

Задание №14

ТИП #1

1. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
 - а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
 - б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 7$; $BC = 8$.
2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
 - а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
 - б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 6$; $BC = 3$.

ТИП #2

3. На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N так, что $AM:MB = CN:NB = 1:2$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.
 - а) Докажите, что точки P , Q , M и N лежат в одной плоскости.
 - б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.
4. Дана треугольная пирамида $DABC$, точки M , N , P , Q лежат на ребрах AB , BC , AD , CD , причём $AM:MB = CN:NB = 1:2$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.
 - а) Докажите, что точки P , Q , M и N лежат в одной плоскости.
 - б) Найдите отношение многоугольников на которые делит плоскость PQM пирамиду.
5. Дана треугольная пирамида $DABC$, точки M , N , P , Q лежат на ребрах AB , BC , AD , CD , причём $AM:MB = CN:NB = 3:1$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.
 - а) Докажите, что точки P , Q , M и N лежат в одной плоскости.
 - б) Найдите отношение многоугольников на которые делит плоскость PQM пирамиду.

ТИП #3

6. Дана прямоугольная призма $A_1B_1C_1ABC$ с треугольником ABC в основании, где угол C равен 90 градусов, A_1C перпендикулярна AB_1
- Докажите, что $AA_1 = AC$.
 - Найдите расстояние между прямыми A_1C и AB_1 .

ТИП #4

7. $SABCD$ - правильная пирамида. M на SD , $MS:SD = 2:3$. P середина ребра AD , а Q середина ребра BC .
- Доказать, что сечение пирамиды плоскостью MPQ - равнобедренная трапеция.
 - Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

ТИП #5

8. Дана пирамида $PABCD$, в основании — трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, а плоскости PAB и PCD перпендикулярны основанию, прямые AB и CD пересекаются в точке K .
- Доказать, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PAD .
 - Найдите объем $PKBC$, если $AB = BC = CD = 3$, а высота равна 8 .
9. Дана пирамида $PABCD$, в основании — трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, а плоскости PAB и PCD перпендикулярны основанию, прямые AB и CD пересекаются в точке K .
- Доказать, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PAD .
 - Найдите объем $PKBC$, если $AB = BC = CD = 2$, а высота равна 12 .

ТИП #6

10. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно. $AB = 13$.
- Докажите, что треугольник BA_1C_1 — прямоугольный.
 - Найти объем пирамиды AA_1C_1B .

ТИП #7

11. Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$ с прямоугольником $ABCD$ в основании. Сторона AB равна 4, а BC равна 4 корня из 2. Высота пирамиды проектируется в центр пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершин A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ .

а) Докажите, что точка P является серединой отрезка BQ .

б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC , если ребро SD равно 8.

12. Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$ с прямоугольником $ABCD$ в основании. Сторона AB равна 3 корня из 2, а BC равна 6. Высота пирамиды проектируется в центр пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершин A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ .

а) Докажите, что точка P является серединой отрезка BQ .

б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC , если ребро SD равно 9.

ТИП #8

13. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Грань ACC_1A_1 является квадратом.

а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 4$; $BC = 7$.

ТИП #9

14. В треугольной пирамиде $SABC$ известны боковые рёбра: $SA = SB = 13$, $SC = 3$ корня из 17. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC . Эта высота равна 12.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите объём пирамиды $SABC$.