

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10421

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

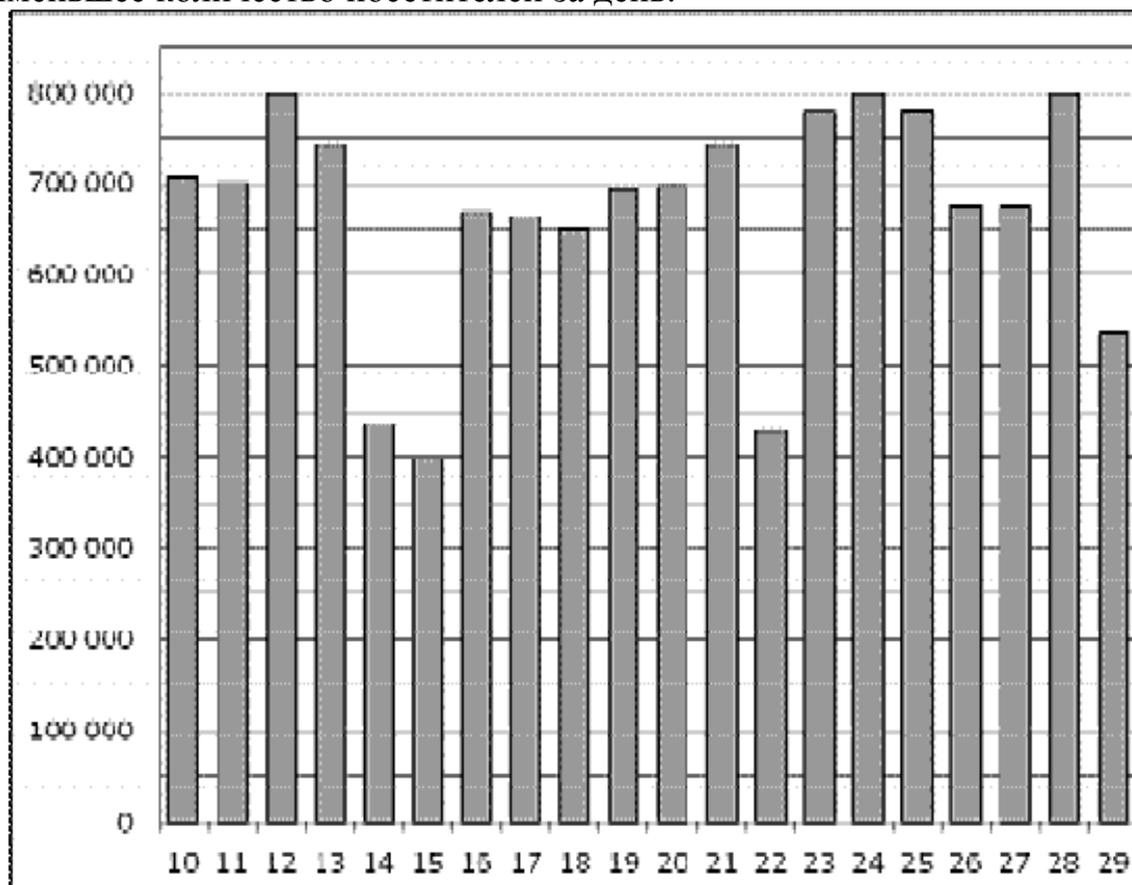
**Часть 1**

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 390 рублей, а стоимость одного номера журнала — 23 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

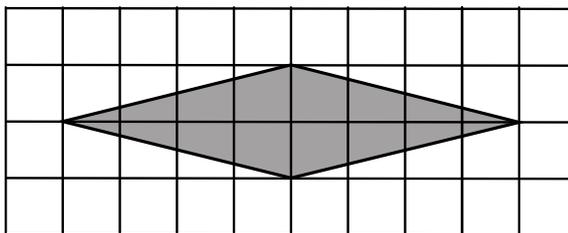
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

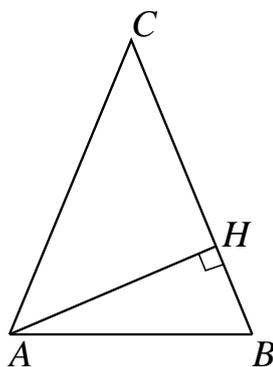
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x - 9)^2 = -36x$ .

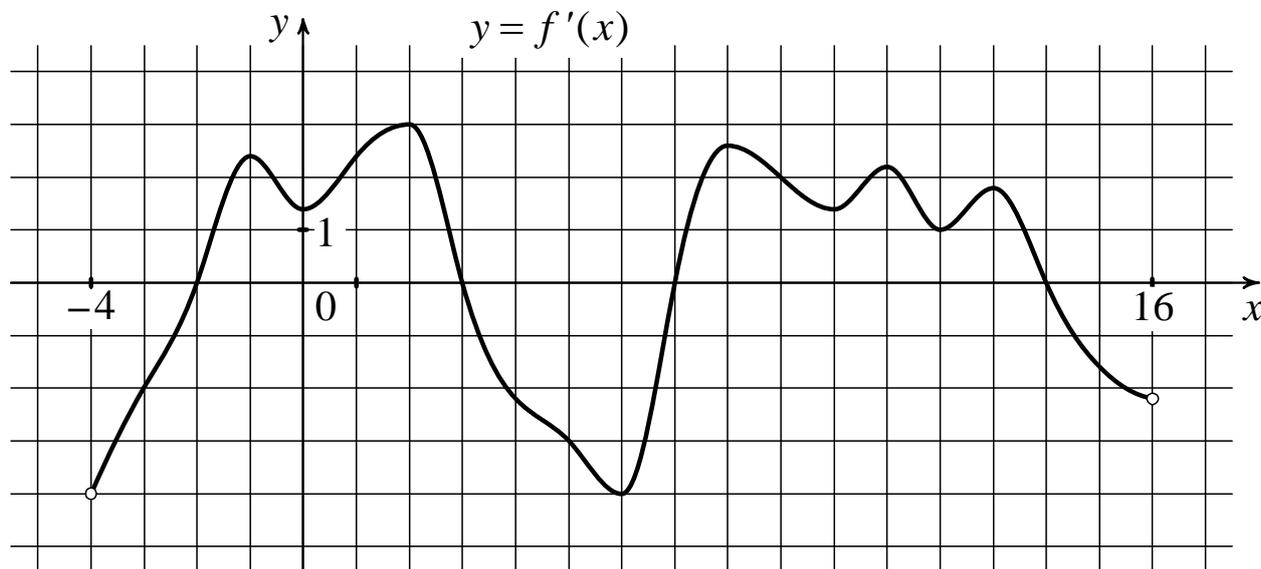
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 25, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $AC$ .



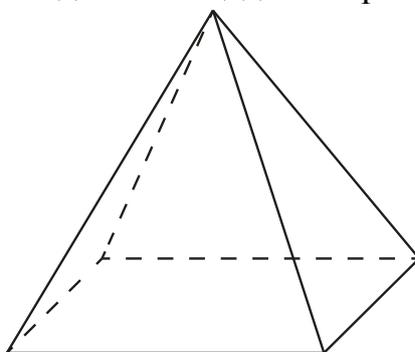
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 16)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[0; 13]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 5x + 5)e^{7-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13** а) Решите уравнение  $\frac{5 \sin x - 3}{5 \cos x - 4} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{15\pi}{2}; -6\pi\right]$ .

**14** В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 4. Через такую точку  $T$  ребра  $AD$ , что  $AT:TD=3:1$ , параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

**15** Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

**16** Диагональ  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  с параллельными основаниями  $AD$  и  $BC$  разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $DC$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  — биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали четырёхугольника  $BD=5$  и  $AC=8$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллион рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y+4)^2 - 17 \right) \left( (2x+7)^2 + (2y-9)^2 \right) \leq 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = a_1$ ,  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .

а) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_{10} = 100S_1$ ?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_{10} = 50S_2$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{S_5^2}{S_1 S_{10}}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10422

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

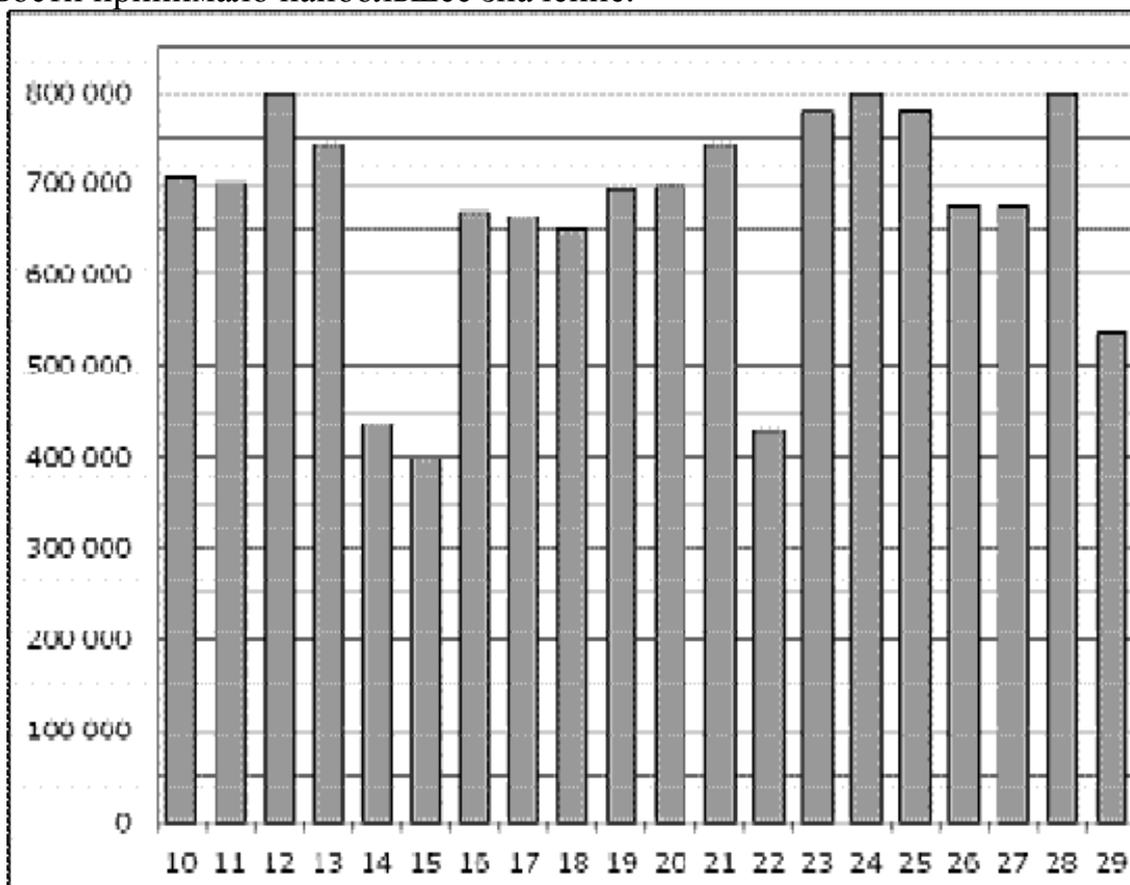
**Часть 1**

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 810 рублей, а стоимость одного номера журнала — 39 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

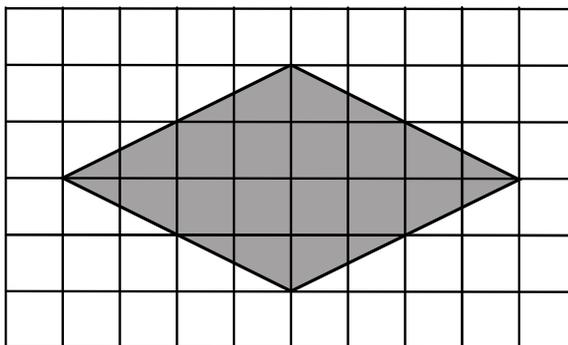
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько раз за данный период количество посетителей сайта РИА Новости принимало наибольшее значение.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

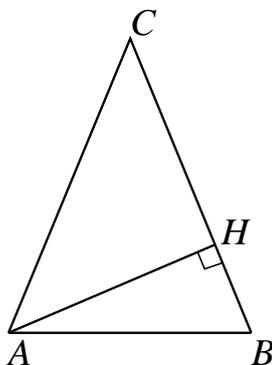
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,9. Вероятность того, что окажется меньше 13 пассажиров, равна 0,57. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 13 до 21.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x + 11)^2 = 44x$ .

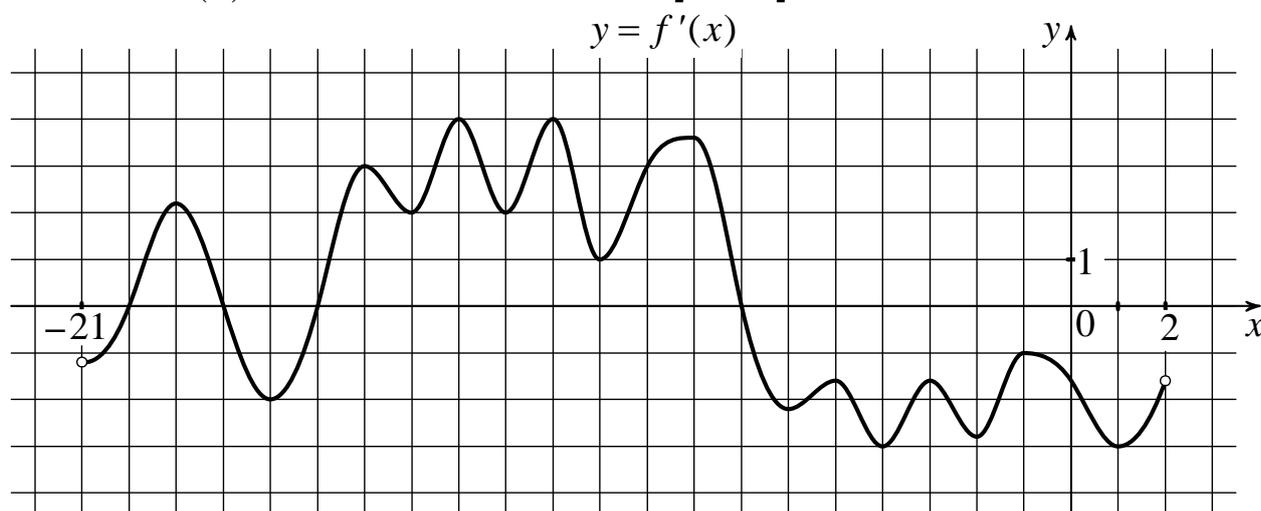
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 12, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $AC$ .



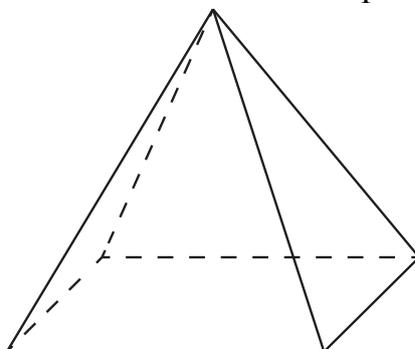
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-21; 2)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-19; 1]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $28 \operatorname{tg} 46^\circ \cdot \operatorname{tg} 44^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 километр, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 45 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{17 \sin x - 8}{17 \cos x - 15} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$ .

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 8. Боковое ребро пирамиды равно 5. Через такую точку  $T$  ребра  $AD$ , что  $AT:TD=4$ , параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.  
б) Найдите площадь сечения.

**15** Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x+1} - 10^x - 6 \cdot 4^x - 25}{25^x - 5} \leq 5.$$

**16** Диагональ  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  с параллельными основаниями  $AD$  и  $BC$  разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $DC$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  — биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали четырёхугольника  $BD = 4$  и  $AC = 4\sqrt{3}$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 200 млн рублей, а за четыре года станут больше 270 млн рублей.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y+3)^2 - 32)((2x+3)^2 + (2y-13)^2) \leq 0, \\ ax + y = 2 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = a_1$ ,  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .

а) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_8 = 50S_1$ ?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_8 = 30S_2$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{S_4^2}{S_1 S_8}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10423

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

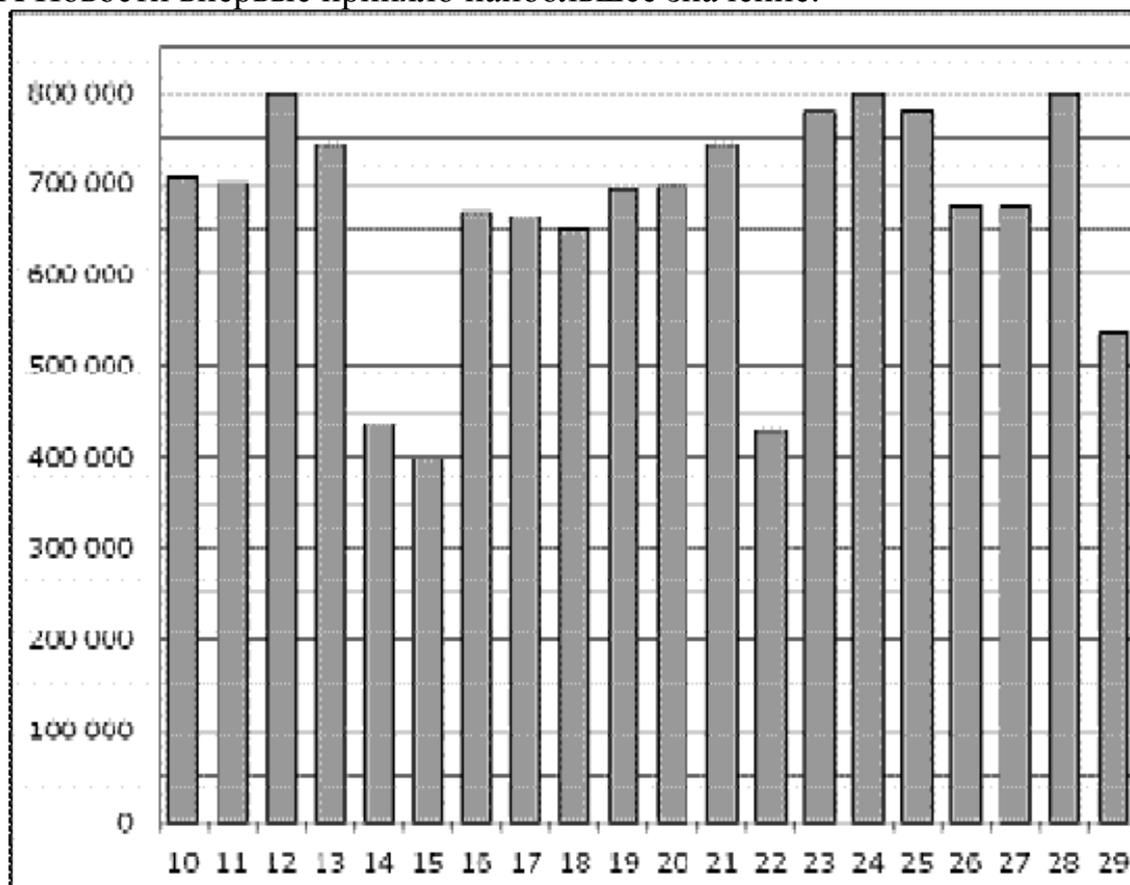
**Часть 1**

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 640 рублей, а стоимость одного номера журнала — 29 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

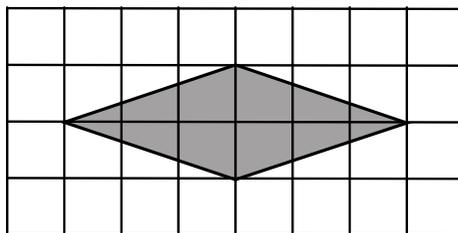
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

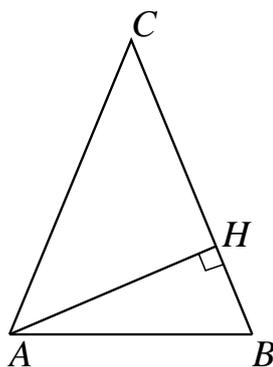
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 17.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x + 15)^2 = 60x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 22, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,9 километра, приобрести скорость 150 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Лодка в 5:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 23:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 4 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 17x + 17)e^{9-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{5 \sin x - 3}{5 \cos x - 4} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{15\pi}{2}; -6\pi\right]$ .

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 4. Через такую точку  $T$  ребра  $AD$ , что  $AT : TD = 3 : 1$ , параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.  
б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

16 Диагональ  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  с параллельными основаниями  $AD$  и  $BC$  разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $DC$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  — биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали четырёхугольника  $BD = 5$  и  $AC = 8$ .

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллион рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y+4)^2 - 17 \right) \left( (2x+7)^2 + (2y-9)^2 \right) \leq 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = a_1$ ,  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .

а) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_{10} = 100S_1$ ?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_{10} = 50S_2$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{S_5^2}{S_1 S_{10}}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10424

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

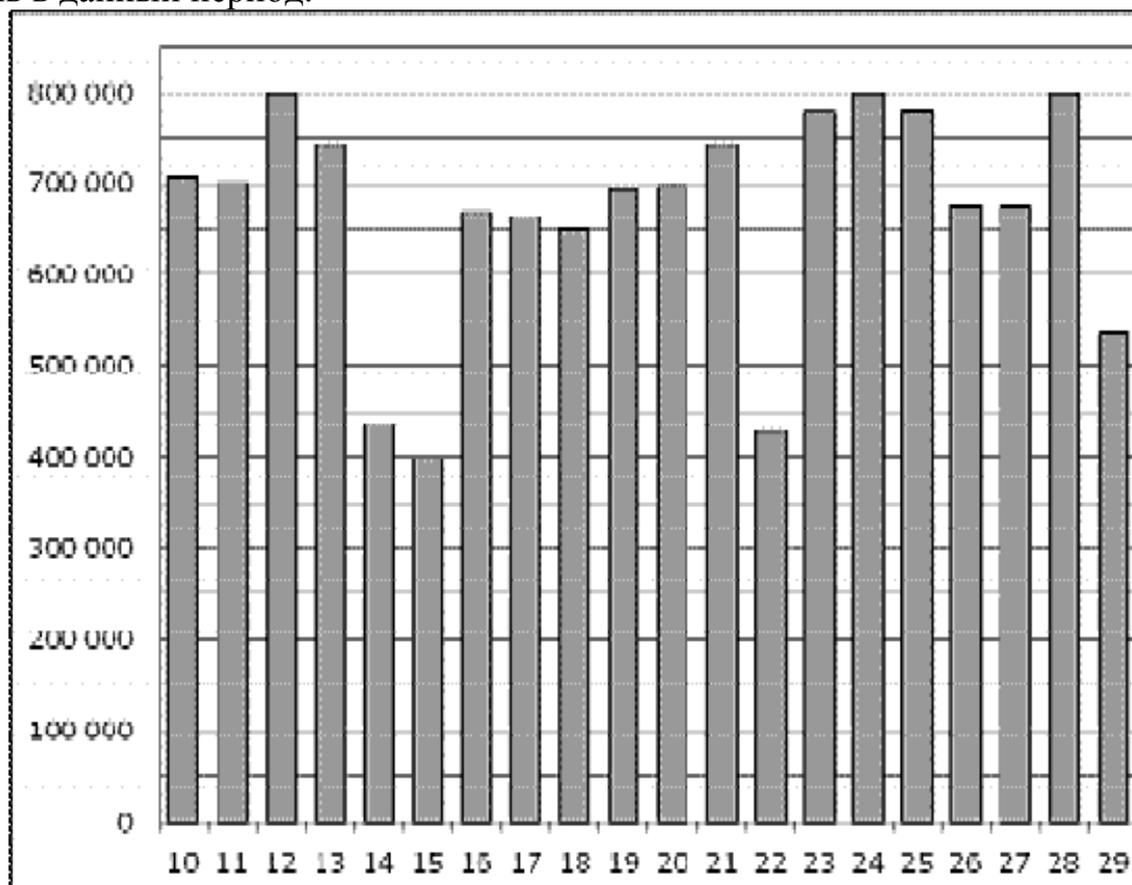
**Часть 1**

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 830 рублей, а стоимость одного номера журнала — 38 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

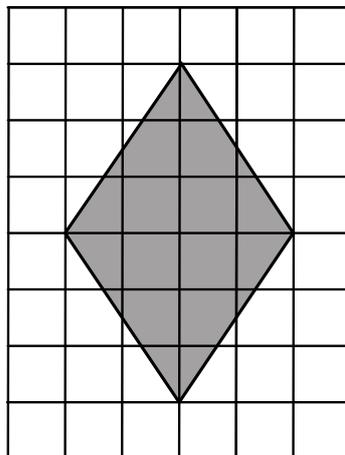
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме разность наибольшего и наименьшего количества посетителей за день в данный период.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

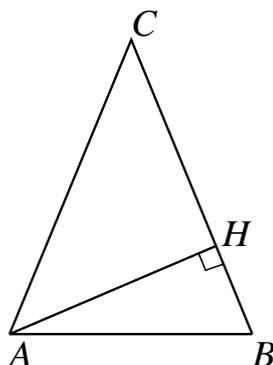
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,95. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x - 7)^2 = -28x$ .

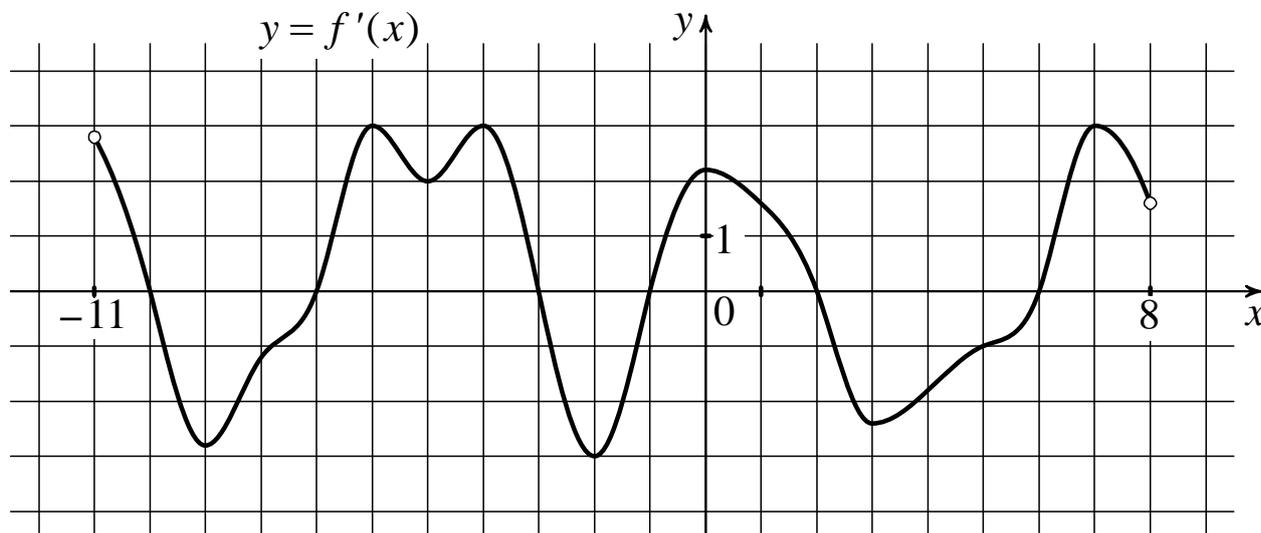
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 31, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $AC$ .



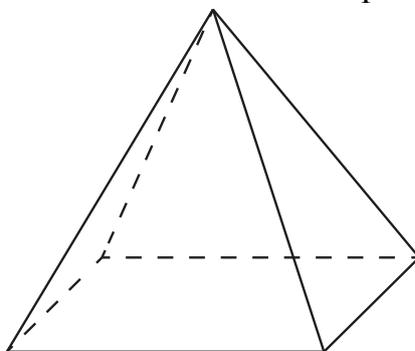
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 8)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-8; 7]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 12, боковые рёбра равны 10. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $-6 \operatorname{tg} 18^\circ \cdot \operatorname{tg} 72^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,9 километра, приобрести скорость 90 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Моторная лодка в 11:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 21:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 10x + 10)e^{19-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{17 \sin x - 8}{17 \cos x - 15} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$ .

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 8. Боковое ребро пирамиды равно 5. Через такую точку  $T$  ребра  $AD$ , что  $AT:TD=4$ , параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.  
б) Найдите площадь сечения.

**15** Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x+1} - 10^x - 6 \cdot 4^x - 25}{25^x - 5} \leq 5.$$

**16** Диагональ  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  с параллельными основаниями  $AD$  и  $BC$  разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $DC$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  — биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали четырёхугольника  $BD = 4$  и  $AC = 4\sqrt{3}$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 200 млн рублей, а за четыре года станут больше 270 млн рублей.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y+3)^2 - 32 \right) \left( (2x+3)^2 + (2y-13)^2 \right) \leq 0, \\ ax + y = 2 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = a_1$ ,  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .

а) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_8 = 50S_1$ ?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой  $S_8 = 30S_2$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{S_4^2}{S_1 S_8}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

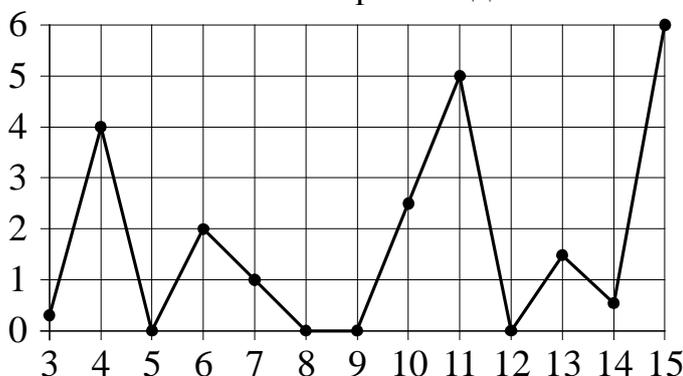
**Часть 1**

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1700 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1100 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: \_\_\_\_\_.

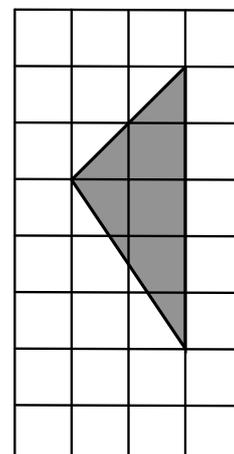
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало не менее 3 миллиметров осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



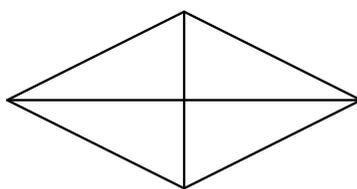
- 4 На олимпиаде по физике 450 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 180 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{2x+5} = \frac{1}{3x-5}$ .

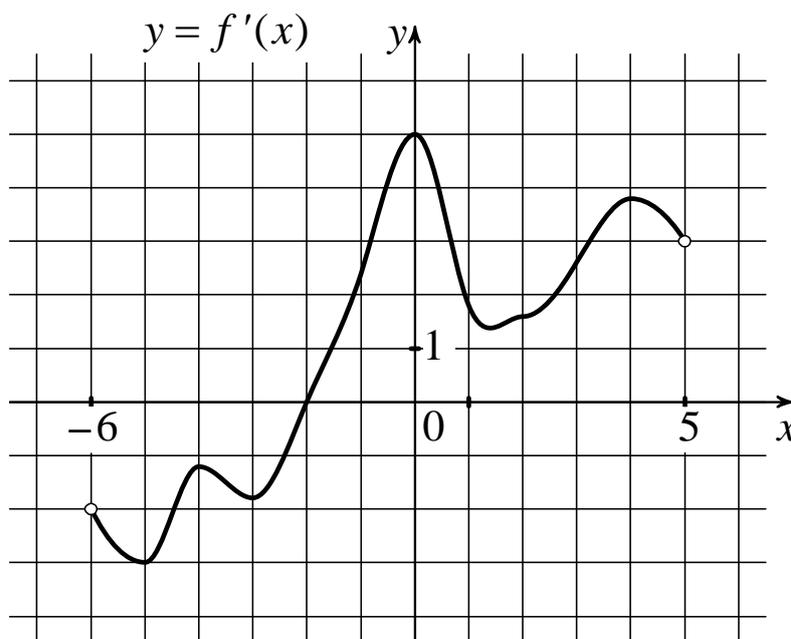
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Площадь ромба равна 52. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



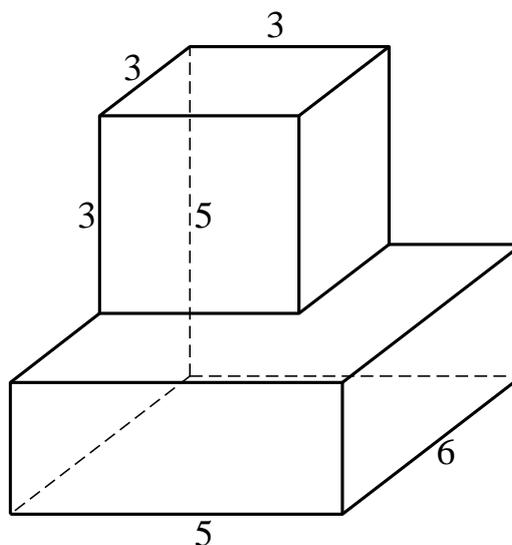
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-1; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{18(\sin^2 24^\circ - \cos^2 24^\circ)}{\cos 48^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 50 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На изготовление 780 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 840 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наименьшее значение функции  $y = 15x - 6\sin x + 8$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**14**

Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 4. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

**15**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

**16**

Стороны  $KN$  и  $LM$  трапеции  $KLMN$  параллельны, прямые  $LM$  и  $MN$  — касательные к окружности, описанной около треугольника  $KLN$ .

а) Докажите, что треугольники  $LMN$  и  $KLN$  подобны.

б) Найдите площадь треугольника  $KLN$ , если известно, что  $KN = 3$ , а  $\angle LMN = 120^\circ$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения  $n$  и  $m$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

**18** Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - x \log_2(b-1) + 4 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-1; 2]$ .

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_7$  ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{49}$  ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального  $n$  могло оказаться так, что среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  больше кратных 100, чем среди чисел  $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

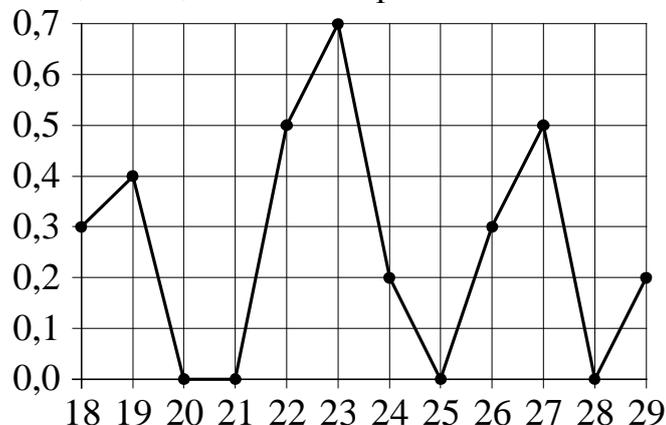
## Часть 1

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 600 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

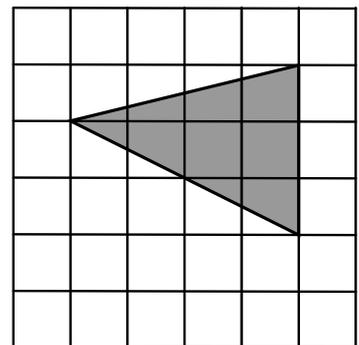
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 0,1 до 0,6 миллиметров осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

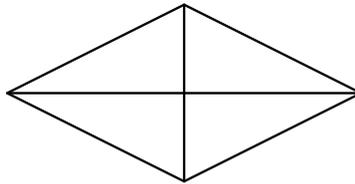
**4** На олимпиаде по истории 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$ .

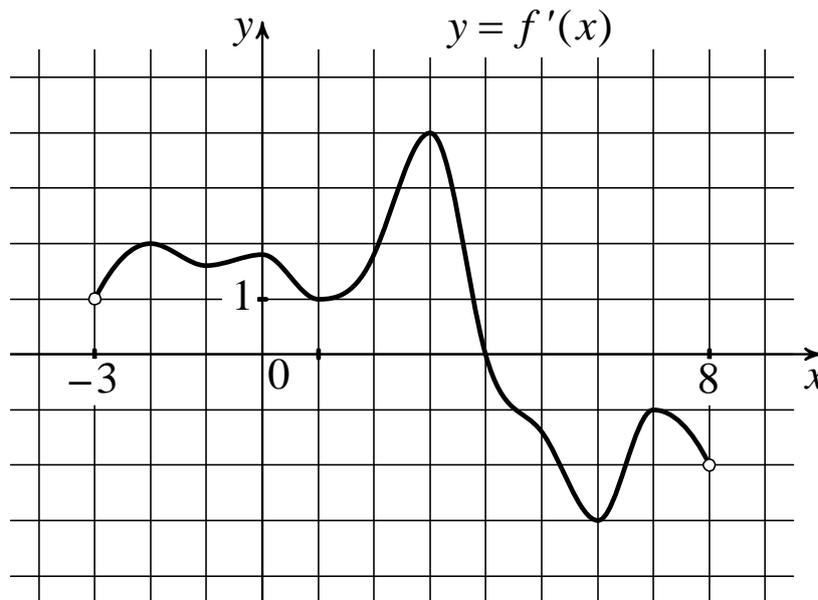
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Площадь ромба равна 27. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



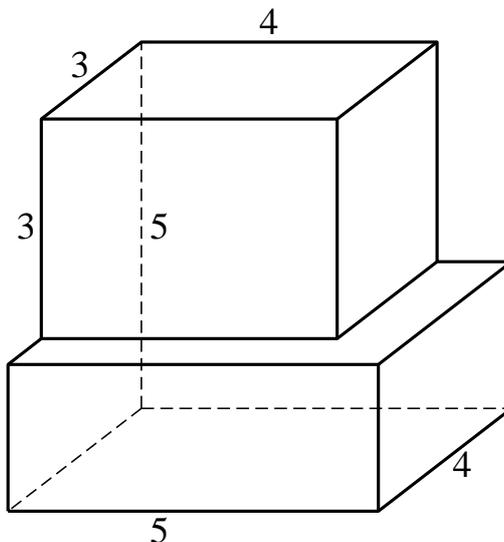
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{7(\sin^2 11^\circ - \cos^2 11^\circ)}{\cos 22^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 130$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 120 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На изготовление 575 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 16x - 6\sin x + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

- 14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 6. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.  
б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

- 15** Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} 5 \geq \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} (7 - 2^x).$$

- 16** Стороны  $KN$  и  $LM$  трапеции  $KLMN$  параллельны, прямые  $LM$  и  $MN$  — касательные к окружности, описанной около треугольника  $KLN$ .

- а) Докажите, что треугольники  $LMN$  и  $KLN$  подобны.  
б) Найдите площадь треугольника  $KLN$ , если известно, что  $KN = 6$ , а  $\angle LMN = 120^\circ$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения  $n$  и  $m$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

**18** Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x \log_2(b - 3) + 6 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-2; 2]$ .

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_7$  ровно три числа делятся на 36?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{30}$  ровно 9 чисел делятся на 36?

в) Для какого наибольшего натурального  $n$  могло оказаться так, что среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  больше кратных 36, чем среди чисел  $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

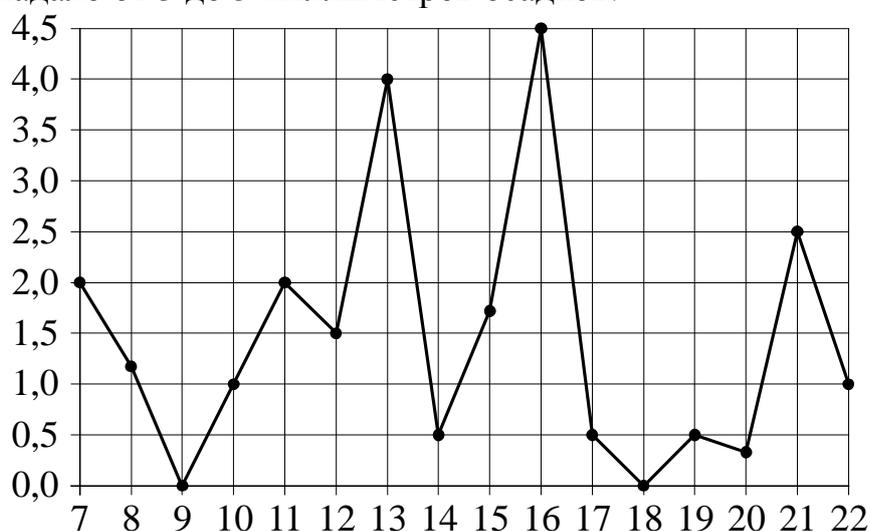
**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1000 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 800 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

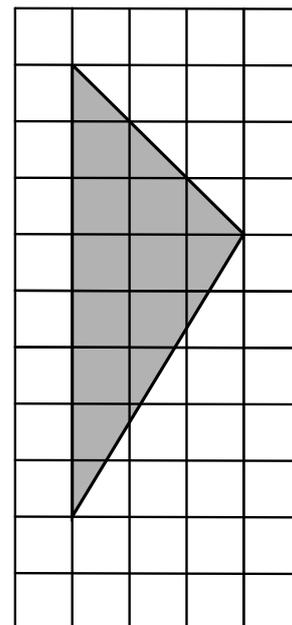
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 3 до 5 миллиметров осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

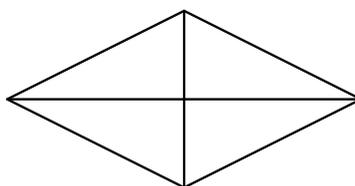
- 4 На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 180 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x+16} = \frac{1}{8x+11}$ .

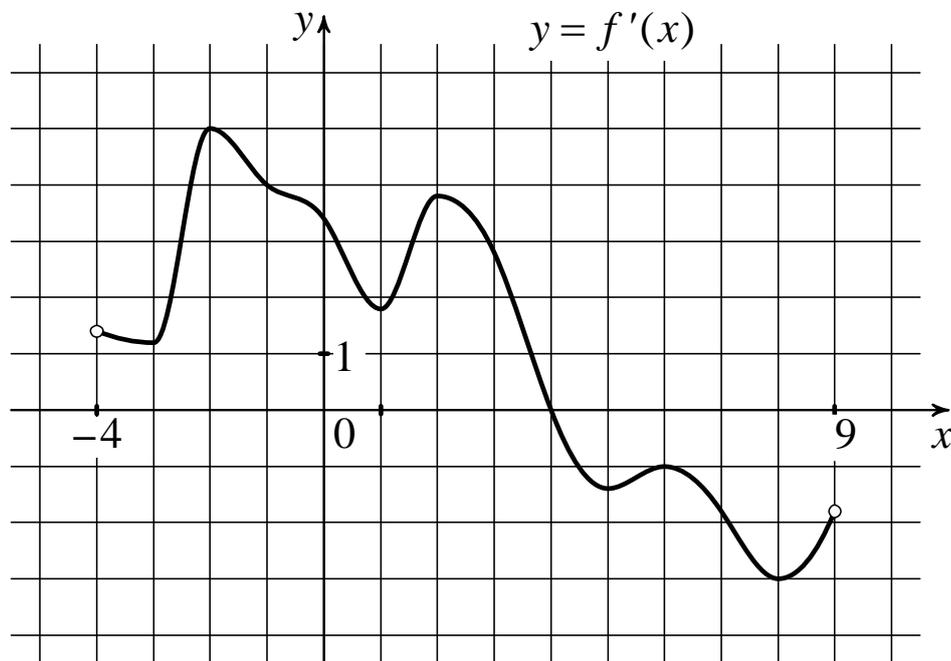
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Площадь ромба равна 63. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



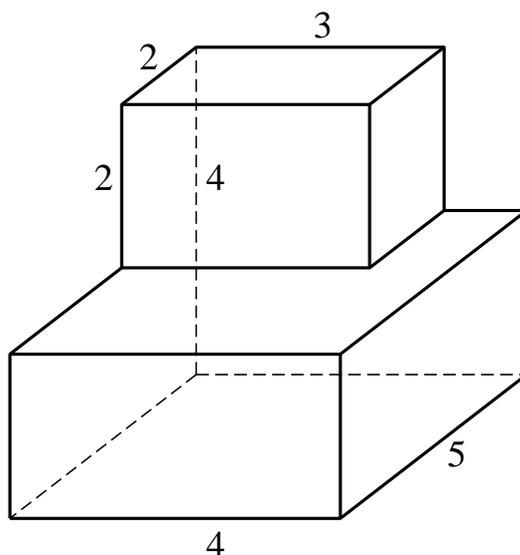
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 9)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 1]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $\frac{15(\sin^2 69^\circ - \cos^2 69^\circ)}{\cos 138^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 115$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,6$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 100 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

На изготовление 399 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 420 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наименьшее значение функции  $y = 15x - 7\sin x + 3$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 4. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

**15** Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

**16** Стороны  $KN$  и  $LM$  трапеции  $KLMN$  параллельны, прямые  $LM$  и  $MN$  — касательные к окружности, описанной около треугольника  $KLN$ .

а) Докажите, что треугольники  $LMN$  и  $KLN$  подобны.

б) Найдите площадь треугольника  $KLN$ , если известно, что  $KN = 3$ , а  $\angle LMN = 120^\circ$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения  $n$  и  $m$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

**18** Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - x \log_2(b-1) + 4 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-1; 2]$ .

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_7$  ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{49}$  ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального  $n$  могло оказаться так, что среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  больше кратных 100, чем среди чисел  $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

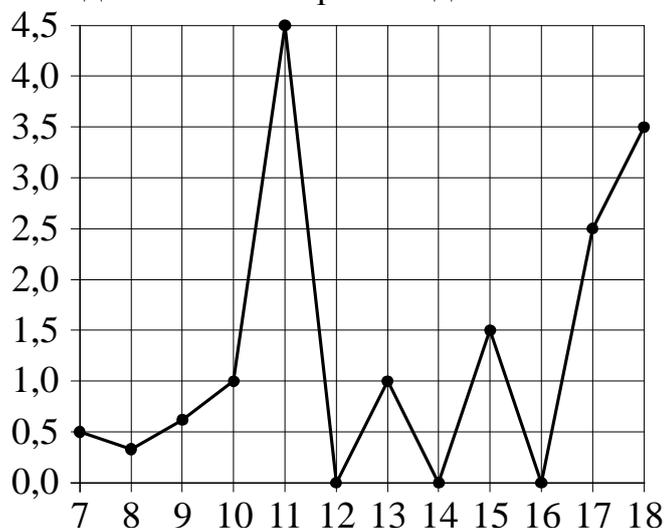
## Часть 1

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

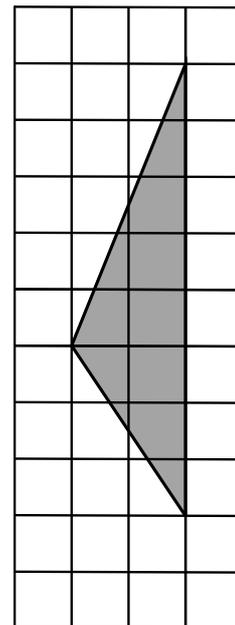
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 3 миллиметров осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

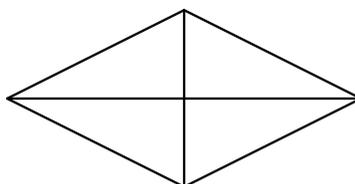
- 4 На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 170 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{5x+6} = \frac{1}{6x-3}$ .

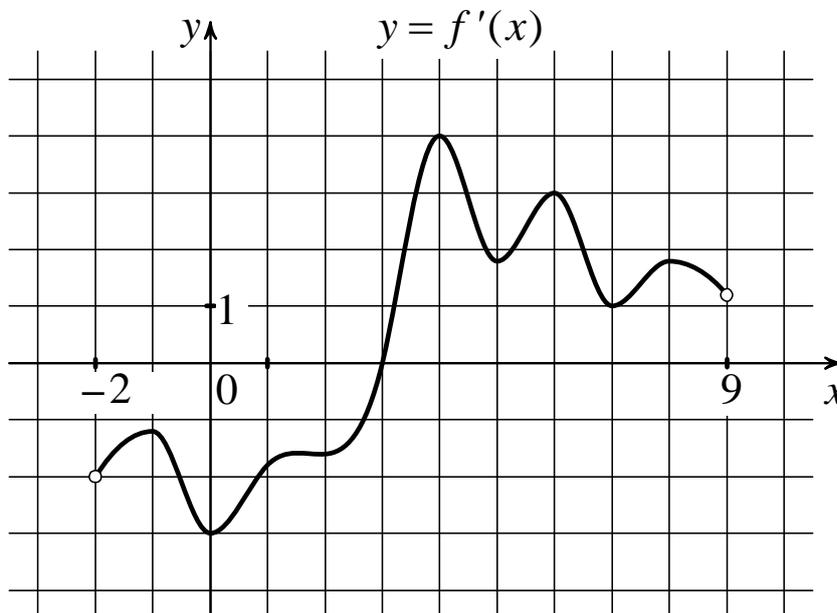
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Площадь ромба равна 68. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



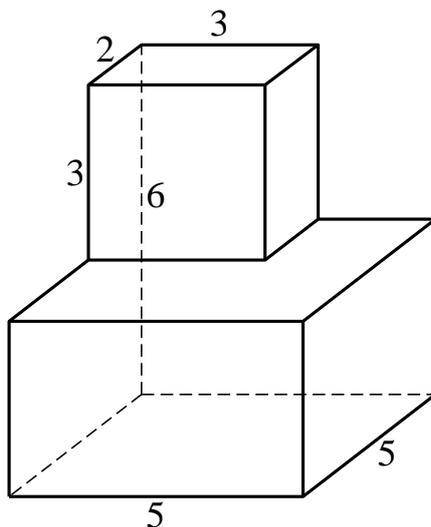
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[3; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $\frac{23(\sin^2 88^\circ - \cos^2 88^\circ)}{\cos 176^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 65$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 60 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

На изготовление 832 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 928 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наименьшее значение функции  $y = 17x - 7\sin x + 4$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13**

а) Решите уравнение  $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 6. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

**15** Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} 5 \geq \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} (7-2^x).$$

**16** Стороны  $KN$  и  $LM$  трапеции  $KLMN$  параллельны, прямые  $LM$  и  $MN$  — касательные к окружности, описанной около треугольника  $KLN$ .

а) Докажите, что треугольники  $LMN$  и  $KLN$  подобны.

б) Найдите площадь треугольника  $KLN$ , если известно, что  $KN = 6$ , а  $\angle LMN = 120^\circ$ .

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения  $n$  и  $m$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

**18** Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x \log_2(b-3) + 6 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-2; 2]$ .

**19** Бесконечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_7$  ровно три числа делятся на 36?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{30}$  ровно 9 чисел делятся на 36?

в) Для какого наибольшего натурального  $n$  могло оказаться так, что среди чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  больше кратных 36, чем среди чисел  $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$ ?