

## Математика ЕГЭ 2014 (система задач из открытого банка заданий)

### Задания В7

### Нахождение значений выражений

Материалы подготовили:

Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: [akoryanov@mail.ru](mailto:akoryanov@mail.ru)  
Надежкина Н.В. (г. Иркутск); e-mail: [nadezhkina@yahoo.com](mailto:nadezhkina@yahoo.com)

### СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Арифметические действия	2
2. Действия со степенями	5
3. Действия с арифметическими корнями	11
4. Действия с логарифмами	16
5. Преобразование тригонометрических выражений	20
6. Дополнительные задачи	27
Решения заданий-прототипов	32
Ответы	47
Список и источники литературы	52

#### Элементы содержания, проверяемые заданиями В7 по кодификатору:

- 1.1. Числа, корни и степени.
- 1.2. Основы тригонометрии.
- 1.3. Логарифмы.
- 1.4. Преобразование выражений.

#### Проверяемые требования (умения) в заданиях В7 по кодификатору:

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

### Введение

Данное пособие является седьмым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению несложного задания В7 Единого государственного экзамена по математике.

Для успешного решения этого задания необходимо уметь производить сравнительно несложные арифметические действия, действия со степенями и арифметическими корнями, действия с логарифмами, а также тригонометрические преобразования. В 2012 (2011) году на ЕГЭ по математике аналогичное задание верно решили 56,3% (52,5%) выпускников. То есть почти половина выпускников с данным заданием не справились - процент верных решений этого задания один из самых низких среди всех 14 заданий части В.

Очевидно, что на подготовку учащихся к решению этого по сути несложного задания следует обратить особое внимание, ликвидировав по возможности все «пробелы» в пройденных темах. В качестве практического материала для этого, на наш взгляд, логично и эффективно использование стройной и репрезентативной системы заданий на основе «открытого банка заданий» [3]. Данное пособие предлагает, на наш взгляд, именно такую систему заданий.

Структура пособия такова, что все задания, наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собствен-

ную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы заданий систематизированы по содержанию и разделены на пять разделов. Каждый тип заданий представлен тремя аналогичными заданиями (первое из этих трех заданий и есть прототип данного типа заданий), что позволит учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю - использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых трех вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число в тройной нумерации каждого задания означает номер раздела, второе число - номер типа задания внутри этого раздела, третье число - номер задания внутри типа (или номер варианта). Для первых заданий каждого типа (прототипов) представлены решения, для всех заданий есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения заданий-прототипов представлены в конце пособия отдельно для того, чтобы в конкретном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения заданий-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем заданиям для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

## 1. Арифметические действия

### Числовые выражения

\*\*\*

**1.1.1. (прототип 77391)** Найдите значение выражения  $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9}$ .

**1.1.2. (86985)** Найдите значение выражения  $7\frac{9}{13} : \frac{5}{13}$ .

**1.1.3. (87481)** Найдите значение выражения  $5\frac{1}{7} : \frac{3}{7}$ .

\*\*\*

**1.2.1. (прототип 77387)** Найдите значение выражения  $\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6}$ .

**1.2.2. (85479)** Найдите значение выражения  $\left(2\frac{3}{8} - 2,9\right) \cdot 2\frac{6}{7}$ .

**1.2.3. (85481)** Найдите значение выражения  $\left(3\frac{2}{5} - 2\right) \cdot 3\frac{3}{4}$ .

\*\*\*

**1.3.1. (прототип 26900)** Найдите значение выражения:  $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8$ .

**1.3.2. (16125)** Найдите значение выражения:  $\left(3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 300$ .

**1.3.3. (16127)** Найдите значение выражения:  $\left(-2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{5}\right) \cdot 5,6$ .

**1.3.4. (16399)** Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{9} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1,08$ .

\*\*\*

**1.4.1. (прототип 77389)** Найдите значение выражения  $\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70}$ .

**1.4.2. (86479)** Найдите значение выражения  $\left(6\frac{2}{5} - 1,2\right) : \frac{2}{35}$ .

**1.4.3. (86481)** Найдите значение выражения  $\left(4\frac{3}{4} - 2,2\right) : \frac{3}{20}$ .

\*\*\*

**1.5.1. (прототип 77392)** Найдите значение выражения  $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$ .

**1.5.2. (87979)** Найдите значение выражения  $\frac{0,207 \cdot 2,08}{2,07 \cdot 0,208}$ .

**1.5.3. (87983)** Найдите значение выражения  $\frac{1,92 \cdot 0,244}{0,192 \cdot 2,44}$ .

Выражения с переменными

\*\*\*

**1.6.1. (прототип 26812)** Найдите значение выражения  $(9ax - (-7xy)) : 4yx$

**1.6.2. (66547)** Найдите значение выражения  $(2ax - (-3xy)) : 5yx$ .

**1.6.3. (66653)** Найдите значение выражения  $(7ax - (-4xy)) : 11yx$ .

\*\*\*

**1.7.1. (прототип 26807)** Найдите

$\frac{a + 9b + 16}{a + 3b + 8}$ , если  $\frac{a}{b} = 3$ .

**1.7.2. (66147)** Найдите  $\frac{a + 4b + 6}{a + b + 3}$ , если

$\frac{a}{b} = 2$ .

**1.7.3. (66153)** Найдите  $\frac{a + 11b + 51}{a + b + 17}$ , если

$\frac{a}{b} = 4$ .

\*\*\*

**1.8.1. (прототип 26805)** Найдите  $\frac{a}{b}$ , если

$\frac{2a + 5b}{5a + 2b} = 1$ .

**1.8.2. (65925)** Найдите  $\frac{a}{b}$ , если

$\frac{5a + 9b}{5b + 9a} = -3$ .

**1.8.3. (66073)** Найдите  $\frac{a}{b}$ , если

$\frac{a + 2b}{b + 2a} = 3$ .

\*\*\*

**1.9.1. (прототип 26806)** Найдите

$61a - 11b + 50$ , если  $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9$ .

**1.9.2. (66093)** Найдите  $33a - 12b + 3$ , если

$\frac{a - 8b + 1}{8a - b + 1} = -4$ .

**1.9.3. (66099)** Найдите  $93a - 39b - 51$ , если

$\frac{3a - 9b + 5}{9a - 3b + 5} = -10$ .

\*\*\*

**1.10.1. (прототип 26819)** Найдите значение выражения  $2x + y + 6z$ , если

$4x + y = 5$ ,  $12z + y = 7$ .

**1.10.2. (66985)** Найдите значение выражения  $3x + y + 6z$ , если  $6x + y = 9$ ,

$12z + y = 3$ .

**1.10.3. (67011)** Найдите значение выражения

$4x + 2y + 9z$ , если  $4x + y = 9$ ,  $9z + y = 9$ .

\*\*\*

**1.11.1. (прототип 26818)** Найдите значение выражения  $3p(a) - 6a + 7$ , если

$p(a) = 2a - 3$ .

**1.11.2. (66937)** Найдите значение выражения  $4p(a) - 32a - 8$ , если  $p(a) = 8a - 6$ .

**1.11.3. (66971)** Найдите значение выражения  $11p(a) - 77a - 5$ , если

$p(a) = 7a + 5$ .

\*\*\*

**1.12.0.** Найдите значение выражения  $p(x - 7) + p(13 - x)$ , если  $p(t) = 2t + 1$ .

**1.12.1. (прототип 26822)** Найдите значение выражения  $p(x - 7) + p(13 - x)$ , если

$p(x) = 2x + 1$ .

**1.12.2. (67133)** Найдите  $p(x-3) + p(6-x)$ , если  $p(x) = 2x - 5$ .

**1.12.3. (67179)** Найдите  $p(x-3) + p(4-x)$ , если  $p(x) = 5x - 2$ .

\*\*\*

**1.13.0.** Найдите значение выражения  $q(b-2) - q(b+2)$ , если  $q(t) = 3t$ .

**1.13.1. (прототип 26820)** Найдите значение выражения  $q(b-2) - q(b+2)$ , если  $q(b) = 3b$ .

**1.13.2. (67035)** Найдите значение выражения  $q(b-4) - q(b+4)$ , если  $q(b) = -9b$ .

**1.13.3. (67081)** Найдите значение выражения  $q(b-1) - q(b+1)$ , если  $q(b) = -6b$ .

\*\*\*

**1.14.0.** Найдите  $2p(x-7) - p(2x)$ , если  $p(t) = t - 3$ .

**1.14.1. (прототип 26823)** Найдите  $2p(x-7) - p(2x)$ , если  $p(x) = x - 3$ .

**1.14.2. (67183)** Найдите  $3p(x-2) - p(3x)$ , если  $p(x) = x + 2$ .

**1.14.3. (67231)** Найдите  $3p(x-4) - p(3x)$ , если  $p(x) = 4x + 2$ .

\*\*\*

**1.15.0.** Найдите значение выражения  $5(p(2x) - 2p(x+5))$ , если  $p(t) = t - 10$ .

**1.15.1. (прототип 26821)** Найдите значение выражения  $5(p(2x) - 2p(x+5))$ , если  $p(x) = x - 10$ .

**1.15.2. (67083)** Найдите значение выражения  $2(p(4x) - 4p(x+4))$ , если  $p(x) = x + 9$ .

**1.15.3. (67131)** Найдите значение выражения  $6(p(5x) - 5p(x+3))$ , если  $p(x) = x + 5$ .

\*\*\*

**1.16.0.** Найдите  $p(x) + p(6-x)$ , если  $p(t) = \frac{t(6-t)}{t-3}$  при  $t \neq 3$ .

**1.16.1. (прототип 26804)** Найдите  $p(x) + p(6-x)$ , если  $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$  при  $x \neq 3$ .

**1.16.2. (65899)** Найдите  $p(x) + p(-12-x)$ , если  $p(x) = \frac{x(-12-x)}{x+6}$  при  $x \neq -6$ .

**1.16.3. (65911)** Найдите  $p(x) + p(10-x)$ , если  $p(x) = \frac{x(10-x)}{x-5}$  при  $x \neq 5$ .

\*\*\*

**1.17.0.** Найдите  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если

$p(t) = \left(t + \frac{3}{t}\right)\left(3t + \frac{1}{t}\right)$  при  $t \neq 0$ .

**1.17.1. (прототип 26803)** Найдите  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ ,

если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .

**1.17.2. (65877)** Найдите  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если

$p(b) = \left(b + \frac{8}{b}\right)\left(8b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .

**1.17.3. (65881)** Найдите  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если

$p(b) = \left(b - \frac{7}{b}\right)\left(-7b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .

## 2. Действия со степенями

### • Определения

1) Степень действительного числа с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

2) Степень действительного числа с единичным показателем

$$a^1 = a$$

3) Степень действительного числа, не равного нулю, с нулевым показателем

$$a^0 = 1$$

4) Степень действительного числа, не равного нулю, с целым отрицательным показателем

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

5) Степень положительного числа с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

6) Степень нуля с положительным действительным показателем

$$0^\alpha = 0$$

7) Степень единицы с действительным показателем

$$1^\alpha = 1$$

### • Свойства степени положительного числа

1) умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

2) деление степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x : a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

3) возведение степени в степень

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

4) умножение степеней с одинаковыми показателями

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

5) деление степеней с одинаковыми показателями

$$a^x : b^x = \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

6) четная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n} = a^{2n}, \text{ где } n \in N.$$

7) нечетная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}, \text{ где } n \in N.$$

### • Квадраты чисел

$$10^2 = \quad 20^2 = \quad 30^2 =$$

$$40^2 = \quad 50^2 = \quad 60^2 =$$

$$70^2 = \quad 80^2 = \quad 90^2 =$$

### • Квадраты чисел

$$11^2 = \quad 12^2 = \quad 13^2 =$$

$$14^2 =$$

$$15^2 = \quad 16^2 = \quad 17^2 =$$

$$18^2 =$$

$$19^2 =$$

### • Квадраты чисел, оканчивающиеся на цифру 5

$$15^2 = \quad 25^2 = \quad 35^2 =$$

$$45^2 = \quad 55^2 = \quad 65^2 =$$

$$75^2 = \quad 85^2 = \quad 95^2 =$$

$$105^2 = \quad 6,5^2 = \quad 0,35^2 =$$

### • Степени числа 10

$$10^2 = \quad 10^3 = \quad 10^4 =$$

$$10^5 = \quad 10^6 = \quad 10^0 =$$

$$10^{-1} = \quad 10^{-2} = \quad 10^{-3} =$$

### • Таблица степеней

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81						
4	4	16	64	256						
5	5	25	125	625						
6	6	36	216							
7	7	49	343							
8	8	64	512							
9	9	81	729							

### • Формулы сокращенного умножения

1) Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) =$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 = (b+a)^2$$

$$(a+b+c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

2) Квадрат разности

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) =$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$$

$$(-a+b)^2 = (b-a)^2$$

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$(a+b-c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

3) Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

4) Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

5) Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

6) Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7) Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

### Числовые выражения

\*\*\*

2.1.1. (прототип 77390) Найдите значение выражения  $(432^2 - 568^2) : 1000$ .

2.1.2. (86979) Найдите значение выражения  $(128^2 - 20^2) : 148$ .

2.1.3. (86981) Найдите значение выражения  $(38^2 - 20^2) : 58$ .

\*\*\*

2.2.1. (прототип 77394) Найдите значение выражения:  $(5^{12})^3 : 5^{37}$ .

2.2.2. (88487) Найдите значение выражения:  $(8^{16})^5 : 8^{78}$ .

2.2.3. (88979) Найдите значение выражения:  $(4^9)^5 : 4^{42}$ .

\*\*\*

2.3.1. (прототип 26738) Найдите значение выражения  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$ .

2.3.2. (26753) Найдите значение выражения  $121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$ .

2.3.3. (71883) Найдите значение выражения  $8^{0,76} \cdot 64^{0,12}$ .

\*\*\*

2.4.1. (прототип 26740) Найдите значение выражения  $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$ .

2.4.2. (61847) Найдите значение выражения  $4^{\frac{3}{7}} \cdot 16^{\frac{2}{7}}$ .

2.4.3. (62039) Найдите значение выражения  $9^{\frac{4}{5}} \cdot 81^{\frac{1}{10}}$ .

\*\*\*

2.5.1. (прототип 77398) Найдите значение выражения  $(49^6)^3 : (7^7)^5$ .

2.5.2. (90889) Найдите значение выражения  $(216^4)^3 : (36^2)^8$ .

2.5.3. (90893) Найдите значение выражения  $(343^9)^4 : (49^6)^9$ .

\*\*\*

2.6.1. (прототип 26739) Найдите значение выражения  $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$ .

2.6.2. (63041) Найдите значение выражения  $\frac{4^{5,6}}{2^{9,2}}$ .

2.6.3. (63047) Найдите значение выражения  $\frac{25^{5,1}}{5^{8,2}}$ .

\*\*\*

2.7.1. (прототип 26754) Найдите значение выражения  $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$ .

2.7.2. (62779) Найдите значение выражения  $\frac{36^{5,3}}{6^{8,6}}$ .

2.7.3. (63049) Найдите значение выражения  $\frac{25^{5,4}}{5^{8,8}}$ .

\*\*\*

2.8.1. (прототип 26748) Найдите значение выражения  $\frac{\left(2^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$ .

2.8.2. (62437) Найдите значение выражения  $\frac{\left(7^{\frac{3}{5}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{28^9}$ .

**2.8.3. (62501)** Найдите значение выраже-

ния  $\frac{\left(2^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{18^{12}}$ .

\*\*\*

**2.9.1. (прототип 26741)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$ .

**2.9.2. (62067)** Найдите значение выраже-

ния  $\frac{3^{6,6} \cdot 7^{5,6}}{21^{4,6}}$ .

**2.9.3. (62111)** Найдите значение выраже-

ния  $\frac{2^{1,1} \cdot 7^{5,1}}{14^{3,1}}$ .

\*\*\*

**2.10.1. (прототип 26897)** Найдите значе-

ние выражения:  $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$ .

**2.10.2. (14711)** Найдите значение выра-

жения:  $25^4 \cdot 49^5 : 1225^4$ .

**2.10.3. (14675)** Найдите значение выра-

жения:  $49^2 \cdot 4^3 : 196$ .

\*\*\*

**2.11.1. (прототип 26742)** Найдите значе-

ние выражения  $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$ .

**2.11.2. (62123)** Найдите значение выра-

жения  $30^{0,4} \cdot 6^{0,6} : 5^{-2,6}$ .

**2.11.3. (62161)** Найдите значение выра-

жения  $10^{2,6} \cdot 5^{-0,6} : 2^{3,6}$ .

#### Выражения с переменными

\*\*\*

**2.12.1. (прототип 26795)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}$ .

**2.12.2. (65605)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(17a)^2 - 17a}{17a^2 - a}$ .

**2.12.3. (65613)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(19a)^2 + 19a}{19a^2 + a}$ .

\*\*\*

**2.13.1. (прототип 26799)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x$ .

**2.13.2. (65669)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{64x^2 - 49}{8x + 7} - 8x$ .

**2.13.3. (65711)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{4x^2 - 25}{2x - 5} - 2x$ .

\*\*\*

**2.14.1. (прототип 26811)** Найдите значе-

ние выражения  $(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2$ .

**2.14.2. (66451)** Найдите значение выра-

жения  $(5x - 4)(5x + 4) - 25x^2$ .

**2.14.3. (66537)** Найдите значение выра-

жения  $(3x + 4)(3x - 4) - 9x^2$ .

\*\*\*

**2.15.1. (прототип 26898)** Найдите значе-

ние выражения:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$$

при  $x = 80$ .

**2.15.2. (15125)** Найдите значение выра-

жения:  $(9x - 6)(9x + 6) - 81x^2 - 6x + 38$

при  $x = 100$ .

**2.15.3. (15619)** Найдите значение выра-

жения:  $(10x - 2)(10x + 2) - 100x^2 + 8x - 27$

при  $x = 130$ .

\*\*\*

**2.16.1. (прототип 26808)** Найдите значе-

ние выражения  $(4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy$ .

**2.16.2. (66185)** Найдите значение выра-

жения  $(16x^2 + 9y^2 - (4x - 3y)^2) : (-6xy)$ .

**2.16.3. (66255)** Найдите значение выра-

жения  $(4x^2 + 25y^2 - (2x - 5y)^2) : 4xy$ .

\*\*\*

**2.17.1. (прототип 26809)** Найдите значе-

ние выражения  $((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy$ .

**2.17.2. (66275)** Найдите значение выра-

жения  $((3x - 5y)^2 - 9x^2 - 25y^2) : (-15xy)$ .

**2.17.3. (66297)** Найдите значение выражения  $((4x - y)^2 - 16x^2 - y^2) : 8xy$ .

\*\*\*

**2.18.1. (прототип 26810)** Найдите значение выражения

$$((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy.$$

**2.18.2. (66369)** Найдите значение выражения  $((3x - 2y)^2 - (3x + 2y)^2) : (-8xy)$ .

**2.18.3. (66449)** Найдите значение выражения  $((5x - 4y)^2 - (5x + 4y)^2) : (-16xy)$ .

\*\*\*

**2.19.1. (прототип 26802)** Найдите значение выражения

$$(4a^2 - 9) \cdot \left( \frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right)$$

**2.19.2. (65821)** Найдите значение выражения  $(25a^2 - 16) \cdot \left( \frac{1}{5a + 4} - \frac{1}{5a - 4} \right)$ .

**2.19.3. (65867)** Найдите значение выражения  $(64a^2 - 81) \cdot \left( \frac{1}{8a - 9} - \frac{1}{8a + 9} \right)$ .

\*\*\*

**2.20.1. (прототип 77386)** Найдите значение выражения

$$(9b^2 - 49) \cdot \left( \frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13$$

при  $b = 345$ .

**2.20.2. (84973)** Найдите значение выражения  $(36b^2 - 25) \cdot \left( \frac{1}{6b - 5} - \frac{1}{6b + 5} \right) + b + 9$

при  $b = 119$ .

**2.20.3. (84977)** Найдите значение выражения

$$(16b^2 - 25) \cdot \left( \frac{1}{4b - 5} - \frac{1}{4b + 5} \right) + b - 13$$

при  $b = 131$ .

\*\*\*

**2.21.1. (прототип 77385)** Найдите значение выражения

$$a(36a^2 - 25) \cdot \left( \frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} \right)$$

при  $a = 36,7$ .

**2.21.2. (84379)** Найдите значение выражения  $a(9a^2 - 16) \cdot \left( \frac{1}{3a + 4} - \frac{1}{3a - 4} \right)$  при  $a = 27,6$ .

**2.21.3. (84381)** Найдите значение выражения  $a(16a^2 - 25) \cdot \left( \frac{1}{4a + 5} - \frac{1}{4a - 5} \right)$  при  $a = 30,9$ .

\*\*\*

**2.22.0.** Найдите значение выражения

$$\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}, \text{ если } g(t) = 8^t.$$

**2.22.1. (прототип 77401)** Найдите значение выражения  $\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}$ , если  $g(x) = 8^x$ .

**2.22.2. (92555)** Найдите значение выражения  $\frac{g(x + 2)}{g(x)}$ , если  $g(x) = 15^x$ .

**2.22.3. (92545)** Найдите значение выражения  $\frac{g(x - 9)}{g(x - 10)}$ , если  $g(x) = 3^x$ .

\*\*\*

**2.23.1. (прототип 26800)** Найдите значение выражения  $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$ .

**2.23.2. (65731)** Найдите значение выражения  $\frac{(7x)^2 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 10x^3}$ .

**2.23.3. (65741)** Найдите значение выражения  $\frac{(3x)^5 \cdot x^4}{x^5 \cdot 5x^4}$ .

\*\*\*

**2.24.1. (прототип 26815)** Найдите значение выражения  $(7x^3)^2 : (7x^6)$ .

**2.24.2. (66801)** Найдите значение выражения  $(2x^4)^2 : (2x^8)$ .

**2.24.3. (66807)** Найдите значение выражения  $(6x^6)^2 : (6x^{12})$ .

\*\*\*

**2.25.1. (прототип 26816)** Найдите значение выражения  $(4a)^3 : a^7 \cdot a^4$ .

**2.25.2. (66855)** Найдите значение выражения  $(2a)^6 : a^7 \cdot a$ .

**2.25.3. (66857)** Найдите значение выражения  $(3a)^5 : a^8 \cdot a^3$ .

\*\*\*

**2.26.1. (прототип 26814)** Найдите значение выражения  $18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2$ .

**2.26.2. (66743)** Найдите значение выражения  $64x^8 \cdot x^{17} : (2x^5)^5$ .

**2.26.3. (66753)** Найдите значение выражения  $32x^3 \cdot x^7 : (4x^5)^2$ .

\*\*\*

**2.27.1. (прототип 26813)** Найдите значение выражения  $((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12}$ .

**2.27.2. (66691)** Найдите значение выражения  $((3x^8)^3 - (2x^6)^4) : x^{24}$ .

**2.27.3. (66687)** Найдите значение выражения  $((6x^9)^2 - (4x^6)^3) : 7x^{18}$ .

\*\*\*

**2.28.1. (прототип 26798)** Найдите значение выражения

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$$

**2.28.2. (282373)** Найдите значение выражения

$$\frac{17(m^4)^6 + 7(m^8)^3}{(4m^{12})^2}$$

**2.28.3. (282431)** Найдите значение выражения

$$\frac{14(m^6)^5 + 11(m^{10})^3}{(5m^{15})^2}$$

\*\*\*

**2.29.1. (прототип 26831)** Найдите значение выражения

$$\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} \text{ при } n > 0$$

**2.29.2. (67671)** Найдите значение выражения

$$\frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}} \text{ при } n > 0.$$

**2.29.3. (67713)** Найдите значение выражения

$$\frac{41n^{\frac{1}{4}}}{n^{\frac{1}{20}} \cdot n^{\frac{1}{5}}} \text{ при } n > 0.$$

\*\*\*

**2.30.1. (прототип 26797)** Найдите значение выражения

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$$

**2.30.2. (65645)** Найдите значение выражения

$$\frac{(3a^2)^3 \cdot (5b)^2}{(15a^3b)^2}$$

**2.30.3. (65651)** Найдите значение выражения

$$\frac{(7a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(14a^3b)^2}$$

\*\*\*

**2.31.1. (прототип 26801)** Найдите значение выражения

$$\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}}$$

**2.31.2. (65773)** Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-5}b^{-7}}{(3a)^2b^{-3}} \cdot \frac{27}{a^{-7} \cdot b^{-4}}$$

**2.31.3. (65811)** Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-2}b^{-5}}{(2a)^2b^{-2}} \cdot \frac{21}{a^{-4} \cdot b^{-3}}$$

\*\*\*

**2.32.1. (прототип 26828)** Найдите значение выражения  $a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68}$  при  $a = 11$

**2.32.2. (67491)** Найдите значение выражения  $a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$  при  $a = 23$ .

**2.32.3. (67541)** Найдите значение выражения  $a^{1,59} \cdot a^{0,26} \cdot a^{0,15}$  при  $a = 6$ .

\*\*\*

**2.33.1. (прототип 77403)** Найдите значение выражения

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} \text{ при } a = 0,4.$$

**2.33.2. (93519)** Найдите значение выражения

$$\frac{a^{5,2}}{a^{6,2}} \text{ при } a = 0,2.$$

**2.33.3. (93545)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{5,1}}{a^{7,1}}$  при  $a = 5$ .

\*\*\*

**2.34.1. (прототип 26826)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$  при  $a = 12$ .

**2.34.2. (67339)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{6,08} \cdot a^{3,31}}{a^{7,39}}$  при  $a = 20$ .

**2.34.3. (67405)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{4,42} \cdot a^{1,96}}{a^{4,38}}$  при  $a = 16$ .

\*\*\*

**2.35.1. (прототип 26827)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$  при  $a = \frac{2}{7}$

**2.35.2. (67413)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{4,73}}{a^{2,12} \cdot a^{2,61}}$  при  $a = \frac{5}{8}$ .

**2.35.3. (67453)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{5,99}}{a^{2,69} \cdot a^{3,3}}$  при  $a = \frac{7}{11}$ .

\*\*\*

**2.36.1. (прототип 26901)** Найдите значение выражения:  $\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0}$  при  $x = 4$ .

**2.36.2. (16625)** Найдите значение выражения:  $\frac{x^9 \cdot x^5}{x^{10}}$  при  $x = 3$ .

**2.36.3. (16627)** Найдите значение выражения:  $\frac{x^{-13} \cdot x^5}{x^{-10}}$  при  $x = 8$ .

\*\*\*

**2.37.1. (прототип 77393)** Найдите значение выражения  $b^5 : b^9 \cdot b^6$  при  $b = 0,01$ .

**2.37.2. (88379)** Найдите значение выражения  $b^3 : b^2 \cdot b^5$  при  $b = 4$ .

**2.37.3. (88383)** Найдите значение выражения  $b^4 : b^9 \cdot b^7$  при  $b = 0,4$ .

\*\*\*

**2.38.1. (прототип 77399)** Найдите значение выражения  $(2a^3)^4 : (2a^{11})$  при  $a = 11$ .

**2.38.2. (91545)** Найдите значение выражения  $(2a^2)^5 : (2a^{11})$  при  $a = 10$ .

**2.38.3. (91153)** Найдите значение выражения  $(7a^6)^2 : (7a^{13})$  при  $a = 5$ .

\*\*\*

**2.39.1. (прототип 77395)** Найдите значение выражения  $(4b)^3 : b^9 \cdot b^5$  при  $b = 128$ .

**2.39.2. (89479)** Найдите значение выражения  $(8b)^2 : b^9 \cdot b^7$  при  $b = 64$ .

**2.39.3. (89483)** Найдите значение выражения  $(9b)^3 : b^7 \cdot b^3$  при  $b = 81$ .

\*\*\*

**2.40.1. (прототип 77400)** Найдите значение выражения  $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2$  при  $b = 7$ .

**2.40.2. (92055)** Найдите значение выражения  $b^{\frac{5}{9}} \cdot \left(b^{\frac{2}{9}}\right)^2$  при  $b = 6$ .

**2.40.3. (92045)** Найдите значение выражения  $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{2}{5}}\right)^2$  при  $b = 2$ .

\*\*\*

**2.41.1. (прототип 26841)** Найдите значение выражения  $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$  при  $n = 64$ .

**2.41.2. (68199)** Найдите значение выражения  $\frac{n^{\frac{3}{4}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$  при  $n = 121$ .

**2.41.3. (68247)** Найдите значение выражения  $\frac{n^{\frac{7}{12}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$  при  $n = 216$ .

\*\*\*

**2.42.1. (прототип 77396)** Найдите значение выражения  $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$  при  $x = 5$ .

**2.42.2. (89485)** Найдите значение выражения  $x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$  при  $x = 0,1$ .

**2.42.3. (89969)** Найдите значение выражения  $x \cdot 4^{-4x-1} \cdot 16^{2x}$  при  $x = 0,5$ .

\*\*\*

**2.43.1. (прототип 77397)** Найдите значение выражения  $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$  при  $x = 75$ .

**2.43.2. (90479)** Найдите значение выражения  $3x \cdot (2x^{12})^2 : (2x^6)^4$  при  $x = 100$ .

**2.43.3. (90483)** Найдите значение выражения  $4x \cdot (2x^{14})^5 : (2x^{10})^7$  при  $x = 90$ .

\*\*\*

**2.44.1. (прототип 77402)** Найдите значение выражения  $7^{2x-1} : 49^x : x$  при  $x = \frac{1}{14}$ .

**2.44.2. (92557)** Найдите значение выражения  $5^{3x+1} : 125^x : x$  при  $x = \frac{1}{13}$ .

**2.44.3. (93055)** Найдите значение выражения  $4^{3x+2} : 64^x : x$  при  $x = \frac{1}{7}$ .

\*\*\*

**2.45.1. (прототип 26817)** Найдите значение выражения  $(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$  при  $b = 2$ .

**2.45.2. (66881)** Найдите значение выражения  $(17a^6 \cdot b^2 - (9a^3b)^2) : (8a^6b^3)$  при  $b = 4$ .

**2.45.3. (66915)** Найдите значение выражения  $(17a^{12} \cdot b^4 - (4a^3b)^4) : (10a^{12}b^4)$  при  $b = 3$ .

### 3. Действия с арифметическими корнями

1. Если  $a \geq 0$  и  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \neq 1$ , то **арифметический корень**  $\sqrt[n]{a} = b$  - есть такое число  $b \geq 0$ , что  $b^n = a$ .
2. Если  $a < 0$ , то **корень нечетной степени**  $\sqrt[n]{a} = b$  - есть такое число  $b < 0$ , что  $b^n = a$ .

**Следствия из определения корня**

1.  $(\sqrt[n]{a})^n = a$
2.  $\sqrt{a^2} = |a|$
3.  $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$
4.  $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$
5.  $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}$

**Свойства арифметических корней**

1.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
2.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
3.  $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
4.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$
5.  $\sqrt[nk]{a^{nm}} = \sqrt[k]{a^m}$

#### Числовые выражения

\*\*\*

**3.1.1. (прототип 26735)** Найдите значение выражения:  $\sqrt{65^2 - 56^2}$ .

**3.1.2. (16789)** Найдите значение выражения:  $\sqrt{548^2 - 420^2}$ .

**3.1.3. (16791)** Найдите значение выражения:  $\sqrt{610^2 - 448^2}$ .

\*\*\*

**3.2.1. (прототип 316351)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$ .

**3.2.2. (316353)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{98} - \sqrt{8}) \cdot \sqrt{8}$ .

**3.2.3. (316551)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{11} - \sqrt{99}) \cdot \sqrt{11}$ .

\*\*\*

**3.3.1. (прототип 26737)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$ .

**3.3.2. (61525)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{10} - \sqrt{17})(\sqrt{10} + \sqrt{17})$ .

**3.3.3. (61691)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{6} - \sqrt{12})(\sqrt{6} + \sqrt{12})$ .

\*\*\*

**3.4.1. (прототип 26750)** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$ .

**3.4.2. (62583)** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{14})^2}{10 + \sqrt{84}}$ .

**3.4.3. (62641)** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{13})^2}{9 + \sqrt{65}}$ .

\*\*\*

**3.5.1.** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}}$ .

**3.5.2. (26751)** Найдите значение выражения  $\frac{(3\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{8 - \sqrt{15}}$ .

**3.5.3.** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{8} - \sqrt{6})^2}{7 - 4\sqrt{3}}$ .

\*\*\*

**3.6.1. (прототип 26743)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$ .

**3.6.2. (62189)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{1,5}}{\sqrt{0,3}}$ .

**3.6.3. (62191)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{2,1}}{\sqrt{0,24}}$ .

\*\*\*

**3.7.1. (прототип 26746)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$ .

**3.7.2. (62345)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{21}}$ .

**3.7.3. (62381)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{54}}{\sqrt[4]{2}}$ .

\*\*\*

**3.8.1. (прототип 26744)** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$ .

**3.8.2. (62205)** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{2\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{3}{20}}$ .

**3.8.3. (62251)** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{2\frac{4}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{2}{63}}$ .

\*\*\*

**3.9.1. (прототип 26899)** Найдите значение выражения:  $3^{\sqrt{5+10}} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$ .

**3.9.2. (15625)** Найдите значение выражения:  $9^{\sqrt{11+6}} \cdot 9^{-1-\sqrt{11}}$ .

**3.9.3. (16115)** Найдите значение выражения:  $4^{\sqrt{7+8}} \cdot 4^{-4-\sqrt{7}}$ .

\*\*\*

**3.10.1. (прототип 77406)** Найдите значение выражения  $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$ .

**3.10.2. (94365)** Найдите значение выражения  $6^{-\sqrt{8+3}} \cdot 6^{4+\sqrt{8}} : 6^{2\sqrt{8}+6}$ .

**3.10.3. (94367)** Найдите значение выражения  $7^{4\sqrt{3}+2} \cdot 7^{1-3\sqrt{3}} : 7^{\sqrt{3}+1}$ .

\*\*\*

**3.11.1. (прототип 77408)** Найдите значение выражения  $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$ .

**3.11.2. (95365)** Найдите значение выражения  $\frac{0,1^{\sqrt{2}+1}}{10^{-\sqrt{2}}}$ .

**3.11.3. (95367)** Найдите значение выражения  $\frac{0,8^{\sqrt{11}+1}}{1,25^{-\sqrt{11}}}$ .

\*\*\*

**3.12.1. (прототип 77410)** Найдите значение выражения  $\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$ .

**3.12.2. (96365)** Найдите значение выражения  $\frac{7^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{35^{\sqrt{6}-2}}$ .

**3.12.3. (96369)** Найдите значение выражения  $\frac{6^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{30^{\sqrt{6}-2}}$ .

\*\*\*

**3.13.1. (прототип 77407)** Найдите значение выражения  $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$ .

**3.13.2. (94393)** Найдите значение выражения  $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-4-4\sqrt{8}}$ .

**3.13.3. (94877)** Найдите значение выражения  $3^{2\sqrt{6}+2} \cdot 9^{1-\sqrt{6}}$ .

\*\*\*

**3.14.1. (прототип 26736)** Найдите значение выражения  $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$ .

**3.14.2. (61499)** Найдите значение выражения  $\frac{(7\sqrt{3})^2}{5}$ .

**3.14.3. (61511)** Найдите значение выражения  $\frac{(3\sqrt{5})^2}{9}$ .

\*\*\*

**3.15.1. (прототип 26747)** Найдите значение выражения  $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2$ .

**3.15.2. (62391)** Найдите значение выражения  $\left(\frac{5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{5}}\right)^2$ .

**3.15.3. (62421)** Найдите значение выражения  $\left(\frac{7^{\frac{1}{6}} \cdot 7^{\frac{1}{9}}}{\sqrt[18]{7}}\right)^9$ .

\*\*\*

**3.16.1. (прототип 26749)** Найдите значение выражения  $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$ .

**3.16.2. (62505)** Найдите значение выражения  $0,12^{\frac{1}{9}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 15^{\frac{8}{9}}$ .

**3.16.3. (62571)** Найдите значение выражения  $1,5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$ .

\*\*\*

**3.17.1. (прототип 26752)** Найдите значение выражения  $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$ .

**3.17.2. (62649)** Найдите значение выражения  $9 \cdot \sqrt[6]{243} \cdot \sqrt[30]{243}$ .

**3.17.3. (62761)** Найдите значение выражения  $6 \cdot \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[12]{125}$ .

\*\*\*

**3.18.1. (прототип 77405)** Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$ .

**3.18.2. (93875)** Найдите значение выражения  $\sqrt[9]{343} \cdot \sqrt[3]{49}$ .

**3.18.3. (93877)** Найдите значение выражения  $\sqrt[6]{729} \cdot \sqrt[4]{81}$ .

\*\*\*

**3.19.1. (прототип 26745)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[2]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$ .

**3.19.2. (62259)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[20]{10} \cdot \sqrt[5]{10}}{\sqrt[4]{10}}$ .

**3.19.3. (62311)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[48]{3} \cdot \sqrt[16]{3}}{\sqrt[12]{3}}$ .

### Выражения с переменными

\*\*\*

**3.20.1. (прототип 26834)** Найдите значение выражения  $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$  при  $a > 0$ .

**3.20.2. (67885)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(4a)^{4,5}}{a^4 \sqrt{a}}$  при  $a > 0$ .

**3.20.3. (67891)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(196a)^{1,5}}{a \sqrt{a}}$  при  $a > 0$ .

\*\*\*

**3.21.1. (прототип 26835)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}}$  при  $b > 0$ .

**3.21.2. (67897)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}}$  при  $b > 0$ .

**3.21.3. (67921)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(9b)^{4,5} \cdot b^{0,9}}{b^{5,4}}$  при  $b > 0$ .

\*\*\*

**3.22.1. (прототип 26836)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$  при  $a > 0$ .

**3.22.2. (67939)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(\sqrt{5}a)^{12} \cdot \sqrt[10]{a^6}}{a^{12,6}}$  при  $a > 0$ .

**3.22.3. (67991)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(\sqrt{7}a)^{10} \cdot \sqrt{a^6}}{a^{13}}$  при  $a > 0$ .

\*\*\*

**3.23.1. (прототип 26832)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4}$  при  $a \neq 0$ .

**3.23.2. (67739)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(\sqrt[5]{13a^2})^{10}}{a^4}$  при  $a \neq 0$ .

**3.23.3. (67791)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{(\sqrt[6]{6a^2})^{18}}{a^6}$  при  $a \neq 0$ .

\*\*\*

**3.24.1. (прототип 26825)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$  при  $m > 0$ .

**3.24.2. (67285)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{16 \cdot \sqrt[54]{m} \cdot \sqrt[27]{m}}{\sqrt[18]{m}}$  при  $m > 0$ .

**3.24.3. (67293)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{23 \cdot \sqrt[12]{m} \cdot \sqrt[4]{m}}{\sqrt[3]{m}}$  при  $m > 0$ .

\*\*\*

**3.25.1. (прототип 26833)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{\sqrt{81 \sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$  при  $b > 0$

**3.25.2. (67813)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{\sqrt{100 \sqrt[9]{b}}}{\sqrt[18]{b}}$  при  $b > 0$ .

**3.25.3. (67841)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{\sqrt{9 \sqrt[10]{b}}}{\sqrt[20]{b}}$  при  $b > 0$ .

\*\*\*

**3.26.1. (прототип 26837)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt[16]{\sqrt[9]{m}}}$  при  $m > 0$

**3.26.2. (67997)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}{\sqrt{25 \sqrt[5]{m}}}$  при  $m > 0$ .

**3.26.3. (68041)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{\sqrt[8]{\sqrt{m}}}{\sqrt{100 \sqrt[8]{m}}}$  при  $m > 0$ .

\*\*\*

**3.27.1. (прототип 26838)** Найдите значе-

ние выражения  $\frac{15 \sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7 \sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2 \sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$  при  $a > 0$

**3.27.2. (68045)** Найдите значение выра-

жения  $\frac{12 \sqrt[6]{\sqrt[2]{a}} - 4 \sqrt[7]{\sqrt[18]{a}}}{4 \sqrt[3]{\sqrt[42]{a}}}$  при  $a > 0$ .

**3.27.3. (68091)** Найдите значение выражения

$$\frac{9\sqrt[7]{\sqrt[15]{a}} - 6\sqrt[3]{\sqrt[35]{a}}}{6\sqrt[5]{\sqrt[21]{a}}} \text{ при } a > 0.$$

\*\*\*

**3.28.1. (прототип 77409)** Найдите значение выражения

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} \text{ при } b = 6.$$

**3.28.2. (95865)** Найдите значение выражения

$$\frac{b^{9\sqrt{7}-1}}{(b^{\sqrt{7}})^9} \text{ при } b = 4.$$

**3.28.3. (95867)** Найдите значение выражения

$$\frac{b^{11\sqrt{13}+1}}{(b^{\sqrt{13}})^{11}} \text{ при } b = 7.$$

\*\*\*

**3.29.1. (прототип 77411)** Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} \text{ при } b = 5.$$

**3.29.2. (96865)** Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{10}})^{2\sqrt{10}}}{b^{17}} \text{ при } b = 2.$$

**3.29.3. (96869)** Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{7\sqrt{3}}}{b^{18}} \text{ при } b = 0,5.$$

\*\*\*

**3.30.1. (прототип 26842)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}} \text{ при } m = 64.$$

**3.30.2. (68257)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[12]{m}} \text{ при } m = 4096.$$

**3.30.3. (68313)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}} \text{ при } m = 125.$$

\*\*\*

**3.31.1. (прототип 77404)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} \text{ при } a = 1,25.$$

**3.31.2. (93705)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}}{a \cdot \sqrt[30]{a}} \text{ при } a = 0,25.$$

**3.31.3. (93707)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[10]{a} \cdot \sqrt[15]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} \text{ при } a = 1,25.$$

\*\*\*

**3.32.1. (прототип 26824)** Найдите значение выражения

$$\frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0$$

**3.32.2. (67239)** Найдите значение выражения

$$\frac{10\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.$$

**3.32.3. (67247)** Найдите значение выражения

$$\frac{4\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.$$

\*\*\*

**3.33.1. (прототип 77388)** Найдите значение выражения

$$\frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$$

при  $x = 3$ .

**3.33.2. (85499)** Найдите значение выражения

$$\frac{4\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x} - 3x + 2 \text{ при } x = -1.$$

**3.33.3. (85981)** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} + \frac{4\sqrt{x}}{x} + x - 2 \text{ при } x = 2.$$

\*\*\*

**3.34.1. (прототип 26829)** Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} \text{ при } x \leq 2.$$

**3.34.2. (67563)** Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 + 32x + 256} \text{ при } x \leq -16.$$

**3.34.3. (67591)** Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 - 40x + 400} \text{ при } x \leq 20.$$

\*\*\*

**3.35.1. (прототип 26830)** Найдите значение выражения

$$\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} \text{ при } 6 \leq a \leq 10.$$

**3.35.2. (67623)** Найдите значение выражения

$$\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-5)^2} \text{ при } 1 \leq a \leq 5.$$

**3.35.3. (67647)** Найдите значение выражения  $\sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a-11)^2}$  при  $3 \leq a \leq 11$ .

\*\*\*

**3.36.0.** Найдите  $h(5+x) + h(5-x)$ , если

$$h(t) = \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{t-10}.$$

**3.36.1. (прототип 26840)** Найдите

$$h(5+x) + h(5-x), \text{ если}$$

$$h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}.$$

**3.36.2. (68181)** Найдите

$$h(6+x) + h(6-x), \text{ если}$$

$$h(x) = \sqrt[9]{x} + \sqrt[9]{x-12}.$$

**3.36.3. (68183)** Найдите

$$h(3+x) + h(3-x), \text{ если}$$

$$h(x) = \sqrt[7]{x} + \sqrt[7]{x-6}.$$

\*\*\*

**3.37.0.** Найдите  $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$ , если

$$g(t) = \sqrt[3]{t(4-t)} \text{ при } |t| \neq 2.$$

**3.37.1. (прототип 26839)** Найдите

$$\frac{g(2-x)}{g(2+x)}, \text{ если } g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)} \text{ при } |x| \neq 2.$$

**3.37.2. (68131)** Найдите  $\frac{g(8-x)}{g(8+x)}$ , если

$$g(x) = \sqrt[7]{x(16-x)} \text{ при } |x| \neq 8.$$

**3.37.3. (68141)** Найдите  $\frac{g(3-x)}{g(3+x)}$ , если

$$g(x) = \sqrt[11]{x(6-x)} \text{ при } |x| \neq 3.$$

#### 4. Действия с логарифмами

**Логарифмом** положительного числа  $b$  по основанию  $a$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) называется такой показатель  $c$  степени, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b.$$

##### Свойства логарифмов

1. Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a 1 = 0$$

4. Логарифм произведения:

$$\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

5. Логарифм частного:

$$\log_a \left( \frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

6. Логарифм и степени:

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

7. Формула перехода к другому основанию и её следствия:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

$$\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$$

#### Числовые выражения

\*\*\*

**4.1.1. (68541)** Найдите значение выражения  $\log_4 16$ .

**4.1.2. (68543)** Найдите значение выражения  $\log_2 32$ .

**4.1.3. (68547)** Найдите значение выражения  $\log_5 625$ .

\*\*\*

**4.2.1. (прототип 26843)** Найдите значение выражения  $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$ .

**4.2.2. (68341)** Найдите значение выражения  $(\log_3 243) \cdot (\log_8 512)$ .

**4.2.3. (68343)** Найдите значение выражения  $(\log_9 81) \cdot (\log_2 64)$ .

\*\*\*

**4.3.1. (прототип 26846)** Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 2$ .

**4.3.2. (68473)** Найдите значение выражения  $\log_{0,2} 125$ .

**4.3.3. (68491)** Найдите значение выражения  $\log_{0,05} 8000$ .

\*\*\*

**4.4.1. (прототип 26847)** Найдите значение выражения  $\log_4 8$ .

**4.4.2. (68515)** Найдите значение выражения  $\log_{25} 0,2$ .

**4.4.3. (68551)** Найдите значение выражения  $\log_4 0,5$ .

\*\*\*

**4.5.1. (прототип 26849)** Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$ .

**4.5.2. (68555)** Найдите значение выражения  $\log_{25} 3125 + \log_{0,04} 0,008$ .

**4.5.3. (68591)** Найдите значение выражения  $\log_4 8 + \log_{0,25} 0,125$ .

\*\*\*

**4.6.1. (прототип 26889)** Найдите значение выражения  $\log_4 \log_5 25$ .

**4.6.2. (4397)** Найдите значение выражения  $\log_{16} \log_6 36$ .

**4.6.3. (69599)** Найдите значение выражения  $\log_3 \log_7 343$ .

\*\*\*

**4.7.1. (прототип 26857)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt[3]{13}} 13$ .

**4.7.2. (69091)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt[4]{3}} 3$ .

**4.7.3. (69093)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt[3]{14}} 14$ .

\*\*\*

**4.8.1. (прототип 26893)** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$ .

**4.8.2. (4473)** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$ .

**4.8.3. (69701)** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$ .

\*\*\*

**4.9.1. (прототип 26856)** Найдите значение выражения  $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$ .

**4.9.2. (4385)** Найдите значение выражения  $104 \log_3 \sqrt[8]{3}$ .

**4.9.3. (4387)** Найдите значение выражения  $75 \log_{11} \sqrt[5]{11}$ .

\*\*\*

**4.10.1. (прототип 26862)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}}^2 49$ .

**4.10.2. (69263)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{11}}^2 121$ .

**4.10.3. (69333)** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{12}}^2 1728$ .

\*\*\*

**4.11.1. (прототип 26844)** Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 4}$ .

**4.11.2. (4435)** Найдите значение выражения  $6 \cdot 7^{\log_7 2}$ .

**4.11.3. (4437)** Найдите значение выражения  $9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$ .

\*\*\*

**4.12.1. (прототип 26892)** Найдите значение выражения  $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$ .

**4.12.2. (4455)** Найдите значение выражения  $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$ .

**4.12.3. (69665)** Найдите значение выражения  $\frac{60}{4^{\log_4 10}}$ .

\*\*\*

**4.13.1. (прототип 26882)** Найдите значение выражения  $5^{3+\log_5 2}$ .

**4.13.2. (69341)** Найдите значение выражения  $2^{3+\log_2 15}$ .

**4.13.3. (69391)** Найдите значение выражения  $6^{2+\log_6 8}$ .

\*\*\*

**4.14.1. (прототип 26883)** Найдите значение выражения  $8^{2\log_8 3}$ .

**4.14.2. (69393)** Найдите значение выражения  $6^{2\log_6 14}$ .

**4.14.3. (69443)** Найдите значение выражения  $9^{2\log_9 6}$ .

\*\*\*

**4.15.1. (прототип 26845)** Найдите значение выражения  $36^{\log_6 5}$ .

**4.15.2. (4329)** Найдите значение выражения  $9^{\log_3 4}$ .

**4.15.3. (4331)** Найдите значение выражения  $16^{\log_4 7}$ .

\*\*\*

**4.16.1. (прототип 26885)** Найдите значение выражения  $64^{\log_8 \sqrt{3}}$ .

**4.16.2. (4347)** Найдите значение выражения  $25^{\log_5 \sqrt{6}}$ .

**4.16.3. (69543)** Найдите значение выражения  $4^{\log_2 \sqrt{10}}$ .

\*\*\*

**4.17.1. (прототип 26861)** Найдите значение выражения  $5^{\log_{25} 49}$ .

**4.17.2. (4505)** Найдите значение выражения  $3^{\log_9 16}$ .

**4.17.3. (4509)** Найдите значение выражения  $4^{\log_{16} 81}$ .

\*\*\*

**4.18.1. (прототип 77418)** Вычислите значение выражения:  $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$ .

**4.18.2. (99555)** Вычислите значение выражения:  $(3^{\log_3 5})^{\log_5 7}$ .

**4.18.3. (99559)** Вычислите значение выражения:  $(2^{\log_7 5})^{\log_2 7}$ .

\*\*\*

**4.19.1. (прототип 26894)** Найдите значение выражения  $\log_3 8,1 + \log_3 10$ .

**4.19.2. (4491)** Найдите значение выражения  $\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$ .

**4.19.3. (697650)** Найдите значение выражения  $\log_2 12,8 + \log_2 10$ .

\*\*\*

**4.20.1. (прототип 26848)** Найдите значение выражения  $\log_5 60 - \log_5 12$ .

**4.20.2. (4415)** Найдите значение выражения  $\log_6 270 - \log_6 7,5$ .

**4.20.3. (4433)** Найдите значение выражения  $\log_8 80 - \log_8 1,25$ .

\*\*\*

**4.21.1. (прототип 26850)** Найдите значение выражения  $\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3$ .

**4.21.2. (68599)** Найдите значение выражения  $\log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3$ .

**4.21.3. (68663)** Найдите значение выражения  $\log_{0,55} 20 - \log_{0,55} 11$ .

\*\*\*

**4.22.1. (прототип 26854)** Найдите значение выражения  $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$ .

**4.22.2. (68823)** Найдите значение выражения  $\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$ .

**4.22.3. (68897)** Найдите значение выражения  $\frac{4^{\log_{14} 588}}{4^{\log_{14} 3}}$ .

\*\*\*

**4.23.1. (прототип 26851)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$ .

**4.23.2. (68691)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 144}{\log_2 12}$ .

**4.23.3. (68693)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}$ .

\*\*\*

**4.24.1. (прототип 26896)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$ .

**4.24.2. (4525)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$ .

**4.24.3. (69939)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_8 \sqrt[25]{5}}{\log_8 5}$ .

\*\*\*

**4.25.1. (прототип 26858)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$ .

**4.25.2. (69105)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}$ .

**4.25.3. (69141)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 98}{2 + \log_7 2}$ .

\*\*\*

**4.26.1. (прототип 26859)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$ .

**4.26.2. (69157)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05$ .

**4.26.3. (69205)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1$ .

\*\*\*

**4.27.1. (прототип 26852)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$ .

**4.27.2. (4351)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8}$ .

**4.27.3. (68821)** Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 7}{\log_{27} 7}$ .

\*\*\*

**4.28.1. (прототип 26853)** Найдите значение выражения  $\log_5 9 \cdot \log_3 25$ .

**4.28.2. (4377)** Найдите значение выражения  $\log_2 5 \cdot \log_5 8$ .

**4.28.3. (4383)** Найдите значение выражения  $\log_7 9 \cdot \log_9 49$ .

\*\*\*

**4.29.1. (прототип 26860)** Найдите значение выражения  $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$ .

**4.29.2. (69213)** Найдите значение выражения  $\log_{0,4} 6 \cdot \log_6 2,5$ .

**4.29.3. (69245)** Найдите значение выражения  $\log_{0,5} 6 \cdot \log_6 2$ .

\*\*\*

**4.30.1. (99535)** Вычислите значение выражения:  $(2^{\log_5 3})^{\log_3 5}$ .

**4.30.2. (99539)** Вычислите значение выражения:  $(3^{\log_2 7})^{\log_7 2}$ .

**4.30.3. (99557)** Вычислите значение выражения:  $(5^{\log_3 7})^{\log_7 3}$ .

\*\*\*

**4.31.1. (прототип 26855)** Найдите значение выражения  $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$ .

**4.31.2. (68945)** Найдите значение выражения  $(1 - \log_6 54)(1 - \log_9 54)$ .

**4.31.3. (68955)** Найдите значение выражения  $(1 - \log_8 72)(1 - \log_9 72)$ .

#### Выражения с переменными

\*\*\*

**4.32.1. (прототип 77417)** Найдите  $\log_a (a^2 b^3)$ , если  $\log_a b = -2$ .

**4.32.2. (99467)** Найдите  $\log_a (ab^{10})$ , если  $\log_a b = 7$ .

**4.32.3. (99455)** Найдите  $\log_a (a^6 b^5)$ , если  $\log_a b = -6$ .

\*\*\*

**4.33.1. (прототип 77416)** Найдите  $\log_a \frac{a}{b^3}$ , если  $\log_a b = 5$ .

**4.33.2. (98965)** Найдите  $\log_a \frac{a^9}{b^2}$ , если  $\log_a b = 12$ .

4.33.3. (98967) Найдите  $\log_a \frac{a^7}{b^3}$ , если  $\log_a b = 10$ .

\*\*\*

4.34.1. (прототип 77415) Найдите значение выражения  $\log_a (ab^3)$ , если

$$\log_b a = \frac{1}{7}.$$

4.34.2. (98465) Найдите значение выражения  $\log_a (a^7 b^{10})$ , если  $\log_b a = \frac{10}{13}$ .

4.34.3. (98455) Найдите значение выражения  $\log_a (a^3 b^{10})$ , если  $\log_b a = \frac{5}{14}$ .

## 5. Преобразование тригонометрических выражений

### Значения функций для основных углов

Градусы	Рadianны	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$0^\circ$	0	0	1	0	—
$30^\circ$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^\circ$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$90^\circ$	$\frac{\pi}{2}$	1	0	—	0
$180^\circ$	$\pi$	0	-1	0	—
$270^\circ$	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	—	0
$360^\circ$	$2\pi$	0	1	0	—

### Четность, нечетность функций

$$\left. \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \operatorname{tg} x \\ y = \operatorname{ctg} x \end{array} \right\} \text{ - нечетные функции}$$

$y = \cos x$  - четная функция

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x; & \operatorname{tg}(-x) &= -\operatorname{tg} x; \\ \operatorname{ctg}(-x) &= -\operatorname{ctg} x; & \cos(-x) &= \cos x. \end{aligned}$$

### Периодичность функций

- Периоды функций  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$ :  
 $\dots, -6\pi, -4\pi, -2\pi, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$   
 $\sin(x + 2\pi n) = \sin x, n \in Z$   
 $\cos(x + 2\pi n) = \cos x, n \in Z$

Основной период (наименьший положительный период):  $2\pi$ .

- Периоды функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ :  
 $\dots, -3\pi, -2\pi, -\pi, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$   
 $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x, n \in Z$   
 $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x, n \in Z$

Основной период:  $\pi$ .

### Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

\*\*\*

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= 1 - \cos^2 x & \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \\ \cos^2 x &= (1 - \sin x)(1 + \sin x) \\ \sin^2 x &= (1 - \cos x)(1 + \cos x) \\ \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha &= \sin \alpha & \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} & \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \end{aligned}$$

### Формулы приведения

Для удобства считают, что  $\alpha$  – острый угол и используют следующее правило:

1) определяют, в какой четверти находится аргумент (заканчивается угол);

2) определяют знак исходной функции в рассматриваемой четверти;

3) если дан аргумент вида  $\pi \pm \alpha$  или  $2\pi \pm \alpha$ , то оставляют название исходной функции;

если дан аргумент вида  $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$  или  $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ , то меняют название на «кофункцию».

#### Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

#### Формулы половинного аргумента (понижение степени)

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

#### Числовые выражения

\*\*\*

**5.1.1. (прототип 26758)** Найдите значение выражения  $16\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$ .

**5.1.2. (63265)** Найдите значение выражения  $40\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$ .

**5.1.3. (63273)** Найдите значение выражения  $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ .

\*\*\*

**5.2.1. (прототип 26764)** Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

**5.2.2. (63677)** Найдите значение выражения  $35\sqrt{6} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

**5.2.3. (63707)** Найдите значение выражения  $27\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .

\*\*\*

**5.3.1. (прототип 77414)** Найдите значение выражения:  $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$ .

**5.3.2. (97955)** Найдите значение выражения:  $22 \sin 45^\circ \cdot \cos 135^\circ$ .

**5.3.3. (97885)** Найдите значение выражения:  $8 \sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ$ .

\*\*\*

**5.4.1. (прототип 26759)** Найдите значение выражения  $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3}$

**5.4.2. (63311)** Найдите значение выражения  $20\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{7\pi}{6}$ .

**5.4.3. (63323)** Найдите значение выражения  $14\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$ .

\*\*\*

**5.5.1. (прототип 26763)** Найдите значение выражения  $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$ .

**5.5.2. (63613)** Найдите значение выражения  $37\sqrt{2} \sin(-1035^\circ)$ .

**5.5.3. (63651)** Найдите значение выражения  $-4\sqrt{3} \sin(-780^\circ)$ .

\*\*\*

**5.6.1. (прототип 26761)** Найдите значение выражения  $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$ .

**5.6.2. (63465)** Найдите значение выражения  $16\sqrt{2} \cos(585^\circ)$ .

**5.6.3. (63505)** Найдите значение выражения  $32\sqrt{3} \cos(-510^\circ)$ .

\*\*\*

**5.7.1. (прототип 26762)** Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$ .

**5.7.2. (63525)** Найдите значение выражения  $-17\sqrt{3} \operatorname{tg}(1050^\circ)$ .

**5.7.3. (63587)** Найдите значение выражения  $44\sqrt{3} \operatorname{tg}(-480^\circ)$ .

\*\*\*

**5.8.1. (прототип 26760)** Найдите значение выражения  $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$ .

**5.8.2. (63451)** Найдите значение выражения  $\frac{29}{\sin\left(-\frac{35\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{26\pi}{3}\right)}$ .

**5.8.3. (63455)** Найдите значение выражения  $\frac{41}{\sin\left(-\frac{31\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{21\pi}{4}\right)}$ .

\*\*\*

**5.9.1. (прототип 26757)** Найдите значение выражения  $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$ .

**5.9.2. (63141)** Найдите значение выражения  $\frac{40 \cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$ .

**5.9.3. (63229)** Найдите значение выражения  $\frac{33 \cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$ .

\*\*\*

**5.10.1. (прототип 26765)** Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$ .

**5.10.2. (63709)** Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin 28^\circ}{\sin 332^\circ}$ .

**5.10.3. (63763)** Найдите значение выражения  $\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$ .

\*\*\*

**5.11.1. (прототип 26766)** Найдите значение выражения  $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ .

**5.11.2. (63767)** Найдите значение выражения  $\frac{-4 \cos 26^\circ}{\cos 154^\circ}$ .

**5.11.3. (63819)** Найдите значение выражения  $\frac{38 \cos 153^\circ}{\cos 27^\circ}$ .

\*\*\*

**5.12.1. (прототип 26769)** Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$ .

**5.12.2. (63877)** Найдите значение выражения  $\frac{-42 \sin 413^\circ}{\sin 53^\circ}$ .

**5.12.3. (63929)** Найдите значение выражения  $\frac{-20 \sin 373^\circ}{\sin 13^\circ}$ .

\*\*\*

**5.13.1. (прототип 26767)** Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 63^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .

**5.13.2. (63821)** Найдите значение выражения  $\frac{23 \operatorname{tg} 59^\circ}{\operatorname{tg} 121^\circ}$ .

**5.13.3. (63875)** Найдите значение выражения  $\frac{-22 \operatorname{tg} 148^\circ}{\operatorname{tg} 32^\circ}$ .

\*\*\*

**5.14.1. (прототип 26770)** Найдите значение выражения  $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$ .

**5.14.2. (63931)** Найдите значение выражения  $-19 \operatorname{tg} 101^\circ \cdot \operatorname{tg} 191^\circ$ .

**5.14.3. (63985)** Найдите значение выражения  $5\operatorname{tg}154^\circ \cdot \operatorname{tg}244^\circ$ .

\*\*\*

**5.15.1. (прототип 26771)** Найдите значение выражения  $7\operatorname{tg}13^\circ \cdot \operatorname{tg}77^\circ$ .

**5.15.2. (64034)** Найдите значение выражения  $-24\operatorname{tg}22^\circ \cdot \operatorname{tg}68^\circ$ .

**5.15.3. (64041)** Найдите значение выражения  $59\operatorname{tg}56^\circ \cdot \operatorname{tg}34^\circ$ .

\*\*\*

**5.16.1. (прототип 26772)** Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$$

**5.16.2. (64043)** Найдите значение выражения  $\frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ}$ .

**5.16.3. (64097)** Найдите значение выражения  $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$ .

\*\*\*

**5.17.1. (прототип 26773)** Найдите значение выражения  $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$ .

**5.17.2. (64099)** Найдите значение выражения  $\frac{-24}{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ}$ .

**5.17.3. (64151)** Найдите значение выражения  $\frac{9}{\cos^2 134^\circ + \cos^2 224^\circ}$ .

\*\*\*

**5.18.1. (прототип 26774)** Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$$

**5.18.2. (64155)** Найдите значение выражения  $\frac{-9}{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}$ .

**5.18.3. (64207)** Найдите значение выражения  $\frac{-20}{\sin^2 43^\circ + \cos^2 223^\circ}$ .

\*\*\*

**5.19.1. (прототип 26755)** Найдите значение выражения:  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .

**5.19.2. (17785)** Найдите значение выражения:  $\frac{2 \sin 6^\circ \cdot \cos 6^\circ}{\sin 12^\circ}$ .

**5.19.3. (17289)** Найдите значение выражения:  $\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$ .

\*\*\*

**5.20.1. (прототип 245169)** Найдите значение выражения  $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$ .

**5.20.2. (282447)** Найдите значение выражения  $\sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12}$ .

**5.20.3. (282525)** Найдите значение выражения  $2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cdot \cos \frac{13\pi}{8}$ .

\*\*\*

**5.21.1. (прототип 77413)** Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$ .

**5.21.2. (97865)** Найдите значение выражения  $\frac{16 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 70^\circ}$ .

**5.21.3. (97867)** Найдите значение выражения  $\frac{-4 \sin 122^\circ}{\cos 61^\circ \cdot \cos 29^\circ}$ .

\*\*\*

**5.22.1. (прототип 77412)** Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$ .

**5.22.2. (97335)** Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 34^\circ}{\sin 17^\circ \cdot \sin 73^\circ}$ .

**5.22.3. (97337)** Найдите значение выражения  $\frac{8 \sin 150^\circ}{\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ}$ .

\*\*\*

**5.23.1. (прототип 245170)** Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .

**5.23.2. (282527)** Найдите значение выражения  $\sqrt{32} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$ .

**5.23.3. (282603)** Найдите значение выражения  $\sqrt{8} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{15\pi}{8}$ .

\*\*\*

**5.24.1. (прототип 26756)** Найдите значение выражения  $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$ .

**5.24.2. (63129)** Найдите значение выражения  $\frac{23(\sin^2 25^\circ - \cos^2 25^\circ)}{\cos 50^\circ}$ .

**5.24.3. (63131)** Найдите значение выражения  $\frac{31(\sin^2 73^\circ - \cos^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ}$ .

\*\*\*

**5.25.1. (прототип 245171)** Найдите значение выражения  $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$ .

**5.25.2. (282607)** Найдите значение выражения  $\sqrt{108} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \sqrt{27}$ .

**5.25.3. (282685)** Найдите значение выражения  $\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18}$ .

\*\*\*

**5.26.1. (прототип 245172)** Найдите значение выражения  $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .

**5.26.2. (282687)** Найдите значение выражения  $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$ .

**5.26.3. (282763)** Найдите значение выражения  $\sqrt{2} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ .

### Выражения с переменными

\*\*\*

**5.27.1. (прототип 26781)** Найдите значение выражения

$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}$$

**5.27.2. (64555)** Найдите значение выражения

$$\frac{2 \cos(-3\pi - \beta) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{3 \cos(\beta + \pi)}$$

**5.27.3. (64609)** Найдите значение выражения

$$\frac{\cos(2\pi - \beta) - 3 \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{2 \cos(\beta - 3\pi)}$$

\*\*\*

**5.28.1. (прототип 26782)** Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$$

**5.28.2. (64625)** Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) - \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{5 \sin(\alpha - \pi)}$$

**5.28.3. (64691)** Найдите значение выражения

$$\frac{3 \sin(\alpha + 2\pi) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2 \sin(\alpha + 3\pi)}$$

\*\*\*

**5.29.1. (прототип 26778)** Найдите  $5 \sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

**5.29.2. (64387)** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .

**5.29.3. (64411)** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$ .

\*\*\*  
**5.30.1. (прототип 26777)** Найдите  $3 \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

**5.30.2. (64347)** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ .

**5.30.3. (64381)** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

\*\*\*  
**5.31.1. (прототип 26775)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

**5.31.2. (64231)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .

**5.31.3. (64271)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{10}{\sqrt{101}}$  и  $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$ .

\*\*\*  
**5.32.1. (прототип 26776)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

**5.32.2. (64285)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$  и  $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$ .

**5.32.3. (64341)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ .

\*\*\*  
**5.33.1. (прототип 26784)** Найдите  $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

**5.33.2. (64777)** Найдите  $3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,28$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .

**5.33.3. (64891)** Найдите  $-5 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,8$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ .

\*\*\*  
**5.34.1. (прототип 26785)** Найдите  $26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

**5.34.2. (64907)** Найдите  $-10 \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{24}{25}$  и  $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$ .

**5.34.3. (65021)** Найдите  $-13 \cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .

\*\*\*  
**5.35.1. (прототип 26786)** Найдите  $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$

**5.35.2. (65055)** Найдите  $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 1,25$ .

**5.35.3. (65151)** Найдите  $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ .

\*\*\*  
**5.36.1. (прототип 26780)** Найдите  $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$ , если  $\sin 3\alpha = 0,6$

**5.36.2. (64497)** Найдите  $\frac{3 \sin 6\alpha}{5 \cos 3\alpha}$ , если  $\sin 3\alpha = -0,4$ .

**5.36.3. (64553)** Найдите  $\frac{2 \sin 4\alpha}{5 \cos 2\alpha}$ , если  $\sin 2\alpha = -0,7$ .

\*\*\*  
**5.37.1. (прототип 26779)** Найдите  $24 \cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,2$

**5.37.2. (64423)** Найдите  $-16 \cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,4$ .

**5.37.3. (64453)** Найдите  $-6\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$ .

\*\*\*

**5.38.1. (прототип 26794)** Найдите  $9\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

**5.38.2. (65571)** Найдите  $98\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ .

**5.38.3. (65599)** Найдите  $70\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ .

\*\*\*

**5.39.1. (прототип 316350)** Найдите  $-47\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,4$ .

**5.39.2. (316353)** Найдите  $36\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,8$ .

**5.39.3. (316449)** Найдите  $-44\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,1$ .

\*\*\*

**5.40.1. (прототип 26793)** Найдите значение выражения

$5\sin(\alpha - 7\pi) - 11\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,25$

**5.40.2. (65489)** Найдите значение выражения  $7\sin(\alpha + 2\pi) + 3\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,8$ .

**5.40.3. (65551)** Найдите значение выражения  $3\sin(\alpha + \pi) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,3$ .

\*\*\*

**5.41.1. (прототип 26792)** Найдите значение выражения  $7\cos(\pi + \beta) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$ ,

если  $\cos \beta = -\frac{1}{3}$

**5.41.2. (65437)** Найдите значение выражения  $2\cos(-\pi + \beta) + 5\sin\left(\frac{-3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos \beta = -\frac{2}{3}$ .

**5.41.3. (65481)** Найдите значение выражения  $3\cos(\pi + \beta) + 2\sin\left(\frac{-\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos \beta = -\frac{3}{5}$ .

\*\*\*

**5.42.1. (прототип 26783)** Найдите значение выражения  $5\operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$ , если  $\operatorname{tg} \gamma = 7$ .

**5.42.2. (64697)** Найдите значение выражения  $2\operatorname{tg}(-4\pi + \gamma) - 3\operatorname{tg}(-\gamma)$ , если  $\operatorname{tg} \gamma = 0,2$ .

**5.42.3. (64761)** Найдите значение выражения  $5\operatorname{tg}(-3\pi + \gamma) + 3\operatorname{tg} \gamma$ , если  $\operatorname{tg} \gamma = 0,3$ .

\*\*\*

**5.43.1. (прототип 26787)** Найдите  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $5\sin^2 \alpha + 13\cos^2 \alpha = 6$ .

**5.43.2. (65179)** Найдите  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $3\sin^2 \alpha + 9\cos^2 \alpha = 7$ .

**5.43.3. (65215)** Найдите  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $4\sin^2 \alpha + 9\cos^2 \alpha = 8$ .

\*\*\*

**5.44.1. (прототип 26788)** Найдите  $\frac{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

**5.44.2. (65235)** Найдите  $\frac{4\cos \alpha - 5\sin \alpha}{4\sin \alpha + 4\cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 4$ .

**5.44.3. (65263)** Найдите  $\frac{6\cos \alpha - 3\sin \alpha}{5\sin \alpha - 2\cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ .

\*\*\*

**5.45.1. (прототип 26789)** Найдите  $\frac{10\cos \alpha + 4\sin \alpha + 15}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha + 3}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

**5.45.2. (65275)** Найдите  $\frac{2\cos \alpha + 8\sin \alpha + 6}{4\sin \alpha + \cos \alpha + 3}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -0,25$ .

**5.45.3. (65311)** Найдите  $\frac{6\cos \alpha - 15\sin \alpha + 16}{5\sin \alpha - 2\cos \alpha + 4}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$ .

\*\*\*

**5.46.1. (прототип 26790)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  
если  $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$

**5.46.2. (65357)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  
 $\frac{8 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 8 \cos \alpha} = -4$ .

**5.46.3. (65363)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  
 $\frac{7 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha} = 2$ .

\*\*\*

**5.47.1. (прототип 26791)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  
если  $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$

**5.47.2. (65367)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  
 $\frac{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 2}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 8} = \frac{1}{4}$ .

**5.47.3. (65411)** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  
 $\frac{4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha + 2}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{2}{3}$ .

## 6. Дополнительные задачи

**1.** Найдите значение выражения  
 $456 \cdot 79 - 79 \cdot 556$ .

**2.** Вычислите:

$$\frac{2\frac{3}{4} : 1,1 + 3\frac{1}{3} \cdot 5 \left(2\frac{1}{6} + 4,5\right) \cdot 0,375}{2,5 - 0,4 \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 7} - \frac{2,75 - 1\frac{1}{2}}{2}$$

**3.** Вычислите:

$$\frac{\left(13,75 + 9\frac{1}{6}\right) \cdot 1,2 \left(6,8 - 3\frac{3}{5}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{\left(10,3 - 8\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9} + \left(3\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}$$

**4.** Найдите значение выражения  $\frac{3a+4b}{2a+b}$ ,

если  $\frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}$ .

**5.** Вычислите:

**а)**  $|-8| - |-5|$ ; **б)**  $|0,1| \cdot |-10|$ ; **в)**  $\left|-2\frac{5}{8}\right| : \left|\frac{7}{16}\right|$ ;

**г)**  $|\sqrt{10} - 3|$ ; **д)**  $|\sqrt{7} - 3|$ ; **е)**  $|\pi - 3|$ ; **ж)**  $|e - 3|$ .

**6.** Упростите выражения:

**а)**  $|x - 2| + 7 - x$  при  $x \geq 2$ ;

**б)**  $4 - |3 - 2x|$  при  $x \leq 1,5$ .

**7.** Вычислите:

**а)**

$$64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4;$$

**б)**

$$3^{-4} \cdot 27^{\frac{2}{3}} \cdot 9 - 27^{-\frac{1}{3}} + (8^0)^3 \cdot 2 + (0,125)^{-\frac{2}{3}};$$

**в)**  $(0,0016)^{-\frac{3}{4}} + (0,04)^{-\frac{1}{2}} - (0,216)^{-\frac{2}{3}}$ .

**8.** Вычислите:

**а)**  $\left((0,48)^0 + \left(1\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}} : 0,8^{-4}\right) \cdot 0,81^{-\frac{1}{2}}$ ;

**б)**  $\left(0,49^{-1,5} : \left(1\frac{3}{7}\right)^4 + 0,64^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot 3\frac{1}{13}$ .

**9.** Вычислите:

**а)**  $\frac{6^6 \cdot 5^2}{15^3 \cdot 2^4}$ ; **б)**  $\frac{12^5}{2^{10} \cdot 81}$ .

**10.** Вычислите:

**а)**  $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$ ; **б)**  $\frac{2^7 \cdot 3^5 + 2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}$ .

**11.** Вычислите:

**а)**  $6^2 + 8^2$ ; **б)**  $(6+8)^2$ ; **в)**  $10^2 - 3^2$ ;

**г)**  $(10-3)^2$ .

**12.** Вычислите:

**а)**  $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 13 + 13^2$ ;

**б)**  $87^2 - 2 \cdot 87 \cdot 67 + 67^2$ .

**13.** Вычислите:

**а)**  $41^2$ ; **б)**  $39^2$ .

**14.** Вычислите:

**а)**  $42 \cdot 58$ ; **б)**  $62 \cdot 58$ .

**15.** Вычислите:

**а)**  $\frac{71^3 + 49^3}{120} - 71 \cdot 49$ ;

**б)**  $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$ .

**16.** Вычислите:

**а)**  $31^3$ ; **б)**  $19^3$ .

**17.** Вычислите:  $\frac{5 + 11 \cdot 5^{-2} - 3}{1 + 2 \cdot 8^{-1} - 19 \cdot 8^{-2}}$ .

**18.** Найдите значение выражения

**а)**  $\frac{y^{0,5}}{y^{0,5} + 4} + \frac{4y^{0,5}}{y - 16}$  при  $y = 18$ ;

б)  $\frac{x^{\frac{3}{4}} - 25x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{4}}}$  при  $x = 16$ ;

в)  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}} + \frac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}}$ , если  $x = 81$ ,  
 $y = 16$ .

19. Найдите значение выражения

а)  $\frac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}}$  при  $x = 2$ ;

б)  $\frac{81 - t^{-1}}{9 + t^{-0,5}} - 8t^{0,5}$  при  $t = 16$ .

20. Найдите значение:

а)  $\sqrt{529}$ ; б)  $\sqrt{784}$ ; в)  $\sqrt{5929}$ ; г)  $\sqrt{2304}$ ;

д)  $\sqrt{54756}$ ; е)  $\sqrt{12996}$ ; ж)  $\sqrt{760384}$ ;

з)  $\sqrt{126736}$ .

21. Найдите значение:

а)  $\sqrt{4225}$ ; б)  $\sqrt{1225}$ ; в)  $\sqrt{90,25}$ ;

г)  $\sqrt{0,0625}$ .

22. Найдите значение:

а)  $\sqrt{17^2 - 8^2}$ ; б)  $\sqrt{313^2 - 312^2}$ ;

в)  $\sqrt{65^2 - 63^2}$ ; г)  $\sqrt{89^2 - 39^2}$ .

д)  $\frac{\sqrt{392^2 - 388^2}}{\sqrt{195}}$ .

23. Найдите значение:

а)  $\sqrt[3]{216}$ ; б)  $\sqrt[4]{0,0625}$ ; в)  $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$ ;

г)  $\frac{\sqrt[3]{128} \cdot \sqrt[5]{32}}{\sqrt{81} \cdot \sqrt[3]{64}}$ ; д)  $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{4}{9}}$ ;

е)  $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt{0,25}}{2,5}$ ; ж)  $\left(\sqrt[3]{\frac{125}{8}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^{\frac{2}{3}}$ ;

з)  $\sqrt{\left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$ .

24. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{125 \cdot 0,027}$ ; б)  $\sqrt[3]{0,008 \cdot 27}$ ;

в)  $\sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{48}$ ; г)  $\sqrt[4]{48 \cdot 27}$ ; д)  $\sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09}$ ;

е)  $\sqrt[4]{27 \cdot 16} \cdot \sqrt[4]{3}$ ; ж)  $-\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$ ;

з)  $\frac{\sqrt[3]{375} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{81}}$ ; и)  $\frac{\sqrt[4]{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{125}}$ ; к)  $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{189}}$ ;

л)  $\frac{\sqrt[3]{250}}{4 \cdot \sqrt[3]{2}}$ ; м)  $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$ ;

н)  $\sqrt[3]{42} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{21}}$ .

25. Упростите выражение  $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{225}}$

1)  $5^{\frac{11}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$ ; 2)  $5^{\frac{1}{12}} \cdot 3$ ; 3)  $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$ ;

4)  $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ .

26. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ ; б)  $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\right)^2$ .

27. Вычислите:

а)  $(3\sqrt{5})^2$ ; б)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ; в)  $(2 \cdot \sqrt[3]{3})^6$ .

28. Упростите выражение:

а)  $\sqrt{2^4}$ ; б)  $\sqrt{10^8}$ ; в)  $\sqrt[4]{3^2}$ ; г)  $\sqrt[6]{5^3}$ .

29. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{(-3)^3 \cdot 2^6}$ ; б)  $\sqrt[3]{24 \cdot \sqrt{3} \cdot 3^{7,5}}$ ;

в)  $\sqrt[6]{3^7 \cdot 4^5} \cdot \sqrt[6]{3^5 \cdot 4}$ ; г)  $\sqrt[6]{2^4 \cdot 3^3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^{7,5}}$ ;

д)  $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$ .

30. Вынесите множитель за знак корня:

а)  $\sqrt{8}$ ; б)  $\sqrt[4]{48}$ ; в)  $\sqrt[3]{-3000}$ .

31. Внесите множитель под знак корня:

а)  $3\sqrt{3}$ ; б)  $-2 \cdot \sqrt[3]{4}$ ; в)  $-3 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{9}}$ .

32. Упростите:

а)  $2\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$ ;

б)  $(8\sqrt{27} - \sqrt[3]{32}) - (\sqrt[3]{108} + 6\sqrt{48})$ ;

в)  $\frac{\sqrt{22} - \sqrt{2}}{\sqrt{11} - 11} \cdot \sqrt{11}$ ; г)  $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$ ;

д)  $\sqrt[3]{81} - \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$ ;

е)  $(7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$ .

ж)  $(\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3}$ .

з)  $\frac{2\sqrt{7} + \sqrt{63} - \sqrt{175}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

и)  $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80}}{\sqrt{5}}$ .

33. Упростите:

а)  $5\sqrt{7} - 2 + 3\sqrt{7} - \sqrt[3]{2} + 5 - 6\sqrt[3]{2}$ ;

б)  $(3\sqrt{5} - 2)(2 + \sqrt{5})$ .

34. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ; б)  $\frac{4}{\sqrt[3]{7}}$ ; в)  $\frac{4}{5 + \sqrt{13}}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ .

35. Вычислите:

а)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

36. Вычислите:

а)  $(7^{\sqrt{38-6}})^{\sqrt{38+6}}$ .

б)  $2^{2-\sqrt{10}} \cdot 2^{2+\sqrt{10}}$ .

в)  $\left(3^{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ .

37. Вычислите:

а)  $\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5-3\sqrt{2})^2}$ ;

б)  $\sqrt{(3-\sqrt{7})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-4)^2}$ ;

38. Вычислите:

а)  $\sqrt[7]{5-\sqrt{26}} \cdot \sqrt[7]{5+\sqrt{26}}$ ;

б)  $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$ ;

в)  $\sqrt[3]{8+2\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{7}-8} \cdot \sqrt[3]{48}$ ;

г)  $\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4}$ ; д)  $\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ ;

е)  $\left(\sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}\right)^2$ ;

ж)  $\left(7,3 \cdot \sqrt[3]{49\sqrt{7}} - 0,3 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt[3]{49}}\right)^{\frac{6}{11}}$ .

з)  $\left(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}}\right)^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$ .

39. Вычислите

а)  $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{2}$ ;

б)  $\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}$ ;

в)  $\sqrt{7+\sqrt{24}} - \sqrt{7-\sqrt{24}}$ ;

г)  $\sqrt[4]{(37-20\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{3}$ .

40. Вынесите множитель за знак корня:

а)  $\sqrt[4]{8a^{16}}$ ; б)  $\sqrt[3]{9c^{18}}$ .

41. Внесите множитель под знак корня:

а)  $3 \cdot \sqrt[4]{c}$ ; б)  $2 \cdot \sqrt[8]{q^3}$ ; в)  $p^4 \cdot \sqrt[7]{3}$ ; г)  $t^2 \cdot \sqrt[9]{5}$ .

42. Найдите значение выражения:

а)  $\sqrt[4]{(2x-3)^4} + 2\sqrt{(x+2,5)^2}$ , если  $-2,1 \leq x \leq 1,2$ ;

б)  $\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$  при  $x < -2013$ .

в)  $\sqrt{9-6 \cdot 4^x + 16^x} - 4^x - 0,5$ , если  $3^x = 7$ .

43. Вычислите

а)  $\log_4 \log_2 \log_3 81$ ; б)  $\log_{\frac{2}{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$ .

44. Вычислите десятичный логарифм:

а)  $\lg 10$ ; б)  $\lg 100$ ; в)  $\lg 1$ ; г)  $\lg 0,1$ ;

д)  $\lg 0,01$ ; е)  $\lg \sqrt{10}$ ; ж)  $\lg \frac{1}{\sqrt{10}}$ ; з)  $\lg 10^5$ ;

и)  $\lg 10^{-3}$ ; к)  $\lg 10^m$ .

45. Вычислите натуральный логарифм:

а)  $\ln e$ ; б)  $\ln \frac{1}{e}$ ; в)  $\ln 1$ ; г)  $\ln e^7$ ; д)  $\ln \sqrt[3]{e}$ .

46. Вычислите:

а)  $\log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} + 2\sqrt{30}) + \log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} - 2\sqrt{30})$ ;

б)  $\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5 \log_6(8+2\sqrt{7})$ .

в)  $\left((4 - \log_2^2 3) \cdot \log_{12} 2 + \log_2 3\right) \cdot 5^{\log_5 13}$ ;

г)  $0,9 \left( \frac{\log_9 162}{\log_2 9} - \frac{\log_9 18}{\log_{18} 9} \right)$ ;

д)  $\frac{\log_2 40}{\lg 2} - \frac{\log_2 5}{\log_{80} 2}$ ;

е)  $\lg^2 32 + \frac{25 \lg 20}{2 \log_{25} 10}$ ;

ж)  $\log_2(56\sqrt{2}) - (\log_2^2 7 + 1 - \log_2 49)^{0,5}$ .

з)  $3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$ .

47. Найдите значение выражения:

а)  $\arcsin 1$ ; б)  $\arccos \frac{1}{2}$ ; в)  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

г)  $\operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; д)  $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;

- е)  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; ж)  $\operatorname{arctg}(-1)$ ;  
 з)  $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$ ; и)  $\cos(2\operatorname{arctg}(-1))$ ;  
 к)  $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ; л)  $\arccos\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right)$ ;  
 м)  $\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}\right)$ ;  
 н)  $\operatorname{tg}^2\left(5\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - 0,25\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

48. Упростите выражение:

- а)  $5\sin^2\alpha - 4 + 5\cos^2\alpha$ ;  
 б)  $-4\sin^2\alpha + 5 - 4\cos^2\alpha$ ;  
 в)  $1 - \sin^2x + \cos^2x$ ;  
 г)  $\frac{\cos^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$ ;  
 д)  $(\cos x - \sin x)^2 + 2\sin x \cdot \cos x$ ;

49. Упростите выражение:

- а)  $1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$ ; б)  $\frac{1}{1 + \cos\alpha} + \frac{1}{1 - \cos\alpha}$ ;  
 в)  $\frac{\cos^2\alpha - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha}{2\sin\alpha}$ ;  
 г)  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$ ;  
 д)  $\sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta +$   
 $+ \sin^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta$ ;  
 е)  $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ ;  
 ж)  $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha + 3\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ .

50. Найдите значение выражения:

- а)  $3\sin^2x - 1$ , если  $\cos^2x = 0,5$ ;  
 б)  $2 - \operatorname{tg}^2x \cdot \cos^2x$ , если  $\sin x = 0,2$ ;  
 в)  $\sqrt{14}\cos\alpha$ , если

$$\sin\alpha = -\sqrt{\frac{5}{14}}, \quad \pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2};$$

- г)  $\sqrt{21}\sin\alpha$ , если

$$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{5}{21}}, \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi;$$

51. Упростите выражение:

- а)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ ; б)  $\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)$ ;  
 в)  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(\pi + 3\alpha)$ ;

- д)  $\cos(2\pi - \alpha)$ ; е)  $\sin(2\pi + \alpha)$ ;  
 ж)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$ ; з)  $\sin(180^\circ + \alpha)$ ;  
 и)  $\sin(270^\circ - \alpha)$ ; к)  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ ;  
 л)  $\cos(\alpha - \pi)$ ; м)  $\operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ)$ ;  
 н)  $\operatorname{tg}(-\alpha + 270^\circ)$ ; о)  $\sin^2(\pi + \alpha)$ ;  
 п)  $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ ; р)  $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$ .

52. Упростите выражение:

- а)  $\sin^2(180^\circ - x) + \sin^2(270^\circ - x)$ ;  
 б)  $\sin(\pi - x)\cos(x - 0,5\pi) -$   
 $-\sin(x + 0,5\pi)\cos(\pi - x)$ ;  
 в)  $\frac{\cos(-\alpha)\cos(180^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha)\sin(1,5\pi + \alpha)}$ .

53. Найдите значение выражения:

- а)  $5\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha)$ , если  
 $\sin\alpha = -0,8$ ;  
 б)  $3\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi - \alpha)$ , если  
 $\cos\alpha = 0,5$ ;

- в)  $3\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos(\pi + \alpha)$ , если  $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ;

- г)  $2\sqrt{5}\operatorname{ctg}\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , если

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4};$$

- д)  $\frac{3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2\cos(\pi - \alpha)}$ , если  $\alpha = \frac{7\pi}{4}$ .

54. Упростите выражение:

- а)  $\sin 3,5\alpha \cdot \sin 2,5\alpha + \cos\alpha -$   
 $-\cos 3,5\alpha \cdot \cos 2,5\alpha$ ;

- б)  $\sin 5\alpha \cdot \cos 4\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) -$   
 $-\cos 5\alpha \cdot \sin 4\alpha$ .

55. Найдите значение выражения:

- а)  $\sqrt{19} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ , если

$$\cos x = \frac{4}{\sqrt{19}}, \quad \pi \leq x \leq 2\pi.$$

б)  $\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ , если

$$\cos x = -\frac{3}{5}, \quad \pi \leq x \leq 2\pi.$$

56. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 3\alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ ;

б)  $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \cdot \sin \beta}{2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$ ;

в)  $\frac{\cos \alpha - \sqrt{2} \cos(45^\circ + \alpha)}{2 \sin(30^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \sin \alpha}$ .

57. Найдите значение выражения:

а)  $169 \sin 2x$ , если

$$\cos x = -\frac{5}{13}, \quad -\pi < x < 0.$$

б)  $26 \sin 2x$ , если

$$\sin x = -\frac{2}{\sqrt{13}}, \quad -\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2}.$$

58. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ;

б)  $\frac{1 + \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$ ; в)  $\cos^4 x - \sin^4 x$ ;

г)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$ .

59. Упростите выражение:

а)  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ ;

б)  $2 \sin^2 \frac{x}{2} + \cos x$ ;

в)  $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}$ .

60. Найдите значения  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ ,

если известно, что  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{41}$  и  $0 < \alpha < \pi$ .

## Решения задач-прототипов

### 1. Арифметические действия

#### Числовые выражения

**1.1.1. Решение.**  $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9} = \frac{40}{9} \cdot \frac{9}{4} = 10$

Ответ: 10.

**1.2.1. Решение.**

$$\begin{aligned} \left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6} &= \left(\frac{18}{7} - \frac{12}{10}\right) \cdot \frac{35}{6} = \\ &= \left(\frac{18}{7} - \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{35}{6} = \frac{18 \cdot 5 - 6 \cdot 7}{7 \cdot 5} \cdot \frac{35}{6} = \\ &= \frac{48}{35} \cdot \frac{35}{6} = 8. \end{aligned}$$

Ответ: 8.

**1.3.1. Решение.**

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8 &= \left(\frac{6}{8} + \frac{19}{8}\right) \cdot 25\frac{4}{5} = \\ &= \frac{25}{8} \cdot \frac{129}{5} = \frac{5 \cdot 129}{8} = 80\frac{5}{8} = 80,625. \end{aligned}$$

Ответ: 80,625.

**1.4.1. Решение.**

$$\begin{aligned} \left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70} &= \left(\frac{18}{7} - \frac{5}{2}\right) \cdot 70 = \\ &= \frac{18 \cdot 2 - 5 \cdot 7}{7 \cdot 2} \cdot 70 = \frac{70}{14} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

**1.5.1. Решение.**

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457} = \frac{1,23 \cdot 0,457 \cdot 100}{1,23 \cdot 10 \cdot 0,457} = 10.$$

Ответ: 10.

#### Выражения с переменными

**1.6.1. Решение.**

$$(9ax - (-7xua)) : 4ua = \frac{16xua}{4xua} = 4.$$

Ответ: 4.

**1.7.1. Решение.** Если  $\frac{a}{b} = 3$ , то

$a = 3b$ ,  $b \neq 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{a+9b+16}{a+3b+8} &= \frac{3b+9b+16}{3b+3b+8} = \frac{12b+16}{6b+8} = \\ &= \frac{2(6b+8)}{6b+8} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

**1.8.1. Решение.** Если  $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$ , то

$$2a+5b = 5a+2b, \quad 5a+2b \neq 0 \quad \text{или} \quad 3a = 3b$$

или  $a = b$ . Тогда  $\frac{a}{b} = 1$ .

Ответ: 1.

**1.9.1. Решение.** Если  $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$ , то

$$\begin{aligned} 2a-7b+5 &= 63a-18b+45 \\ \text{или} \quad 61a-11b &= -40. \end{aligned}$$

Тогда  $61a-11b+50 = -40+50 = 10$ .

Ответ: 10.

**1.10.1. Решение.** 1-ый способ. Из первого равенства выразим переменную  $y$ :

$y = 5 - 4x$ . Из второго равенства выразим

переменную  $z$ :  $z = \frac{7-y}{12} = \frac{7-(5-4x)}{12} =$

$= \frac{2+4x}{12} = \frac{1+2x}{6}$ . Теперь подставим по-

лученные выражения в исходное выражение

$$\begin{aligned} 2x+y+6z &= 2x+(5-4x)+6 \cdot \frac{1+2x}{6} = \\ &= 5-2x+1+2x = 6. \end{aligned}$$

2-ой способ. Складывая левые и правые части равенств  $4x+y=5$  и  $12z+y=7$ ,

получим  $4x+2y+12z=12$ . Разделим обе части последнего равенства на 2:  $2x+y+6z=6$ .

Ответ: 6.

**1.11.1. Решение.** Так как  $p(a) = 2a - 3$ , то имеем

$$\begin{aligned} 3p(a) - 6a + 7 &= 3 \cdot (2a - 3) - 6a + 7 = \\ &= 6a - 9 - 6a + 7 = -2. \end{aligned}$$

Ответ: -2.

**1.12.1. Решение.** Так как  $p(x) = 2x + 1$ , то имеем

$$\begin{aligned} p(x-7) + p(13-x) &= \\ &= 2(x-7) + 1 + 2(13-x) + 1 = \\ &= 2x - 14 + 1 + 26 - 2x + 1 = 14. \end{aligned}$$

Ответ: 14.

**1.13.1. Решение.** Так как  $q(b) = 3b$ , то имеем

$$\begin{aligned} q(b-2) - q(b+2) &= 3(b-2) - 3(b+2) = \\ &= 3b - 6 - 3b - 6 = -12. \end{aligned}$$

**Ответ:** -12.

**1.14.1. Решение.** Так как  $p(x) = x - 3$ , то имеем

$$\begin{aligned} 2p(x-7) - p(2x) &= \\ &= 2((x-7)-3) - (2x-3) = \\ &= 2x - 20 - 2x + 3 = -17. \end{aligned}$$

**Ответ:** -17.

**1.15.1. Решение.** Так как  $p(x) = x - 10$ , то имеем

$$\begin{aligned} 5(p(2x) - 2p(x+5)) &= \\ &= 5((2x-10) - 2((x+5)-10)) = \\ &= 5(2x-10-2x+10) = 0. \end{aligned}$$

**Ответ:** 0.

**1.16.1. Решение.** При  $x \neq 3$  имеем

$$\begin{aligned} p(x) + p(6-x) &= \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)(6-(6-x))}{(6-x)-3} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)x}{3-x} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} - \frac{(6-x)x}{x-3} = 0. \end{aligned}$$

**Ответ:** 0.

**1.17.1. Решение.** При  $b \neq 0$  имеем

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)} = \frac{\left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{b} + 3b\right)\left(\frac{3}{b} + b\right)} = 1.$$

**Ответ:** 1.

## 2. Действия со степенями

### Числовые выражения

**2.1.1. Решение.** Используя формулу разности квадратов, имеем

$$\begin{aligned} (432^2 - 568^2) : 1000 &= \\ &= \frac{(432 - 568)(432 + 568)}{1000} = \\ &= \frac{-136 \cdot 1000}{1000} = -136. \end{aligned}$$

**Ответ:** -136.

**2.2.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (5^{12})^3 : 5^{37} &= 5^{12 \cdot 3} : 5^{37} = 5^{36} : 5^{37} = \\ &= 5^{36-37} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2. \end{aligned}$$

**Ответ:** 0,2.

**2.3.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 5^{0,36} \cdot 25^{0,32} &= 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36} \cdot 5^{2 \cdot 0,32} = \\ &= 5^{0,36} \cdot 5^{0,64} = 5^{0,36+0,64} = 5^1 = 5. \end{aligned}$$

**Ответ:** 5.

**2.4.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{2 \cdot \frac{5}{18}} = \\ &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7^{\frac{4+5}{9}} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

**Ответ:** 7.

**2.5.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (49^6)^3 : (7^7)^5 &= 49^{18} : 7^{35} = (7^2)^{18} : 7^{35} = \\ &= 7^{36} : 7^{35} = 7^{36-35} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

**Ответ:** 7.

**2.6.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} &= \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{2 \cdot 2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = \\ &= 3^{6,5-4,5} = 3^2 = 9. \end{aligned}$$

**Ответ:** 9.

**2.7.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{49^{5,2}}{7^{8,4}} &= \frac{(7^2)^{5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{2 \cdot 5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{10,4}}{7^{8,4}} = \\ &= 7^{10,4-8,4} = 7^2 = 49. \end{aligned}$$

**Ответ:** 49.

**2.8.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{\left(2^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9} &= \frac{2^{\frac{2}{5} \cdot 15} \cdot 5^{\frac{2}{3} \cdot 15}}{10^9} = \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{(2 \cdot 5)^9} = \\ &= \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8} = 0,625. \end{aligned}$$

**Ответ:** 0,625.

**2.9.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{(2 \cdot 3)^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

**2.10.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$4^8 \cdot 11^{10} : 44^8 = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{(4 \cdot 11)^8} = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{4^8 \cdot 11^8} = 11^2 = 121.$$

Ответ: 121.

**2.11.1. Решение.** Согласно свойствам степеней имеем

$$35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7} = \frac{7^{-4,7} \cdot 5^{-4,7} \cdot 7^{5,7}}{5^{-3,7}} = 7 \cdot 5^{-1} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Ответ: 1,4.

### Выражения с переменными

\*\*\*

**2.12.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a - 1)}{a(11a - 1)} = 11.$$

Ответ: 11.

**2.13.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x = \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} - 3x = 3x - 2 - 3x = -2.$$

Ответ: -2.

**2.14.1. Решение.** Упростим выражение:

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 = 4x^2 - 25 - 4x^2 = -25.$$

Ответ: -25.

**2.15.1. Решение.** Упростим выражение:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147.$$

При  $x = 80$  выражение примет значение  $6 \cdot 80 - 147 = 480 - 147 = 333$ .

Ответ: 333.

**2.16.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy &= \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2)}{2xy} = \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

**2.17.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy &= \\ &= \frac{9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{12xy}{6xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

**2.18.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy &= \\ &= ((4x - 3y) - (4x + 3y)) \times \\ &\quad \times ((4x - 3y) + (4x + 3y)) : 4xy = \\ &= \frac{(4x - 3y - 4x - 3y) \cdot (4x - 3y + 4x + 3y)}{4xy} = \\ &= \frac{-6y \cdot 8x}{4xy} = -12. \end{aligned}$$

Ответ: -12.

**2.19.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4a^2 - 9) \cdot \left( \frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right) &= \\ &= \frac{4a^2 - 9}{2a - 3} - \frac{4a^2 - 9}{2a + 3} = \\ &= \frac{(2a - 3)(2a + 3)}{2a - 3} - \frac{(2a - 3)(2a + 3)}{2a + 3} = \\ &= 2a + 3 - 2a + 3 = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

**2.20.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (9b^2 - 49) \cdot \left( \frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13 &= \\ &= \frac{9b^2 - 49}{3b - 7} - \frac{9b^2 - 49}{3b + 7} + b - 13 = \\ &= \frac{(3b - 7)(3b + 7)}{3b - 7} - \frac{(3b - 7)(3b + 7)}{3b + 7} + b - 13 = \\ &= 3b + 7 - 3b + 7 + b - 13 = b + 1. \end{aligned}$$

При  $b = 345$  выражение примет значение  $345 + 1 = 346$ .

Ответ: 346.

**2.21.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\begin{aligned} a(36a^2 - 25) \cdot \left( \frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) &= \\ = a \left( \frac{36a^2 - 25}{6a+5} - \frac{36a^2 - 25}{6a-5} \right) &= \\ = a \left( \frac{(6a-5)(6a+5)}{6a+5} - \frac{(6a-5)(6a+5)}{6a-5} \right) &= \\ = a(6a-5-6a-5) &= -10a. \end{aligned}$$

При  $a = 36,7$  выражение примет значение  $-10 \cdot 36,7 = -367$ .

Ответ:  $-367$ .

**2.22.1. Решение.** Так как  $g(x) = 8^x$ , то

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)} = \frac{8^{x-9}}{8^{x-11}} = 8^{(x-9)-(x-11)} = 8^2 = 64.$$

Ответ: 64.

**2.23.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4} = \frac{3^3 \cdot x^3 \cdot x^{-9}}{2x^4 \cdot x^{-10}} = \frac{27x^{-6}}{2x^{-6}} = 13,5.$$

Ответ: 13,5.

**2.24.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(7x^3)^2 : (7x^6) = \frac{7^2 \cdot x^6}{7x^6} = 7.$$

Ответ: 7.

**2.25.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4a)^3 : a^7 \cdot a^4 = \frac{4^3 \cdot a^3 \cdot a^4}{a^7} = \frac{64a^7}{a^7} = 64.$$

Ответ: 64.

**2.26.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2 = \frac{18x^7 \cdot x^{13}}{3^2 \cdot (x^{10})^2} = \frac{18x^{20}}{9x^{20}} = 2.$$

Ответ: 2.

**2.27.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} ((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12} &= \frac{2^4 \cdot (x^3)^4 - (x^2)^6}{3x^{12}} = \\ = \frac{16x^{12} - x^{12}}{3x^{12}} &= \frac{15x^{12}}{3x^{12}} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

**2.28.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2} &= \frac{7m^{30} + 11m^{30}}{9m^{30}} = \\ = \frac{18m^{30}}{9m^{30}} &= 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

**2.29.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} = 6n^{\frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4}} = 6n^{\frac{4-1-3}{12}} = 6n^0 = 6 \cdot 1 = 6.$$

Ответ: 6.

**2.30.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} &= \frac{5^3 \cdot (a^2)^3 \cdot 6^2 \cdot b^2}{30^2 \cdot (a^3)^2 \cdot b^2} = \\ = \frac{5 \cdot (5 \cdot 6)^2 \cdot a^6 \cdot b^2}{30^2 \cdot a^6 \cdot b^2} &= \frac{5 \cdot 30^2}{30^2} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

**2.31.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}} &= \frac{4^2 a^2 b^{-6}}{4^3 a^3 b^{-6}} = \\ = \frac{1}{4} &= 0,25. \end{aligned}$$

Ответ: 0,25.

**2.32.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68} = a^{0,65+0,67+0,68} = a^2.$$

При  $a = 11$  выражение примет значение  $11^2 = 121$ .

Ответ: 121.

**2.33.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} = a^{7,4-8,4} = a^{-1}.$$

При  $a = 0,4$  выражение примет значение  $0,4^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2} = 2,5$ .

Ответ: 2,5.

**2.34.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{3,21+7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{10,57}}{a^{8,57}} = a^{10,57-8,57} = a^2.$$

При  $a = 12$  выражение примет значение  $12^2 = 144$ .

Ответ: 144.

**2.35.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{2,11+2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{4,33}} = a^{3,33-4,33} = a^{-1}.$$

При  $a = \frac{2}{7}$  выражение примет значение

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5.

**2.36.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0} = \frac{x^{7-5}}{1} = x^2.$$

При  $x = 4$  выражение примет значение  $4^2 = 16$ .

Ответ: 16.

**2.37.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^5 : b^9 \cdot b^6 = b^{5-9+6} = b^2.$$

При  $b = 0,01$  выражение примет значение  $0,01^2 = 0,0001$ .

Ответ: 0,0001.

**2.38.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(2a^3)^4 : (2a^{11}) = \frac{2^4 \cdot (a^3)^4}{2a^{11}} = \frac{2^3 a^{12}}{a^{11}} = 8a.$$

При  $a = 11$  выражение примет значение  $8 \cdot 11 = 88$ .

Ответ: 88.

**2.39.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4b)^3 : b^9 \cdot b^5 = \frac{4^3 \cdot b^3 \cdot b^5}{b^9} = \frac{64b^8}{b^9} = \frac{64}{b}.$$

При  $b = 128$  выражение примет значение  $\frac{64}{128} = 0,5$ .

Ответ: 0,5.

**2.40.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2 = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{5}} = b^{\frac{1}{5} + \frac{9}{5}} = b^2.$$

При  $b = 7$  выражение примет значение  $7^2 = 49$ .

Ответ: 49.

**2.41.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12} + \frac{1}{4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{3}}} = n^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = n^{\frac{1}{2}}.$$

При  $n = 64$  выражение примет значение  $64^{\frac{1}{2}} = 8$ .

Ответ: 8.

**2.42.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot (3^2)^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot 3^{-2x} = x \cdot 3^{2x+1-2x} = 3x.$$

При  $x = 5$  выражение примет значение  $3 \cdot 5 = 15$ .

Ответ: 15.

**2.43.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4 = \frac{6x \cdot 3^3 \cdot (x^{12})^3}{3^4 \cdot (x^9)^4} = \frac{2 \cdot 3^4 \cdot x^{37}}{3^4 \cdot x^{36}} = 2x.$$

При  $x = 75$  выражение примет значение  $2 \cdot 75 = 150$ .

Ответ: 150.

**2.44.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$7^{2x-1} : 49^x : x = \frac{7^{2x-1}}{(7^2)^x \cdot x} = \frac{7^{2x-1}}{7^{2x} \cdot x} = \frac{1}{7x}.$$

При  $x = \frac{1}{14}$  выражение примет значение

$$\frac{1}{7 \cdot \frac{1}{14}} = \frac{14}{7} = 2.$$

Ответ: 2.

**2.45.1. Решение.** Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6) = \frac{11a^6b^3 - 27a^6b^3}{4a^6b^6} = \frac{-16a^6b^3}{4a^6b^6} = -\frac{4}{b^3}.$$

При  $b = 2$  выражение примет значение  $-\frac{4}{2^3} = -\frac{4}{8} = -0,5$ .

Ответ: -0,5.

### 3. Действия с арифметическими корнями

#### Числовые выражения

**3.1.1. Решение.**

$$\begin{aligned}\sqrt{65^2 - 56^2} &= \sqrt{(65 - 56)(65 + 56)} = \\ &= \sqrt{9 \cdot 121} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{121} = 3 \cdot 11 = 33.\end{aligned}$$

Ответ: 33.

**3.2.1. Решение.**

$$\begin{aligned}(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15} &= (\sqrt{15} - \sqrt{4 \cdot 15}) \cdot \sqrt{15} = \\ &= (\sqrt{15} - 2\sqrt{15}) \cdot \sqrt{15} = -\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = \\ &= -(\sqrt{15})^2 = -15.\end{aligned}$$

**3.3.1. Решение.**

$$\begin{aligned}(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}) &= (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{7})^2 = \\ &= 13 - 7 = 6.\end{aligned}$$

Ответ: 6.

**3.4.1. Решение.**

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} &= \frac{(\sqrt{13})^2 + 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \\ &= \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

**3.5.1. Решение.**

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}} &= \frac{(\sqrt{15})^2 - 2 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}} = \\ &= \frac{18 - 6\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{6(3 - \sqrt{5})}{3 - \sqrt{5}} = 6.\end{aligned}$$

Ответ: 6.

**3.6.1. Решение.** Согласно свойствам арифметического корня,

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} &= \frac{\sqrt{2,8 \cdot 4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \\ &= \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 6}} = \sqrt{7^2} = 7.\end{aligned}$$

Ответ: 7.

**3.7.1. Решение.** Согласно свойствам арифметического корня,

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \frac{\sqrt[5]{10 \cdot 16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$$

Ответ: 2.

**3.8.1. Решение.**

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} &= \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27 \cdot 28}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 28}{7 \cdot 3}} = \sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

**3.9.1. Решение.**

$$3^{\sqrt{5+10}} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}} = 3^{\sqrt{5+10-5-\sqrt{5}}} = 3^5 = 243.$$

Ответ: 243.

**3.10.1. Решение.**

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = \frac{5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = \frac{5^{2\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = 5.$$

Ответ: 5.

**3.11.1. Решение.**

$$\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}} = \frac{2^{1-\sqrt{10}}}{2^{-\sqrt{10}}} = 2.$$

Ответ: 2.

**3.12.1. Решение.**

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{(6 \cdot 7)^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{42^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = 42.$$

Ответ: 42.

**3.13.1. Решение.**

$$\begin{aligned}2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} &= 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot (2^3)^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 2^{3-3\sqrt{7}} = \\ &= 2^{3\sqrt{7}-1+3-3\sqrt{7}} = 2^2 = 4.\end{aligned}$$

Ответ: 4.

**3.14.1. Решение.**

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{2^2 \cdot (\sqrt{7})^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2.$$

Ответ: 2.

**3.15.1. Решение.**

$$\begin{aligned}\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2 &= \left(\frac{2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^{\frac{7}{12}}}{2^{\frac{1}{12}}}\right)^2 = \\ &= \left(2^{\frac{7}{12}-\frac{1}{12}}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

**3.16.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} &= 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 25^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= (0,8 \cdot 25)^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = 20^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= 20^{\frac{1+6}{7}} = 20. \end{aligned}$$

Ответ: 20.

**3.17.1. Решение. 1-ый способ.**

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 5 \cdot 9^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot \sqrt[3]{9^2} \cdot \sqrt[6]{9} = 5 \cdot \sqrt[6]{9^2} \cdot 9 = \\ &= 5 \cdot \sqrt[6]{9^3} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

Ответ: 15.

**3.18.1. Решение. 1-ый способ.**

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= 49^{\frac{1}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{6}} = 49^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= \sqrt[3]{49^2} \cdot \sqrt[6]{49} = \sqrt[6]{49^2 \cdot 49} = \\ &= \sqrt[6]{49^3} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

**3.19.1. Решение. 1-ый способ.**

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{9}} \cdot 7^{\frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1}{6}}}{7^{\frac{1}{6}}} = 1.$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} &= \frac{\sqrt[9]{7^2} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \\ &= \sqrt[18]{\frac{7^2 \cdot 7}{7^3}} = \sqrt[18]{1} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

### Выражения с переменными

**3.20.1. Решение.** При  $a > 0$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}} &= \frac{4^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^2 \cdot a^{0,5}} = \frac{(2^2)^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^{2+0,5}} = \\ &= \frac{2^5 \cdot a^{2,5}}{a^{2,5}} = 32. \end{aligned}$$

Ответ: 32.

**3.21.1. Решение.** При  $b > 0$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} &= \frac{9^{1,5} \cdot b^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} = \\ &= \frac{(3^2)^{1,5} \cdot b^{4,2}}{b^{4,2}} = 3^3 = 27. \end{aligned}$$

Ответ: 27.

**3.22.1. Решение.** При  $b > 0$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}} &= \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}}}{a^{2,6}} = \\ &= \frac{3a^2 \cdot a^{0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2+0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2,6}}{a^{2,6}} = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

**3.23.1. Решение.** При  $a \neq 0$  имеем

$$\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4} = \frac{(7a^2)^{\frac{6}{3}}}{a^4} = \frac{7^2 \cdot (a^2)^2}{a^4} = \frac{49a^4}{a^4} = 49.$$

Ответ: 49.

**3.24.1. Решение. 1-ый способ.** При  $m > 0$

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot m^{\frac{1}{9}} \cdot m^{\frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \frac{12m^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \\ &= \frac{12m^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{6}}} = 12. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m^2} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} = \\ &= 12 \cdot \sqrt[18]{\frac{m^2 \cdot m}{m^3}} = 12 \cdot \sqrt[18]{1} = 12 \cdot 1 = 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

**3.25.1. Решение. 1-ый способ.** При  $b > 0$

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{\left(81 \cdot b^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{(9^2)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1+1}{14}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{9b^{\frac{1}{7}}}{b^{\frac{1}{14}}} = 9.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9\sqrt{\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^2\sqrt[7]{b}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^2\sqrt[7]{b}}{\sqrt[14]{b}} = 9.$$

Ответ: 9.

**3.26.1. Решение. 1-ый способ.** При  $m > 0$

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{9}}}{\left(16m^{\frac{1}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{18}}}{16^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{18}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{9\sqrt[9]{m}}{4\sqrt[9]{m}} =$$

$$= \frac{9\sqrt[9]{m}}{4^2\sqrt[9]{m}} = \frac{18\sqrt[9]{m}}{4^2\sqrt[9]{m}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

**3.27.1. Решение.** При  $a > 0$  имеем

$$\frac{15\sqrt[5]{28\sqrt{a}} - 7\sqrt[7]{20\sqrt[4]{a}}}{2\sqrt[35]{4\sqrt{a}}} = \frac{15 \cdot 5 \cdot 28\sqrt{a} - 7 \cdot 7 \cdot 20\sqrt[4]{a}}{2 \cdot 35 \cdot 4\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 140\sqrt{a} - 7 \cdot 140\sqrt[4]{a}}{2 \cdot 140\sqrt{a}} = \frac{8 \cdot 140\sqrt{a}}{2 \cdot 140\sqrt{a}} = 4.$$

Ответ: 4.

**3.28.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} = \frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{b^{3\sqrt{2}}} = b^2.$$

При  $b = 6$  выражение примет значение  $6^2 = 36$ .

Ответ: 36.

**3.29.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^6}{b^4} = b^2.$$

При  $b = 5$  выражение примет значение  $5^2 = 25$ .

Ответ: 25.

**3.30.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}} = \frac{2\sqrt[9]{m^9}}{9\sqrt[9]{m^2} \cdot \sqrt[18]{m}} = \sqrt[18]{\frac{m^9}{m^2 \cdot m}} =$$

$$= \sqrt[18]{m^6} = \sqrt[3]{m}.$$

При  $m = 64$  выражение примет значение  $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ .

Ответ: 4.

**3.31.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{6}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{a}.$$

При  $a = 1,25$  выражение примет зна-

чение  $\frac{1}{1,25} = 1 : \frac{5}{4} = \frac{4}{5} = 0,8$ .

Ответ: 0,8.

**3.32.1. Решение.** При  $x > 0$

$$\frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{5\sqrt{x} + 2 - 2}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 5.$$

Ответ: 5.

**3.33.1. Решение.** Упростим выражение:

$$\frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x} - 5 + 5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = 7 + 3x - 4 =$$

$$= 3x + 3.$$

При  $x = 3$  выражение примет значение  $3 \cdot 3 + 3 = 12$ .

Ответ: 12.

**3.34.1. Решение.** При  $x \leq 2$  имеем

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x + \sqrt{(x-2)^2} = x + |x-2| =$$

$$= x + 2 - x = 2.$$

Ответ: 2.

**3.35.1. Решение.** При  $6 \leq a \leq 10$  имеем

$$\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} = |a-6| + |a-10| =$$

$$= a - 6 + 10 - a = 4.$$

Ответ: 4.

**3.36.1. Решение.**

$$h(5+x) + h(5-x) =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{(5+x)-10} +$$

$$+ \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{(5-x)-10} =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} + \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{-5-x} =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{5+x} = 0.$$

Ответ: 0.

**3.37.1. Решение.** При  $|x| \neq 2$  имеем

$$\frac{g(2-x)}{g(2+x)} = \frac{\sqrt[3]{(2-x)(4-(2-x))}}{\sqrt[3]{(2+x)(4-(2+x))}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)}}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}} = 1.$$

Ответ: 1.

#### 4. Действия с логарифмами

##### Числовые выражения

**4.1.1. Решение.** Согласно определению логарифма имеем  $\log_4 16 = 2$ , так как  $4^2 = 16$ .

Ответ: 2.

**4.2.1. Решение.** Согласно определению логарифма,  $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) = 4 \cdot 2 = 8$ .

Ответ: 8.

**4.3.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов,

$$\log_{0,25} 2 = \log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -0,5.$$

Ответ:  $-0,5$ .

**4.4.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов,  $\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = 1,5$ .

Ответ: 1,5.

**4.5.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 2^2 =$$

$$= -\log_5 5 - 2 \log_2 2 = -1 - 2 = -3.$$

Ответ:  $-3$ .

**4.6.1. Решение** Согласно определению логарифма имеем

$$\log_4 \log_5 25 = \log_4 2 = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

**4.7.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6.$$

Ответ: 6.

**4.8.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_{13} 13 = -0,5.$$

Ответ:  $-0,5$ .

**4.9.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

**4.10.1. Решение.** Согласно определению логарифма имеем

$$\log_{\sqrt{7}}^2 49 = (\log_{7^{0,5}} 7^2)^2 =$$

$$= (4 \log_7 7)^2 = 4^2 = 16.$$

Ответ: 16.

**4.11.1. Решение.** Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.

**4.12.1. Решение.** Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12.$$

Ответ: 12.

**4.13.1. Решение.** 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$5^{3+\log_5 2} = 5^{\log_5 125 + \log_5 2} =$$

$$= 5^{\log_5 (125 \cdot 2)} = 5^{\log_5 250} = 250.$$

2-ой способ.

$$5^{3+\log_5 2} = 5^3 \cdot 5^{\log_5 2} = 125 \cdot 2 = 250.$$

Ответ: 250.

**4.14.1. Решение.** 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$8^{2 \log_8 3} = 8^{\log_8 3^2} = 8^{\log_8 9} = 9.$$

2-ой способ.

$$8^{2 \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

**4.15.1. Решение.** Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$36^{\log_6 5} = (6^2)^{\log_6 5} = 6^{2 \log_6 5} = 6^{\log_6 5^2} =$$

$$= 6^{\log_6 25} = 25.$$

Ответ: 25.

**4.16.1. Решение.** Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8^2)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{2 \log_8 \sqrt{3}} =$$

$$= 8^{\log_8 (\sqrt{3})^2} = 8^{\log_8 3} = 3.$$

Ответ: 3.

**4.17.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{5^2} 7^2} = 5^{\log_5 7} = 7.$$

Ответ: 7.

**4.18.1. Решение.** Согласно свойствам степеней и основному логарифмическому тождеству имеем

$$(3^{\log_3 3})^{\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{\log_3 3} = 2^{\log_3 3} = 3.$$

Ответ: 3.

**4.19.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 (8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4.$$

Ответ: 4.

**4.20.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1.$$

Ответ: 1.

**4.21.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3 = \log_{0,3} \frac{10}{3} = \log_{\frac{3}{10}} \frac{10}{3} = -1.$$

Ответ: -1.

**4.22.1. Решение.**

$$\begin{aligned} \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} &= 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = \\ &= 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81. \end{aligned}$$

Ответ: 81.

**4.23.1. Решение.** 1-ый способ. Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2.$$

2-ой способ.

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \frac{\log_3 5^2}{\log_3 5} = \frac{2 \cdot \log_3 5}{\log_3 5} = 2.$$

Ответ: 2.

**4.24.1. Решение.** Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

**4.25.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 9 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 18} = 1.$$

Ответ: 1.

**4.26.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \log_7 5^{-1} = \\ &= \log_7 5 - \log_7 5 = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

**4.27.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13} = \frac{\log_7 13}{\log_{7^2} 13} = \frac{2 \log_7 13}{\log_7 13} = 2.$$

Ответ: 2.

**4.28.1. Решение.** 1-ый способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 5^2 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 5 = 4 \cdot 1 = 4. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = \log_5 25 \cdot \log_3 9 = 2 \cdot 2 = 4.$$

3-ий способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 25 = \\ &= 2 \log_5 3 \cdot \log_3 25 = 2 \log_5 25 = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

**4.29.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 &= \log_{0,8} 1,25 = \\ &= \log_{\frac{4}{5}} \left( \frac{5}{4} \right) = -1. \end{aligned}$$

Ответ: -1.

**4.30.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$(2^{\log_3 3})^{\log_3 5} = 2^{\log_3 3 \cdot \log_3 5} = 2^1 = 2.$$

Ответ: 2.

**4.31.1. Решение.** Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} (1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= \\ &= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) = \\ &= \left( \log_2 \frac{1}{6} \right) \left( \log_6 \frac{1}{2} \right) = \left( \log_2 \frac{1}{2} \right) \left( \log_6 \frac{1}{6} \right) = \\ &= (-1) \cdot (-1) = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

### Выражения с переменными

\*\*\*

**4.32.1. Решение.** 1-ый способ. Так как  $\log_a (a^2 b^3) = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \log_a b$ , то имеем  $2 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4$ .

*Решение.* 2-ой способ. Так как

$\log_a b = -2$ , то отсюда  $b = a^{-2}$ . Подста-

вим в исходное выражение

$$\log_a (a^2 b^3) = \log_a (a^2 (a^{-2})^3) = \log_a a^{-4} = -4.$$

*Ответ:* -4.

**4.33.1. Решение.** Так как

$$\log_a \frac{a}{b^3} = \log_a a - \log_a b^3 = 1 - 3 \log_a b,$$

то имеем  $1 - 3 \cdot 5 = -14$ .

*Ответ:* -14.

**4.34.1. Решение.** Если  $\log_b a = \frac{1}{7}$ , то ис-

пользуя формулу  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ , получа-

ем  $\log_a b = 1 : \frac{1}{7} = 7$ . Так как

$$\log_a (ab^3) = \log_a a + \log_a b^3 = 1 + 3 \log_a b,$$

то имеем  $1 + 3 \cdot 7 = 22$ .

*Ответ:* 22.

## 5. Преобразование тригонометрических выражений

### Числовые выражения

**5.1.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 16\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4} &= 16\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 16. \end{aligned}$$

*Ответ:* 16.

**5.2.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 24\sqrt{2} \cos \left( -\frac{\pi}{3} \right) \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) &= \\ &= 24\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \left( -\sin \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= -24\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{24 \cdot 2}{4} = -12. \end{aligned}$$

*Ответ:* -12.

**5.3.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ &= \\ &= 12 \sin (180^\circ - 30^\circ) \cdot \cos (180^\circ - 60^\circ) = \\ &= 12 \sin 30^\circ \cdot (-\cos 60^\circ) = -12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -3. \end{aligned}$$

*Ответ:* -3.

**5.4.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3} &= 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \left( 2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \\ &= 4 \cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2. \end{aligned}$$

*Ответ:* 2.

**5.5.1. Решение.**

$$\begin{aligned} -18\sqrt{2} \sin(-135^\circ) &= -18\sqrt{2} (-\sin 135^\circ) = \\ &= 18\sqrt{2} \sin (180^\circ - 45^\circ) = \\ &= 18\sqrt{2} \sin 45^\circ = 18\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18. \end{aligned}$$

*Ответ:* 18.

**5.6.1. Решение.**

$$\begin{aligned} -4\sqrt{3} \cos(-750^\circ) &= -4\sqrt{3} \cos 750^\circ = \\ &= -4\sqrt{3} \cos (720^\circ + 30^\circ) = \\ &= -4\sqrt{3} \cos 30^\circ = -4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -6. \end{aligned}$$

*Ответ:* -6.

**5.7.1. Решение.**

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ) &= 2\sqrt{3} (-\operatorname{tg} 300^\circ) = \\ &= -2\sqrt{3} \operatorname{tg} (360^\circ - 60^\circ) = \\ &= -2\sqrt{3} \cdot (-\operatorname{tg} 60^\circ) = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6. \end{aligned}$$

*Ответ:* 6.

**5.8.1. Решение.**

$$\begin{aligned} \frac{8}{\sin \left( -\frac{27\pi}{4} \right) \cos \left( \frac{31\pi}{4} \right)} &= \\ &= \frac{8}{\left( -\sin \left( 7\pi - \frac{\pi}{4} \right) \right) \cdot \cos \left( 8\pi - \frac{\pi}{4} \right)} = \\ &= -\frac{8}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}} = -\frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -16. \end{aligned}$$

*Ответ:* -16.

**5.9.1. Решение.**

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\sin (90^\circ - 29^\circ)} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\cos 29^\circ} = 5.$$

*Ответ:* 5.

**5.10.1. Решение.**

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{\sin(360^\circ - 19^\circ)} =$$

$$= \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

**5.11.1. Решение.**

$$\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180^\circ - 34^\circ)}{\cos 34^\circ} =$$

$$= \frac{4(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -4.$$

Ответ: -4.

**5.12.1. Решение.**

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin(360^\circ + 49^\circ)}{\sin 49^\circ} =$$

$$= \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14.$$

Ответ: 14.

**5.13.1. Решение.**

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180^\circ - 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5(-\operatorname{tg} 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5.$$

Ответ: -5.

**5.14.1. Решение.**

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) =$$

$$= 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot (-\operatorname{ctg} 17^\circ) = -5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ =$$

$$= -5 \cdot 1 = -5.$$

Ответ: -5.

**5.15.1. Решение.**

$$7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 13^\circ) =$$

$$= 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{ctg} 13^\circ = 7 \cdot 1 = 7.$$

Ответ: 7.

**5.16.1. Решение.**

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

**5.17.1. Решение.**

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} =$$

$$= \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2(90^\circ + 23^\circ)} =$$

$$= \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = \frac{6}{1} = 6.$$

Ответ: 6.

**5.18.1. Решение.**

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

**5.19.1. Решение.**

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot 2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} =$$

$$= \frac{6 \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

**5.20.1. Решение.**

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} =$$

$$= 4 \sin \frac{10\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

**5.21.1. Решение.**

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos(90^\circ - 37^\circ)} =$$

$$= \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 74^\circ}{2 \cdot \cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} =$$

$$= \frac{10 \sin 74^\circ}{\sin 74^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

**5.22.1. Решение.**

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin(90^\circ - 49^\circ)} =$$

$$= \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 98^\circ}{2 \cdot \sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} =$$

$$= \frac{10 \sin 98^\circ}{\sin 98^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

**5.23.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \\ & = \sqrt{3} \left( \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ & = \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \\ & = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \left( -\cos \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

**5.24.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ & = -\frac{24(\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ & = -\frac{24 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -24. \end{aligned}$$

Ответ: -24.

**5.25.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \left( 2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \\ & = \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = \sqrt{3} \left( -\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

**5.26.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \cdot \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ & = \sqrt{3} \cdot \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = \sqrt{3} \left( -\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

Выражения с переменными

**5.27.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin \left( \frac{\pi}{2} + \beta \right)}{\cos(\beta + 3\pi)} = \\ & = \frac{3(-\cos \beta) + \cos \beta}{-\cos \beta} = \frac{-2 \cos \beta}{-\cos \beta} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

**5.28.1. Решение.**

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\sin(\alpha + \pi)} = \\ & = \frac{2 \sin(7\pi - \alpha) + \sin \alpha}{\sin(\pi + \alpha)} = \\ & = \frac{2 \cdot (-\sin \alpha) + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{-\sin \alpha} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

**5.29.1. Решение.** Так как

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ , то имеем

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha & = 1 - \left( \frac{2\sqrt{6}}{5} \right)^2 = \\ & = 1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25} = \left( \frac{1}{5} \right)^2 \end{aligned}$$

С учетом того, что  $\alpha \in \left( \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$ ,

$$\sin \alpha = -\frac{1}{5}. \text{ Тогда } 5 \sin \alpha = 5 \cdot \left( -\frac{1}{5} \right) = -1.$$

Ответ: -1.

**5.30.1. Решение.** Так как

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ , то имеем

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha & = 1 - \left( -\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2 = \\ & = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} = \left( \frac{1}{3} \right)^2 \end{aligned}$$

С учетом того, что  $\alpha \in \left( \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$ ,

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}. \text{ Тогда } 3 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1.$$

Ответ: 1.

**5.31.1. Решение.** Так как

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ , то имеем

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2\end{aligned}$$

С учетом того, что  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ ,

$\sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ . Тогда, используя формулу

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ , получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) : \frac{1}{\sqrt{10}} = -3.$$

Ответ: -3.

**5.32.1. Решение.** Так как

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ , то имеем

$$\begin{aligned}\cos^2 \alpha &= 1 - \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26} = \left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2.\end{aligned}$$

С учетом того, что  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ ,

$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$ . Тогда, используя формулу

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ , получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right) : \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right) = 5.$$

Ответ: 5.

**5.33.1. Решение.** Упростим выражение

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha.$$

Так как  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ , то имеем

$$\cos^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 0,36 = 0,6^2.$$

С учетом того, что  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ ,

$\cos \alpha = -0,6$ . Тогда исходное выражение примет значение  $-\cos \alpha = -(-0,6) = 0,6$ .

Ответ: 0,6.

**5.34.1. Решение.** Упростим выражение

$$26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 26 \sin \alpha.$$

Так как  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ , то имеем

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} = \left(\frac{5}{13}\right)^2.$$

Если  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ , то  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ .

Тогда исходное выражение примет значение  $26 \sin \alpha = 26 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -10$ .

Ответ: -10.

**5.35.1. Решение.** Упростим выражение

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) &= \operatorname{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \\ &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.\end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-\frac{1}{0,4} = -1 : \frac{2}{5} = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

**5.36.1. Решение.** Упростим выражение

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3}.$$

Находим значение выражения

$$\frac{20 \cdot 0,6}{3} = 4.$$

Ответ: 4.

**5.37.1. Решение.** Упростим выражение

$$24 \cos 2\alpha = 24(1 - 2 \sin^2 \alpha).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned}24(1 - 2 \cdot (-0,2)^2) &= 24(1 - 0,08) = \\ &= 24 \cdot 0,92 = 22,08.\end{aligned}$$

Ответ: 22,08.

**5.38.1. Решение.** Упростим выражение

$$9 \cos 2\alpha = 9(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned}9 \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1\right) &= 9 \left(\frac{2}{9} - 1\right) = \\ &= 9 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = -7.\end{aligned}$$

Ответ: -7.

**5.39.1. Решение.** Упростим выражение

$$-47 \cos 2\alpha = -47(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned} -47 \cdot (2 \cdot (-0,4)^2 - 1) &= -47 \left( 2 \cdot \left( -\frac{2}{5} \right)^2 - 1 \right) = \\ &= -47 \cdot \left( -\frac{17}{25} \right) = 47 \cdot \frac{68}{100} = 31,96. \end{aligned}$$

Ответ: 31,96.

**5.40.1. Решение.** Упростим выражение

$$\begin{aligned} 5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= \\ = 5 \sin(7\pi - \alpha) - 11 \sin \alpha &= \\ = -5 \sin(\pi - \alpha) - 11 \sin \alpha &= \\ = -5 \sin \alpha - 11 \sin \alpha &= -16 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-16 \cdot (-0,25) = 4.$$

Ответ: 4.

**5.41.1. Решение.** Упростим выражение

$$\begin{aligned} 7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) &= \\ = -7 \cos \beta - 2 \cos \beta &= -9 \cos \beta. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-9 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) = 3.$$

Ответ: 3.

**5.42.1. Решение.** Упростим выражение

$$\begin{aligned} 5 \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma) &= 5 \operatorname{tg}(-\gamma) + \operatorname{tg} \gamma = \\ = -5 \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \gamma &= -4 \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-4 \cdot 7 = -28.$$

Ответ: -28.

**5.43.1. Решение.** Преобразуем равенство:

$$\begin{aligned} 5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha &= 6. \\ 5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha &= 6(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha). \\ \sin^2 \alpha &= 7 \cos^2 \alpha. \end{aligned}$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на  $\cos^2 \alpha \neq 0$ :  $\operatorname{tg}^2 \alpha = 7$ .

Ответ: 7.

**5.44.1. Решение.** Разделим числитель и знаменатель выражения на  $\cos \alpha \neq 0$ :

$$\begin{aligned} \frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} &= \frac{3 - \frac{4 \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \\ &= \frac{3 - 4 \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha - 5}. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$\frac{3 - 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 - 5} = -9.$$

Ответ: -9.

**5.45.1. Решение.** Если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$ , то  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2,5$  или  $\sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$ . Те-

перь преобразуем выражение:

$$\begin{aligned} \frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} &= \\ = \frac{10 \cos \alpha + 4 \cdot (-2,5) \cos \alpha + 15}{2 \cdot (-2,5) \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} &= \frac{15}{3} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

**5.46.1. Решение.** Преобразуем равенство:

$$\begin{aligned} \frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} &= 3; \\ 7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha &= 3(5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha) \\ (\text{при условии } 5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha &\neq 0); \\ 7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha &= 15 \sin \alpha - 51 \cos \alpha; \\ 8 \sin \alpha &= 64 \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = 8 \cos \alpha.$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на  $\cos \alpha \neq 0$ :  $\operatorname{tg} \alpha = 8$ .

Ответ: 8.

**5.47.1. Решение.** Преобразуем равенство с учетом того, что знаменатель выражения в левой части равенства ненулевой:

$$\begin{aligned} \frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} &= \frac{1}{3}; \\ 3(3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2) &= \sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6; \\ \sin \alpha &= 2,25 \cos \alpha. \end{aligned}$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на  $\cos \alpha \neq 0$ :  $\operatorname{tg} \alpha = 2,25$ .

Ответ: 2,25.

## Ответы

### 1. Арифметические действия

#### Числовые выражения

\*\*\*  
1.1.1. 10. 1.1.2. 20. 1.1.3. 12.

\*\*\*  
1.2.1. 8. 1.2.2.  $-1,5$ . 1.2.3.  $5,25$ .  
\*\*\*

1.3.1.  $80,625$ . 1.3.2.  $425$ .  
1.3.3.  $-24,32$ . 1.3.4.  $-1,86$ .

\*\*\*  
1.4.1. 5. 1.4.2. 91. 1.4.3. 17.  
\*\*\*

1.5.1. 10. 1.5.2. 1. 1.5.3. 1.

#### Выражения с переменными

\*\*\*  
1.6.1. 4. 1.6.2. 1. 1.6.3. 1.  
\*\*\*

1.7.1. 2. 1.7.2. 2. 1.7.3. 3.  
\*\*\*

1.8.1. 1. 1.8.2.  $-0,75$ . 1.8.3.  $-0,2$ .  
\*\*\*

1.9.1. 10. 1.9.2.  $-2$ . 1.9.3.  $-106$ .  
\*\*\*

1.10.1. 6. 1.10.2. 6. 1.10.3. 18.  
\*\*\*

1.11.1.  $-2$ . 1.11.2.  $-32$ . 1.11.3. 50.  
\*\*\*

1.12.1. 14. 1.12.2.  $-4$ . 1.12.3. 1.  
\*\*\*

1.13.1.  $-12$ . 1.13.2. 72. 1.13.3. 12.  
\*\*\*

1.14.1.  $-17$ . 1.14.2.  $-2$ . 1.14.3.  $-44$ .  
\*\*\*

1.15.1. 0. 1.15.2.  $-86$ . 1.15.3.  $-210$ .  
\*\*\*

1.16.1. 0. 1.16.2. 0. 1.16.3. 0.  
\*\*\*

1.17.1. 1. 1.17.2. 1. 1.17.3. 1.

### 2. Действия со степенями

#### Числовые выражения

\*\*\*  
2.1.1.  $-136$ . 2.1.2. 108. 2.1.3. 18.

\*\*\*  
2.2.1. 0,2. 2.2.2. 64. 2.2.3. 64.

\*\*\*  
2.3.1. 5. 2.3.2. 121. 2.3.3. 8.

\*\*\*  
2.4.1. 7. 2.4.2. 4. 2.4.3. 9.

\*\*\*  
2.5.1. 7. 2.5.2. 1296. 2.5.3. 1.

\*\*\*  
2.6.1. 9. 2.6.2. 4. 2.6.3. 25.

\*\*\*  
2.7.1. 49. 2.7.2. 36. 2.7.3. 25.

\*\*\*  
2.8.1.  $0,625$ . 2.8.2. 4. 2.8.3. 81.

\*\*\*  
2.9.1. 1,5. 2.9.2. 63. 2.9.3.  $12,25$ .

\*\*\*  
2.10.1. 121. 2.10.2. 49. 2.10.3. 784.

\*\*\*  
2.11.1. 1,4. 2.11.2. 750. 2.11.3.  $12,5$ .

#### Выражения с переменными

\*\*\*  
2.12.1. 11. 2.12.2. 17. 2.12.3. 19.

\*\*\*  
2.13.1.  $-2$ . 2.13.2.  $-7$ . 2.13.3. 5.

\*\*\*  
2.14.1.  $-25$ . 2.14.2.  $-16$ . 2.14.3.  $-16$ .

\*\*\*  
2.15.1. 333. 2.15.2.  $-598$ . 2.15.3. 1009.

\*\*\*  
2.16.1. 2. 2.16.2.  $-4$ . 2.16.3. 5.

\*\*\*  
2.17.1. 2. 2.17.2. 2. 2.17.3.  $-1$ .

\*\*\*  
2.18.1.  $-12$ . 2.18.2. 3. 2.18.3. 5.

\*\*\*  
2.19.1. 6. 2.19.2.  $-8$ . 2.19.3. 18.

\*\*\*  
2.20.1. 346. 2.20.2. 138. 2.20.3. 128.

\*\*\*  
2.21.1.  $-367$ . 2.21.2.  $-220,8$ . 2.21.3.  $-309$ .

\*\*\*  
2.22.1. 64. 2.22.2. 225. 2.22.3. 3.

\*\*\*  
2.23.1.  $13,5$ . 2.23.2.  $4,9$ . 2.23.3.  $48,6$ .

\*\*\*  
2.24.1. 7. 2.24.2. 2. 2.24.3. 6.

\*\*\*  
2.25.1. 64. 2.25.2. 64. 2.25.3. 243.

\*\*\*  
 2.26.1. 2. 2.26.2. 2. 2.26.3. 2.  
 \*\*\*  
 2.27.1. 5. 2.27.2. 11. 2.27.3. -4.  
 \*\*\*  
 2.28.1. 2. 2.28.2. 1,5. 2.28.3. 1.  
 \*\*\*  
 2.29.1. 6. 2.29.2. 60. 2.29.3. 41.  
 \*\*\*  
 2.30.1. 5. 2.30.2. 3. 2.30.3. 7.  
 \*\*\*  
 2.31.1. 0,25. 2.31.2. 3. 2.31.3. 5,25.  
 \*\*\*  
 2.32.1. 121. 2.32.2. 529. 2.32.3. 36.  
 \*\*\*  
 2.33.1. 2,5. 2.33.2. 5. 2.33.3. 0,04.  
 \*\*\*  
 2.34.1. 144. 2.34.2. 400. 2.34.3. 256.  
 \*\*\*  
 2.35.1. 3,5. 2.35.2. 1. 2.35.3. 1.  
 \*\*\*  
 2.36.1. 16. 2.36.2. 81. 2.36.3. 64.  
 \*\*\*  
 2.37.1. 0,0001. 2.37.2. 4096. 2.37.3. 0,16.  
 \*\*\*  
 2.38.1. 88. 2.38.2. 1,6. 2.38.3. 1,4.  
 \*\*\*  
 2.39.1. 0,5. 2.39.2. 64. 2.39.3. 9.  
 \*\*\*  
 2.40.1. 49. 2.40.2. 6. 2.40.3. 2.  
 \*\*\*  
 2.41.1. 8. 2.41.2. 11. 2.41.3. 6.  
 \*\*\*  
 2.42.1. 15. 2.42.2. 0,02. 2.42.3. 0,125.  
 \*\*\*  
 2.43.1. 150. 2.43.2. 75. 2.43.3. 90.  
 \*\*\*  
 2.44.1. 2. 2.44.2. 65. 2.44.3. 112.  
 \*\*\*  
 2.45.1. -0,5. 2.45.2. -2. 2.45.3. -23,9.

### 3. Действия с корнями

#### Числовые выражения

\*\*\*  
 3.1.1. 33. 3.1.2. 352. 3.1.3. 414.  
 \*\*\*  
 3.2.1. -15. 3.2.2. 20. 3.2.3. -22.  
 \*\*\*  
 3.3.1. 6. 3.3.2. -7. 3.3.3. -6.

\*\*\*  
 3.4.1. 2. 3.4.2. 2. 3.4.3. 2.  
 \*\*\*  
 3.5.1. 6. 3.5.2. 6. 3.5.3. 2.  
 \*\*\*  
 3.6.1. 7. 3.6.2. 3. 3.6.3. 7.  
 \*\*\*  
 3.7.1. 2. 3.7.2. 2. 3.7.3. 3.  
 \*\*\*  
 3.8.1. 2. 3.8.2. -2. 3.8.3. -6.  
 \*\*\*  
 3.9.1. 243. 3.9.2. 59049. 3.9.3. 256.  
 \*\*\*  
 3.10.1. 5. 3.10.2. 6. 3.10.3. 49.  
 \*\*\*  
 3.11.1. 2. 3.11.2. 0,1. 3.11.3. 0,8.  
 \*\*\*  
 3.12.1. 42. 3.12.2. 1225. 3.12.3. 900.  
 \*\*\*  
 3.13.1. 4. 3.13.2. 25. 3.13.3. 81.  
 \*\*\*  
 3.14.1. 2. 3.14.2. 29,4. 3.14.3. 5.  
 \*\*\*  
 3.15.1. 2. 3.15.2. 5. 3.15.3. 49.  
 \*\*\*  
 3.16.1. 20. 3.16.2. 15. 3.16.3. 6.  
 \*\*\*  
 3.17.1. 15. 3.17.2. 27. 3.17.3. 30.  
 \*\*\*  
 3.18.1. 7. 3.18.2. 7. 3.18.3. 9.  
 \*\*\*  
 3.19.1. 1. 3.19.2. 1. 3.19.3. 1.

#### Выражения с переменными

\*\*\*  
 3.20.1. 32. 3.20.2. 512. 3.20.3. 2744.  
 \*\*\*  
 3.21.1. 27. 3.21.2. 32. 3.21.3. 19683.  
 \*\*\*  
 3.22.1. 3. 3.22.2. 15625. 3.22.3. 16807.  
 \*\*\*  
 3.23.1. 49. 3.23.2. 169. 3.23.3. 216.  
 \*\*\*  
 3.24.1. 12. 3.24.2. 16. 3.24.3. 23.  
 \*\*\*  
 3.25.1. 9. 3.25.2. 10. 3.25.3. 3.  
 \*\*\*  
 3.26.1. 0,25. 3.26.2. 0,2. 3.26.3. 0,1.  
 \*\*\*  
 3.27.1. 4. 3.27.2. 2. 3.27.3. 0,5.

\*\*\*  
3.28.1. 36. 3.28.2. 0,25. 3.28.3. 7.

\*\*\*  
3.29.1. 25. 3.29.2. 8. 3.29.3. 0,125.  
\*\*\*

3.30.1. 4. 3.30.2. 4. 3.30.3. 5.  
\*\*\*

3.31.1. 0,8. 3.31.2. 2. 3.31.3. 0,8.  
\*\*\*

3.32.1. 5. 3.32.2. 10. 3.32.3. 4.  
\*\*\*

3.33.1. 12. 3.33.2. 9. 3.33.3. 1.  
\*\*\*

3.34.1. 2. 3.34.2. -16. 3.34.3. 20.  
\*\*\*

3.35.1. 4. 3.35.2. 4. 3.35.3. 8.  
\*\*\*

3.36.1. 0. 3.36.2. 0. 3.36.3. 0.  
\*\*\*

3.37.1. 1. 3.37.2. 1. 3.37.3. 1.

#### 4. Действия с логарифмами

##### Числовые выражения

\*\*\*  
4.1.1. 2. 4.1.2. 5. 4.1.3. 4.  
\*\*\*

4.2.1. 8. 4.2.2. 15. 4.2.3. 12.  
\*\*\*

4.3.1. -0,5. 4.3.2. -3. 4.3.3. -3.  
\*\*\*

4.4.1. 1,5. 4.4.2. -0,5. 4.4.3. -0,5.  
\*\*\*

4.5.1. -3. 4.5.2. 4. 4.5.3. 3.  
\*\*\*

4.6.1. 0,5. 4.6.2. 0,25. 4.6.3. 1.  
\*\*\*

4.7.1. 6. 4.7.2. 4. 4.7.3. 3.  
\*\*\*

4.8.1. -0,5. 4.8.2. -0,5. 4.8.3. -0,5.  
\*\*\*

4.9.1. 2. 4.9.2. 13. 4.9.3. 15.  
\*\*\*

4.10.1. 16. 4.10.2. 16. 4.10.3. 36.  
\*\*\*

4.11.1. 28. 4.11.2. 12. 4.11.3. 27.  
\*\*\*

4.12.1. 12. 4.12.2. 13. 4.12.3. 6.  
\*\*\*

4.13.1. 250. 4.13.2. 120. 4.13.3. 288.

\*\*\*  
4.14.1. 9. 4.14.2. 196. 4.14.3. 36.

\*\*\*  
4.15.1. 25. 4.15.2. 16. 4.15.3. 49.  
\*\*\*

4.16.1. 3. 4.16.2. 6. 4.16.3. 10.  
\*\*\*

4.17.1. 7. 4.17.2. 4. 4.17.3. 9.  
\*\*\*

4.18.1. 3. 4.18.2. 7. 4.18.3. 5.  
\*\*\*

4.19.1. 4. 4.19.2. 2. 4.19.3. 7.  
\*\*\*

4.20.1. 1. 4.20.2. 2. 4.20.3. 2.  
\*\*\*

4.21.1. -1. 4.21.2. -1. 4.21.3. -1.  
\*\*\*

4.22.1. 81. 4.22.2. 36. 4.22.3. 16.  
\*\*\*

4.23.1. 2. 4.23.2. 2. 4.23.3. 3.  
\*\*\*

4.24.1. 0,5. 4.24.2. 0,2. 4.24.3. 0,04.  
\*\*\*

4.25.1. 1. 4.25.2. 1. 4.25.3. 1.  
\*\*\*

4.26.1. 0. 4.26.2. 0. 4.26.3. 0.  
\*\*\*

4.27.1. 2. 4.27.2. 2. 4.27.3. 3.  
\*\*\*

4.28.1. 4. 4.28.2. 3. 4.28.3. 2.  
\*\*\*

4.29.1. -1. 4.29.2. -1. 4.29.3. -1.  
\*\*\*

4.30.1. 2. 4.30.2. 3. 4.30.3. 5.  
\*\*\*

4.31.1. 1. 4.31.2. 1. 4.31.3. 1.

##### Выражения с переменными

\*\*\*  
4.32.1. -4. 4.32.2. 71. 4.32.3. -24.  
\*\*\*

4.33.1. -14. 4.33.2. -15. 4.33.3. -23.  
\*\*\*

4.34.1. 22. 4.34.2. 20. 4.34.3. 31.

## 5. Преобразование тригонометрических выражений

### Числовые выражения

- \*\*\*  
5.1.1. 16. 5.1.2. 20. 5.1.3. 9.  
\*\*\*  
5.2.1. -12. 5.2.2. -52,5. 5.2.3. -40,5.  
\*\*\*  
5.3.1. -3. 5.3.2. -11. 5.3.3. -6.  
\*\*\*  
5.4.1. 2. 5.4.2. -15. 5.4.3. -21.  
\*\*\*  
5.5.1. 18. 5.5.2. 37. 5.5.3. 6.  
\*\*\*  
5.6.1. -6. 5.6.2. -16. 5.6.3. -48.  
\*\*\*  
5.7.1. 6. 5.7.2. 17. 5.7.3. 132.  
\*\*\*  
5.8.1. -16. 5.8.2. 116. 5.8.3. -82.  
\*\*\*  
5.9.1. 5. 5.9.2. 40. 5.9.3. 33.  
\*\*\*  
5.10.1. -14. 5.10.2. -2. 5.10.3. -34.  
\*\*\*  
5.11.1. -4. 5.11.2. 4. 5.11.3. -38.  
\*\*\*  
5.12.1. 14. 5.12.2. -42. 5.12.3. -20.  
\*\*\*  
5.13.1. -5. 5.13.2. -23. 5.13.3. 22.  
\*\*\*  
5.14.1. -5. 5.14.2. 19. 5.14.3. -5.  
\*\*\*  
5.15.1. 7. 5.15.2. -24. 5.15.3. 59.  
\*\*\*  
5.16.1. 12. 5.16.2. -12. 5.16.3. 37.  
\*\*\*  
5.17.1. 6. 5.17.2. -24. 5.17.3. 9.  
\*\*\*  
5.18.1. 12. 5.18.2. -9. 5.18.3. -20.  
\*\*\*  
5.19.1. 6. 5.19.2. 1. 5.19.3. 18.  
\*\*\*  
5.20.1. 2. 5.20.2. -0,25. 5.20.3. -1.  
\*\*\*  
5.21.1. 10. 5.21.2. 32. 5.21.3. -8.  
\*\*\*  
5.22.1. 10. 5.22.2. 24. 5.22.3. 16.  
\*\*\*  
5.23.1. -1,5. 5.23.2. -4. 5.23.3. 2.

- \*\*\*  
5.24.1. -24. 5.24.2. -23. 5.24.3. -31.  
\*\*\*  
5.25.1. -1,5. 5.25.2. 4,5. 5.25.3. 3.  
\*\*\*  
5.26.1. -1,5. 5.26.2. -4. 5.26.3. 1.

### Выражения с переменными

- \*\*\*  
5.27.1. 2. 5.27.2. 1. 5.27.3. 1.  
\*\*\*  
5.28.1. 1. 5.28.2. 0,6. 5.28.3. 0.  
\*\*\*  
5.29.1. -1. 5.29.2. -0,7. 5.29.3. 0,2.  
\*\*\*  
5.30.1. 1. 5.30.2. 0,1. 5.30.3. 0,2.  
\*\*\*  
5.31.1. -3. 5.31.2. 2. 5.31.3. -0,1.  
\*\*\*  
5.32.1. 5. 5.32.2. -1,25. 5.32.3. -0,5.  
\*\*\*  
5.33.1. 0,6. 5.33.2. -2,88. 5.33.3. -3.  
\*\*\*  
5.34.1. -10. 5.34.2. 2,8. 5.34.3. 12.  
\*\*\*  
5.35.1. -2,5. 5.35.2. -0,8. 5.35.3. -0,5.  
\*\*\*  
5.36.1. 4. 5.36.2. -0,48. 5.36.3. -0,56.  
\*\*\*  
5.37.1. 22,08. 5.37.2. -10,88. 5.37.3. -1,68.  
\*\*\*  
5.38.1. -7. 5.38.2. 2. 5.38.3. 19,6.  
\*\*\*  
5.39.1. 31,96. 5.39.2. 10,08. 5.39.3. 43,12.  
\*\*\*  
5.40.1. 4. 5.40.2. 8. 5.40.3. 0,3.  
\*\*\*  
5.41.1. 3. 5.41.2. -2. 5.41.3. 3.  
\*\*\*  
5.42.1. -28. 5.42.2. 1. 5.42.3. 2,4.  
\*\*\*  
5.43.1. 7. 5.43.2. 0,5. 5.43.3. 0,25.  
\*\*\*  
5.44.1. -9. 5.44.2. -0,8. 5.44.3. 0.  
\*\*\*  
5.45.1. 5. 5.45.2. 2. 5.45.3. 4.  
\*\*\*  
5.46.1. 8. 5.46.2. 1,4. 5.46.3. 16.  
\*\*\*  
5.47.1. 2,25. 5.47.2. -3,75. 5.47.3. 0,25.

**6. Дополнительные задачи**

1. -7900.  
 2. 5.  
 3. 1.  
 4. 2.  
 5. а) 3. б) 1. в) 6. г)  $\sqrt{10}-3$ . д)  $3-\sqrt{7}$ .  
 е)  $\pi-3$ . ж)  $3-e$ .  
 6. а) 5. б)  $1+2x$ .  
 7. а) 2. б) 6. в)  $127\frac{2}{9}$ .  
 8. а) 2. б) 6.  
 9. а) 21,6. б) 3.  
 10. а) 3. б) 866.  
 11. а) 100. б) 196. в) 91. г) 49.  
 12. а) 3600. б) 400.  
 13. а)  $(40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$ . б) 1521.  
 14. а)  $(50-8)(50+8) = 50^2 - 8^2 = 2500 - 64 = 2436$ . б) 3596.  
 15. а) 484. б) 10000.  
 16. а)  
 $(30+1)^3 = 30^3 + 3 \cdot 30^2 \cdot 1 + 3 \cdot 30 \cdot 1^2 + 1^3 = 27000 + 2700 + 90 + 1 = 29791$ .  
 б) 6859.  
 17. 2,56.  
 18. а) 9. б) -3. в) 3.  
 19. а) 12. б) -23,25.  
 20. а) 23. б) 28. в) 77. г) 48. д) 234. е) 114.  
 ж) 872. з) 356.  
 21. а) 65. б) 35. в) 9,5. г) 0,25.  
 22. а) 15. б) 25. в) 16. г) 80. д) 4.  
 23. а) 6. б) 0,5. в)  $\frac{4}{3}$ . г)  $\frac{1}{9}$ . д)  $\frac{5}{3}$ . е) 1.  
 ж) 1. з) 3,5.  
 24. а) 1,5. б) 0,6. в) 0,5. г) 6. д) 0,3. е) 6.  
 ж) 0,2. з) 5. и)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ . к) 1. л)  $\frac{5}{4}$ . м) -1.  
 н) 2.  
 25. з)  $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$ .  
 26. а) 2. б) 2.  
 27. а) 45. б) 0,75. в) 576.  
 28. а) 4. б) 10000. в)  $\sqrt{3}$ . г)  $\sqrt{5}$ .  
 29. а) -12. б) 54. в) 36. г) 54. д) 0.  
 30. а)  $2\sqrt{2}$ . б)  $2\sqrt[4]{3}$ . в)  $-10\sqrt[3]{3}$ .  
 31. а)  $\sqrt{27}$ . б)  $\sqrt[3]{-32}$ . в)  $-\sqrt[4]{9}$ .  
 32. а) 0. б)  $-5\sqrt[3]{4}$ . в)  $-\sqrt{2}$ . г)  $9\sqrt{5}$ . д)  $-11\sqrt[3]{3}$ . е) 33. ж) 18. з) 0. и) 1.  
 33. а)  $8\sqrt{7}-7\sqrt[3]{2}+3$ . б)  $4\sqrt{5}+11$ .  
 34. а)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . б)  $\frac{4\sqrt[3]{49}}{7}$ . в)  $\frac{5-\sqrt{13}}{3}$ .  
 г)  $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ .  
 35. а) 2,5. б) 8.  
 36. а) 49. б) 16. в) 9.  
 37. а) 1. б) -1.  
 38. а) -1. б) 1. в) -12. г) 2. д) 1. е) 22. ж) 7. з) 2.  
 39. а) 3. б) -4. в) 2. г) 5.  
 40. а)  $a^4 \cdot \sqrt[4]{8}$ . б)  $c^6 \cdot \sqrt[3]{9}$ .  
 41. а)  $\sqrt[4]{81c}$ . б)  $\sqrt[8]{256q^3}$ . в)  $\sqrt[7]{3p^{28}}$ .  
 г)  $\sqrt[9]{5t^{18}}$ .  
 42. а) 8. б) 24. в) -3,5.  
 43. а) 0,5. б) 1.  
 44. а) 1. б) 2. в) 0. г) -1. д) -2. е) 0,5.  
 ж) -0,5. з) 5. и) -3. к)  $m$ .  
 45. а) 1. б) -1. в) 0. г) 7. д)  $\frac{1}{3}$ .  
 46. а) -1. б) 1. в) 26. г) -0,9. д) 3. е) 25.  
 ж) 4,5. з) 0.  
 47. а)  $\frac{\pi}{2}$ . б)  $\frac{\pi}{3}$ . в)  $\frac{\pi}{6}$ . г)  $\frac{\pi}{3}$ . д)  $-\frac{\pi}{6}$ .  
 е)  $\frac{3\pi}{4}$ . ж)  $-\frac{\pi}{4}$ . з)  $\frac{5\pi}{6}$ . и) 0. к)  $\frac{1}{2}$ . л) 0.  
 м)  $-\frac{\pi}{2}$ . н) 1.  
 48. а) 1. б) 1. в)  $2\cos^2 x$ . г)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ . д) 1.  
 49. а)  $-\operatorname{tg}^2 2x$ . б)  $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$ . в)  $-\frac{\sin \alpha}{2}$ . г) 1.  
 д) 1. е) 1. ж) 1.  
 50. а) 0,5. б) 1,96. в) -3. г) 4.  
 51. а)  $\cos \alpha$ . б)  $\sin \alpha$ . в)  $\operatorname{ctg} 2\alpha$ ;  
 г)  $\operatorname{ctg} 3\alpha$ . д)  $\cos \alpha$ . е)  $\sin \alpha$ . ж)  $-\operatorname{tg} \alpha$ .  
 з)  $-\sin \alpha$ . и)  $-\cos \alpha$ . к)  $-\cos \alpha$ .  
 л)  $-\cos \alpha$ . м)  $\operatorname{ctg} \alpha$ . н)  $\operatorname{ctg} \alpha$ . о)  $\sin^2 \alpha$ .  
 п)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ . р)  $\sin^2 \alpha$ .  
 52. а) 1. б) 1. в)  $-\operatorname{ctg} \alpha$ .  
 53. а) 4,8. б) -1. в) -1,5. г) -2,5. д) -1,5.  
 54. а)  $\cos \alpha - \cos 6\alpha$ . б)  $2\sin \alpha$ .  
 55. а) 0,5. б) -1,4.  
 56. а) 2. б)  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ . в)  $\operatorname{tg} \alpha$ .  
 57. а) 120. б) 24.

58. а)  $\operatorname{tg} 2\alpha$ . б)  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{2}$ . в)  $\cos 2x$ .

г)  $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ .

59. а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . б) 1. в) 1.

60.  $\frac{720}{1681}$ ;  $\frac{1519}{1681}$ ;  $\frac{720}{1519}$ .

### Список и источники литературы

1. Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2007.

2. Шестаков С. А. ЕГЭ 2013. Математика. Задача В7. Значения выражений. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2013. – 48 с.

3. [www.mathege.ru](http://www.mathege.ru) – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

4. [www.alexlarin.net](http://www.alexlarin.net) – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

5. <http://eek.diary.ru/> – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

6. <http://reshuege.ru> – Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ. Математика».