

В. И. ГЛИЗБУРГ

# Алгебра и начала анализа

10

ПРОФИЛЬНЫЙ  
УРОВЕНЬ



## Контрольные работы



**В. И. ГЛИЗБУРГ**

Глазбург  
и начала с Наличия

# Контрольные работы

для            класса  
общеобразовательных учреждений

(профильный уровень)

Под редакцией А. Г. Мордковича



Москва 2007

УДК 373.167.1:[512+517]  
ББК 22.14я721+22.161я721.6  
Г54



Глизбург В. И.

Г54 Алгебра и начала анализа. Контрольные работы для 10 класса общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / В. И. Глизбург ; под ред. А. Г. Мордковича. — М. : Мнемозина, 2007. — 62 с. : ил.

ISBN 978-5-346-00859-0

В пособии приведено примерное тематическое планирование курса алгебры и начал анализа для 10 класса (профильного уровня) и контрольные работы в шести вариантах по всем темам курса. Каждая работа имеет три уровня сложности.

УДК 373.167.1:[512+517]  
ББК 22.14я721+22.161я721.6

ISBN 978-5-346-00859-0

© «Мнемозина», 2007  
© Оформление. «Мнемозина», 2007  
Все права защищены

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Издательство «Мнемозина» опубликовало учебный комплект для изучения в 10 классе профильной старшей школы курса алгебры и начал анализа, состоящий из двух книг:

А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра и начала анализа, 10. Часть 1. Учебник.

А. Г. Мордкович и др. Алгебра и начала анализа, 10. Часть 2. Задачник.

В 2007 году выходят из печати два методических пособия в поддержку указанного комплекта: книга для учителя и сборник контрольных работ — эта книга как раз и находится у вас в руках.

Пособие содержит примерное тематическое планирование курса в трех вариантах — из расчета 4, 5, 6 часов в неделю на изучение курса алгебры и начал анализа в 10 классе профильной школы. Оно составлено в полном соответствии с названиями параграфов из упомянутого выше учебного комплекта с указанием времени проведения той или иной контрольной работы. Каждая из девяти контрольных работ составлена в шести вариантах. Задумка автора состояла в следующем: первый и второй варианты ориентированы на классы с недельной нагрузкой 4 ч, третий и четвертый варианты — 5 ч, пятый и шестой варианты — 6 ч. Выбор вариантов для проведения контрольной работы, равно как количество выбранных вариантов, — дело учителя. Этот выбор зависит и от того количества часов в неделю, которыми располагает педагог, и от уровня подготовленности класса.

Каждый вариант контрольной работы выстроен по одной схеме: задания базового (обязательного) уровня — до первой черты, задания уровня выше среднего — между первой и второй чертой, задания повышенной сложности — после второй черты. Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение заданий до первой черты — оценка 3; за успешное выполнение заданий базового уровня и одного дополнительного (после первой или после второй черты) — оценка 4; за успешное выполнение заданий трех уровней — оценка 5. При этом оценку не рекомендуется снижать за одно неверное решение в первой части работы (допустимый люфт).

Если какая-либо контрольная работа представляется вам чрезвычайно сложной или, напротив, чрезвычайно простой для вашего класса, внесите соответствующие корректизы, но при этом постарайтесь сохранить саму концепцию контрольной работы.

# **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)**

## **Вариант 1**

1. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
  2. Запишите периодическую дробь 0,(87) в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $\sqrt{3} + \sqrt{15}$  и  $3\sqrt{2}$ .
  4. Решите уравнение  $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$ .
- 
5. Решите неравенство  $|x^2 - 8| \leqslant 2x$ .
- 
6. Постройте график функции  $y = |-2 - |x + 5||$ .

# **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)**

## **Вариант 2**

1. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
  2. Запишите периодическую дробь 0,(35) в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $\sqrt{17} + \sqrt{2}$  и  $\sqrt{19}$ .
  4. Решите уравнение  $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$ .
- 
5. Решите неравенство  $|x^2 - 10| > 9x$ .
- 
6. Постройте график функции  $y = |1 - |x + 3||$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)

## Вариант 3

1. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
2. Запишите периодическую дробь 0,21(8) в виде обыкновенной дроби.
3. Расположите следующие числа в порядке возрастания:  
 $-\sqrt{19}$ ;  $-2\pi$ ;  $-\sqrt{2} - \sqrt{17}$ .
4. Решите уравнение  $x^2 + 4x = 4 + 2|x + 2|$ .

---

5. Найдите все двузначные нечетные делители числа 2184.

---

6. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)

## Вариант 4

1. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
  2. Запишите периодическую дробь 2,35(7) в виде обыкновенной дроби.
  3. Расположите следующие числа в порядке убывания:  
 $-\sqrt{17}$ ;  $-1,5\pi$ ;  $-\sqrt{2} - \sqrt{15}$ .
  4. Решите уравнение  $x^2 + 34 = 12x + |x - 6|$ .
- 
5. Найдите все двузначные четные делители числа 2772.
  6. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ .

# **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)**

## **Вариант 5**

1. Докажите, что если натуральное число не делится на 3, то его квадрат, уменьшенный на 1, делится на 3.
  2. Запишите периодическую дробь  $23,5(12)$  в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $-3 - 2\sqrt{2}$  и  $-\sqrt{34}$ .
  4. Решите уравнение  $|3 - x| - 1 = |x - 2|$ .
- 
5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $(a + 2)(b + 2)(a + b) \geq 16ab$ .
  6. Для каждого значения параметра  $a$  определите число корней уравнения  $|x^2 - 2x - 3| = a$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)

## Вариант 6

1. Докажите, что квадрат любого натурального числа, увеличенный на 1, не делится на 3.
  2. Запишите периодическую дробь  $7,1(13)$  в виде обыкновенной дроби.
  3. Сравните числа  $-3 - \sqrt{10}$  и  $-\sqrt{38}$ .
  4. Решите уравнение  $|2 - x| = |x - 1| + 1$ .
- 
5. Докажите, что для любых положительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $\left(\frac{1}{a} + 3\right)\left(\frac{1}{b} + 3\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geqslant \frac{24}{ab}$ .

---

  6. Для каждого значения параметра  $a$  определите число корней уравнения  $|x| - 6| = x + a$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 1

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-2; 1; 5; \frac{\pi}{3}$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = 3|x| - x^2$  на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 3$ . Известно, что  $f(x) = 2 - x$ , если  $0 < x \leq 3$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — открытый луч  $(-\infty; 0)$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbb{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = x^2 + 5$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{71 \cdot 76}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 2

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ -4, & 2 < x \leq 5; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1, \\ x + 1, & 1 < x < 4? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-3; 2; 6; \frac{2\pi}{3}$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = \sqrt{x - 2} + x^3$  на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 2x + 4$ , если  $-3 < x \leq -1$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, область определения которой — луч  $(-\infty; 0]$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbb{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = 3 - x^2$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 25} + \dots + \frac{1}{91 \cdot 97}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 3

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1 + (x - 1)^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & x \geq 2; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x \leq -1, \\ x + 2, & x \geq -1? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-1; 0; 10; 1 + \sqrt{2}$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x^2|x^3| + x^4$  на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что  $f(x) = 3 - x^2$ , если  $-2 < x \leq 2$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \geq 0$ , кроме  $x = 2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f(|x - 2|) = f(|x + 4|)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = -2 - (x + 1)^2$ ,  $x \leq -1$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in N$  справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3).$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 4

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} x - 3, & x \leq 1, \\ -x^2, & 1 \leq x < 3; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x \leq -1, \\ \sqrt{x + 1}, & -1 < x \leq 0, \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-0,75; 0; 3; \frac{\sqrt{7}}{2}$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 1 - |x|$ , если  $-1 < x \leq 1$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \leq 0$ , кроме  $x = -2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbb{R}$ . Решите неравенство  $f(|2x - 3|) = f(|x + 2|)$ .

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = -1 - (x + 2)^2$ ,  $x \leq -2$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbb{N}$  справедливо равенство

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) &= \\ &= \frac{1}{5} n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4). \end{aligned}$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 5

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} -2x, & -3 \leq x \leq 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -x + 2, & -4 \leq x \leq 3, \\ \sqrt{x - 2}, & x \geq 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $\frac{\sqrt{3}}{2}; 1; -3,5$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = \frac{x}{|x|} + x^3 + x^2$  на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что  $y = \sqrt{x}$ , если  $0 \leq x < 4$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , у которой  $E(f) = \{-2; 2\}$ , и постройте ее график.

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $R$ . Решите неравенство  $f(|x^2 - 3x + 15|) > f(|x^2 - x|)$ .

- 
6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{4x - 5}{2x + 4}$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.
- 

7. Докажите, что для любого  $n \in N$  справедливо равенство

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (2 часа)

### Вариант 6

1. Задает ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -2 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & 1 \leq x; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x+14}, & 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-1; \frac{\sqrt{10}}{2}; 7$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x|x| + x^3$  на четность.

3.  $y = f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что  $y = -\sqrt{x}$ , если  $0 < x \leq 4$ .

а) Постройте график функции.

б) Найдите нули функции.

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , у которой  $E(f) = [2; +\infty)$ , и постройте ее график.

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbb{R}$ . Решите неравенство  $f(|x - 6|) > f(|x^2 - 5x + 9|)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{2x - 4}{x + 1}$ . Постройте на одном чертеже графики данной и полученной функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in N$  справедливо равенство  $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 1

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ , точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2(0; -1)$ ,  $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?
  2. Вычислите:  $\sin \frac{13\pi}{6}$ ;  $\cos (405^\circ)$ ;  $\operatorname{tg} \left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$ .
  3. Вычислите  $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$ ,  $\sin(t + 2\pi)$ ,  $\operatorname{tg}(t - \pi)$ , если  $\cos(t + 2\pi) = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .
  4. Решите неравенство: а)  $\cos t > \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin t \leqslant \frac{1}{2}$ .
  5. Постройте график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ .
  6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 + |\sin x|$ .
- 
7. Сравните числа  $a = \cos 6$ ,  $b = \cos 7$ .

---

  8. Решите неравенство  $|x - 2\pi| \leqslant \cos x - 1$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

## Вариант 2

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$ ,  
 $P_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ , точки  $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_2(0; 1)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  
 $M_4\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin 420^\circ$ ;  $\cos \frac{11\pi}{6}$ ;  $\operatorname{tg} \frac{31\pi}{3}$ ;  $\operatorname{ctg} (-330^\circ)$ .
3. Вычислите:  $\cos(t - 2\pi)$ ,  $\operatorname{ctg}(-t)$ ,  $\sin(4\pi - t)$ , если  $\operatorname{tg} t = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  
 $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + \operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = x^2 + \sin x$ .

---

7. Сравните числа  $a = \sin 7,5$ ,  $b = \cos 7,5$ .

---

8. Решите неравенство  $\sin x \geq \left|x - \frac{\pi}{2}\right| + 1$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

## Вариант 3

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ , точки  $M_1(1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin 315^\circ$ ;  $\cos \frac{7\pi}{3}$ ;  $\operatorname{tg} \left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ ;  $\operatorname{ctg} \frac{29\pi}{2}$ .
3. Вычислите:  
 $\cos(t - 2\pi)$ ,  $\sin(-t + 4\pi)$ ,  $\operatorname{tg}(t - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}(t + \pi) = 3$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \cos x + |\operatorname{ctg} x|$ ; б)  $y = x^3 + x^5 + \sin 2x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  
 $\cos 7,5$ ,  $\sin 6$ ,  $\cos 6$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $|\sin x| = -x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

## Вариант 4

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ ,  $P_2(\pi)$ , точки  $M_1(1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $M_3(-1; 0)$ ,  $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin\left(-\frac{49\pi}{2}\right)$ ;  $\cos\left(-\frac{19\pi}{2}\right)$ ;  $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}$ ;  $\operatorname{ctg}225^\circ$ .
3. Вычислите:  
 $\cos(t + 4\pi)$ ,  $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$ ,  $\operatorname{tg}(-t)$ , если  $\sin(t + 2\pi) = -\frac{3}{\pi}$ ,  $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\cos t > -\frac{1}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin 2x + \cos x$ ; б)  $y = \frac{x^4}{3} + \sin x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  
 $\cos 3$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 3$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\cos x = x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

## Вариант 5

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{9\pi}{4}\right)$ , точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_4(0; 1)$ ?
2. Вычислите:  $\sin \frac{5\pi}{3}$ ;  $\cos 420^\circ$ ;  $\operatorname{tg} \left(-\frac{9\pi}{4}\right)$ ;  $\operatorname{ctg} \frac{34\pi}{3}$ .
3. Вычислите:  $\cos(t + 6\pi)$ ,  $\operatorname{tg}(t - 3\pi)$ ,  $\sin(-t)$ , если  $\operatorname{ctg}^2 t = \frac{4}{9}$ ,  
 $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$ .
4. Решите неравенство: а)  $\cos t \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\sin 2t > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = -\cos\left(-\frac{\pi}{4} + x\right) + 2$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = |\operatorname{tg} x| + \cos x$ ; б)  $y = \frac{\cos x}{x} + \sin 3x + x^3$ .

---

7. Расположите в порядке убывания следующие числа:  
 $\cos 10$ ,  $\sin 10$ ,  $\cos 11$ ,  $\sin 11$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  неравенство  
$$a - |\cos x| \geqslant \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$
имеет единственное решение? Найдите это решение.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

### Вариант 6

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1P_2$ , где  $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ ,  $P_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ , точки  $M_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  
 $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4(-1; 0)$ ?
2. Вычислите:  $\sin 315^\circ$ ;  $\cos \frac{5\pi}{3}$ ;  $\operatorname{tg}(-240^\circ)$ ;  $\operatorname{ctg}\left(-\frac{40\pi}{3}\right)$ .
3. Вычислите:  $\cos(t - 4\pi)$ ,  $\operatorname{ctg}(t + 3\pi)$ ,  $\sin(-t + 2\pi)$ , если  $\operatorname{tg}^2 t = 49$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos 3t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = |\sin x| + \cos x$ ; б)  $y = \operatorname{tg} x + x^3 + 5$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  
 $\cos 5$ ,  $\sin 5$ ,  $\cos 4$ ,  $\sin 4$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  неравенство  
 $|\sin x| \leqslant -x^2 + a$   
имеет единственное решение? Найдите это решение.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 1

1. Вычислите:

a)  $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right);$

б)  $\sin \left( 4 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right).$

2. Постройте график функции  $y = 2 \sin 3x$ .

3. Решите уравнение:

a)  $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0;$

б)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$

4. Найдите корни уравнения  $\sin \left( 3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; \pi]$ .

5. Постройте график функции  $y = \arcsin(x+1) - 1$ .

6. Решите систему неравенств:

a) 
$$\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$$
 б) 
$$\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$$

7. Решите уравнение  $\arcsin(3x^2 - 1) = \arcsin(10x - 4)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 2

1. Вычислите:

a)  $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right);$

б)  $\sin \left(2 \arccos \frac{1}{2} + 3 \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right).$

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$ .

3. Решите уравнение:

a)  $2 \sin x - 3 \cos^2 x + 2 = 0;$

б)  $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0.$

4. Найдите корни уравнения  $\cos \left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi]$ .

5. Постройте график функции  $y = \arccos(x - 1) + 1$ .

6. Решите систему неравенств:

a)  $\begin{cases} \sin x \leq 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

7. Решите уравнение  $\arccos(2x^2 - 1) = \arccos(3x + 1)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 3

1. Вычислите:

a)  $\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$

б)  $\operatorname{tg}\left(5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}x$ .

3. Решите уравнение:

a)  $3 \sin^2 2x + 2 \sin 2x - 1 = 0;$

б)  $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi]$ .

5. Постройте график функции  $y = 2 \arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$ .

6. Решите систему неравенств:

a) 
$$\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x > -\frac{1}{7}; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \operatorname{ctg} x > -1, \\ \cos x \leq \frac{3}{5}. \end{cases}$$

7. Решите уравнение  $\arcsin \sqrt{x-5} = \arcsin(3 - \sqrt{10-x})$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 4

1. Вычислите:

a)  $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right);$

б)  $\operatorname{ctg}\left(2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right).$

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{3}x.$

3. Решите уравнение:

a)  $6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0;$

б)  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$

4. Найдите корни уравнения  $\cos\left(\frac{4x}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},$  принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi].$

5. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3} \arccos(x + 1).$

---

6. Решите систему неравенств:

a) 
$$\begin{cases} \cos x \leq \frac{1}{2}, \\ \sin x > -\frac{2}{3}; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}, \\ \sin x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

---

7. Решите уравнение  $\arccos \sqrt{4 - x} = \arccos(3 - \sqrt{5 + x}).$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 5

1. Вычислите:

а)  $2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2};$

б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} \operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{3}}{3} - 3 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right).$

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3} \sin 3\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1.$

3. Решите уравнение:

а)  $4 \sin^2 x + \cos x - \frac{7}{2} = 0;$

б)  $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2; 9].$

5. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x - 1).$

---

6. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \sin x \geq \frac{1}{3}, \\ \cos x < \frac{7}{8}; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x > 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin 3x = \arccos 4x.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (2 часа)

## Вариант 6

1. Вычислите:

a)  $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin \frac{1}{2};$

б)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right).$

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1.$

3. Решите уравнение:

a)  $3 \cos^2 x + \frac{1}{2} \sin x = 2;$

б)  $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2.$

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-8; 12).$

5. Постройте график функции  $y = 2 \operatorname{arcctg}(x + 1).$

6. Решите систему неравенств:

a) 
$$\begin{cases} \sin x < \frac{2}{3}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{3}; \end{cases}$$
 б) 
$$\begin{cases} \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} \geq 2. \end{cases}$$

7. Решите уравнение  $\arcsin x = \arccos \sqrt{1 - x}.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 1

1. Докажите тождество:

a)  $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x;$

б)  $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x.$

2. Упростите выражение  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}.$

3. Вычислите  $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,9.$

4. Найдите  $\cos^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$ , принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right].$

6. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3};$

б)  $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.$

---

7. Вычислите  $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right).$

---

8. Решите уравнение  $5 \sin 2x - 11 (\sin x + \cos x) + 7 = 0.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 2

1. Докажите тождество:

a)  $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x;$

б)  $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{21x}{2}.$

2. Упростите выражение  $1 + \frac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)}.$

3. Вычислите  $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x$ , если  $\sin x + \cos x = \sqrt{0,6}$ .

4. Найдите  $\sin^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x$ , принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2};$

б)  $1 - \cos \frac{x}{2} = \operatorname{tg} \frac{x}{4}.$

---

7. Вычислите  $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + \operatorname{arcctg}(-1)\right).$

---

8. Решите уравнение  $-5 \sin 2x - 16 (\sin x - \cos x) + 8 = 0.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 3

1. Докажите тождество:

a)  $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2};$

б)  $\cos 2x - \cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = -4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{7x}{2} \sin x.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите  $2 \sin 3x \sin 2x + \cos 5x$ , если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите  $\operatorname{ctg}\left(2\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right)$ , если  $\sin x = -\frac{15}{17}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 5x + \sin x = \sqrt{3} \cos 2x$ , принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3};$

б)  $\sin 2x + 2 \operatorname{ctg} x = 3.$

---

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2} - \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right).$

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 2 \sin 4x} = -\sqrt{6} \cos 2x.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 4

1. Докажите тождество:

a)  $\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x \cos 2x - 1 = -\operatorname{tg}^2 x;$

б)  $\sin 4x - \sin 5x - \sin 6x + \sin 7x = -4 \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{11x}{2}.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите  $2 \cos 3x \cos 4x - \cos 7x$ , если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,8}.$

4. Найдите  $\operatorname{tg} 2x$ , если  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{12}{13}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\cos 5x - \cos 9x + \sqrt{3} \sin 2x = 0$ ,  
принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right].$

6. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1;$

б)  $\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2.$

---

7. Вычислите  $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right).$

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 3 \sin 6x} = -2\sqrt{2} \cos 3x.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 5

1. Докажите тождество:

a)  $\frac{1 + \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} = \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$

б)  $\frac{\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x} = \operatorname{ctg} 4x.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{5\pi}{4}\right) \cdot 2 \sin^2\left(x + \frac{5\pi}{4}\right).$

3. Вычислите  $2 \cos 5x \sin 7x - \sin 12x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,4$ .

4. Найдите  $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{2}$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\cos 8x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = 3 \sin(4\pi + 5x)$ , принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

6. Решите уравнение:

а)  $2 \sin x = 2 \cos x + \sqrt{6};$

б)  $2 + \cos x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$

---

7. Вычислите  $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right) + \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right).$

---

8. Решите уравнение  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (2 часа)

## Вариант 6

1. Докажите тождество:

a)  $\frac{1 + 2 \cos x + \cos 2x}{1 + \cos 2x - 2 \cos x} = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2};$

б)  $\frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x} = \operatorname{tg} 3x.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{ctg} \left( \frac{3x}{2} + \frac{5\pi}{4} \right) \cdot (1 - \sin(3x - \pi)).$

3. Вычислите  $2 \sin 11x \cos 13x - \sin 24x$ , если  $\sin x + \cos x = 0,3$ .

4. Найдите  $\cos \left( \frac{x}{2} - 4\pi \right)$ , если  $\operatorname{ctg} \left( \frac{5\pi}{2} + x \right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $x \in \left( \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x + \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right) = 3 \sin 5x$ ,

принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$ .

6. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{2} \sin x = 2 - \sqrt{2} \cos x;$

б)  $\sin 4x - 2 = \operatorname{tg}(3\pi - 2x).$

---

7. Вычислите  $\sin \left( \operatorname{arcctg} \left( -\frac{4}{3} \right) + \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right).$

---

8. Решите уравнение  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{8} \cos 15x.$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 1

1. Вычислите:

a)  $(5 + i)(-2 + 3i)$ ;      б)  $\frac{4i}{1+i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

- а) середину отрезка, соединяющего точки  $1 + 2i$  и  $3 + 2i$ ;  
б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \leq 3$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $6 - 6i$ ; б)  $-4 - 3i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 - 2x + 2 = 0$ .

5. Вычислите:  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^4$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + 3 + 4i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:  $\begin{cases} |z - i| \leq 1, \\ |z + 1| < 1. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $(3 + 4i)(6 - 5i)$ ;      б)  $\frac{5 + i}{-4 + 3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

- а) середину отрезка, соединяющего точки  $2 - 2i$  и  $5 - 2i$ ;  
б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{2\pi}{3}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \geq 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $\sqrt{3} - i$ ; б)  $3 - 4i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 5x + 9 = 0$ .

5. Вычислите:  $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^5$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - 5 + 12i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:  $\begin{cases} |z + i| \leq 1, \\ |z - 1| < 1. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $(7 - 2i)(3,5 - i)$ ;      б)  $\frac{7 - i}{3 + i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $-1 - 2i$  и  $-3 - 4i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{3\pi}{4}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \geq 1$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $2 + 2\sqrt{3}i$ ; б)  $-3 - 2i$ .

4. Решите уравнение  $4x^2 + 4x + 5 = 0$ .

5. Вычислите  $(\sqrt{3} - i)^{17}$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + iz + 1 - 3i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:  $\begin{cases} |z + 2i| \geq 2, \\ |z - 2| \leq 2. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $(0,5 + i)(1 + 2i)$ ;      б)  $\frac{2 - i}{1 + i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

- а) середину отрезка, соединяющего точки  $3 - 4i$  и  $7 - 6i$ ;
- б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{\pi}{6}$ ;
- в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \leq 4$ .
3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $\sqrt{3} + i$ ; б)  $2 - 3i$ .
4. Решите уравнение  $x^2 - 14x + 74 = 0$ .
5. Вычислите:  $(1 - i\sqrt{3})^6$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + z + 1 + i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:  $\begin{cases} |z + 3| \geq 3, \\ |z - 2i| \leq 2. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 5

1. Вычислите:

а)  $(\sqrt{2} - i)(\sqrt{3} + 2i)$ ;      б)  $\frac{6 - i}{3 + 4i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки  $-1 + 3i$  и  $4 - 2i$ , с осями координат;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{\pi}{2}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $2 < |z| < 3$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $4 - 4\sqrt{3}i$ ;    б)  $-4 + 3i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 2x + 3 = 0$ .

5. Вычислите:  $\left(\frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{19}$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - (3 + 2i)z + 5 + i = 0$ .

---

7. Данна точка  $z_0 = 3 - 4i$ . Изобразите множество точек  $z$ , для которых выполняются условия:  $\begin{cases} |z - z_0| \geq 1, \\ |z - z_0| < 3. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

## Вариант 6

1. Вычислите:

а)  $(\sqrt{3} + 5i)(5 - \sqrt{3}i)$ ;      б)  $\frac{9 - 7i}{2 - 3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

- а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки  $-3 - i$  и  $1 + 3i$ , с осями координат;
- б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{5\pi}{6}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $1 < |z| < 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $3\sqrt{3} - 3i$ ; б)  $12i - 5$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 2x + 4 = 0$ .

5. Вычислите:  $(2 + i\sqrt{12})^5$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$ .

---

7. Дано точка  $z_0 = -4 - 5i$ . Изобразите множество точек  $z$ , для которых выполняются условия:  $\begin{cases} |z - z_0| > 1, \\ |z - z_0| \leq 4. \end{cases}$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

## Вариант 1

1. Вычислите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{3n - 6}{10}$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n + 30}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^3}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - а)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ ;
  - б)  $y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$ ;
  - в)  $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$ .
6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^2 x$  в точке  $x = -\frac{\pi}{4}$ .

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{2x}$  удовлетворяет соотношению  $\frac{1}{y^3} + y'' = 0$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{x}{2x - 1}$  в точке  $x = -1$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

### Вариант 2

1. Вычислите первый, двадцатый и стодесятый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{2n+5}{3}$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{3n-1}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^3 + 2x^2}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - а)  $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7$ ;
  - б)  $y = \sqrt{x} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \cos 2x$ ;
  - в)  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$ .
6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \cos^2 x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$  удовлетворяет соотношению  $4(y')^3 + y'' = 0$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$  в точке  $x = 2$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

## Вариант 3

- Вычислите первый, тридцатый и девяностый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$ .
- Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.
- Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 + n - 5}{2n^3 - 5n + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ .
- Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 + 2x}$ .
- Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - $y = \frac{3}{x^4} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ ;
  - $y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x$ ;
  - $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ .
- Найдите угол, образованный касательной к графику функции  $y = \frac{1}{2}x^2$  в точке с абсциссой  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , с осью абсцисс.

---

- Докажите, что функция  $y = -5 \cos 2x$  удовлетворяет соотношению  $\left(\frac{y''}{40}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$ .

---

- Найдите значение параметра  $a$ , при котором касательная к графику функции  $y = a \sin x + a$  в точке с абсциссой  $x = \frac{\pi}{6}$  параллельна прямой  $y = x$ . Напишите уравнение этой касательной.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

### Вариант 4

1. Вычислите первый, пятнадцатый и двухсотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = 5 + 5(-1)^n$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^4 + 6n^2 - 1}{8n^4 - n + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - а)  $y = \frac{8}{\sqrt{x}} - \frac{6}{x^5}$ ;
  - б)  $y = \sqrt{x} \cos x$ ;
  - в)  $y = \sqrt{1 + \sin^2 6x}$ .
6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции  $y = 5 - \frac{1}{2}x^2$  в точке с абсциссой  $x = -\sqrt{3}$ , с осью абсцисс.

---

7. Докажите, что функция  $y = 3 \sin 3x$  удовлетворяет соотношению  $\left(\frac{y''}{27}\right)^2 = 9 - y^2$ .

---

8. Найдите значения параметра  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = \cos 7x + 7 \cos x$  в точке с абсциссой  $a$  параллельна касательной к этому графику в точке с абсциссой  $\frac{\pi}{6}$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

## Вариант 5

1. Вычислите первый, тринадцатый и четырехсотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = 7 \cos n\pi$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{(-1)^n n + n^2}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n+5)}{n^2+n+1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 + x^2}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - а)  $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ ;
  - б)  $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$ ;
  - в)  $y = \sqrt{4x + \sin 4x} + x^2 \cos x$ .
6. Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 2x + 5$ , в которой касательная к нему параллельна прямой  $y - 2x = 0$ .

---

7. Данна функция  $\bar{y} = f(x)$ . Найдите  $f'(\frac{1}{4})$ , если  $f(x) = \arcsin 2x$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными к графику функции  $y = x^2 + 4x + 3$ , проведенными из точки  $A(-2; -5)$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (2 часа)

### Вариант 6

- Вычислите первый, семнадцатый и стотридцатый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \sin n\pi$ .
- Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - (-1)^n n}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.
- Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^2+1)}{n^2(3n+7)}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$ .
- Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{2 - x^2}$ .
- Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
  - $y = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ ;
  - $y = \frac{\cos x}{1 - 3 \sin x}$ ;
  - $y = \sqrt{2x - \cos 2x} + x^2 \operatorname{tg} x$ .
- Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 3x + 2$ , в которой касательная к нему параллельна прямой  $2x + y = 0$ .

---

- Дана функция  $y = f(x)$ . Найдите  $f''(-1)$ , если  $f(x) = \arccos \frac{x}{2}$ .

---

- Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными к графику функции  $y = x^2 - 4x + 3$ , проведенными из точки  $A(2; -5)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

## Вариант 1

1. Исследуйте функцию

$$y = \frac{x^2}{x - 2}$$

на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = 3x^2 - x^3$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 \text{ на отрезке } [-1; 1].$$

4. В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна наибольшая площадь прямоугольника?

- 
5. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  
 $\cos x + x \sin x > 1$ .
- 

6. При каких значениях параметра  $a$  функция

$$y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$$

убывает на всей числовой прямой?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

## Вариант 2

1. Исследуйте функцию

$$y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$$

на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = x^3 - x^2$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1 \text{ на отрезке } [-1; 3].$$

4. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

- 
5. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  
 $\sin x > x \cos x$ .
- 

6. При каких значениях параметра  $a$  функция

$$y = \frac{5}{3}ax^3 - 30x^2 + 5(a + 9)x - 7$$

возрастает на всей числовой прямой?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

### Вариант 3

1. Исследуйте функцию

$$y = 4\sqrt{x}(2 - x)$$

на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x - \cos 2x$  на отрезке  $[-\pi; 0]$ .

4. Периметр параллелограмма с острым углом  $60^\circ$  равен 8 см.  
Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?
- 

5. Докажите, что при  $x > 0$  справедливо неравенство  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ .
- 

6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$  равно 3?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

## Вариант 4

1. Исследуйте функцию

$$y = 2x\sqrt{1 - x}$$

на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{1}{2}x - \sin x \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

4. В треугольник с основанием  $a$  и высотой  $h$  вписан прямогольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямогольника?

- 
5. Докажите, что при  $x > 3$  справедливо неравенство  $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$ .
- 

6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = x^2 + (a + 4)x + 2a + 3$  равно  $-4$ ?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

### Вариант 5

1. Исследуйте функцию  $y = \sin 2x - x$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 8\frac{2}{3}$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{2x^3}{x-9}$  на отрезке  $[-1; 1]$ .
4. Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны по 10 см. Определите ее большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

---

5. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  $x \sin x + \frac{x^2}{2} > 2 - 2 \cos x$ .

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров  $a$  и  $b$  все экстремумы функции  $y = a^2x^3 + ax^2 - x + b$  отрицательны и максимум находится в точке  $x = -1$ ?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

### Вариант 6

1. Исследуйте функцию  $y = 2 \sin x + \cos 2x$ ,  $x \in (0; \pi)$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}$  на отрезке  $[-1; 1]$ .
4. В равнобедренный треугольник со сторонами 15 см, 15 см и 24 см вписан параллелограмм так, что угол при основании у них общий. Определите длины сторон параллелограмма так, чтобы его площадь была наибольшей.

---

5. Докажите, что при  $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$  справедливо неравенство  $\cos x - x \cos x > 1 - \sin x - x \sin x$ .

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров  $a$  и  $b$  все экстремумы функции  $y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$  положительны и максимум находится в точке  $x = -\frac{9}{5}$ ?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 1

1. Сколькоими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
  2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?
  3. Решите уравнение  $C_x^{x-2} + 2x = 9$ .
  4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом два туза?
- 
5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой — 5 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

  6. В разложении бинома  $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^n$  коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 2

1. В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькоими способами это можно сделать?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
3. Решите уравнение  $C_{x-1}^{x-2} = x^2 - 13$ .
4. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 8-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого 8-угольника?

---

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2nx^2}\right)^n$  равна 64. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 3

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из четырех человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение  $A_{x-1}^2 - C_x^{x-1} = 79$ .
4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

---

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой — 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома  $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right)^n$  биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1 : 2. Выпишите члены разложения, не содержащие иррациональность.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

### Вариант 4

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькоими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
3. Решите уравнение  $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$ .
4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

---

6. В разложении бинома  $\left(2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  сумма биномиальных коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

## Вариант 5

- Сколькоими способами можно выбрать из полной колоды, содержащей 36 карт, 4 карты разной масти и различного достоинства?
- Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C_{x+1}^{y-1}}{C_{x+1}^y} = \frac{3}{5}, \\ \frac{A_{x+1}^y}{A_{x+1}^{y+1}} = \frac{1}{y+1}. \end{cases}$$

- В лотерее 4 выигрышных билета и 96 пустых. Какова вероятность того, что на 10 купленных билетов выпадет хотя бы один выигрыш?
- Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого  $n$ -угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого  $n$ -угольника?
- Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома  $\left(\sqrt{x^3} + \frac{2}{\sqrt{y}}\right)^n$  равна 1024. Сколько в этом разложении рациональных членов?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9 (1 час)

## Вариант 6

1. В классе 15 девочек и 17 мальчиков. Для дежурства надо выделить трех девочек и двух мальчиков. Сколькоими способами это можно сделать?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 0 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?
3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{C_x^{y-3}}{C_x^{y-2}} = \frac{5}{8}, \\ \frac{A_x^{y-3}}{A_x^{y-2}} = \frac{1}{8}. \end{cases}$
4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз?

- 
5. На прямой взяты  $n$  точек, а на параллельной ей прямой —  $q$  точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?
  6. Найдите число рациональных членов разложения бинома  $(\sqrt[3]{4} + \sqrt{3})^n$ , если известно, что сумма третьего от начала и третьего от конца биномиальных коэффициентов разложения равна 9900.

# ПРИМЕРНОЕ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

I вариант — 4 ч в неделю, II вариант — 5 ч в неделю,

III вариант — 6 ч в неделю

Изучаемый материал	Количество часов		
	Вариант		
	I	II	III
Повторение материала 7—9 классов	3	3	3

## Г л а в а 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 1. Натуральные и целые числа. Делимость чисел	3	4	5
§ 2. Рациональные числа	1	2	2
§ 3. Иррациональные числа	2	2	2
§ 4. Множество действительных чисел	1	2	3
§ 5. Модуль действительного числа	2	2	3
<i>Контрольная работа № 1</i>	1	1	1
§ 6. Метод математической индукции	2	3	4
Итого:	12	16	20

## Г л а в а 2. ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ

§ 7. Определение числовой функции и способы ее задания	2	2	3
§ 8. Свойства функций	3	3	4
§ 9. Периодические функции	1	2	3
§ 10. Обратная функция	2	3	4
<i>Контрольная работа № 2</i>	2	2	2
Итого:	10	12	16

## Г л а в а 3. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

§ 11. Числовая окружность	2	2	2
§ 12. Числовая окружность на координатной плоскости	2	3	3
§ 13. Синус и косинус. Тангенс и котангенс	3	3	4
§ 14. Тригонометрические функции числового аргумента	2	3	3
§ 15. Тригонометрические функции углового аргумента	1	2	2

Изучаемый материал	Количество часов		
	Вариант		
	I	II	III
§ 16. Функции $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , их свойства и графики <i>Контрольная работа № 3</i>	3	3	3
§ 17. Построение графика функции $y = mf(x)$	1	1	1
§ 18. Построение графика функции $y = f(kx)$	2	3	3
§ 19. График гармонического колебания	1	2	2
§ 20. Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики	2	2	3
§ 21. Обратные тригонометрические функции	3	4	5
Итого:	24	30	33

**Глава 4. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ**

§ 22. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства <i>Контрольная работа № 4</i>	4	5	6
§ 23. Методы решения тригонометрических уравнений	2	2	2
Итого:	10	12	14

**Глава 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ**

§ 24. Синус и косинус суммы и разности аргументов	3	3	4
§ 25. Тангенс суммы и разности аргументов	2	2	2
§ 26. Формулы приведения	2	2	2
§ 27. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени	3	4	5
§ 28. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение	3	4	5
§ 29. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму	2	3	3
§ 30. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$	1	2	2

*Продолжение таблицы*

Изучаемый материал	Количество часов		
	Вариант		
	I	II	III
§ 31. Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение)	3	4	5
<i>Контрольная работа № 5</i>	2	2	2
<b>Итого:</b>	<b>21</b>	<b>26</b>	<b>30</b>

**Г л а в а 6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА**

§ 32. Комплексные числа и арифметические операции над ними	2	2	3
§ 33. Комплексные числа и координатная плоскость	1	2	3
§ 34. Тригонометрическая форма записи комплексного числа	2	3	3
§ 35. Комплексные числа и квадратные уравнения	1	2	2
§ 36. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение кубического корня из комплексного числа	2	2	3
<i>Контрольная работа № 6</i>	1	1	1
<b>Итого:</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>15</b>

**Г л а в а 7. ПРОИЗВОДНАЯ**

§ 37. Числовые последовательности	2	3	3
§ 38. Предел числовой последовательности	2	2	3
§ 39. Предел функции	2	3	4
§ 40. Определение производной	2	2	2
§ 41. Вычисление производных	3	4	5
§ 42. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции	2	3	3
§ 43. Уравнение касательной к графику функции	3	3	4
<i>Контрольная работа № 7</i>	2	2	2
§ 44. Применение производной для исследования функций	3	4	5
§ 45. Построение графиков функций	2	2	3

*Окончание таблицы*

Изучаемый материал	Количество часов		
	Вариант		
	I	II	III
§ 46. Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин <i>Контрольная работа № 8</i>	4 2	5 2	6 2
<b>Итого:</b>	<b>29</b>	<b>35</b>	<b>42</b>

**Г л а в а 8. КОМБИНАТОРИКА И ВЕРОЯТНОСТЬ**

§ 47. Правило умножения. Комбинаторные задачи. Перестановки и факториалы	2	3	4
§ 48. Выбор нескольких элементов. Биномиальные коэффициенты	2	3	4
§ 49. Случайные события и их вероятности <i>Контрольная работа № 9</i>	3 —	3 1	5 1
<b>Итого:</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>14</b>
Повторение	11	14	17
<b>Всего:</b>	<b>136</b>	<b>170</b>	<b>204</b>

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<i>Предисловие .....</i>	3
Контрольная работа № 1 .....	4
Контрольная работа № 2 .....	10
Контрольная работа № 3 .....	16
Контрольная работа № 4 .....	22
Контрольная работа № 5 .....	28
Контрольная работа № 6 .....	34
Контрольная работа № 7 .....	40
Контрольная работа № 8 .....	46
Контрольная работа № 9 .....	52
<i>Примерное тематическое планирование .....</i>	58

Учебное издание

**Глизбург Вита Иммануиловна**

**АЛГЕБРА**

**КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

**для 10 класса общеобразовательных учреждений**

**(профильный уровень)**

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*  
Главный редактор *К. И. Курковский*

Редактор *С. В. Бахтина*

Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*  
Технический редактор *Г. З. Кузнецова.*

Корректор *Т. С. Марголина*

Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.Д.001815.02.07 от 22.02.2007.

Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная».

Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,0. Тираж 20 000 экз. Заказ №731

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.  
Тел.: (495) 367-54-18, 367-56-27, 367-67-81; факс: (495) 165-92-18.

E-mail: ioc@mnemozina.ru

[www.mnemozina.ru](http://www.mnemozina.ru)

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).  
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: (495) 783-82-84, 783-82-85, 783-82-86.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).  
Тел./факс: (495) 657-98-98.

E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтекс».  
115477, Москва, ул. Кантемировская, 60.

# **Алгебра**

**и начала анализа**

**КОНТРОЛЬНЫЕ  
РАБОТЫ**

**10**

ISBN 978-5-346-00859



9 785346 00859