из большего. Поскольку мы производим вычитание двух чисел с одинаковой модульной суммой (в самом деле, сумма цифр идентична), полученная в итоге разность будет иметь нулевую модульную сумму, следовательно, число будет кратно 9. Далее продолжайте действовать, как было описано выше, чтобы найти недостающую цифру.

2. Пусть он тайно выберет любое четырехзначное число, запишет его в обратном порядке, а потом вычтет меньшее

число из большего. (Получится кратное 9.) Затем пусть умножит результат на 3. Далее, как и раньше, вы ищите пропущенную цифру.

3. Попросите добровольца перемножать разные цифры до тех пор, пока их произведение не превратится в семизначное число. Это не гарантия получения числа, кратного 9, но на практике такую «гарантию» можно получить не меньше чем в 90% случаев (с большой вероятностью перемножаемые цифры будут включать девятки или две тройки, или две шестерки, или 3 и 6). Я часто использую данный способ, выступая перед математически продвинутой публикой, которая может раскусить другие методы.

Однако существует одна проблема, за которой нужно постоянно следить. Предположим, прозвучавшие числа в сумме дают кратное 9 (скажем, 18). После такого ответа у вас не будет возможности определить, пропущен ли 0 или 9. Как справиться с этой ситуацией? Очень просто! Сжуйтеничайте! Просто спросите: «Вы ведь не пропустили 0, не так ли?» Если 0 пропущен, то вы успешно провернули свой трюк. Если нет, скажите: «Ой, просто показалось, что вы отвлеклись! Вы не пропустили один, два, три или четыре, не так ли?» Доброволец либо покачает головой, либо скажет «нет». Затем вы продолжаете: «Как и не пропустили пять, шесть, семь или восемь. Вы не включили девять, не так ли?» Доброволец ответит утвердительно, а вы получите заслуженные аплодисменты!

СЛОЖЕНИЕ-ЧЕХАРДА

Этот прием сочетает в себе быстрые вычисления в уме и поразительные предсказания. Вручите зрителю карту с расчерченными на ней десятью линиями, пронумерованными от 1 до 10.

Пусть он загадает два положительных числа от 1 до 20 и под-
пишет ими линии 1 и 2. Далее попросите его записать сумму
1-й и 2-й линий на линии 3. Затем сумму линии 2 и 3 на линии
4 и так далее, как проиллюстрировано ниже.

1	<u>9</u>
2	<u>2</u>
3	<u>11</u>
4	<u>13</u>
5	<u>24</u>
6	<u>37</u>
7	<u>61</u>
8	<u>98</u>
9	<u>159</u>
10	<u>257</u>

Пусть зритель покажет вам карту. Вы сразу же можете на-
звать ему сумму всех чисел на ней. Например, в нашем слу-
чае вы могли бы мгновенно объявить, что числа в сумме дают
671 (быстрее, чем зритель подсчитал бы это с калькулятором).
В качестве приза вручите зрителю калькулятор и попросите
его разделить число на линии 10 на число с линии 9. В данном
примере получится частное $257/159 = 1,616$. Пусть он произ-
несет первые три цифры частного, а после перевернет карточ-
ку (там вы уже написали свое предсказание). Он будет очень
удивлен увиденным 1,61!

Почему это работает

Для выполнения быстрого расчета нужно просто умножить
число с линии 7 на 11. Здесь $61 \times 11 = 671$. Причина эффектив-
ности этого приема проиллюстрирована в таблице ниже. Если

обозначить числа на линиях 1 и 2 как x и y соответственно, а затем просуммировать числа на всех линиях от 1 до 10, то в итоге выйдет $55x + 88y$, что составляет $11 \times (5x + 8y)$. А это равно произведению числа 11 на число на линии 7.

1	x
2	y
3	$x + y$
4	$x + 2y$
5	$2x + 3y$
6	$3x + 5y$
7	$5x + 8y$
8	$8x + 13y$
9	$13x + 21y$
10	$21x + 34y$
Всего	$55x + 88y$

Что касается прогнозирования, то здесь используется тот факт, что для любых положительных чисел a , b , c , d , если $a/b < c/d$, то значение дроби, которая получается путем «ошибочного сложения дробей» (то есть путем сложения числителей и сложения знаменателей), будет лежать между двумя исходными дробями. Другими словами, применяем неравенства:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

Таким образом, частное от деления числа на линии 10 на число на линии 9, $(21x + 34y)/(13x + 21y)$, должно быть между

$$1,615 \dots = \frac{21x}{13x} < \frac{21x + 34y}{13x + 21y} < \frac{34y}{21y} = 1,619 \dots$$

Следовательно, частное должно начинаться с цифр 1,61, как и было предсказано.

По сути, если продолжать такую «чехарду» до бесконечности, отношение последовательно идущих значений будет все ближе подбираться к значению

$$\frac{1 + \sqrt{15}}{2} \approx 1,6180339887 \dots$$

Это число с настолько огромным количеством удивительно красивых и загадочных свойств, что его часто называют золотым отношением (золотым сечением).

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

Вы готовы к испытанию совершенно иного рода? Ниже размещен пример «магического квадрата». Сколько же о нем было написано еще во времена Древнего Китая! Но мы расскажем о способе создания магических квадратов в развлекательном стиле. Эту заученную схему я исполнял годами.

Я показываю визитку со следующей надписью на задней стороне:

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

= 34

И говорю: «Перед вами магический квадрат. Это самый маленький магический квадрат, который можно создать, используя числа от одного до шестнадцати. Здесь суммы чисел в каждой строке и каждом столбце дают одно и то же число — тридцать четыре. Я провел весьма широкое исследование на тему магических квадратов, поэтому предлагаю создать один прямо на ваших глазах».

Затем я прошу кого-либо из аудитории назвать любое число больше 34. Предположим, это будет 67. После достаю еще одну визитку, рисую пустую сетку «4 на 4» и помещаю число 67 справа от нее. Далее прошу человека указывать на квадраты по одному, в любом порядке. Как только он указывает на пустую клетку, я незамедлительно записываю в нее число. Конечный результат выглядит так:

16	19	23	9	= 67
22	10	15	20	
11	25	17	14	
18	13	12	24	

Я продолжаю: «В случае с первым магическим квадратом каждая строка и каждый столбец при сложении давали тридцать четыре. (На этом этапе я обычно откладываю карточку с квадратом в сторону.) Теперь посмотрим, что у нас получилось с новым квадратом». Убедившись, что элементы каждой строки и каждого столбца действительно дают в сумме 67, я говорю: «Но я не останавливаюсь на этом. Специально для вас я решил пойти еще на один шаг дальше. Обратите внимание, что обе диагонали при сложении дают шестьдесят семь!» Затем я указываю на то, что сумма четырех квадратов

в левом верхнем углу тоже равна 67 ($16 + 19 + 22 + 10 = 67$), как и остальных квадратов такого же размера! «Они все в сумме равны шестидесяти семи. Но не верьте мне на слово. Пожалуйста, оставьте себе магический квадрат в качестве сувенира и проверьте его потом сами!»

КАК СОСТАВИТЬ МАГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ

Вы можете создать магический квадрат, который при суммировании давал бы любое число, воспользовавшись исходным магическим квадратом с суммой 34. Держите его при этом на виду. Пока вы чертите сетку «4 на 4», устно выполните следующие вычисления.

1. Вычтите 34 из заданного числа (например, $67 - 34 = 33$)
2. Разделите полученное число на 4 (например, $33/4 = 8$ с остатком 1)

Частное — это первое «магическое» число. Частное плюс остаток — второе «магическое» число. (Здесь магические числа 8 и 9.)

3. Когда доброволец указывает на пустой квадрат, незаметно взгляните на квадрат 34, чтобы узнать, какой квадрат ему соответствует. Если это квадрат с числами 13, 14, 15 или 16, прибавьте к ним второе число (в нашем примере 9). Если нет, то прибавьте первое магическое число (8).
4. Вставляйте подходящее число до тех пор, пока не закончите составление магического квадрата.

Обратите внимание: когда заданное число четное, но не кратное 4, ваши первое и второе магические числа будут одинаковыми. Так что у вас будет только одно магическое число для прибавления его к числам из квадрата 34.

Почему это работает

Этот метод работает потому, что каждая строка, столбец и диагональ из исходного магического квадрата при сложении дают 34. Предположим, заданное число 82. Так как $82 - 34 = 48$ (и $48/4 = 12$), то следует прибавлять 12 к каждому числу в каждой ячейке исходного магического квадрата. В результате каждая «группа четверок», которая до этого равнялась 34, будет при сложении давать $34 + 48 = 82$. Можете убедиться в этом на примере следующего магического квадрата.

20	23	26	13
25	14	19	24
15	28	21	18
22	17	16	27

= 82

С другой стороны, если бы заданным числом было 85, магическими числами были бы 12 и 15. Поэтому мы прибавим 15 к квадратикам, которые содержат числа 13, 14, 15 и 16. Так как каждые строка, столбец и квадрат «2 на 2» содержат одно из этих чисел, то каждая группа из 4 клеток будет при сложении давать $34 + 12 \times 3 + 15 = 85$, как в следующем магическом квадрате.

20	23	29	13
28	14	19	24
15	31	21	18
22	17	16	30

= 85

В качестве интересного математического пустячка позвольте отметить еще одно удивительное свойство знаменитого магического квадрата «3 на 3», показанного ниже.

4	9	2	= 15
3	5	7	
8	1	6	

В нем не только строки, столбцы и диагонали дают в сумме 15, но если вы представите строки магического квадрата как трехзначные числа, то сможете удостовериться с помощью калькулятора, что $492^2 + 357^2 + 816^2 = 294^2 + 753^2 + 618^2$. Так же как $438^2 + 951^2 + 276^2 = 834^2 + 159^2 + 672^2$. Если вам любопытно, *почему* так происходит, вы найдете ответ в моей статье Magic «Squares» Indeed! («В самом деле “магические” квадраты!»), ссылка на которую дана в библиографии.

БЫСТРЫЕ КУБИЧЕСКИЕ КОРНИ

Попросите кого-нибудь выбрать двузначное число, но не называть его. Затем попросите возвести это число в куб, то есть умножить само на себя трижды, используя калькулятор. Например, если секретное число 68, пусть доброволец вычислит $68 \times 68 \times 68 = 314\,432$ и назовет ответ. Как только он произнесет его вслух, вы можете мгновенно раскрыть секрет исходного числа — это кубический корень 68. Как это делается?

Чтобы быстро вычислять кубические корни, нужно выучить кубы чисел от 1 до 10.

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 8$$

$$\begin{aligned}3^3 &= 27 \\4^3 &= 64 \\5^3 &= 125 \\6^3 &= 216 \\7^3 &= 343 \\8^3 &= 512 \\9^3 &= 729 \\10^3 &= 1000\end{aligned}$$

Как только вы запомните эти значения, вычислять кубические корни станет так же легко, как и назвать значение числа π . Приведем пример.

Чему равен кубический корень из 314 432?

Кажется, что это довольно сложное задание для начала, но не паникуйте, на самом деле оно довольно простое. Как обычно, будем двигаться постепенно.

1. Посмотрите на величину тысяч, 314 в данном примере.
2. Поскольку 314 лежит между $6^3 = 216$ и $7^3 = 343$, то кубический корень находится в диапазоне «60 плюс» (так как $60^3 = 216\,000$ и $70^3 = 343\,000$). Следовательно, первая цифра кубического корня будет 6.
3. Для определения последней цифры заметьте, что только куб числа 8 оканчивается на 2 ($8^3 = 512$), так что последней цифрой будет 8.

Поэтому кубический корень из 314 432 равен 68. Три простых шага — и вы у цели. Обратите внимание, что каждая цифра от 0 до 9 появляется по одному разу в виде последней цифры куба.

А теперь попрактикуйтесь.

Чему равен кубический корень из 19 683?

1. 19 находится между 8 и 27 (2^3 и 3^3).
2. Следовательно, кубический корень лежит в диапазоне «20 плюс».
3. Последняя цифра в задаче 3, что соответствует $343 = 7^3$, значит, 7 и будет последней цифрой.

Ответ: 27.

Обратите внимание, что наши выводы по поводу последней цифры работают только тогда, когда исходное число является кубом *целого числа*. Например, кубический корень из 19 684 будет 27,0004572... Определенно не 27. Вот почему эта тема включена в раздел математической магии, а не в более ранние главы. (Кроме того, расчеты производятся настолько быстро, что кажется, будто без магии не обошлось!)

УПРОЩЕННЫЕ КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

Квадратные корни так же просто вычислить, если задан полный квадрат. Например, если кто-то сказал вам, что квадрат двузначного числа равен 7569, то вы в состоянии мгновенно ответить, что исходное число (квадратный корень) равно 87. Вот как это делается.

1. Посмотрите на величину сотен (цифры, предшествующие последним двум) в данном примере.
2. Так как 75 находится между $8^2 (8 \times 8 = 64)$ и $9^2 (9 \times 9 = 81)$, то нам известно, что квадратный корень будет где-то в диапазоне «80 плюс». Следовательно, его первая цифра 8. Существует два числа, квадраты которых заканчиваются на 9: $3^2 = 9$, $7^2 = 49$. Поэтому последняя цифра квадратного корня должна равняться 3 или 7. Таким образом, квадратный корень равен либо 83, либо 87. Какой из них?

3. Сравните исходное число с квадратом числа 85 (который можно легко посчитать как $80 \times 90 + 25 = 7225$). Так как 7569 больше, чем 7225, квадратный корень будет бóльшим числом, то есть 87.

Решим еще один пример.

Чему равен квадратный корень из 4761?

Поскольку 47 лежит между $6^2 = 36$ и $7^2 = 49$, ответ должен находиться в диапазоне «60 плюс». Если последняя цифра квадрата равна 1, то последняя цифра квадратного корня должна быть 1 или 9. Так как 4761 больше $65^2 = 4225$, то квадратный корень должен равняться 69. Как и с предыдущим трюком для кубического корня, этот метод можно использовать только тогда, когда исходное число является полным квадратом.

УДИВИТЕЛЬНАЯ СУММА

Следующий трюк мне впервые показал Джеймс Рэнди, который эффективно использовал его в своей магии. В нем волшебник предсказывает сумму четырех случайно выбранных трехзначных чисел.

Чтобы подготовить такой фокус, понадобятся три колоды из девяти карт каждая и лист бумаги с записанным числом 2247, который вы запечатаете в конверт. Далее над каждым комплектом карт произведете следующие действия.

На колоде А запишите такие цифры (одно на каждую карту):

4286 5771 9083 6518 2396 6860 2909 5546 8174

На колоде Б запишите числа:

5792 6881 7547 3299 7187 6557 7097 5288 6548

На колоде В запишите следующие числа:

2708 5435 6812 7343 1286 5237 6470 8234 5129

Выберите троих человек из аудитории и вручите им по колоде карт. Пусть каждый из них наугад вытащит оттуда одну карту. Допустим, это карты с числами 4286, 5792 и 5435. Теперь, соблюдая очередность, пусть каждый громко назовет одну из цифр четырехзначного числа: сначала человек А, потом человек Б и, наконец, человек В. Скажем, они назвали цифры 8, 9 и 5. Запишите их (получится число 895) и скажите: «Вы должны признать, что данное число — результат абсолютно случайного выбора и его нельзя заранее предсказать».

Далее пусть три человека назовут другие цифры своих карт. Скажем, 4, 5 и 3. Запишите 453 ниже числа 895. Затем повторите данную процедуру еще два раза для двух оставшихся чисел, получив в итоге четыре трехзначных числа, например:

А	Б	В
8	9	5
4	5	3
2	2	4
6	7	5
<hr/>		
2	2	4
		7

Затем пусть кто-нибудь сложит эти четыре числа и назовет сумму. А дальше пусть кто-то откроет конверт и покажет ваше предсказание. Теперь наслаждайтесь аплодисментами!

Почему это работает

Взгляните на числа на картах каждой колоды и подумайте, прослеживается ли в них какая-либо последовательность. Каждый набор чисел в сумме дает одинаковую величину. Сумма цифр каждого числа колоды А равна 20. Сумма цифр каждого числа

колоды Б — 23. И сумма цифр каждого числа колоды В равна 17. Поскольку цифры из колоды В, которые в правом столбике, всегда в сумме дают 17, то в итоговой сумме в разряде единиц можно записать 7 и запомнить перенос 1 в следующий разряд. Так как цифры из колоды Б в сумме дают 23, то в итоговой сумме в разряде десятков можно записать 4 ($3 + 1$) и запомнить перенос 2 в следующий разряд. Наконец, цифры из колоды А в сумме дают 20, поэтому после прибавления 2 получим итоговую сумму 2247!

ДЕНЬ ДЛЯ ЛЮБОЙ ДАТЫ

Мы завершим нашу книгу одним из проверенных временем подвигов ментальных вычислений — определением дня недели, на который приходится чей-либо день рождения. Это действительно очень практический навык. Вряд ли вас каждый день кто-то будет просить возвести в квадрат трехзначное число, но почти ни один день не проходит без того, чтобы кто-то не упоминал дату из прошлого или будущего. Всего лишь немного практики, и вы сможете быстро и легко определять день недели практически любой исторической даты.

Сначала присвоим кодовый номер каждому дню недели. Их легко запомнить.

Число	День недели
1	Понедельник
2	Вторник
3	Среда
4	Четверг
5	Пятница
6	Суббота
7 или 0	Воскресенье

Далее нам понадобится код для каждого месяца. Эти коды применимы для любого года за исключением високосных. Для високосного года (например, 2000, 2004, 2008 и т. д.) кодом для января будет 5, а для февраля — 1.

Месяц	Код	Мнемоника
Январь	6*	Слово «январь» состоит из 6 букв
Февраль	2*	2-й месяц года
Март	2	2 звука (Р-Т) после «Ма»
Апрель	5	А-П-Р-Е-Ль — 5 звуков
Май	0	0 звуков после «Май»
Июнь	3	И-Ю-Нь — 3 звука
Июль	5	«Июль — макушка лета», 5 слогов в «ма-куш-ка ле-та»
Август	1	«Август» начинается с буквы А — 1-й буквы алфавита
Сентябрь	4	Просто запомни цифру 4
Октябрь	6	О-К-Т-Я-Б-Рь — 6 звуков
Ноябрь	2	2 слога в слове «но-ябрь»
Декабрь	4	Начало четвертого сезона года или 4 согласные буквы в слове

* В високосный год код января 5, код февраля 1.

Теперь вычислим день недели для любой даты в 2006 году. После этого опишем 2007 год, затем 2008-й и т. д., до конца вашей жизни. Когда все даты из будущего будут определены, мы заглянем в прошлое и вычислим дни недели для любой даты из 1900-х или любого другого века.

Каждому году присвоен кодовый номер, и в случае 2006 года таковым будет 0 (см. таблицу ниже).

Чтобы вычислить день недели, нужно просто сложить код месяца, день месяца (дата) и код года. Таким образом, для 3 декабря 2006 года рассчитываем

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 4 + 3 + 0 = 7.$$

Следовательно, эта дата приходится на 7-й день недели, то есть воскресенье.

Что вы скажете о 18 ноября 2006 года? Поскольку код ноября — 2, имеем:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 2 + 18 + 0 = 20.$$

Так как дни недели повторяются каждые семь дней, нужно от ответа (20) отнять любое кратное 7 (то есть 7, 14, 21, 28, 35, . . .), и это никак не повлияет на номер дня недели. Итак, заключительное действие сводится к вычитанию из полученной суммы наибольшего кратного 7. В данном случае получаем $20 - 14 = 6$. Следовательно, 18 ноября 2006 года приходится на субботу.

Что можно сказать о 2007 годе? Точнее, что происходит с вашим днем рождения при переходе от одного года к следующему? Большинство годов состоят из 365 дней, а так как $365 = 7 \times 52 + 1$, то день недели вашего рождения сдвинется на один день вперед. Если между вашими днями рождения 366 дней, то день недели вашего рождения сдвинется на два дня вперед. Поэтому для 2007 года мы вычисляем день недели как и раньше, но применяем код года, равный 1. Далее следует 2008 год — високосный. (Високосный год бывает раз в четыре года, так что 2000, 2004, 2008, 2012... 2096 — високосные годы XXI века.) Поэтому для 2008 года его код увеличивается на два и равен 3. Следующий 2009 год не високосный, поэтому код увеличивается на 1 (и равен 4).

Таким образом, для 2 мая 2007 года, например, имеем:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 0 + 2 + 1 = 3.$$

Следовательно, данная дата приходится на среду.

Для 9 сентября 2008 года имеем:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 4 + 9 + 3 = 16.$$

Отнимая наибольшее кратное 7, получаем $16 - 14 = 2$, значит, эта дата приходится на вторник.

Но для 16 января 2008 года, поскольку этот год високосный, код месяца январь будет равен 5, а не 6. Поэтому:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 5 + 16 + 3 = 24,$$

и, следовательно, нужная дата попадает на день $24 - 21 = 3$, который является средой.

Мы перечислили все коды для каждого года XXI века в следующей таблице. Но вам не нужно запоминать ее. Можно устно посчитать код для любого года в промежутке от 2000 до 2099. Для определения кода года $2000 + x$ берем частное $x/4$ (игнорируя остаток) и прибавляем его к x . Код года можно уменьшить путем вычитания из него кратного 7.

Год	Код	Год	Код	Год	Код	Год	Код
2000	0	2025	3	2050	6	2075	2
2001	1	2026	4	2051	0	2076	4
2002	2	2027	5	2052	2	2077	5
2003	3	2028	0	2053	3	2078	6
2004	5	2029	1	2054	4	2079	0
2005	6	2030	2	2055	5	2080	2
2006	0	2031	3	2056	0	2081	3
2007	1	2032	5	2057	1	2082	4

<u>Год</u>	<u>Код</u>	<u>Год</u>	<u>Код</u>	<u>Год</u>	<u>Код</u>	<u>Год</u>	<u>Код</u>
2008	3	2033	6	2058	2	2083	5
2009	4	2034	0	2059	3	2084	0
2010	5	2035	1	2060	5	2085	1
2011	6	2036	3	2061	6	2086	2
2012	1	2037	4	2062	0	2087	3
2013	2	2038	5	2063	1	2088	5
2014	3	2039	6	2064	3	2089	6
2015	4	2040	1	2065	4	2090	0
2016	6	2041	2	2066	5	2091	1
2017	0	2042	3	2067	6	2092	3
2018	1	2043	4	2068	1	2093	4
2019	2	2044	6	2069	2	2094	5
2020	4	2045	0	2070	3	2095	6
2021	5	2046	1	2071	4	2096	1
2022	6	2047	2	2072	6	2097	2
2023	0	2048	4	2073	0	2098	3
2024	2	2049	5	2074	1	2099	4

Например, для 2061 года имеем $61/4 = 15$ (с остатком 1, который не учитывается). Тогда код 2061 года составит $61 + 15 = 76$. Или сокращенно $76 - 70 = 6$.

Следовательно, для 19 марта 2061 получается:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 2 + 19 + 6 = 27.$$

Результат вычитания $27 - 21 = 6$ говорит о том, что эта дата придется на субботу.

Что можно сказать о днях рождения между 1900 и 1999 годами? В этом случае задачу следует решать точно так же, как и предыдущие, но передвинуть итоговый ответ на один день вперед (или просто прибавить 1 к коду года). Тогда 19 марта 1961 года — это воскресенье.

Для даты 3 декабря 1998 года имеем $98/4 = 24$ (с остатком 2, который не берем в расчет). Отсюда код 1998 года равен $98 + 24 + 1 = 123$, где «плюс один» применяется ко всем номерам годов, больших 1900. Далее вычитаем наибольшее кратное 7. Для удобства приведем числа, кратные 7, которые могут вам понадобиться:

**7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105,
112, 119, 126...**

Так как $123 - 119 = 4$, код 1998 года будет 4. Следовательно, для 3 декабря 1998 года имеем:

Код месяца + Дата + Код года = 5 + 16 + 3 = 24

и $11 - 7 = 4$, так что эта дата приходится на четверг.

Для дат годов, больших 1800 и меньших 1900, нужно прибавлять 3 к коду соответствующего года из XXI века. Например, Чарльз Дарвин и Авраам Линкольн родились 12 февраля 1809 года. Так как код 2009 года — 4, то 1809-й будет иметь код $4 + 3 = 7$, который можно сократить до нуля. Таким образом, для 12 февраля 1809 будет

Код месяца + Дата + Код года = 2 + 12 + 0 = 14

и $14 - 14 = 0$, значит, оба родились в воскресенье.

Для дат 2100-х годов (то есть дат XXII столетия) следует прибавить 5 к коду соответствующего года XXI века (или вычесть из него 2, что эквивалентно). Например, код 2009 года равен 4, тогда 2109 год имеет код $4 + 5 = 9$, который после вычитания 7 идентичен коду года 2.

Даты 1700-х годов (XVIII столетие) рассчитываются так же, как даты XXII века (путем прибавления 5 или вычитания 2), но здесь нужно быть внимательным. В то время был принят

григорианский календарь, созданный в 1582 году. Но он не был официально принят англичанами (и американскими колониями) вплоть до 1752 года, когда среда 2 сентября вдруг стала четвергом 14 сентября. Удостоверимся, что 14 сентября 1752 года в самом деле было четвергом. Так как код 2052 года равен 2 (посмотрите в таблице выше или посчитайте $52 + 13 - 63 = 2$), то 1752 год будет иметь код 0. Отсюда для 14 сентября 1752 года получаем:

$$\text{Код месяца} + \text{Дата} + \text{Код года} = 4 + 14 + 0 = 18$$

и $18 - 14 = 4$, что действительно означает четверг. Однако наша формула не сработает для более ранних дат (которые исчислялись по юлианскому календарю)*.

Наконец, отметим, что в соответствии с григорианским календарем високосный год наступает раз в четыре года, за исключением тех годов, которые делятся на 100, хотя есть и исключение из исключения: годы, делимые на 400, тоже являются високосными. Так, 1600, 2000, 2400 и 2800 годы будут високосными, а 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300 и 2500-й — нет. По сути, григорианский календарь повторяет себя каждые 400 лет, так что вы можете преобразовать любую дату из будущего в дату около 2000 года. Например, 19 марта 2361 года и 19 марта 2761 года придется на тот же день недели, что и 19 марта 1961 года, которое мы ранее уже определили как воскресенье.

* При пересчете дат с юлианского календаря на григорианский необходимо учитывать, что разные страны переходили на григорианский календарь в разные сроки. Так, Россия перешла на этот календарь в 1918 году, когда за 31 января 1918 года сразу последовало 14 февраля того же года. А континентальный Китай ввел григорианский календарь только в 1949 году. *Прим. ред.*

УПРАЖНЕНИЕ: ДЕНЬ ДЛЯ ЛЮБОЙ ДАТЫ

Определите день недели для следующих дат.

1. 19 января 2007 г.
2. 14 февраля 2012 г.
3. 20 июня 1993 г.
4. 1 сентября 1983 г.
5. 8 сентября 1954 г.
6. 19 ноября 1863 г.
7. 4 июля 1776 г.
8. 22 февраля 2222 г.
9. 31 июня 2468 г.
10. 1 января 2358 г.

Эпилог: как математика помогает задуматься о странных вещах

Как издатель журнала Skeptic и исполнительный директор Сообщества скептиков, редактор журнала Scientific American и ведущий ежемесячной колонки «Скептик», я получаю множество писем от людей, которые бросают мне вызов, рассказывая истории о своем необычном опыте, — например, о домах с привидениями, призраках, предсмертном и внетелесном опыте, НЛО, похищениях инопланетянами, предчувствии смерти во сне и многом другом. Самые интересные истории для меня те, которые повествуют о невероятных событиях. В этих посланиях обычно кроется такой смысл: если я не могу предложить удовлетворительного *естественного* объяснения для данного конкретного случая, то общий принцип *сверхъестественного* сохраняется. Типичная история: человеку снится смерть друга или родственника, а на следующий день ему по телефону сообщают об этом. «Каковы шансы такого совпадения?» — спрашивают меня.

Вот здесь математика и помогает в аргументировании. Я не собираюсь с важным видом вещать о том, как школьный курс математики учит людей критически мыслить, потому что об этом твердит, вероятно, почти каждый учитель математики в каждом классе почти каждой школы (хотя бы раз в год).

Я просто хочу привести несколько конкретных примеров того, как я использую математику, которая помогает мне в процессе работы объяснять, почему с людьми происходят столь странные вещи.

Хотя я не всегда могу истолковать какие-то конкретные случаи, вероятностный принцип, называемый «законом больших чисел», показывает, что событие с низкой вероятностью появления при небольшом количестве испытаний имеет высокую вероятность появления при большом количестве испытаний. Или, как я люблю говорить, «один шанс на миллион реализуется в США 295 раз на день».

Начнем с предчувствия смерти. Я произвел такие «предварительные» расчеты. Психологи говорят, что среднестатистический человек видит около пяти снов в сутки, что равняется 1825 снам в год. Даже если мы запомним только один из десяти, это все равно будет 182,5 отложенных в памяти снов в год. У нас в стране проживает 295 миллионов человек, стало быть, они запомнят 53,8 миллиарда снов в течение года. Антропологи и социологи утверждают, что каждый из нас довольно хорошо знаком со 150 людьми (то есть среднестатистический человек держит в своей адресной книге около 150 имен, о каждом носителе которого может знать нечто существенное). Это свидетельствует о наличии сети контактов размером 44,3 миллиарда межличностных отношений среди 295 миллионов американцев. Ежегодный уровень смертности в США (любая причина, любой возраст) составляет 0,008, или 2,6 миллиона в год. Неизбежно, что какой-то из этих 53,8 миллиарда запомнившихся снов придется на какую-то из этих 2,6 миллионов смертей среди 295 миллионов американцев с их 44,3 миллиардами связей. *На самом деле было бы чудом, если бы ни один из этих снов — «предвестников смерти» не исполнился.*

Даже если мои подсчеты ошибочны, грубо ошибочны, вывод из них не меняется. Каковы шансы, что предчувствие смерти воплотится в реальность? Очень даже высокие.

Существует дополнительный психологический фактор, называемый «смещение, обусловленное необходимостью аргументации выбранной точки зрения», или «предвзятость подтверждения» (то самое состояние, когда мы замечаем наши попадания и игнорируем промахи, опираясь на поддержку своих любимых убеждений). Такая предвзятость подтверждения объясняет, как работают, например, теории заговора. Люди, которые верят в теории заговора (например, что теракт 11 сентября 2001 года был организован администрацией Буша для того, чтобы начать войну на Ближнем Востоке), будут искать и находить маленькие фактики тут и там, которые, как им кажется, указывают на то, что это может быть правдой (Буш сидел в классе и занимался с детьми чтением, как будто знал, что он в безопасности), игнорируя при этом огромный объем доказательств, указывающих на другое, более вероятное объяснение событий (организовали этот теракт Усама бен Ладен и международные террористы). Предвзятость подтверждения также помогает объяснить, каким образом астрологи, гадалки и экстрасенсы настолько успешно «читают» людей. Люди, которых «прочли», вероятнее всего, запомнят несколько попаданий и забудут бесчисленные промахи. Если реально подсчитать все попадания и промахи — как я однажды сделал для специального выпуска о медиумах на телеканале ABC, — то получается, что это не более чем угадывание и теория вероятности в действии.

Что касается снов — «предвестников смерти», то если бы хоть пара человек, которым такое снится, поведали свои «чудесные сказки» на общественном форуме (сидя рядом

с Опррой!*) , паранормальность, наверное, была бы доказана. Но, по сути, это не что иное, как ярко выраженные законы вероятности.

Такой математический процесс размышлений о странных вещах привел меня к другим черновым расчетам относительно чудес. Люди обычно пускают в ход термин *чудо* для описания действительно необычных явлений — событий, шансы на возникновение которых равны «одному на миллион».

Итак, возьмем это утверждение в качестве определения: чудо — это событие, вероятность наступления которого равна одному шансу на миллион. Теперь займемся расчетами. В течение дня на нас обрушивается огромный поток информации. То есть сигналы окружающей среды поступают к нам через органы чувств со скоростью около одного случая в секунду. Если мы бодрствуем и сохраняем бдительность, находясь в этом «мире», скажем, восемь часов в день, то ежедневно пропускаем через себя примерно 30 тысяч битов данных, или один миллион событий в месяц. Конечно, подавляющее большинство этих данных и событий не несут никакого смысла, а наш мозг устроен так, чтобы отфильтровывать большинство из них во избежание перегрузки. Но в пределах одного месяца мы можем ожидать, что событие «один на миллион» наступит хотя бы один раз. Прибавьте к этому предвзятость подтверждения, когда мы будем помнить самые необычные явления и забудем обо всем остальном. И тогда неизбежно кто-то где-то будет сообщать о «чуде» каждый месяц. И таблоиды будут тут как тут, чтобы подхватить эту новость.

* Опра Уинфри — американская актриса и ведущая ток-шоу «Шоу Опры Уинфри». Наиболее влиятельный человек шоу-бизнеса в 2009 году по версии журнала *Forbes*. *Прим. ред.*

Это короткий пример на тему «Как работает наука». В нашем стремлении понять, как устроен мир, мы должны определить, что реально, а что нет; что происходит случайно, а что закономерно. Проблема, с которой мы сталкиваемся, состоит в том, что в процессе эволюции человеческий мозг приспособился обращать внимание на действительно необычные явления и игнорировать огромный объем данных, поступающих параллельно; само по себе мышление в статистических и вероятностных категориях не дано природой. Наука не дана природой. Все это подразумевает некую подготовку и практику.

В добавление ко всему существуют досадные когнитивные (познавательные) искажения, которые я упомянул, например предвзятость подтверждения. Есть и другие. Данные не просто говорят сами за себя. Они фильтруются нашим очень субъективным и предвзятым мозгом. Такое *корыстное смещение* навязывает нам склонность видеть себя в более позитивном свете, нежели нас воспринимают окружающие. Национальные опросы показывают, что большинство деловых людей считают себя более нравственными, чем другие представители бизнес-среды, в то время как психологи, изучающие моральную составляющую психологии, думают, будто они гораздо порядочнее, чем их коллеги. В исследовании College Entrance Examination Board в выборке из 829 тысяч абитуриентов никто не оценил себя ниже среднего в умении ладить с людьми, в то время как 60 процентов по этому критерию поставили себя в топ-10 процентов. И согласно исследованию (1997 года) журнала U.S. News & World Report относительно веры американцев в то, кто, скорее всего, попадет в рай, 52 процента назвали Билла Клинтона; 60 процентов полагают, что принцесса Диана; 65 процентов выбрали Майкла Джордана; 79 процентов

назвали мать Терезу и 87 процентов респондентов указали в качестве такого человека своего интервьюера!

Профессор психологии из Принстонского университета Эмили Пронин и ее коллеги провели эксперимент по изучению предвзятости под названием «слепое пятно», во время которого испытуемые признали существование и влияние на других людей восьми различных когнитивных отклонений, но не смогли разглядеть их в себе. В одном из исследований группу студентов из Стэндфорда попросили сравнить себя со своими сверстниками по таким личным качествам, как дружелюбность и эгоизм. Они предсказуемо оценили себя выше. Даже тогда, когда их предупредили о типе смещения «выше среднего» и попросили пересмотреть свои первоначальные оценки, 63 процента респондентов заявили, что их первоначальные оценки объективны, а 13 процентов даже утверждали, что уже изначально были слишком скромны! Во втором исследовании Пронин наугад приписала респондентам высокие или низкие оценки по результатам теста «Социальный интеллект». Неудивительно, что те, кто получил высокие оценки, назвали тест справедливым и полезным, в отличие от тех, кому поставили низкие оценки. Когда их спросили, есть ли вероятность, что их мнение продиктовано результатами теста, студенты ответили, что это не так. По результатам третьего исследования, в ходе которого Пронин расспрашивала студентов о методах, применяемых ими для оценки своих и чужих предубеждений, она обнаружила, что люди склонны использовать общие поведенческие теории для оценки других, но не применяют их при самооценке. При этом они не верят в так называемую иллюзию самообмана, считая, что другие не могут похвастаться ее отсутствием. Это принцип «что справедливо для меня, то не имеет никакого отношения к тебе».

Психолог Фрэнк Саллоуэй из Калифорнийского университета в Беркли и я сделали похожее открытие в области «предвзятости приписывания»* в ходе исследования на тему «Почему люди говорят, что верят в Бога, и почему, на их взгляд, в него верят другие». В общем случае большинство людей связывают собственную веру в Бога с такими интеллектуальными причинами, как устройство и сложность мира, при этом приписывая другим людям эмоциональные причины (так комфортнее, это придает смысл жизни, их так воспитали).

Политологи сделали аналогичное открытие относительно политических отношений, в которых республиканцы оправдывают свои консервативные взгляды рациональными аргументами, но утверждают, что демократы — это «мягкотелые либералы», в то время как демократы утверждают, что их либеральные настроения наиболее рациональны, но обвиняют республиканцев в «бессердечности».

Как наука справляется с такими предубеждениями? Как узнать, является ли утверждение ложным? Мы хотим быть достаточно открытыми для новых идей, чтобы суметь принять радикальные точки зрения, когда время от времени с ними сталкиваемся. Но мы не хотим быть настолько восприимчивыми, чтобы наш мозг вышел из строя. Эта проблема привела нас в «Сообщество скептиков» для создания пакета образовательных средств под названием «Детектор чепухи». Нас вдохновили рассуждения Карла Сагана из его чудесной книги *The Demon-Haunted World* («Наполненный демонами мир») о том, как обнаружить «чушь» и «чепуху». В комплекте с пакетом «Детектор чепухи» мы предлагаем десять вопросов, которые

* Приписывание (атрибуция) — механизм объяснения причин поведения другого человека. *Прим. пер.*

следует задать себе при столкновении с каким-либо утверждением. Они помогут решить, ведем ли мы себя слишком открыто, принимая все на веру, или слишком закрыто, отвергая что-либо.

1. Насколько надежен источник утверждения?

Как эффективно продемонстрировал Даниэль Кевлес в своей книге 1990 года *The Baltimore Case* («Дело Балтимора»), при расследовании возможного научного мошенничества, если говорить техническим языком, «основная проблема состоит в обнаружении сигнала обмана на фоне шума ошибок и разгильдяйства», которые обычно включены в научный процесс. Исследование научных записей (проведено независимым комитетом, утвержденным Конгрессом для расследований возможных случаев научного мошенничества) в лаборатории лауреата Нобелевской премии Дэвида Балтимора выявило удивительное количество ошибок. Наука пребывает в гораздо большем беспорядке, чем многие себе представляют. Балтимор был оправдан, когда стало ясно, что не было никакой целенаправленной подтасовки данных.

2. Часто ли данный источник делает такие утверждения?

Лжеученые имеют привычку выходить далеко за границы фактов. Поэтому когда люди делают многочисленные экстраординарные заявления, они могут стать чем-то большим, нежели просто возмутителями спокойствия. Это вопрос количественного масштабирования, так как некоторые великие мыслители часто выходят за рамки данных в своих творческих умозрениях. Томас Годл из Корнельского университета хоть и известен своими радикальными идеями, но достаточно часто оказывается прав, так что другие ученые прислушиваются к его мнению. Годл предполагает, например, что нефть —

не ископаемое топливо, а побочный продукт глубокой горячей биосферы. Почти никто из ученых, с которыми я разговаривал, не воспринимает этот тезис всерьез, однако они не считают Голда чудачком. Поэтому мы ищем здесь примеры периферийного (выходящего за общепринятые рамки) мышления, которое последовательно игнорирует или искажает данные.

3. Были ли эти утверждения подтверждены каким-либо другим источником?

Обычно лжеученые делают или никем непроверенные заявления, или проверенные представителями группы людей с такими же убеждениями. Мы должны спросить о том, кто проверяет утверждения, и даже о том, кто проверяет тех, кто проверяет. Самая большая проблема с неудачей холодного ядерного синтеза, например, состоит не в том, что ученые Стэнли Понс и Мартин Флейшман ошиблись, а в том, что они объявили (на пресс-конференции, что удивительно) о своем захватывающем открытии прежде, чем оно было проверено в других лабораториях. И что еще хуже, когда холодный ядерный синтез не был воспроизведен, они продолжали цепляться за свое мнение.

4. Как это утверждение соотносится с тем, что мы уже знаем об окружающем мире?

Необычные утверждения должны быть помещены в более широкий контекст, чтобы посмотреть, вписываются ли они в окружающую действительность. Когда люди утверждают, что пирамиды и Сфинкс построены более десяти тысяч лет назад передовой человеческой расой, они не предоставляют сопутствующего контекста существования этой более ранней цивилизации. Где остальные артефакты тех людей? Где их произведения искусства, оружие, одежда, инструменты, останки? Археология работает совсем не так.

5. Кто-нибудь побеспокоился об опровержении данного утверждения или были найдены только подтверждающие доказательства?

Это предвзятость подтверждения, или склонность искать подтверждающие доказательства и отрицать (или игнорировать) неподтверждающие. Предвзятость подтверждения — мощная и широко распространенная проблема, и ее практически никому невозможно избежать. Именно поэтому важны научные методы, которые придают особое значение проверкам и перепроверкам, верификации и повторяемости опытов и в особенности попыткам доказать ложность утверждения.

6. Более веские доказательства приводят к такому же заключению, что сделал автор утверждения, или другому?

Теория эволюции, например, была подтверждена благодаря совпадению доказательств ряда независимых исследований. Нет ни одного ископаемого, ни единого экземпляра биологического или палеонтологических доказательств с надписью «эволюция» на нем. Вместо этого есть совпадение десятков тысяч битов доказательной информации, которые в сумме дают историю эволюции жизни. Креационисты просто-напросто игнорируют такую сходимость доказательных фактов, сосредотачиваясь вместо этого на тривиальных аномалиях или необъяснимых в настоящее время явлениях из истории жизни на Земле.

7. Придерживается ли автор утверждения общепринятых правил аргументации и инструментов исследования или же от всего этого пришлось отказаться ради других методов, которые способны привести к желаемому выводу?

Уфологи страдают от этого заблуждения в своей постоянной направленности на небольшое количество необъяснимых

атмосферных аномалий и ошибочных зрительных свидетельств очевидцев, в то же время преспокойно игнорируя тот факт, что подавляющее большинство зрительных наблюдений НЛО (от 90 до 95 процентов) можно полностью объяснить, используя тривиальные ответы.

8. Предоставил ли автор утверждения другое объяснение наблюдаемых феноменов или это процесс беспощадного отрицания существующей теории?

Классическая стратегия спорщика — критиковать оппонента и никогда не подтверждать информацию о своих убеждениях, чтобы избежать критики. Но такая уловка неприемлема в науке. Скептики теории большого взрыва, например, игнорируют сходимость доказательств этой космологической модели и сосредотачиваются на нескольких ее недостатках, до сих пор предлагая ей жизнеспособную альтернативу (которая является поставщиком перевешивающих доказательств в пользу существующей модели).

9. В случае если автор утверждения предложил новое объяснение, удовлетворяет ли оно такому же количеству феноменов, как и старое?

Скептики ВИЧ-СПИДа утверждают, что образ жизни, а не ВИЧ, вызывает СПИД. Тем не менее, чтобы сделать такое заявление, они должны проигнорировать множество доказательств в поддержку ВИЧ как причины переноса инфекции СПИДа и одновременно проигнорировать такое очевидное свидетельство, как доказанная зависимость между ростом распространения СПИДа среди больных гемофилией вскоре после того, как ВИЧ по недосмотру был внесен в кровеносную систему. Вдобавок к этому их альтернативная теория совсем не объясняет такого количества фактов, как это делает теория ВИЧ.

10. Личные убеждения и предвзятости движут автором утверждения или нет?

Все ученые придерживаются социальных, политических и идеологических убеждений, которые потенциально могут стать причиной перекоса при интерпретации данных. Но как эти предрассудки и убеждения влияют на само исследование? В какой-то момент, как правило, в период рецензирования научной статьи, такие предубеждения и верования «удаляют с корнем», иначе статья или книга не будет разрешена к публикации. Вот почему не следует работать в интеллектуальном вакууме. Если вы не заметите предубеждения в своем исследовании, его увидит кто-нибудь другой.

Не существует строгого набора критериев, применимых для определения степени открытости, которой нам следует придерживаться во время первого знакомства с новыми утверждениями и идеями. Но благодаря математическим расчетам вероятности наступления странных событий и с помощью анализа ответов на вопросы, которые необходимо задать себе, мы сделаем первый шаг навстречу нашему странному и чудному миру.

Ответы

Глава 1. Небольшой обмен любезностями

СЛОЖЕНИЕ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. $23 + 16 = 23 + 10 + 6 = 33 + 6 = 39$
2. $64 + 43 = 64 + 40 + 3 = 104 + 3 = 107$
3. $95 + 32 = 95 + 30 + 2 = 125 + 2 = 127$
4. $34 + 26 = 34 + 20 + 6 = 54 + 6 = 60$
5. $89 + 78 = 89 + 70 + 8 = 159 + 8 = 167$
6. $73 + 58 = 73 + 50 + 8 = 123 + 8 = 131$
7. $47 + 36 = 47 + 30 + 6 = 77 + 6 = 83$
8. $19 + 17 = 19 + 10 + 7 = 29 + 7 = 36$
9. $55 + 49 = 55 + 40 + 9 = 95 + 9 = 104$
10. $39 + 38 = 39 + 30 + 8 = 69 + 8 = 77$

СЛОЖЕНИЕ ТРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. $242 + 137 = 242 + 100 + 30 + 7 = 342 + 30 + 7 = 372 + 7 = 379$
2. $312 + 256 = 312 + 200 + 50 + 6 = 512 + 50 + 6 = 562 + 6 = 568$
3. $635 + 814 = 635 + 800 + 10 + 4 = 1435 + 10 + 4 = 1445 + 4 = 1449$
4. $457 + 241 = 457 + 200 + 40 + 1 = 657 + 40 + 1 = 697 + 1 = 698$
5. $912 + 475 = 912 + 400 + 70 + 5 = 1312 + 70 + 5 = 1382 + 5 = 1387$

6. $852 + 378 = 852 + 300 + 70 + 8 = 1152 + 70 + 8 = 1222 + 8 = 1230$
7. $457 + 269 = 457 + 200 + 60 + 9 = 657 + 60 + 9 = 717 + 9 = 726$
8. $878 + 797 = 878 + 700 + 90 + 7 = 1578 + 90 + 7 = 1668 + 7 = 1675$ или $878 + 797 = 878 + 800 - 3 = 1678 - 3 = 1675$
9. $276 + 689 = 276 + 600 + 80 + 9 = 876 + 80 + 9 = 956 + 9 = 965$
10. $877 + 539 = 877 + 500 + 30 + 9 = 1377 + 30 + 9 = 1407 + 9 = 1416$
11. $5400 + 252 = 5400 + 200 + 52 = 5600 + 52 = 5652$
12. $1800 + 855 = 1800 + 800 + 55 = 2600 + 55 = 2655$
13. $6120 + 136 = 6120 + 100 + 30 + 6 = 6220 + 30 + 6 = 6250 + 6 = 6256$
14. $7830 + 348 = 7830 + 300 + 40 + 8 = 8130 + 40 + 8 = 8170 + 8 = 8178$
15. $4240 + 371 = 4240 + 300 + 70 + 1 = 4540 + 70 + 1 = 4610 + 1 = 4611$

ВЫЧИТАНИЕ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. $38 - 23 = 38 - 20 - 3 = 18 - 3 = 15$
2. $84 - 59 = 84 - 60 + 1 = 24 + 1 = 25$
3. $92 - 34 = 92 - 40 + 6 = 52 + 6 = 58$
4. $67 - 48 = 67 - 50 + 2 = 17 + 2 = 19$
5. $79 - 29 = 79 - 20 - 9 = 59 - 9 = 50$ или $79 - 29 = 79 - 30 + 1 = 49 + 1 = 50$
6. $63 - 46 = 63 - 50 + 4 = 13 + 4 = 17$
7. $51 - 27 = 51 - 30 + 3 = 21 + 3 = 24$
8. $89 - 48 = 89 - 40 - 8 = 49 - 8 = 41$
9. $125 - 79 = 125 - 80 + 1 = 45 + 1 = 46$
10. $148 - 86 = 148 - 90 + 4 = 58 + 4 = 62$

ВЫЧИТАНИЕ ТРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. $583 - 271 = 583 - 200 - 70 - 1 = 383 - 70 - 1 = 313 - 1 = 312$
2. $936 - 725 = 936 - 700 - 20 - 5 = 236 - 20 - 5 = 216 - 5 = 211$
3. $587 - 298 = 587 - 300 + 2 = 287 + 2 = 289$
4. $763 - 486 = 763 - 500 + 14 = 263 + 14 = 277$
5. $204 - 185 = 204 - 200 + 15 = 04 + 15 = 19$
6. $793 - 402 = 793 - 400 - 2 = 393 - 2 = 391$
7. $219 - 176 = 219 - 200 + 24 = 19 + 24 = 43$
8. $978 - 784 = 978 - 800 + 16 = 178 + 16 = 194$
9. $455 - 319 = 455 - 400 + 81 = 55 + 81 = 136$
10. $772 - 596 = 772 - 600 + 4 = 172 + 4 = 176$
11. $873 - 357 = 873 - 400 + 43 = 473 + 43 = 516$
12. $564 - 228 = 564 - 300 + 72 = 264 + 72 = 336$
13. $1428 - 571 = 1428 - 600 + 29 = 828 + 29 = 857$
14. $2345 - 678 = 2345 - 700 + 22 = 1645 + 22 = 1667$
15. $1776 - 987 = 1776 - 1000 + 13 = 776 + 13 = 789$

Глава 2. Произведения растраченной юности

УМНОЖЕНИЯ ТИПА «2 НА 1»

- | | | | | | | | | | |
|----|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|-----|-------------|
| 1. | 82 | 2. | 43 | 3. | 67 | 4. | 71 | 5. | 93 |
| | <u>× 9</u> | | <u>× 7</u> | | <u>× 5</u> | | <u>× 3</u> | | <u>× 8</u> |
| | 720 | | 280 | | 300 | | 210 | | 720 |
| | <u>+ 18</u> | | <u>+ 21</u> | | <u>+ 35</u> | | <u>+ 3</u> | | <u>+ 24</u> |
| | 738 | | 301 | | 335 | | 213 | | 744 |
| | | | | | | | | | |
| 6. | 49 или 49 | 7. | 28 | 8. | 53 | 9. | 84 | 10. | 58 |
| | <u>× 9</u> | | <u>× 4</u> | | <u>× 5</u> | | <u>× 5</u> | | <u>× 6</u> |
| | 360 | | 80 | | 250 | | 400 | | 300 |
| | <u>+ 81</u> | | <u>+ 32</u> | | <u>+ 15</u> | | <u>+ 20</u> | | <u>+ 48</u> |
| | 441 | | 112 | | 265 | | 420 | | 348 |

Магия чисел

11.	$\begin{array}{r} 97 \\ \times 4 \\ \hline 360 \\ + 28 \\ \hline 388 \end{array}$	12.	$\begin{array}{r} 78 \\ \times 2 \\ \hline 140 \\ + 6 \\ \hline 156 \end{array}$	13.	$\begin{array}{r} 96 \\ \times 9 \\ \hline 810 \\ + 54 \\ \hline 864 \end{array}$	14.	$\begin{array}{r} 75 \\ \times 4 \\ \hline 280 \\ + 20 \\ \hline 300 \end{array}$	15.	$\begin{array}{r} 57 \\ \times 7 \\ \hline 350 \\ + 49 \\ \hline 399 \end{array}$
16.	$\begin{array}{r} 37 \\ \times 6 \\ \hline 180 \\ + 42 \\ \hline 222 \end{array}$	17.	$\begin{array}{r} 46 \\ \times 2 \\ \hline 80 \\ + 12 \\ \hline 92 \end{array}$	18.	$\begin{array}{r} 76 \\ \times 8 \\ \hline 560 \\ + 48 \\ \hline 608 \end{array}$	19.	$\begin{array}{r} 29 \\ \times 3 \\ \hline 60 \\ + 27 \\ \hline 87 \end{array}$	20.	$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline 480 \\ + 32 \\ \hline 512 \end{array}$

УМНОЖЕНИЯ ТИПА «3 НА 1»

1.	$\begin{array}{r} 431 \\ \times 6 \\ \hline 2400 \\ + 180 \\ \hline 2580 \\ + 6 \\ \hline 2586 \end{array}$	2.	$\begin{array}{r} 637 \\ \times 5 \\ \hline 3000 \\ + 150 \\ \hline 3150 \\ + 35 \\ \hline 3185^* \end{array}$	3.	$\begin{array}{r} 862 \\ \times 4 \\ \hline 3200 \\ + 240 \\ \hline 3440 \\ + 8 \\ \hline 3448 \end{array}$	4.	$\begin{array}{r} 957 \\ \times 6 \\ \hline 5400 \\ + 300 \\ \hline 5700 \\ + 42 \\ \hline 5742 \end{array}$
5.	$\begin{array}{r} 927 \\ \times 7 \\ \hline 6300 \\ + 140 \\ \hline 6440 \\ + 49 \\ \hline 6489 \end{array}$	6.	$\begin{array}{r} 728 \\ \times 2 \\ \hline 1400 \\ + 40 \\ \hline 1440 \\ + 16 \\ \hline 1456 \end{array}$	7.	$\begin{array}{r} 328 \\ \times 6 \\ \hline 1800 \\ + 120 \\ \hline 1920 \\ + 48 \\ \hline 1968 \end{array}$	8.	$\begin{array}{r} 529 \\ \times 9 \\ \hline 4500 \\ + 180 \\ \hline 4680 \\ + 81 \\ \hline 4761 \end{array}$

* В таких задачах можно проговаривать ответ вслух в процессе их решения.

ОТВЕТЫ

- | | | | | |
|--|--|--|--|---|
| <p>9. $\begin{array}{r} 807 \\ \times 9 \\ \hline 7200 \\ + 63 \\ \hline 7263 \end{array}$</p> | <p>10. $\begin{array}{r} 587 \\ \times 4 \\ \hline 2000 \\ + 320 \\ \hline 2320 \\ + 28 \\ \hline 2348^* \end{array}$</p> | <p>11. $\begin{array}{r} 184 \\ \times 7 \\ \hline 700 \\ + 560 \\ \hline 1260 \\ + 28 \\ \hline 1288 \end{array}$</p> | <p>12. $\begin{array}{r} 214 \\ \times 8 \\ \hline 1600 \\ + 80 \\ \hline 1680 \\ + 32 \\ \hline 1712 \end{array}$</p> | |
| <p>13. $\begin{array}{r} 757 \\ \times 8 \\ \hline 5600 \\ + 400 \\ \hline 6000 \\ + 56 \\ \hline 6056 \end{array}$</p> | <p>14. $\begin{array}{r} 259 \\ \times 7 \\ \hline 1400 \\ + 350 \\ \hline 1750 \\ + 63 \\ \hline 1813 \end{array}$</p> | <p>15. $\begin{array}{r} 297 \\ \times 8 \\ \hline 1600 \\ + 720 \\ \hline 2320 \\ + 56 \\ \hline 2376 \end{array}$</p> | <p>297
ИЛИ $\begin{array}{r} 297 \\ \times 8 \\ \hline 2400 \\ - 3 \times 8 = - 24 \\ \hline 2376 \end{array}$</p> | <p>16. $\begin{array}{r} 751 \\ \times 9 \\ \hline 6300 \\ + 450 \\ \hline 6750 \\ + 9 \\ \hline 6759 \end{array}$</p> |
| <p>17. $\begin{array}{r} 457 \\ \times 7 \\ \hline 2800 \\ + 350 \\ \hline 3150 \\ + 49 \\ \hline 3199 \end{array}$</p> | <p>18. $\begin{array}{r} 339 \\ \times 8 \\ \hline 2400 \\ + 240 \\ \hline 2640 \\ + 72 \\ \hline 2712 \end{array}$</p> | <p>19. $\begin{array}{r} 134 \\ \times 8 \\ \hline 800 \\ + 240 \\ \hline 1040 \\ + 32 \\ \hline 1072 \end{array}$</p> | <p>20. $\begin{array}{r} 611 \\ \times 3 \\ \hline 1800 \\ + 33 \\ \hline 1833 \end{array}$</p> | |
| <p>21. $\begin{array}{r} 578 \\ \times 9 \\ \hline 4500 \\ + 630 \\ \hline 5130 \\ + 72 \\ \hline 5202 \end{array}$</p> | <p>22. $\begin{array}{r} 247 \\ \times 5 \\ \hline 1000 \\ + 200 \\ \hline 1200 \\ + 35 \\ \hline 1235^* \end{array}$</p> | <p>23. $\begin{array}{r} 188 \\ \times 6 \\ \hline 600 \\ + 480 \\ \hline 1080 \\ + 48 \\ \hline 1128 \end{array}$</p> | <p>24. $\begin{array}{r} 968 \\ \times 6 \\ \hline 5400 \\ + 360 \\ \hline 5760 \\ + 48 \\ \hline 5808 \end{array}$</p> | |

Магия чисел

25.	499		499	26.	670	27.	429	28.	862
	$\times 9$	или	$\times 9$		$\times 4$		$\times 3$		$\times 5$
	3600	$500 \times 9 =$	4500		2400		1200		4000
	+ 810	$-1 \times 9 =$	- 9		+ 280		+ 60		+ 300
	4410		4491		2680		1260		4300
	+ 81						+ 27		+ 10
	4491						1287		4310*
29.	285	30.	488	31.	693	32.	722		
	$\times 6$		$\times 9$		$\times 6$		$\times 9$		
	1200		3600		3600		6300		
	+ 480		+ 720		+ 540		+ 180		
	1680		4320		4140		6480		
	+ 30		+ 72		+ 18		+ 18		
	1710		4392		4158		6498		
33.	457	34.	767	35.	312	36.	691		
	$\times 9$		$\times 3$		$\times 9$		$\times 3$		
	3600		2100		2700		1800		
	+ 450		+ 180		+ 90		+ 270		
	4050		2280		2790		2070		
	+ 63		+ 21		+ 18		+ 3		
	4113		2301		2808		2073		

ВОЗВЕДЕНИЕ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ В КВАДРАТ

$$1. \quad 14^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+4} 18 \\ \xrightarrow{-4} 10 \end{array} \rightarrow 180 + 4^2 = 196$$

$$2. \quad 27^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+3} 30 \\ \xrightarrow{-3} 24 \end{array} \rightarrow 720 + 3^2 = 729$$

$$3. \quad 65^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+5} 70 \\ \xrightarrow{-5} 60 \end{array} \rightarrow 4200 + 5^2 = 4225$$

$$4. \quad 89^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+1} 90 \\ \xrightarrow{-1} 88 \end{array} \rightarrow 7920 + 1^2 = 7921$$

$$5. \quad 98^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+2} 100 \\ \xrightarrow{-2} 96 \end{array} \rightarrow 9600 + 2^2 = 9604$$

$$6. \quad 31^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+1} 32 \\ \xrightarrow{-1} 30 \end{array} \rightarrow 960 + 1^2 = 961$$

$$7. \quad 41^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+1} 42 \\ \xrightarrow{-1} 40 \end{array} \rightarrow 1680 + 1^2 = 1681$$

$$8. \quad 59^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+1} 60 \\ \xrightarrow{-1} 58 \end{array} \rightarrow 3480 + 1^2 = 3481$$

$$9. \quad 26^2 \begin{cases} +4 \rightarrow 30 \\ -4 \rightarrow 22 \end{cases} \rightarrow 660 + 4^2 = 676$$

$$10. \quad 53^2 \begin{cases} +3 \rightarrow 56 \\ -3 \rightarrow 50 \end{cases} \rightarrow 2800 + 3^2 = 2809$$

$$11. \quad 21^2 \begin{cases} +1 \rightarrow 22 \\ -1 \rightarrow 20 \end{cases} \rightarrow 440 + 1^2 = 441$$

$$12. \quad 64^2 \begin{cases} +4 \rightarrow 68 \\ -4 \rightarrow 60 \end{cases} \rightarrow 4080 + 4^2 = 4096$$

$$13. \quad 42^2 \begin{cases} +2 \rightarrow 44 \\ -2 \rightarrow 40 \end{cases} \rightarrow 1760 + 2^2 = 1764$$

$$14. \quad 55^2 \begin{cases} +5 \rightarrow 60 \\ -5 \rightarrow 50 \end{cases} \rightarrow 3000 + 5^2 = 3025$$

$$15. \quad 75^2 \begin{cases} +5 \rightarrow 80 \\ -5 \rightarrow 70 \end{cases} \rightarrow 5600 + 5^2 = 5625$$

$$16. \quad 45^2 \begin{cases} +5 \rightarrow 50 \\ -5 \rightarrow 40 \end{cases} \rightarrow 2000 + 5^2 = 2025$$

$$17. \quad 84^2 \begin{cases} +4 \rightarrow 88 \\ -4 \rightarrow 80 \end{cases} \rightarrow 7040 + 4^2 = 7056$$

$$18. \quad 67^2 \begin{cases} +3 \rightarrow 70 \\ -3 \rightarrow 64 \end{cases} \rightarrow 4480 + 3^2 = 4489$$

$$19. \quad 103^2 \begin{cases} +3 \rightarrow 106 \\ -3 \rightarrow 100 \end{cases} \rightarrow 10\,600 + 3^2 = 10\,609$$

$$20. \quad 208^2 \begin{cases} +8 \rightarrow 216 \\ -8 \rightarrow 200 \end{cases} \rightarrow 43\,200 + 8^2 = 43\,264$$

Глава 3. Усовершенствованные произведения

УМНОЖЕНИЕ НА 11

$$1. \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \quad _ \quad 5 \\ 8 \end{array} = 385$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 48 \\ \times 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \quad _ \quad 8 \\ 12 \end{array} = 528$$

$$3. \quad \begin{array}{r} 94 \\ \times 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \quad _ \quad 4 \\ 13 \end{array} = 1034$$

МЕТОД СЛОЖЕНИЯ ДЛЯ УМНОЖЕНИЯ ТИПА «2 НА 2»

$$1. \quad \begin{array}{r} 31 \quad (30+1) \\ 30 \times 41 = \begin{array}{r} \times 41 \\ \hline 1230 \end{array} \\ 1 \times 41 = + \begin{array}{r} 41 \\ \hline 1271 \end{array} \end{array}$$

$$\text{или} \quad \begin{array}{r} 31 \\ 40 \times 31 = \begin{array}{r} \times 41 \quad (40+1) \\ \hline 1240 \end{array} \\ 1 \times 31 = + \begin{array}{r} 31 \\ \hline 1271 \end{array} \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 27 \quad (20+7) \\ 20 \times 18 = \begin{array}{r} \times 18 \\ \hline 360 \end{array} \\ 7 \times 18 = + \begin{array}{r} 126 \\ \hline 486 \end{array} \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{r} 59 \quad (50+9) \\ 50 \times 26 = \begin{array}{r} \times 26 \\ \hline 1300 \end{array} \\ 9 \times 26 = + \begin{array}{r} 234 \\ \hline 1534 \end{array} \end{array}$$

Магия чисел

$$\begin{array}{r}
 4. \quad \quad \quad 53 (50+3) \\
 \quad \quad \quad \times 58 \\
 50 \times 58 = \underline{2900} \\
 3 \times 58 = \underline{+ 174} \\
 \quad \quad \quad 3074
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5. \quad \quad \quad 77 \\
 \quad \quad \quad \times 43 (40+3) \\
 40 \times 77 = \underline{3080} \\
 3 \times 77 = \underline{+ 231} \\
 \quad \quad \quad 3311
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6. \quad \quad \quad 23 (20+3) \\
 \quad \quad \quad \times 84 \\
 20 \times 84 = \underline{1680} \\
 3 \times 84 = \underline{+ 252} \\
 \quad \quad \quad 1932
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{или} \quad \quad \quad 23 \\
 \quad \quad \quad \times 84 (80+4) \\
 80 \times 23 = \underline{1840} \\
 4 \times 23 = \underline{+ 92} \\
 \quad \quad \quad 1932
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7. \quad \quad \quad 62 (60+2) \\
 \quad \quad \quad \times 94 \\
 60 \times 94 = \underline{5640} \\
 2 \times 94 = \underline{+ 188} \\
 \quad \quad \quad 5828
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8. \quad \quad \quad 88 (80+8) \\
 \quad \quad \quad \times 76 \\
 80 \times 76 = \underline{6080} \\
 8 \times 76 = \underline{+ 608} \\
 \quad \quad \quad 6688
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9. \quad \quad \quad 92 (90+2) \\
 \quad \quad \quad \times 35 \\
 90 \times 35 = \underline{1230} \\
 2 \times 35 = \underline{+ 70} \\
 \quad \quad \quad 3220
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10. \quad 34 \quad 3 \quad \underline{\quad} \quad 4 = 374 \text{ или } 340 \\
 \times 11 \quad \quad 7 \quad \quad \quad \underline{+ 34} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 374
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11. \quad 85 \quad 8 \quad \underline{\quad} \quad 5 = 935 \text{ или } 850 \\
 \times 11 \quad \quad 13 \quad \quad \quad \underline{+ 85} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 935
 \end{array}$$

МЕТОД ВЫЧИТАНИЯ ДЛЯ УМНОЖЕНИЯ ТИПА «2 НА 2»

- | | |
|---|--|
| <p>1. $29(30 - 1)$</p> $\begin{array}{r} \times 45 \\ 30 \times 45 = 1350 \\ -1 \times 45 = -45 \\ \hline 1305 \end{array}$ | <p>2. $98(100 - 2)$</p> $\begin{array}{r} \times 43 \\ 100 \times 43 = 4300 \\ -2 \times 43 = -86 \\ \hline 4214 \end{array}$ |
| <p>3. 47</p> $\begin{array}{r} \times 59(60 - 1) \\ 60 \times 47 = 2820 \\ -1 \times 47 = -47 \\ \hline 2773 \end{array}$ | <p>4. $68(70 - 2)$</p> $\begin{array}{r} \times 43 \\ 70 \times 38 = 2660 \\ -2 \times 38 = -76 \\ \hline 2584 \end{array}$ |
| <p>5. $96(100 - 4)$</p> $\begin{array}{r} \times 29 \\ 100 \times 29 = 2900 \\ -4 \times 29 = -116 \\ \hline 2784 \end{array}$ | <p><i>или</i></p> $\begin{array}{r} 96 \\ \times 29(30 - 1) \\ 30 \times 96 = 2880 \\ -1 \times 96 = -96 \\ \hline 2784 \end{array}$ |
| <p>6. $79(80 - 1)$</p> $\begin{array}{r} \times 54 \\ 80 \times 54 = 4320 \\ -1 \times 54 = -54 \\ \hline 4266 \end{array}$ | <p>7. 37</p> $\begin{array}{r} \times 19(20 - 1) \\ 20 \times 37 = 740 \\ -1 \times 37 = -37 \\ \hline 703 \end{array}$ |
| <p>8. $87(90 - 3)$</p> $\begin{array}{r} \times 22 \\ 90 \times 22 = 1980 \\ -3 \times 22 = -66 \\ \hline 1914 \end{array}$ | <p>9. 85</p> $\begin{array}{r} \times 38(40 - 2) \\ 40 \times 85 = 3400 \\ -2 \times 85 = -170 \\ \hline 3230 \end{array}$ |
| <p>10. 57</p> $\begin{array}{r} \times 39(40 - 1) \\ 40 \times 57 = 2280 \\ -1 \times 57 = -57 \\ \hline 2223 \end{array}$ | <p>11. 88</p> $\begin{array}{r} \times 49(50 - 1) \\ 50 \times 88 = 4400 \\ -1 \times 88 = -88 \\ \hline 4312 \end{array}$ |

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ УМНОЖЕНИЯ ТИПА «2 НА 2»

1. $27 \times 14 = 27 \times 7 \times 2 = 189 \times 2 = 378$ *или*
 $14 \times 27 = 14 \times 9 \times 3 = 126 \times 3 = 378$
2. $86 \times 28 = 86 \times 7 \times 4 = 602 \times 4 = 2408$
3. $57 \times 14 = 57 \times 7 \times 2 = 399 \times 2 = 798$
4. $81 \times 48 = 81 \times 8 \times 6 = 648 \times 6 = 3888$ *или*
 $48 \times 81 = 48 \times 9 \times 9 = 432 \times 9 = 3888$
5. $56 \times 29 = 29 \times 7 \times 8 = 203 \times 8 = 1624$
6. $83 \times 18 = 83 \times 6 \times 3 = 498 \times 3 = 1494$
7. $72 \times 17 = 17 \times 9 \times 8 = 153 \times 8 = 1224$
8. $85 \times 42 = 85 \times 6 \times 7 = 510 \times 7 = 3570$
9. $33 \times 16 = 33 \times 8 \times 2 = 264 \times 2 = 528$ *или*
 $16 \times 33 = 16 \times 11 \times 3 = 176 \times 3 = 528$
10. $62 \times 77 = 62 \times 11 \times 7 = 682 \times 7 = 4774$
11. $45 \times 36 = 45 \times 6 \times 6 = 270 \times 6 = 1620$ *или*
 $45 \times 36 = 45 \times 9 \times 4 = 405 \times 4 = 1620$ *или*
 $36 \times 45 = 36 \times 9 \times 5 = 324 \times 5 = 1620$ *или*
 $36 \times 45 = 36 \times 5 \times 9 = 180 \times 9 = 1620$
12. $37 \times 48 = 37 \times 8 \times 6 = 296 \times 6 = 1776$

УМНОЖЕНИЕ ТИПА «2 НА 2» ЛЮБЫМ СПОСОБОМ!

1.

53
$\times 39(40-1)$
$40 \times 53 = 2120$
$-1 \times 53 = -53$
<hr style="width: 100%;"/>
2067

или

53 (50+3)
$\times 39$
$50 \times 39 = 1950$
$3 \times 39 = +117$
<hr style="width: 100%;"/>
2067
2.

81 (80+1)
$\times 57$
$80 \times 57 = 4560$
$1 \times 57 = +57$
<hr style="width: 100%;"/>
4617

или

$57 \times 81 = 57 \times 9 \times 9 =$
$513 \times 9 = 4617$

ОТВЕТЫ

3. 73 $73 \times 18 = 73 \times 9 \times 2 = 657 \times 2 = 1314$ *или*
 $\times 18 (9 \times 2)$ $73 \times 18 = 73 \times 6 \times 3 = 438 \times 3 = 1314$

4. $89 (90 - 1)$ *или* $89 \times 55 = 89 \times 11 \times 5 =$
 $\times 55$ $979 \times 5 = 4895$
 $90 \times 55 = 4950$
 $1 \times 55 = - 55$
 4895

5. 77 $77 \times 36 = 77 \times 4 \times 9 = 308 \times 9 = 2772$ *или*
 $\times 36 (4 \times 9)$ $77 \times 36 = 77 \times 9 \times 4 = 693 \times 4 = 2772$

6. 92
 $\times 53 (50 + 3)$
 $50 \times 92 = 4600$
 $3 \times 92 = + 276$
 4876

7. 87^2 $\begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 90 \\ 84 \end{matrix}$ $7560 + 3^2 = 7569$

8. 67
 $\times 58 (60 - 2)$
 $60 \times 67 = 4020$
 $-2 \times 67 = -154$
 3886

9. $56 (8 \times 7)$ $37 \times 56 = 37 \times 8 \times 7 = 296 \times 7 = 2072$ *или*
 $\times 37$ $37 \times 56 = 37 \times 7 \times 8 = 259 \times 8 = 2072$

10. 59 *или* $59 (60 - 1)$
 $\times 21 (20 + 1)$ $\times 21$
 $20 \times 59 = 1180$ $60 \times 21 = 1260$
 $1 \times 59 = + 59$ $-1 \times 21 = - 21$
 1239 1239

или $59 \times 21 = 59 \times 7 \times 3 = 413 \times 3 = 1239$

$$\begin{array}{r}
 11. \quad 37 \\
 \times 72 \quad (9 \times 8) \\
 \hline
 37 \times 9 \times 8 = 333 \times 8 = 2664
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13. \quad 38 \\
 \times 63 \quad (9 \times 7) \\
 \hline
 38 \times 63 = 38 \times 9 \times 7 = \\
 342 \times 7 = 2394
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15. \quad 43 \\
 \times 75 \quad (5 \times 5 \times 3) \\
 \hline
 43 \times 75 = 43 \times 5 \times 5 \times 3 = \\
 215 \times 5 \times 3 = 1075 \times 3 = 3225
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17. \quad \quad \quad 61 \quad (60 + 1) \\
 \quad \quad \quad \times 37 \\
 \hline
 60 \times 37 = 2220 \\
 1 \times 37 = + 37 \\
 \hline
 2257
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 19. \quad 54 \quad (9 \times 6) \\
 \times 53 \\
 \hline
 54 \times 53 = 53 \times 9 \times 6 = \\
 477 \times 6 = 2862
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21. \quad \quad \quad 83 \quad (80 + 3) \\
 \quad \quad \quad \times 58 \\
 \hline
 80 \times 58 = 4640 \\
 3 \times 58 = + 174 \\
 \hline
 4814
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12. \quad \quad \quad 57 \\
 \quad \quad \quad \times 73 \quad (70 + 3) \\
 \hline
 70 \times 57 = 3990 \\
 3 \times 57 = + 171 \\
 \hline
 4161
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14. \quad \quad \quad 43 \quad (40 + 3) \\
 \quad \quad \quad \times 76 \\
 \hline
 40 \times 76 = 3040 \\
 3 \times 76 = + 228 \\
 \hline
 3268
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 16. \quad \quad \quad 74 \\
 \quad \quad \quad \times 62 \quad (60 + 2) \\
 \hline
 60 \times 74 = 4440 \\
 2 \times 74 = + 148 \\
 \hline
 4588
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18. \quad 36 \quad (6 \times 6) \\
 \times 41 \\
 \hline
 41 \times 36 = 41 \times 6 \times 6 = \\
 246 \times 6 = 1476
 \end{array}$$

$$20. \quad 53^2 \begin{array}{l} \nearrow +3 \rightarrow 56 \\ \searrow -3 \rightarrow 50 \end{array} \rightarrow 2800 + 3^2 = 2809$$

$$\begin{array}{r}
 22. \quad \quad \quad 91 \quad (90 + 1) \\
 \quad \quad \quad \times 46 \\
 \hline
 90 \times 46 = 4140 \\
 1 \times 46 = + 46 \\
 \hline
 4186
 \end{array}$$

ОТВЕТЫ

$$\begin{array}{r}
 23. \quad \quad \quad 52 (50 + 2) \\
 \quad \quad \quad \times 47 \\
 50 \times 47 = 2350 \\
 2 \times 47 = + 94 \\
 \hline
 2444
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 24. \quad \quad \quad 29 (30 - 1) \\
 \quad \quad \quad \times 26 \\
 30 \times 26 = 780 \\
 -1 \times 26 = - 26 \\
 \hline
 754
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25. \quad 41 \\
 \times 15 (5 \times 3) \\
 \\
 41 \times 15 = 41 \times 5 \times 3 = \\
 205 \times 3 = 615
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26. \quad \quad \quad 65 \\
 \quad \quad \quad \times 19 (20 - 1) \\
 20 \times 65 = 1300 \\
 -1 \times 65 = - 65 \\
 \hline
 1235
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 27. \quad 34 \\
 \times 27 (9 \times 3) \\
 \\
 34 \times 27 = 34 \times 9 \times 3 = \\
 306 \times 3 = 918
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 28. \quad \quad \quad 69 (70 - 1) \\
 \quad \quad \quad \times 78 \\
 70 \times 78 = 5460 \\
 -1 \times 78 = - 78 \\
 \hline
 5382
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 29. \quad 95 \\
 \times 81 (9 \times 9) \\
 \\
 95 \times 81 = 95 \times 9 \times 9 = \\
 855 \times 9 = 7695
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30. \quad \quad \quad 65 (60 + 5) \\
 \quad \quad \quad \times 47 \\
 60 \times 47 = 2820 \\
 5 \times 47 = + 235 \\
 \hline
 3055
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 31. \quad \quad \quad 65 \\
 \quad \quad \quad \times 69 (70 - 1) \\
 70 \times 65 = 4550 \\
 -1 \times 65 = - 65 \\
 \hline
 4485
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 32. \quad \quad \quad 95 \\
 \quad \quad \quad \times 26 (20 + 6) \\
 20 \times 95 = 1900 \\
 6 \times 95 = + 570 \\
 \hline
 2470
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 33. \quad \quad \quad 41 (40 + 1) \\
 \quad \quad \quad \times 93 \\
 40 \times 93 = 3720 \\
 1 \times 93 = + 93 \\
 \hline
 3813
 \end{array}$$

ВОЗВЕДЕНИЕ В КВАДРАТ ТРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$1. 409^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+9} 418 \\ \xrightarrow{-9} 400 \end{array} \rightarrow 167\,200 + 9^2 = 167\,281$$

$$2. 805^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+5} 810 \\ \xrightarrow{-5} 800 \end{array} \rightarrow 648\,000 + 5^2 = 648\,025$$

$$3. 217^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+17} 234 \\ \xrightarrow{-17} 200 \end{array} \rightarrow 46\,800 + 17^2 = 47\,089$$

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \begin{array}{l} \xrightarrow{+3} 20 \\ \xrightarrow{-3} 14 \end{array} \\ \rightarrow 280 + 3^2 = 289 \end{array}$$

$$4. 896^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+4} 900 \\ \xrightarrow{-4} 892 \end{array} \rightarrow 802\,800 + 4^2 = 802\,816$$

$$5. 345^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+45} 390 \\ \xrightarrow{-45} 300 \end{array} \rightarrow 117\,000 + 45^2 = 119\,025$$

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \begin{array}{l} \xrightarrow{+5} 50 \\ \xrightarrow{-5} 40 \end{array} \\ \rightarrow 2\,000 + 5^2 = 2\,025 \end{array}$$

$$6. 346^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{+46} 392 \\ \xrightarrow{-46} 300 \end{array} \rightarrow 117\,600 + 46^2 = 119\,716$$

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \begin{array}{l} \xrightarrow{+4} 50 \\ \xrightarrow{-4} 42 \end{array} \\ \rightarrow 2\,100 + 4^2 = 2\,116 \end{array}$$

ОТВЕТЫ

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 +24 \rightarrow 300 \\
 -24 \rightarrow 252
 \end{array} \\
 7. \ 276^2 \rightarrow 75\ 600 + 24^2 = 76\ 176 \\
 \begin{array}{l}
 +4 \rightarrow 28 \\
 -4 \rightarrow 20
 \end{array} \\
 24^2 \rightarrow 560 + 4^2 = 576
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 +18 \rightarrow 700 \\
 -18 \rightarrow 664
 \end{array} \\
 8. \ 682^2 \rightarrow 464\ 800 + 18^2 = 465\,124 \\
 \begin{array}{l}
 +2 \rightarrow 20 \\
 -2 \rightarrow 16
 \end{array} \\
 18^2 \rightarrow 320 + 2^2 = 324
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 +31 \rightarrow 462 \\
 -31 \rightarrow 400
 \end{array} \\
 9. \ 431^2 \rightarrow 184\ 800 + 31^2 = 185\ 761 \\
 \begin{array}{l}
 +1 \rightarrow 32 \\
 -1 \rightarrow 30
 \end{array} \\
 31^2 \rightarrow 960 + 1^2 = 961
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 +19 \rightarrow 800 \\
 -19 \rightarrow 762
 \end{array} \\
 10. \ 781^2 \rightarrow 609\ 600 + 19^2 = 609\ 961 \\
 \begin{array}{l}
 +1 \rightarrow 20 \\
 -1 \rightarrow 18
 \end{array} \\
 19^2 \rightarrow 360 + 1^2 = 361
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 +25 \rightarrow 1\ 000 \\
 -25 \rightarrow 950
 \end{array} \\
 11. \ 975^2 \rightarrow 950\ 000 + 25^2 = 950\ 625 \\
 \begin{array}{l}
 +5 \rightarrow 30 \\
 -5 \rightarrow 20
 \end{array} \\
 25^2 \rightarrow 600 + 5^2 = 625
 \end{array}$$

КУБЫ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. $12^3 = (10 \times 12 \times 14) + (2^2 \times 12) = 1680 + 48 = 1728$
2. $17^3 = (14 \times 17 \times 20) + (3^2 \times 17) = 4760 + 153 = 4913$
3. $21^3 = (20 \times 21 \times 22) + (1^2 \times 21) = 9240 + 21 = 9261$
4. $28^3 = (26 \times 28 \times 30) + (2^2 \times 28) = 21\ 840 + 112 = 21\ 952$
5. $33^3 = (30 \times 33 \times 36) + (3^2 \times 33) = 35\ 640 + 297 = 35\ 937$
6. $39^3 = (38 \times 39 \times 40) + (1^2 \times 39) = 59\ 280 + 39 = 59\ 319$
7. $40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\ 000$
8. $44^3 = (40 \times 44 \times 48) + (4^2 \times 44) = 84\ 480 + 704 = 85\ 184$
9. $52^3 = (50 \times 52 \times 54) + (2^2 \times 52) = 140\ 400 + 208 = 140\ 608$
10. $56^3 = (52 \times 56 \times 60) + (4^2 \times 56) = 174\ 720 + 896 = 175\ 616$
11. $65^3 = (60 \times 65 \times 70) + (5^2 \times 65) = 273\ 000 + 1\ 625 = 274\ 625$
12. $71^3 = (70 \times 71 \times 72) + (1^2 \times 71) = 357\ 840 + 71 = 357\ 911$
13. $78^3 = (76 \times 78 \times 80) + (2^2 \times 78) = 474\ 240 + 312 = 474\ 552$
14. $85^3 = (80 \times 85 \times 90) + (5^2 \times 85) = 612\ 000 + 2\ 125 = 614\ 125$
15. $87^3 = (84 \times 87 \times 90) + (3^2 \times 87) = 657\ 720 + 783 = 658\ 503$
16. $99^3 = (98 \times 99 \times 100) + (1^2 \times 99) = 970\ 200 + 99 = 970\ 299$

Глава 4. Разделяй и властвуй

ДЕЛЕНИЕ НА ОДНОЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

- | | | |
|---|---|---|
| <p>1. $35\frac{3}{9}$
 $9 \overline{)318}$
 $\underline{- 27}$
 48
 $\underline{- 45}$
 3</p> | <p>2. $145\frac{1}{5}$
 $5 \overline{)726}$
 $\underline{- 5}$
 22
 $\underline{- 20}$
 26
 $\underline{- 25}$
 1</p> | <p>3. $61\frac{1}{7}$
 $7 \overline{)428}$
 $\underline{- 42}$
 08
 $\underline{- 7}$
 1</p> |
|---|---|---|

ОТВЕТЫ

$$\begin{array}{r} 4. \quad 36\frac{1}{8} \\ 8 \overline{)289} \\ \underline{- 24} \\ 49 \\ \underline{- 48} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 44\frac{2}{3} \\ 3 \overline{)1328} \\ \underline{- 12} \\ \underline{- 12} \\ 08 \\ \underline{- 6} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad 69\frac{5}{4} \\ 4 \overline{)2782} \\ \underline{- 24} \\ 38 \\ \underline{- 36} \\ 22 \\ \underline{- 20} \\ 2 \end{array}$$

ДЕЛЕНИЕ НА ДВУЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА

$$\begin{array}{r} 1. \quad 43\frac{7}{17} \\ 17 \overline{)738} \\ \underline{- 68} \\ 58 \\ \underline{- 51} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad 24\frac{15}{24} \\ 24 \overline{)591} \\ \underline{- 48} \\ 111 \\ \underline{- 96} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad 4\frac{5}{29} \\ 29 \overline{)321} \\ \underline{- 316} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \quad 152\frac{12}{28} \\ 28 \overline{)4268} \\ \underline{- 28} \\ 146 \\ \underline{- 140} \\ 68 \\ \underline{- 56} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 655\frac{9}{11} \\ 11 \overline{)7214} \\ \underline{- 66} \\ 61 \\ \underline{- 55} \\ 64 \\ \underline{- 55} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad 170\frac{14}{18} \\ 18 \overline{)3074} \\ \underline{- 18} \\ 127 \\ \underline{- 126} \\ 14 \end{array}$$

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ДЕСЯТИЧНОЙ ФОРМЕ

$$1. \quad \frac{2}{5} = 0,40$$

$$2. \quad \frac{4}{7} = 0,571428$$

$$3. \quad \frac{3}{8} = 0,375$$

$$4. \quad \frac{9}{12} = 0,75$$

$$5. \quad \frac{5}{12} = 0,4166$$

$$6. \quad \frac{6}{11} = 0,5454$$

$$7. \quad \frac{14}{24} = 0,5833$$

$$8. \quad \frac{13}{27} = 0,481$$

$$9. \quad \frac{18}{48} = 0,375$$

$$10. \quad \frac{10}{14} = 0,714285$$

$$11. \quad \frac{6}{32} = 0,1875$$

$$12. \quad \frac{19}{45} = 0,422$$

ПРОВЕРКА НА ДЕЛИМОСТЬ

Делимость на 2

1. 53 428

Да

2. 293

Нет

3. 7241

Нет

4. 9846

Да

Делимость на 4

5. 3932

Да

6. 67 348

Да

7. 358

Нет

8. 57 929

Нет

Делимость на 8

9. 59 366

Нет

10. 73 488

Да

11. 248

Да

12. 6111

Нет

Делимость на 3

13. 83 671

Нет: $8 + 3 + 6 + 7 + 1 = 25$

14. 94 737

Да: $9 + 4 + 7 + 3 + 7 = 30$

15. 7359

Да: $7 + 3 + 5 + 9 = 24$

16. 3 267 486

Да: $3 + 2 + 6 + 7 + 4 + 8 + 6 = 36$

Делимость на 6

17. 5334

Да: $5 + 3 + 3 + 4 = 15$

18. 67 386

Да: $6 + 7 + 3 + 8 + 6 = 30$

19. 248

Нет: $2 + 4 + 8 = 14$

20. 5991

Нет: нечетное

Делимость на 9

21. 1234

Нет: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

22. 8469

Да: $8 + 4 + 6 + 9 = 27$

23. 4 425 575

Нет: $4 + 4 + 2 + 5 + 5 + 7 + 5 = 32$

24. 314 159 265

Да: $3 + 1 + 4 + 1 + 5 + 9 + 2 + 6 + 5 = 36$

ОТВЕТЫ

Делимость на 5

25. $47\ 830$

Да

26. $43\ 762$

Нет

27. $56\ 785$

Да

28. $37\ 210$

Да

Делимость на 11

29. $53\ 867$

Да: $5 - 3 + 8 - 6 + 7 = 11$

30. 4969

Нет: $4 - 9 + 6 - 9 = -8$

31. 3828

Да: $3 - 8 + 2 - 8 = -11$

32. $941\ 369$

Да: $9 - 4 + 1 - 3 + 6 - 9 = 0$

Делимость на 7

33. 5784

Нет: $5784 - 7 = 5777$

$577 - 7 = 570$

57

34. 7336

Да: $7336 + 14 = 7350$

$735 - 35 = 700$

7

35. 875

Да: $875 - 35 = 840$

$84 - 14 = 70$

7

36. 1183

Да: $1183 + 7 = 1190$

$119 + 21 = 140$

14

Делимость на 17

37. 694

Нет: $694 - 34 = 660$

66

38. 629

Да: $629 + 51 = 680$

68

39. 8273

Нет: $8273 + 17 = 8290$

$829 + 51 = 880$

88

40. $13\ 855$

Да: $13\ 855 + 85 = 13\ 940$

$1394 - 34 = 1360$

$136 + 34 = 170$

17

УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. $\frac{6}{35}$

2. $\frac{44}{63}$

3. $\frac{18}{28} = \frac{9}{14}$

4. $\frac{63}{80}$

ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. $\frac{4}{5}$

2. $\frac{5}{18}$

3. $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

2. $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$

3. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

4. $\frac{5}{2} = \frac{30}{12}$

5. $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

6. $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

7. $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

8. $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ (С РАВНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ)

1. $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$

2. $\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

3. $\frac{5}{18} + \frac{6}{18} = \frac{11}{18}$

4. $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ (С НЕРАВНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ)

1. $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

2. $\frac{1}{6} + \frac{5}{18} = \frac{3}{18} + \frac{5}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$

4. $\frac{2}{7} + \frac{5}{21} = \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21}$

5. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$

6. $\frac{3}{7} + \frac{3}{5} = \frac{15}{35} + \frac{21}{35} = \frac{36}{35}$

7. $\frac{2}{11} + \frac{5}{9} = \frac{18}{99} + \frac{55}{99} = \frac{73}{99}$

ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

$$1. \frac{8}{11} - \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$$

$$2. \frac{12}{7} - \frac{8}{7} = \frac{4}{7}$$

$$3. \frac{13}{18} - \frac{5}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$4. \frac{4}{5} - \frac{1}{15} = \frac{12}{15} - \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$$

$$5. \frac{9}{10} - \frac{3}{5} = \frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$

$$6. \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$7. \frac{7}{8} - \frac{1}{16} = \frac{14}{16} - \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$$

$$8. \frac{4}{7} - \frac{2}{5} = \frac{20}{35} - \frac{14}{35} = \frac{6}{35}$$

$$9. \frac{8}{9} - \frac{1}{2} = \frac{16}{18} - \frac{9}{18} = \frac{7}{18}$$

Глава 5. Искусство приближенной оценки

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПРИ СЛОЖЕНИИ

Точное решение

$1. \begin{array}{r} 1479 \\ + 1105 \\ \hline 2584 \end{array}$	$2. \begin{array}{r} 57\,293 \\ + 37\,421 \\ \hline 94\,714 \end{array}$	$3. \begin{array}{r} 312\,025 \\ + 79\,419 \\ \hline 391\,444 \end{array}$	$4. \begin{array}{r} 8\,971\,011 \\ + 4\,016\,367 \\ \hline 12\,987\,378 \end{array}$
---	--	--	---

Оценка

$1. \begin{array}{r} 1500 \text{ или } 1480 \\ + 1100 \\ \hline 2600 \end{array}$	$2. \begin{array}{r} 57\,000 \text{ или } 57\,300 \\ + 37\,000 \\ \hline 94\,000 \end{array}$
$3. \begin{array}{r} 310\,000 \text{ или } 312\,000 \\ + 80\,000 \\ \hline 390\,000 \end{array}$	$4. \begin{array}{r} 9 \text{ миллионов или } 8,9 \text{ миллиона} \\ + 4 \text{ миллиона} \\ \hline 13 \text{ миллионов} \end{array}$ <p style="margin-left: 40px;">или 8,97 миллиона</p> $+ 4,02 \text{ миллиона}$ <p style="margin-left: 40px;">12,99 миллиона</p>

<i>Точное решение</i>	<i>Оценка</i>
\$2,67	\$2,50
1,95	2,00
7,35	7,50
9,21	9,00
0,49	0,50
11,21	11,00
0,12	0,00
6,14	6,00
<u>8,31</u>	<u>8,50</u>
\$47,35	\$47,00

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПРИ ВЫЧИТАНИИ

Точное решение

1. 4926	2. 67 221	3. 526 978	4. 8 349 241
<u>- 1659</u>	<u>- 9 874</u>	<u>- 42 009</u>	<u>- 6 103 839</u>
3267	57 347	484 969	2 245 402

Оценка

1. 4900	2. 67 000	<i>или</i> 67 200
<u>- 1700</u>	<u>- 10 000</u>	<u>- 9 900</u>
3200	57 000	57 300

3. 530 000	<i>или</i> 527 000
<u>- 40 000</u>	<u>- 42 000</u>
490 000	485 000

4. 8,3 миллиона	<i>или</i> 8,35 миллиона
<u>- 6,1 миллиона</u>	<u>- 6,10 миллиона</u>
2,2 миллиона	2,25 миллиона

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПРИ ДЕЛЕНИИ

Точное решение

$$1. \begin{array}{r} 625,57 \\ 7 \overline{)4379} \end{array} \quad 2. \begin{array}{r} 4\,791,6 \\ 5 \overline{)23\,958} \end{array} \quad 3. \begin{array}{r} 42\,247,15 \\ 13 \overline{)549\,213} \end{array}$$

$$4. \begin{array}{r} 17\,655,21 \\ 289 \overline{)5\,102\,357} \end{array} \quad 5. \begin{array}{r} 40,90 \\ 203\,637 \overline{)8\,329\,483} \end{array}$$

Оценка

$$1. \begin{array}{r} 630 \\ 7 \overline{)4400} \end{array} \quad 2. \begin{array}{r} 4\,800 \\ 5 \overline{)24\,000} \end{array} \quad 3. \begin{array}{r} 42\,000 \\ 13 \overline{)550\,000} \end{array}$$

$$4. \begin{array}{r} 17\,000 \\ \approx 300 \overline{)5\,100\,000} = 3 \overline{)51\,000} \end{array} \quad 5. \begin{array}{r} 40 \\ \approx 200\,000 \overline{)8\,000\,000} = 200 \overline{)8000} \end{array}$$

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПРИ УМНОЖЕНИИ

Точное решение

$$1. \begin{array}{r} 98 \\ \times 27 \\ \hline 2646 \end{array} \quad 2. \begin{array}{r} 76 \\ \times 42 \\ \hline 3192 \end{array} \quad 3. \begin{array}{r} 88 \\ \times 88 \\ \hline 7744 \end{array} \quad 4. \begin{array}{r} 539 \\ \times 17 \\ \hline 9163 \end{array}$$

$$5. \begin{array}{r} 312 \\ \times 98 \\ \hline 30\,576 \end{array} \quad 6. \begin{array}{r} 639 \\ \times 107 \\ \hline 68\,373 \end{array} \quad 7. \begin{array}{r} 428 \\ \times 313 \\ \hline 133\,964 \end{array} \quad 8. \begin{array}{r} 51\,276 \\ \times 489 \\ \hline 25\,073\,964 \end{array}$$

$$9. \begin{array}{r} 104\,972 \\ \times 11\,201 \\ \hline 1\,175\,791\,372 \end{array} \quad 10. \begin{array}{r} 5\,462\,741 \\ \times 203\,413 \\ \hline 1\,111\,192\,535\,033 \end{array}$$

Оценка

$$1. \begin{array}{r} 100 \\ \times 25 \\ \hline 2500 \end{array} \quad 2. \begin{array}{r} 78 \\ \times 40 \\ \hline 3120 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{r} 90 \\ \times 86 \\ \hline 7740 \end{array} \quad 4. \begin{array}{r} 540 \\ \times 17 \\ \hline 9180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 310 \\ \times 100 \\ \hline 31\,000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad 646 \text{ или } 640 \\ \times 100 \quad \times 110 \\ \hline 64\,600 \quad 70\,400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7. \quad 430 \\ \times 310 \\ \hline 133\,300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8. \quad 51\,000 \\ \times 490 \\ \hline 24\,990\,000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9. \quad 105\,000 \\ \times 11\,000 \\ \hline 1155 \text{ миллионов} \\ = 1,155 \text{ миллиардов} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10. \quad 5\,500\,000 \\ \times 200\,00 \\ \hline 1100 \text{ миллиардов} \\ = 1,1 \text{ триллиона} \end{array}$$

ОЦЕНКА КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

Точное решение (до двух десятичных знаков)

$$1. \quad \sqrt{4,12} \quad 2. \quad \sqrt{5,91} \quad 3. \quad \sqrt{12,76} \quad 4. \quad \sqrt{65,41} \quad 5. \quad \sqrt{89,66}$$

Деление и среднее

$$1. \quad \begin{array}{r} 4,2 \\ 4 \overline{)17} \end{array} \quad \frac{4 + 4,2}{2} = 4,1$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 5,8 \\ 6 \overline{)35} \end{array} \quad \frac{6 + 5,8}{2} = 5,9$$

$$3. \quad \begin{array}{r} 16,3 \\ 10 \overline{)163} \end{array} \quad \frac{10 + 16,3}{2} = 13,15$$

$$4. \quad \begin{array}{r} 71 \\ 60 \overline{)4279} \end{array} \quad \frac{60 + 71}{2} = 65,5$$

$$5. \quad \begin{array}{r} 89 \\ 90 \overline{)8039} \end{array} \quad \frac{90 + 89}{2} = 89,5$$

ПОВСЕДНЕВНАЯ МАТЕМАТИКА

1. $8,80 + 4,40 = 13,20$.

2. $5,30 + 2,65 = 7,95$.

3. $74 \div 2 \div 2 = 37 \div 2 = 18,50$.

4. Поскольку $70 \div 10 = 7$, то потребуется **7** лет.

5. Поскольку $70 \div 6 = 11,67$, то понадобится **12** лет.
6. Поскольку $110 \div 7 = 15,714$, то потребуется **16** лет.
7. Поскольку $70 \div 7 = 10$, то потребуется **10** лет для удвоения вклада и затем еще **10** лет для повторного удвоения. Поэтому для увеличения суммы в **4** раза понадобится **20** лет.
8.
$$M = \frac{\$100\,000(0,0075)(1,0075)^{120}}{(1,00333)^{120} - 1} = \frac{\$750(2,451)}{1,451} = \$1267$$
9.
$$M = \frac{\$30\,000(0,004167)(1,004167)^{42}}{(1,004167)^{42} - 1} = \frac{\$125(1,22)}{0,22} = \$693$$

Глава 6. Математика с ручкой и бумагой

СТОЛБЦЫ ЧИСЕЛ

- | | |
|---|--|
| <p>1. $672 \rightarrow 6$</p> <p>$1\,367 \rightarrow 8$</p> <p>$107 \rightarrow 8$</p> <p>$7\,845 \rightarrow 6$</p> <p>$358 \rightarrow 7$</p> <p>$210 \rightarrow 3$</p> <p>$+ 916 \rightarrow 7$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$11\,475 \rightarrow 9$</p> | <p>2. $\\$ 21,56 \rightarrow 5$</p> <p>$19,38 \rightarrow 3$</p> <p>$211,02 \rightarrow 6$</p> <p>$9,16 \rightarrow 7$</p> <p>$26,17 \rightarrow 7$</p> <p>$1,43 \rightarrow 3$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$\\$288,72 \rightarrow 9$</p> |
|---|--|

ВЫЧИТАНИЕ НА БУМАГЕ

- | | |
|--|---|
| <p>1. $75\,423 \rightarrow 3$</p> <p>$- 46\,298 \rightarrow 2$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$29\,125 \rightarrow 1$</p> | <p>2. $876\,452 \rightarrow 5$</p> <p>$- 593\,876 \rightarrow 2$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$282\,576 \rightarrow 3$</p> |
| <p>3. $3\,249\,202 \rightarrow 4$</p> <p>$- 2\,903\,445 \rightarrow 9$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$345\,757 \rightarrow 4$</p> | <p>4. $45\,394\,358 \rightarrow 5$</p> <p>$- 36\,472\,659 \rightarrow 6$</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$8\,921\,699 \rightarrow 8$</p> |

ВЫЧИСЛЕНИЕ КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

- | | |
|---|---|
| <p>1. $\begin{array}{r} 3, 8 7 \\ \sqrt{15,0000} \\ 3^2 = \underline{9} \\ 600 \\ 68 \times 8 = \underline{544} \\ 5600 \\ 767 \times 7 = \underline{5369} \end{array}$</p> | <p>2. $\begin{array}{r} 2 2, 4 0 \\ \sqrt{502,0000} \\ 2^2 = \underline{4} \\ 102 \\ 42 \times 2 = \underline{84} \\ 1800 \\ 444 \times 4 = \underline{1776} \\ 2400 \\ 4480 \times 0 = \underline{0} \end{array}$</p> |
| <p>3. $\begin{array}{r} 2 0, 9 5 \\ \sqrt{439,2000} \\ 2^2 = \underline{4} \\ 039 \\ 40 \times 0 = \underline{0} \\ 3920 \\ 409 \times 9 = \underline{3681} \\ 23900 \\ 4480 \times 0 = \underline{20925} \end{array}$</p> | <p>4. $\begin{array}{r} 1 9 \text{ точный корень} \\ \sqrt{361} \\ 1^2 = \underline{1} \\ 261 \\ 29 \times 9 = \underline{261} \\ 0 \end{array}$</p> |

УМНОЖЕНИЕ НА БУМАГЕ

- | | |
|---|--|
| <p>1. $\begin{array}{r} 54 \rightarrow 9 \\ \times 37 \rightarrow 1 \\ \hline 1998 \rightarrow 9 \end{array}$</p> | <p>2. $\begin{array}{r} 273 \rightarrow 3 \\ \times 217 \rightarrow 1 \\ \hline 59 241 \rightarrow 3 \end{array}$</p> |
| <p>3. $\begin{array}{r} 725 \rightarrow 5 \\ \times 609 \rightarrow 6 \\ \hline 441 525 \rightarrow 3 \end{array}$</p> | <p>4. $\begin{array}{r} 3 309 \rightarrow 6 \\ \times 2 868 \rightarrow 6 \\ \hline 9 490 212 \rightarrow 9 \end{array}$</p> |
| <p>5. $\begin{array}{r} 52 819 \rightarrow 7 \\ \times 47 820 \rightarrow 3 \\ \hline 2 525 804 580 \rightarrow 3 \end{array}$</p> | <p>6. $\begin{array}{r} 3 923 759 \rightarrow 3 \\ \times 2 674 093 \rightarrow 4 \\ \hline 10 492 496 475 587 \rightarrow 3 \end{array}$</p> |

Глава 8. Сложное делаем легким

КВАДРАТЫ ЧЕТЫРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

1. **1 234²**

+234	1 468	Reach off
-234	1 000	
1 468 000		+ 54 756 (234 ²)
1 522 756		

← 234²

+34	268	53 600
-34	200	
+ 1 156 (34 ²)		54 756

2. **8 639²**

+361	9 000	Lesson
-361	8 278	
74 502 000		+ 130 321 (361 ²)
74 632 321		

← 361²

+39	400	128 800
-39	322	
+ 1 521 (39 ²)		130 321

3. **5 312²**

+312	5 624	Tons
-312	5 000	
28 120 000		+ 97 344 (312 ²)
28 217 344		

← 312²

+12	324	97 200
-12	300	
+ 144 (12 ²)		97 344

4. **9 863²**

+137	10 000	Nachos
-137	9 726	
97 260 000		+ 18 769 (137 ²)
97 278 769		

← 137²

+37	174	17 400
-37	100	
+ 1 369 (37 ²)		18 769

5. **3 618²**

+382	4 000	Prayer
-382	3 236	
12 944 000		+ 145 924 (382 ²)
13 089 924		

← 382²

+18	400	145 600
-18	364	
+ 324 (18 ²)		145 924

6. **2 971²** (Мнемоника не нужна)

+29	3 000	8 826 000
-29	2 942	
+ 841 (29 ²)		8 826 841

**УМНОЖЕНИЕ «3 НА 2» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ
РАЗЛОЖЕНИЯ, СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ**

1.
$$\begin{array}{r} 858 \\ \times 15 \quad (5 \times 3) \\ \hline 858 \times 15 = 858 \times 5 \times 3 = \\ 4\,290 \times 3 = 12\,870 \end{array}$$
2.
$$\begin{array}{r} 796 \quad (800 - 4) \\ \times 19 \\ \hline 800 \times 19 = 15\,200 \\ -4 \times 19 = -76 \\ \hline 15\,124 \end{array}$$
3.
$$\begin{array}{r} 148 \\ \times 62 \quad (60 + 2) \\ \hline 148 \times 60 = 8\,880 \\ 148 \times 2 = + 296 \\ \hline 9\,176 \end{array}$$
- или
$$\begin{array}{r} 148 \quad (74 \times 2) \\ \times 62 \quad (60 + 2) \\ \hline 62 \times 148 = 62 \times 74 \times 2 = \\ 4\,588 \times 2 = 9\,176 \end{array}$$
4.
$$\begin{array}{r} 773 \\ \times 42 \quad (7 \times 6) \\ \hline 773 \times 42 = 773 \times 7 \times 6 = \\ 5\,411 \times 6 = 32\,466 \end{array}$$
5.
$$\begin{array}{r} 906 \quad (900 + 6) \\ \times 46 \\ \hline 900 \times 46 = 41\,400 \\ 6 \times 46 = + 276 \\ \hline 41\,676 \end{array}$$
6.
$$\begin{array}{r} 952 \quad (950 + 2) \\ \times 26 \\ \hline 950 \times 26 = 24\,700 \\ 2 \times 26 = + 52 \\ \hline 24\,752 \end{array}$$
7.
$$\begin{array}{r} 411 \quad (410 + 1) \\ \times 93 \\ \hline 410 \times 93 = 38\,130 \\ 1 \times 93 = + 93 \\ \hline 38\,223 \end{array}$$
8.
$$\begin{array}{r} 967 \\ \times 51 \quad (50 + 1) \\ \hline 50 \times 967 = 48\,350 \\ 1 \times 967 = + 967 \\ \hline 49\,317 \end{array}$$
9.
$$\begin{array}{r} 484 \\ \times 75 \quad (5 \times 5 \times 3) \\ \hline 484 \times 75 = 484 \times 5 \times 5 \times 3 = \\ 2\,420 \times 5 \times 3 = 12\,100 \times 3 = \\ 36\,300 \end{array}$$

ОТВЕТЫ

10. $126(9 \times 7 \times 2)$
 $\times 87$
 $126 \times 87 = 87 \times 9 \times 7 \times 2 =$
 $783 \times 7 \times 2 = 5481 \times 2 =$
 10962
11. 157
 $\times 33(11 \times 3)$
 $157 \times 33 = 157 \times 11 \times 3 =$
 $1727 \times 3 = 5181$
12. $616(610+6)$
 $\times 37$
 $610 \times 37 = 22570$
 $6 \times 37 = + 222$
 22792
13. 841
 $\times 72(9 \times 8)$
 $841 \times 72 = 841 \times 9 \times 8 =$
 $7569 \times 8 = 60552$
14. $361(360+1)$
 $\times 41$
 $360 \times 41 = 14760$
 $1 \times 41 = + 41$
 14801
15. 218
 $\times 68(70-2)$
 $70 \times 218 = 15260$
 $-2 \times 218 = - 436$
 14824
16. $538(540-2)$ или $538(530+8)$
 $\times 53$
 $540 \times 53 = 28620$
 $-2 \times 53 = - 106$
 28514
- $\times 53$
 $530 \times 53 = 28090$
 $8 \times 53 = + 424$
 28514
17. 817
 $\times 61(60+1)$
 $60 \times 817 = 49020$
 $1 \times 817 = + 817$
 49837
18. 668
 $\times 63(9 \times 7)$
 $668 \times 63 = 668 \times 9 \times 7 =$
 $6012 \times 7 = 42084$
19. $499(500-1)$
 $\times 25$
 $500 \times 25 = 12500$
 $-1 \times 25 = - 25$
 12475
20. 144
 $\times 56(7 \times 8)$
 $144 \times 56 = 144 \times 7 \times 8 =$
 $1008 \times 8 = 8064$

21.
$$\begin{array}{r} 281 \\ \times 44 \quad (11 \times 4) \\ \hline 281 \times 44 = 281 \times 11 \times 4 = \\ 3\ 091 \times 4 = 12\ 364 \end{array}$$
 или
$$\begin{array}{r} 281 \quad (280 + 1) \\ \times 44 \\ \hline 280 \times 44 = 12\ 320 \\ 1 \times 44 = + 44 \\ \hline 12\ 364 \end{array}$$
22.
$$\begin{array}{r} 988 \quad (1000 - 12) \\ \times 22 \\ \hline 1000 \times 22 = 22\ 000 \\ -12 \times 22 = - 264 \\ \hline 21\ 736 \end{array}$$
 23.
$$\begin{array}{r} 383 \\ \times 49 \quad (7 \times 7) \\ \hline 383 \times 49 = 383 \times 7 \times 7 = \\ 2\ 681 \times 7 = 18\ 767 \end{array}$$
24.
$$\begin{array}{r} 589 \quad (600 - 11) \\ \times 87 \\ \hline 600 \times 87 = 52\ 200 \\ 11 \times -87 = - 957 \\ \hline 51\ 243 \end{array}$$
 25.
$$\begin{array}{r} 286 \\ \times 64 \quad (8 \times 8) \\ \hline 286 \times 64 = 286 \times 8 \times 8 = \\ 2\ 288 \times 8 = 18\ 304 \end{array}$$
26.
$$\begin{array}{r} 853 \\ \times 32 \quad (8 \times 4) \\ \hline 853 \times 32 = 853 \times 8 \times 4 = \\ 6\ 824 \times 4 = 27\ 296 \end{array}$$
 27.
$$\begin{array}{r} 878 \\ \times 24 \quad (8 \times 3) \\ \hline 878 \times 24 = 878 \times 8 \times 3 = \\ 7\ 024 \times 3 = 21\ 072 \end{array}$$
28.
$$\begin{array}{r} 423 \quad (47 \times 9) \\ \times 65 \\ \hline 423 \times 65 = 65 \times 47 \times 9 = \\ 3\ 055 \times 9 = 27\ 495 \end{array}$$
 29.
$$\begin{array}{r} 154 \quad (11 \times 14) \\ \times 19 \\ \hline 154 \times 19 = 19 \times 11 \times 14 = \\ 209 \times 7 \times 2 = 1463 \times 2 = \\ 2926 \end{array}$$
30.
$$\begin{array}{r} 834 \quad (800 + 34) \\ \times 34 \\ \hline 800 \times 34 = 27\ 200 \\ 34 \times 34 = + 1\ 156 \\ \hline 28\ 356 \end{array}$$
 31.
$$\begin{array}{r} 545 \\ \times 27 \quad (9 \times 3) \\ \hline 545 \times 27 = 545 \times 9 \times 3 = \\ 4\ 905 \times 3 = 14\ 715 \end{array}$$

3. $58\ 324^2$

$$\begin{array}{r} 324\ (9 \times 6 \times 6) \\ \times \quad 58 \\ \hline \end{array}$$

$$324 \times 58 = 58 \times 9 \times 6 \times 6 = 522 \times 6 \times 6 = 3\ 132 \times 6 = 18\ 792$$

Liver

$$18\ 792 \times 2\ 000 = 37\ 584\ 000$$

$$58\ 000^2 = + 3\ 364\ 000\ 000$$

$$3\ 401\ 584\ 000$$

$$324^2 = + \quad \quad 104\ 976$$

$$3\ 401\ 688\ 976$$

$$\begin{array}{r} +24 \quad 348 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 324^2 \quad 104\ 400\ (348 \times 300) \\ \swarrow \quad \searrow \\ -24 \quad 300 \\ + \quad 576\ (24^2) \\ \hline 104\ 976 \end{array}$$

4. $62\ 457^2$

457

$$\times \quad 62\ (60 + 2)$$

$$60 \times 457 = 27\ 420$$

$$2 \times 457 = + \quad 914$$

Judge off

$$28\ 334 \times 2\ 000 = 56\ 668\ 000$$

56 668 000

$$62\ 000^2 = + 3\ 844\ 000\ 000$$

$$3\ 900\ 668\ 000$$

$$457^2 = + \quad \quad 208\ 849$$

$$3\ 900\ 876\ 849$$

$$\begin{array}{r} +43 \quad 500 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 457^2 \quad 207\ 000\ (500 \times 414) \\ \swarrow \quad \searrow \\ -43 \quad 414 \\ + \quad 1\ 849\ (43^2) \\ \hline 208\ 849 \end{array}$$

5. $89\,854^2$

$$\begin{array}{r}
 854 \\
 \times 89(90-1) \\
 \hline
 90 \times 854 = 76\,860 \\
 -1 \times 854 = -854 \\
 \hline
 76\,006 \times 2\,000 = 152\,012\,000
 \end{array}$$

Stone

$$\begin{array}{r}
 152\,012\,000 \\
 89\,000^2 = +7\,921\,012\,000 \\
 \hline
 8\,073\,012\,000 \\
 854^2 = + \quad 729\,316 \\
 \hline
 8\,073\,741\,316
 \end{array}$$

854^2

$\begin{array}{l} +46 \\ -46 \end{array}$

$\begin{array}{l} 900 \\ 808 \end{array}$

$727\,200 (900 \times 808)$
 $+ 2\,116 (46^2)$
 \hline
 $729\,316$

6. $76\,934^2$

$$\begin{array}{r}
 934(930+4) \\
 \times 76 \\
 \hline
 930 \times 76 = 70\,680 \\
 4 \times 76 = + 304 \\
 \hline
 76\,984 \times 2\,000 = 141\,968\,000
 \end{array}$$

Pie Chief

$$\begin{array}{r}
 141\,968\,000 \\
 76\,000^2 = +5\,776\,000\,000 \\
 \hline
 5\,917\,968\,000 \\
 934^2 = + \quad 872\,356 \\
 \hline
 5\,918\,840\,356
 \end{array}$$

934^2

$\begin{array}{l} +34 \\ -34 \end{array}$

$\begin{array}{l} 968 \\ 900 \end{array}$

$871\,200 (968 \times 900)$
 $+ 1\,156 (34^2)$
 \hline
 $872\,356$

УМНОЖЕНИЕ ТИПА «3 НА 3»

1. $644 (640 + 4)$ или $644 (7 \times 92)$
 $\times \quad 286$ $\times \quad 286$

$640 \times 286 = 183\,040 (8 \times 8 \times 10)$

$4 \times 200 = + \quad 800$

$183\,840$

$4 \times 86 = + \quad 344$

$184\,184$

$684 \times 286 = 286 \times 7 \times 92 =$

$2\,002 \times 92 = 184\,184$

2. $596 (600 - 4)$ 3.

$\times \quad 167$

$600 \times 167 = 100\,200$

$-4 \times 167 = - \quad 668$

$99\,532$

853

$\times \quad 325 (320 + 5)$

$320 \times 853 = 272\,960$

$5 \times 800 = + \quad 4\,000$

$276\,960$

$5 \times 53 = + \quad 265$

$277\,225$

4. $343 (7 \times 7 \times 7)$

$\times \quad 226$

$343 \times 226 = 226 \times 7 \times 7 \times 7 =$

$1\,582 \times 7 \times 7 = 11\,074 \times 7 = 77\,518$

5. $809 (800 + 9)$

$\times \quad 527$

$800 \times 527 = 421\,600$

$9 \times 527 = + \quad 4\,743$

$426\,343$

6. $942 (+42)$

$\times \quad 879 (-21)$

$900 \times 921 = 828\,900$

$-21 \times 42 = - \quad 882$

$828\,018$

ОТВЕТЫ

$$\begin{array}{r}
 7. \qquad \qquad \qquad 692 (+8) \\
 \qquad \qquad \qquad \times \underline{644 (-56)} \\
 700 \times 636 = 445\,200 \\
 (-8) \times (-56) = + \underline{448} \\
 \qquad \qquad \qquad 445\,648
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8. \qquad \qquad \qquad 446 \\
 \qquad \qquad \qquad \times \underline{176 (11 \times 8 \times 2)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 446 \times 176 &= 446 \times 11 \times 8 \times 2 = \\
 4\,906 \times 8 \times 2 &= 39\,248 \times 2 = 78\,496
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 9. \qquad \qquad \qquad 658 (47 \times 7 \times 2) \\
 \qquad \qquad \qquad \times \underline{468 (52 \times 9)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 658 \times 468 &= 52 \times 47 \times 9 \times 7 \times 2 = \\
 2\,444 \times 9 \times 7 \times 2 &= 21\,996 \times 7 \times 2 = \\
 153\,972 \times 2 &= 307\,944
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 10. \qquad \qquad 273 (91 \times 3) \\
 \qquad \qquad \times \underline{138 (46 \times 3)}
 \end{array}$$

$$273 \times 138 = 91 \times 46 \times 9 = 4\,186 \times 9 = 37\,674$$

$$\begin{array}{r}
 11. \qquad \qquad \qquad 824 \\
 \qquad \qquad \qquad \times \underline{206 (412^2)} \\
 400 \times 424 = 169\,600 \\
 12 \times 12 = + \underline{144} \\
 \qquad \qquad \qquad 169\,744
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12. \qquad 642 (107 \times 6) \\
 \qquad \times \underline{249 (83 \times 3)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 642 \times 249 &= 107 \times 83 \times 18 = 8\,881 \times 9 \times 2 = \\
 79\,929 \times 2 &= 159\,858
 \end{aligned}$$

13. **783 (87 × 9)**

$$\times \underline{589}$$

$$783 \times 589 = 589 \times 87 \times 9 = 51\,243 \times 9 = 461\,187$$

14. **871 (-29)**

$$\times \underline{926 (+26)}$$

$$900 \times 897 = 807\,300$$

$$-29 \times 26 = -\underline{754}$$

$$806\,546$$

15. **341**

$$\times \underline{715}$$

$$7 \times 341 = 2\,387$$

$$3 \times 15 = +\underline{45}$$

$$2\,432 \times 100 = 243\,200$$

$$41 \times 15 = +\underline{615}$$

$$243\,815$$

16. **417**

$$\times \underline{298 (300 - 2)}$$

$$300 \times 417 = 125\,100$$

$$-2 \times 417 = -\underline{834}$$

$$124\,266$$

17. **557**

$$\times \underline{756 (9 \times 84)}$$

$$557 \times 756 = 557 \times 9 \times 84 = 5\,013 \times 7 \times 6 \times 2 =$$

$$35\,091 \times 6 \times 2 = 210\,546 \times 2 = 421\,092$$

18. **976 (1000 - 24)**

$$\times \underline{878}$$

$$878 \times 1\,000 = 878\,000$$

$$-878 \times 24 = -\underline{21\,072}$$

$$856\,928$$

19. 765

$$\times \underline{350} \quad (7 \times 5 \times 10)$$

$$765 \times 350 = 765 \times 7 \times 5 \times 10 = 5\,355 \times 5 \times 10 = \\ 26\,775 \times 10 = 267\,750$$

20. 154 (11 × 14)

$$\times \underline{423} \quad (47 \times 9)$$

$$154 \times 423 = 47 \times 11 \times 9 \times 14 = 517 \times 9 \times 7 \times 2 = \\ 4\,653 \times 2 \times 7 = 9\,306 \times 7 = 65\,142$$

21. 545 (109 × 5)

$$\times \underline{834}$$

$$100 \times 834 = 83\,400$$

$$9 \times 834 = \underline{+ 7\,506}$$

$$90\,906 \times 5 = 454\,530$$

22. 216 (6 × 6 × 6)

$$\times \underline{653}$$

$$216 \times 653 = 653 \times 6 \times 6 \times 6 =$$

$$3\,918 \times 6 \times 6 = 23\,508 \times 6 = 141\,048$$

23. 393 (400 - 7)

$$\times \underline{822}$$

$$400 \times 822 = 328\,800$$

$$-7 \times 822 = \underline{- 5\,754}$$

$$323\,046$$

УМНОЖЕНИЕ ТИПА «5 НА 5»

1. 65 154

× 19 423

Neck ripple

$$423 \times 65 = 27\,495$$

$$154 \times 19 = + 2\,926$$

Mouse round

$$30\,421 \times 1\,000 = 30\,421\,000$$

$$65 \times 19 \times 1 \text{ МИЛЛИОН} = + 1\,235\,000\,000$$

$$1\,265\,421\,000$$

$$154 \times 423 = + 65\,142$$

$$1\,265\,486\,142$$

2. 34 545

× 27 834

Knife mulch

$$834 \times 34 = 28\,356$$

$$545 \times 27 = + 14\,715$$

Room scout

$$43\,071 \times 1\,000 = 43\,071\,000$$

$$34 \times 27 \times 1 \text{ МИЛЛИОН} = + 918\,000\,000$$

$$961\,071\,000$$

$$834 \times 545 = + 454\,530$$

$$961\,525\,530$$

3. 69 216

× 78 653

Roll silk

$$653 \times 69 = 45\,057$$

$$216 \times 78 = + 16\,848$$

Shoot busily

$$61\,905 \times 1\,000 = 61\,905\,000$$

$$69 \times 78 \times 1 \text{ МИЛЛИОН} = + 5\,382\,000\,000$$

$$5\,443\,905\,000$$

$$216 \times 653 = + 141\,048$$

$$5\,444\,046\,048$$

4. 95 393

× 81 822

Cave soups

$$822 \times 95 = 78\,090$$

$$393 \times 81 = \underline{+31\,833}$$

Toss-up Panama

$$109\,923 \times 1\,000 = 109\,923\,000$$

$$95 \times 81 \times 1 \text{ миллион} = \underline{+7\,804\,000\,000}$$

$$7\,804\,923\,000$$

$$393 \times 822 = \underline{+323\,046}$$

$$7\,805\,246\,046$$

Глава 9. Искусство математической магии

ДЕНЬ ДЛЯ ЛЮБОЙ ДАТЫ

1. 19 января 2007 — пятница: $6 + 19 + 1 = 26$; $26 - 21 = 5$.
2. 14 февраля 2012 — вторник: $1 + 14 + 1 = 16$; $16 - 14 = 2$.
3. 20 июня 1993 — воскресенье: $3 + 5 + 20 = 28$; $28 - 28 = 0$.
4. 1 сентября 1983 — четверг: $4 + 1 + 6 = 11$; $11 - 7 = 4$.
5. 8 сентября 1954 — среда: $4 + 8 + 5 = 17$; $17 - 14 = 3$.
6. 19 ноября 1863 — четверг: $2 + 19 + 4 = 25$; $25 - 21 = 4$.
7. 4 июля 1776 — четверг: $5 + 4 + 2 = 11$; $11 - 7 = 4$.
8. 22 февраля 2222 — пятница: $2 + 22 + 2 = 26$; $26 - 21 = 5$.
9. 31 июня 2468 — такого дня не существует (в июне только 30 дней!). Но 30 июня 2468 — суббота, поэтому следующий день воскресенье.
10. 1 января 2358 — среда: $6 + 1 + 3 = 10$; $10 - 7 = 3$.

Библиография

БЫСТРЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ*

- Катлер Э., Мак-Шейн Р. Система быстрого счета по Трахтенбергу. М.: Просвещение, 1967.
- Devi, Shakuntala. Figuring: The Joys of Numbers. New York: Basic Books, 1964.
- Doerfler, Ronald W. Dead Reckoning: Calculating Without Instruments. Houston: Gulf Publishing Company, 1993.
- Flansburg, Scott, and Victoria Hay. Math Magic. New York: William Morrow and Co., 1993.
- Хэндли Б. Считать в уме как компьютер. Минск : «Попурри», 2006.
- Julius, Edward H. Rapid Math Tricks and Tips: 30 Days to Number Power. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- Lucas, Jerry. Becoming a Mental Math Wizard. Crozet, Virginia: Shoe Tree Press, 1991.
- Menninger, K. Calculator's Cunning. New York: Basic Books, 1964.

* В разделе библиографии собраны книги известных молниеносных вычислителей (по терминологии данной книги). Сведения о самих молниеносных вычислителях можно найти в книге *Степанов О. Люди-счетчики (Правда и вымыслы)* (2002), адрес сайта, на котором доступна эта книга: <http://www.klex.ru/fl> и на сайте <http://xage.ru/samyie-izvestnyie-lyudi-schetchiki/>. *Прим. ред.*

Библиография

- Smith, Steven B. *The Great Mental Calculators: The Psychology, Methods, and Lives of Calculating Prodigies, Past and Present.* New York: Columbia University Press, 1983.
- Sticker, Henry. *How to Calculate Quickly.* New York: Dover, 1955.
- Stoddard, Edward. *Speed Mathematics Simplified.* New York: Dover, 1994.
- Tirtha, Jagadguru Swami Bharati Krishna, Shankaracharya of Govardhana Pitha. *Vedic Mathematics or "Sixteen Simple Mathematical Formulae from the Vedas."* Banaras, India: Hindu University Press, 1965.

ПАМЯТЬ*

- Lorayne, Harry, and Jerry Lucas. *The Memory Book.* New York: Ballantine Books, 1974**.
- Sanstrom, Robert. *The Ultimate Memory Book.* Los Angeles: Stepping Stone Books, 1990.

* См. также книги на русском языке по развитию памяти и мнемонике: *Фоер Дж. Эйнштейн гуляет по Луне. Наука и искусство запоминания.* М.: «Альпина паблишер», 2013; *Лурия А. Маленькая книжка о большой памяти. Ум мнемониста.* М.: Изд-во МГУ, 1968; *Степанов О. Мнемоника (Правда и вымысел).* 1997, адрес сайта, на котором доступна эта книга: <http://www.koob.ru/stepanov/>. Этой тематике также посвящены два сайта: сайт «Мнемоника.ру. Развитие памяти и внимания в сети»: <http://www.mnemonica.ru/>; сайт «Тренировка памяти: развитие и улучшение, методики и техники»: <http://www.remember-all.ru/>. *Прим. ред.*

** См. также другие книги автора: *Лорейн Г. Развитие памяти и способности концентрироваться.* Минск : Попурри, 2008; *Лорейн Г. Суперпамять. Развитие феноменальной памяти.* М.: Эксмо, 2009; *Лорейн Г. Как тренировать память.* Минск : Попурри, 2010. *Прим. ред.*

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА*

Гарднер М. Математические чудеса и тайны. Математические фокусы и головоломки. М.: Наука, 1978.)

Гарднер М. Математические головоломки и развлечения (2-е издание). М. : Мир, 1999.

Гарднер М. Математические досуги. М.: Мир, 1972.

Гарднер М. Математические новеллы. М.: Мир, 1974.**

Huff, Darrell. How to Lie with Statistics. New York: Norton, 1954.***

* «Классическая» книга, недавно переизданная, по занимательной математике: *Перельман Я. И.* Веселые задачи. — М.: Астрель, АСТ, Транзиткнига, 2003. Еще одна книга по этой тематике: *Гамов Г., Стерн М.* Занимательная математика. Ижевск: Изд-во Удмуртского ун-та, 1999.

** В этом разделе даны ссылки на 44 книги Мартина Гарднера. На русском языке изданы 177 его книг. Приведем список нескольких из них, которые относятся к теме занимательной математики. *Гарднер М.* А ну-ка, догадайся! М.: Мир, 1984. *Мартин Гарднер.* Крестики-нолики. М.: Мир, 1988; *Гарднер М.* Классические головоломки. М.: АСТ, Астрель, 2007; *Гарднер М.* Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. М.: АСТ, Астрель, 2008; *Гарднер М.* Лучшие математические игры и головоломки, или самый настоящий математический цирк. М.: АСТ, Астрель, 2009; *Гарднер М.* 10000 развивающих головоломок, математических загадок и ребусов для детей и взрослых. М.: АСТ, Астрель, 2010; *Гарднер М.* Когда ты была рыбой, головастиком — я... и другие размышления о всякой всячине. М. : КоЛибри, 2010. *Прим. ред.*

*** Несмотря на огромное количество ссылок на эту знаменитую книгу в русскоязычной научной и околонушной литературе, ее перевод появился только в 1991 году под странным названием «Как лежать со статистикой» в издательстве «Пингвин-бизнес» и только в электронном варианте в формате PDF. Адрес сайта, где можно купить эту книгу: <http://ru.aliexpress.com/item/EBOOK-PDF-How-to-Lie-with-Statistics-Penguin-Business-Darrell-Huff/1781086441.html>. *Прим. ред.*

Библиография

Paulos, John Allen. *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and Its Consequences*. New York: Hill and Wang, 1988.

Stewart, Ian. *Game, Set, and Math: Enigmas and Conundrums*. New York: Penguin Books, 1989.

«ВЫСШАЯ» МАТЕМАТИКА (ОТ АРТУРА БЕНДЖАМИНА)

Benjamin, Arthur T., and Jennifer J. Quinn. *Proofs That Really Count: The Art of Combinatorial Proof*. Washington: Mathematical Association of America, 2003.

Benjamin, Arthur T., and Kan Yasuda. “Magic ‘Squares’ Indeed!” *The American Mathematical Monthly* 106, no. 2 (February 1999): 152–56.

От авторов

Авторы хотели бы поблагодарить Стива Росса и Кэти МакХью из Random House за помощь при написании этой книги. Огромное спасибо Наталье Сент-Клер за выбор первоначального проекта (частично поддержанного грантом Фонда Меллона).

Артур Бенджамин особо хочет отметить тех, кто вдохновил его стать математиком и волшебником: психолога Уильяма Чейза, иллюзионистов и магов Павла Гертнера и Джеймса Рэнди и математиков Алана Голдмана и Эдварда Шейнермана. Наконец, спасибо всем коллегам и студентам колледжа Harvey Mudd, а также моей жене Дине и дочерям Лорел и Ариэль за то, что постоянно вдохновляют меня.

Об авторах

Артур Бенджамин — профессор математики в колледже Harvey Mudd города Клермонт. Получил докторскую степень математических наук в университете Джонса Хопкинса в 1989 году. В 2000 году Математическая ассоциация Америки присудила ему премию Наимо за выдающиеся успехи в преподавании. Он также профессиональный математик и часто выступает в «Волшебном замке» в Голливуде. Доктор Бенджамин демонстрировал и объяснял свои вычислительные таланты зрителям по всему миру. В 2005 году Reader's Digest назвал его America's Best Math Whiz (вольный перевод: «лучший американский математик-ученый»).

Майкл Шермер — редактор и ведущий рубрики журнала Scientific American, издатель журнала Skeptic (www.skeptic.com), исполнительный директор Сообщества скептиков и руководитель курса публичных научных лекций Калтеха. Он автор многочисленных научных книг, в том числе Why People Believe Weird Things («Почему люди верят фантастическим вещам»), How We Believe («Как мы верим»), The Science of Good and Evil («Наука добра и зла»), The Borderlands of Science («Пограничные области науки») и Science Friction («Научные противоречия»).

Максимально полезные книги от издательства «Манн, Иванов и Фербер»

Заходите в гости: <http://www.mann-ivanov-ferber.ru/>

Наш блог: <http://blog.mann-ivanov-ferber.ru/>

Мы в Facebook: <http://www.facebook.com/mifbooks>

Мы ВКонтакте: <http://vk.com/mifbooks>

Предложите нам книгу:

<http://www.mann-ivanov-ferber.ru/about/predlojite-nam-knigu/>

Ищем правильных коллег:

<http://www.mann-ivanov-ferber.ru/about/job/>

Научно-популярное издание

Артур **Бенджамин**, Майкл **Шермер**

Магия чисел

Ментальные вычисления в уме
и другие математические фокусы

Главный редактор *Артем Степанов*

Ответственный редактор *Наталья Шульпина*

Арт-директор *Алексей Богомолов*

Литературный редактор *Татьяна Сквородникова*

Дизайнер *Сергей Хозин*

Верстка *Лариса Чернокозинская*

Корректоры *Юлия Жандарова, Екатерина Лебедева*