

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2017 года

Вариант МА10611

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

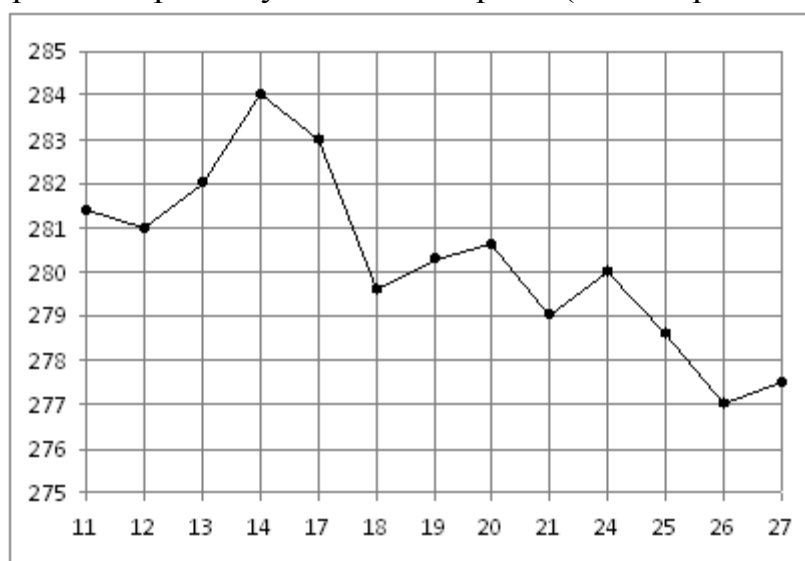
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 160 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 45 кв. м?

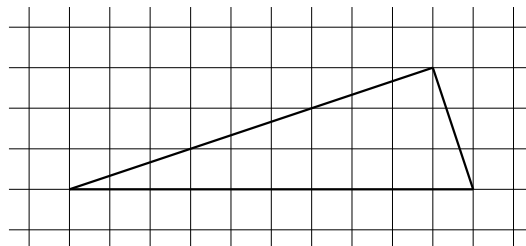
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: _____.

- 4 Из множества натуральных чисел от 58 до 82 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 6?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $x = \frac{6x-15}{x-2}$.

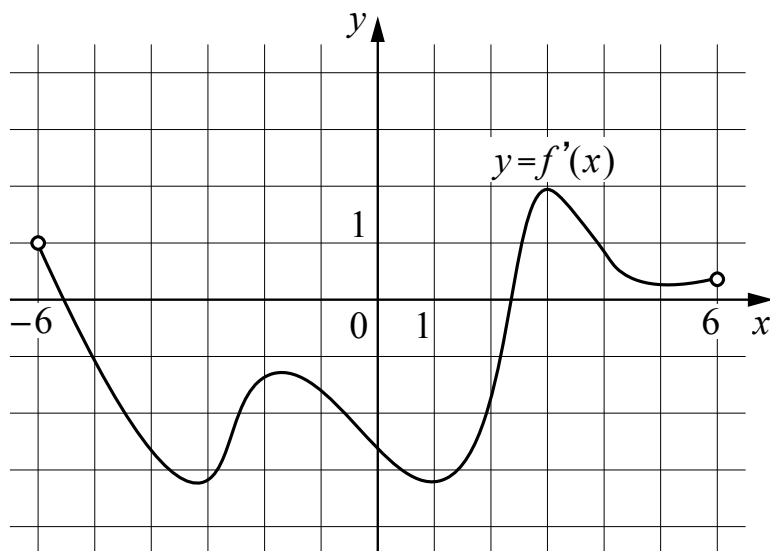
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

- 6 Основания прямоугольной трапеции равны 14 и 18. Её площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

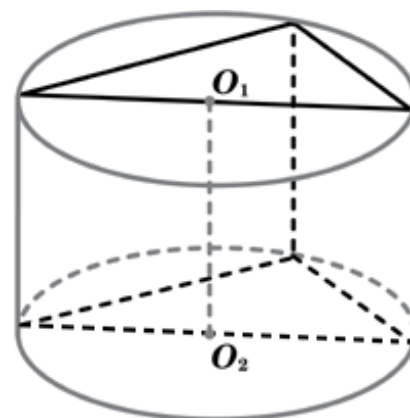


Ответ: _____.

8

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 7 и 8. Боковые рёбра призмы равны $\frac{10}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} - 5x + 1$ при $x = 3$.

Ответ: _____.

10

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в Кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1350$ К, $a = -7,5$ К/мин², $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента выше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через сколько минут после начала работы температура достигнет критического значения 1650 К.

Ответ: _____.

11

В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 81 % дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 75x + 14$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14

Отрезок AB — диаметр верхнего основания цилиндра, CD — диаметр нижнего, причём отрезки AB и CD не лежат на параллельных прямых.

а) Докажите, что у тетраэдра $ABCD$ скрещивающиеся рёбра попарно равны.

б) Найдите объём этого тетраэдра, если $AC = 6$, $AD = 8$, а радиус цилиндра равен 3.

15

Решите неравенство $\log_{49}(x+4) + \log_{(x^2+8x+16)}\sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}$.

16

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 30^\circ$, $B_1C_1 = 5$ и площадь треугольника AB_1C_1 в пять раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 9 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(2x + \ln(x + 2a))^2 = (2x - \ln(x + 2a))^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$.

19

На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 38, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 11 до 22 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 4, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2017 года

Вариант МА10612

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

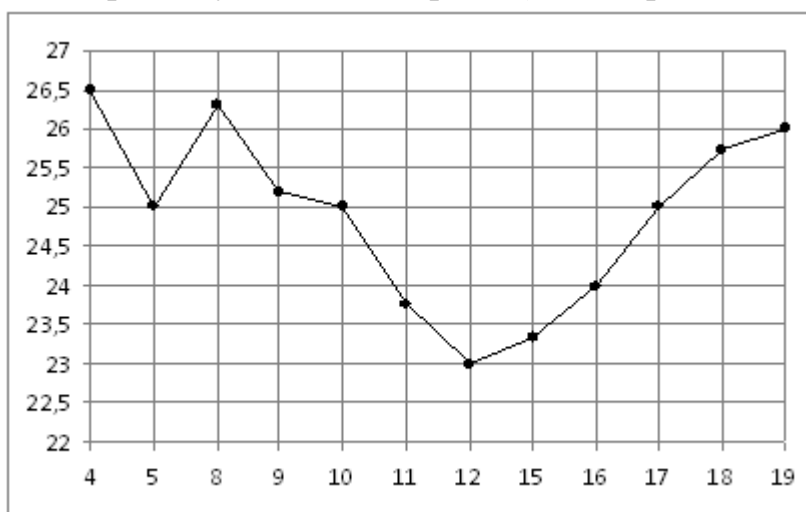
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 130 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 52 кв. м?

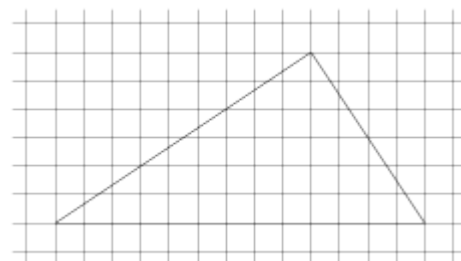
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: _____.

- 4 Из множества натуральных чисел от 53 до 64 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 4?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $x = \frac{-6x+1}{x-6}$.

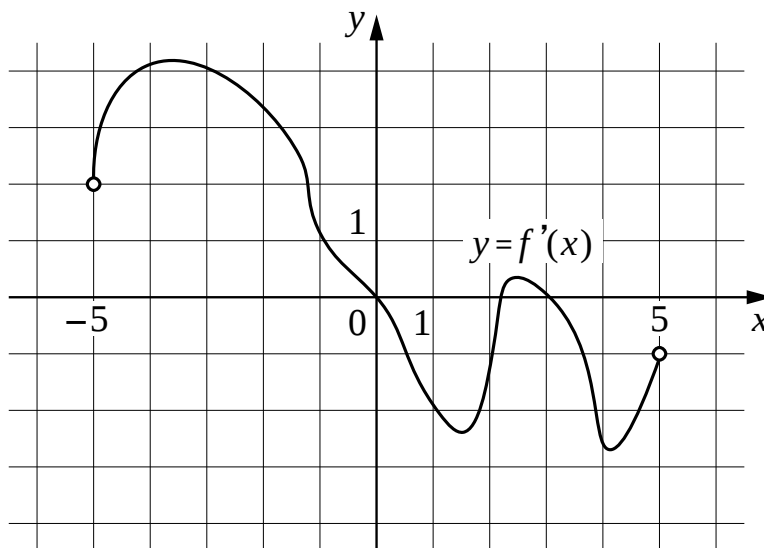
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

- 6 Основания прямоугольной трапеции равны 4 и 10. Её площадь равна 42. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

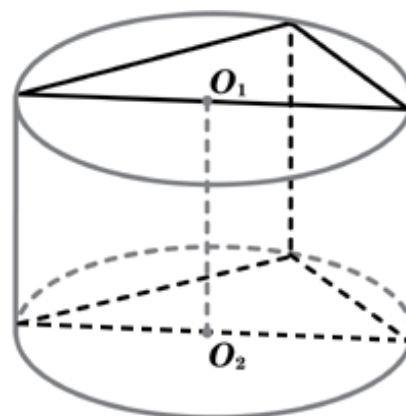


Ответ: _____.

8

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 7. Боковые рёбра призмы равны $\frac{8}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}} + \frac{7\sqrt{x}}{x} + 5x - 2$ при $x = 3$.

Ответ: _____.

10

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в Кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -5$ К/мин², $b = 75$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через сколько минут после начала работы температура достигнет критического значения 1550 К.

Ответ: _____.

11

В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 64 % дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 19$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Отрезок AB — диаметр верхнего основания цилиндра, CD — диаметр нижнего, причём отрезки AB и CD не лежат на параллельных прямых.

а) Докажите, что у тетраэдра $ABCD$ скрещивающиеся рёбра попарно равны.

б) Найдите объём этого тетраэдра, если $AC = 7$, $AD = 6$, а радиус цилиндра равен 2,5.

15 Решите неравенство $\log_{16}(x+5) + \log_{(x^2+10x+25)} 2 \geq \frac{3}{4}$.

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 45^\circ$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x + \ln(x + a))^2 = (x - \ln(x + a))^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 1]$.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 34, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 9 до 20 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 1, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?