

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ****Профильный уровень
Вариант № 4012017****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10 - 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

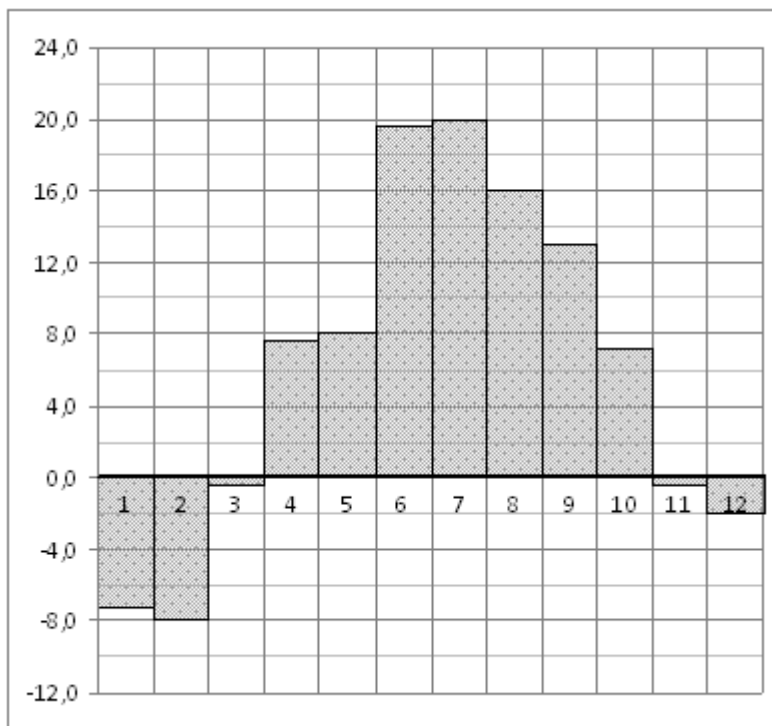
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Задачу №6 правильно решили 22010 человек, что составляет 71% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

Ответ: _____.

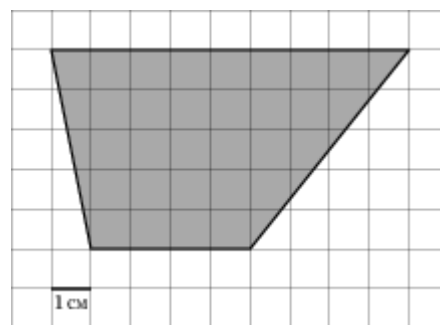
- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ: _____.

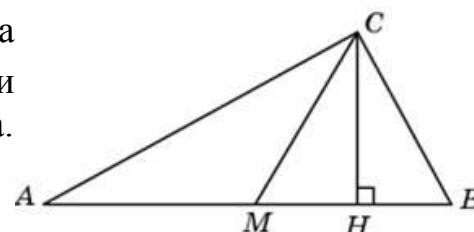
5

Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-9} = 4$.

Ответ: _____.

6

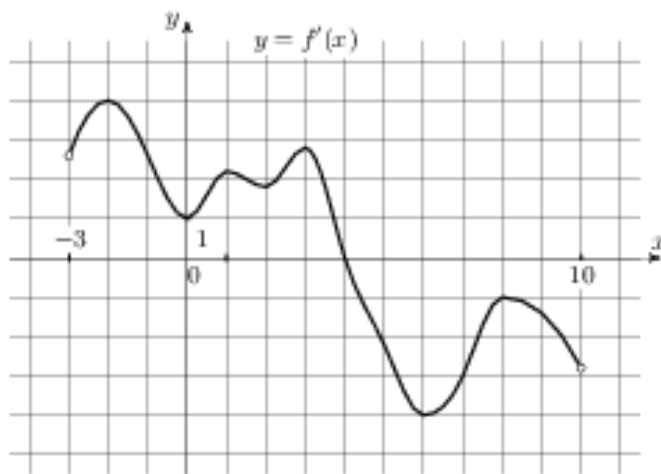
Острые углы прямоугольного треугольника равны 48° и 42° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

7

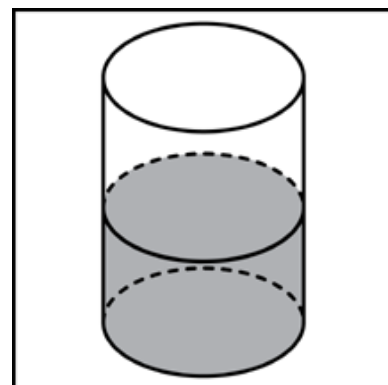
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8

В цилиндрический сосуд налили 1200 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 15 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 12 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

Ответ: _____.

10 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\text{п}} = 20^\circ \text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_{\text{в}} = 100^\circ \text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{C}^\circ}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{C}^\circ}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

Ответ: _____.

11 Две трубы наполняют бассейн за 6 часов, а одна первая труба наполняет бассейн за 18 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 15x + 15)e^{5-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $3\log_8^2(\sin x) - 5\log_8(\sin x) - 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

а) Докажите, что $AA_1 = AC$

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 если $AC = 6$, $BC = 3$.

15 Решите неравенство $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$.

16 Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжения диаметра CA первой окружности и хорды CB этой окружности пересекают вторую окружности в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.

б) Найдите AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и $AB = 3$.

- 17** 15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его выплаты таково:
- 1-го числа k -ого месяца долг возрастёт на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число k -ого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа k -того месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\ln(3a - x) \ln(2x + 2a - 5) = \ln(3a - x) \ln(x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 2]$.

- 19** Каждый из 28 студентов писал или одну из двух контрольных работ, или написал обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух контрольных работ в отдельности средний балл составил 15. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов (если студент писал одну работу, то он назвал балл за неё). Среднее арифметическое названных баллов равно S .
- а) Приведите пример, когда $S < 15$.
 - б) Могло ли оказаться, что только два студента написали обе контрольные работы, если $S = 13$?
 - в) Какое наименьшее количество студентов могло написать обе контрольные работы, если $S = 13$?