

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 января 2016 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

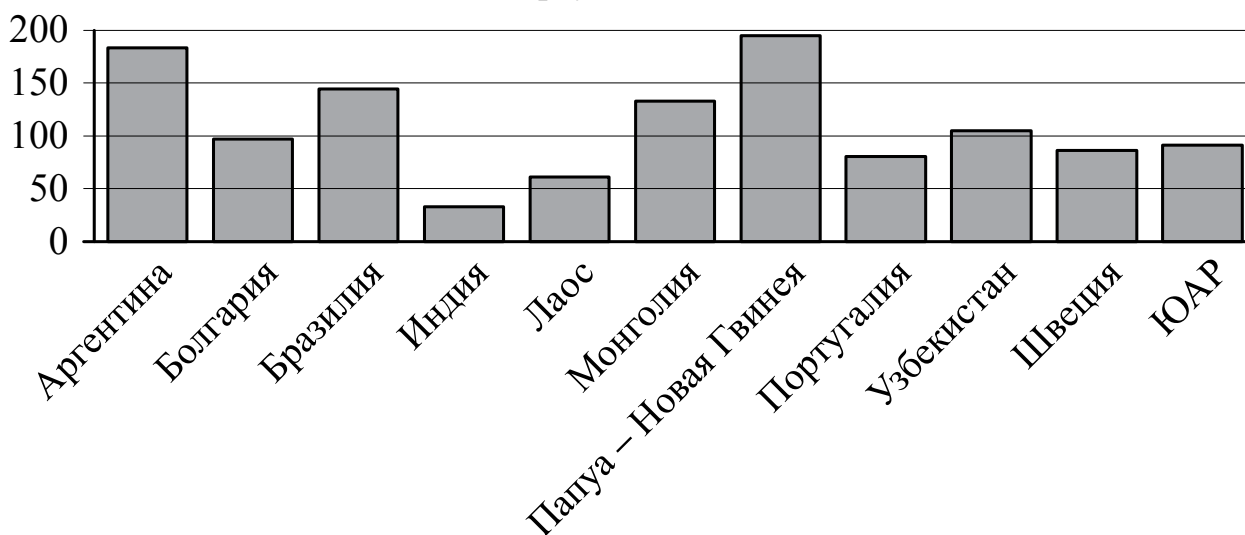
1

Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 45 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Португалия?



Ответ: _____.

3

Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(2; 4)$, $(6; 1)$, $(6; 4)$.

Ответ: _____.

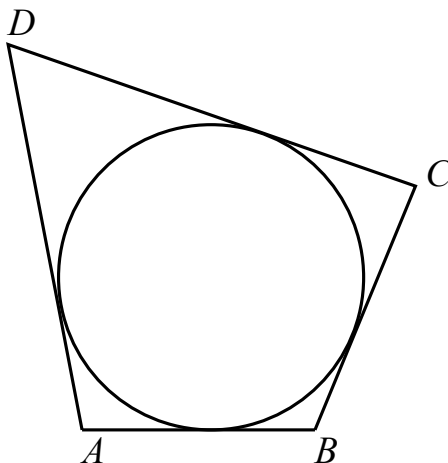
- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся П. верно решит больше 7 задач, равна 0,78. Вероятность того, что П. верно решит больше 6 задач, равна 0,89. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 7 задач.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(2x + 3)^2 = (2x + 9)^2$.

Ответ: _____.

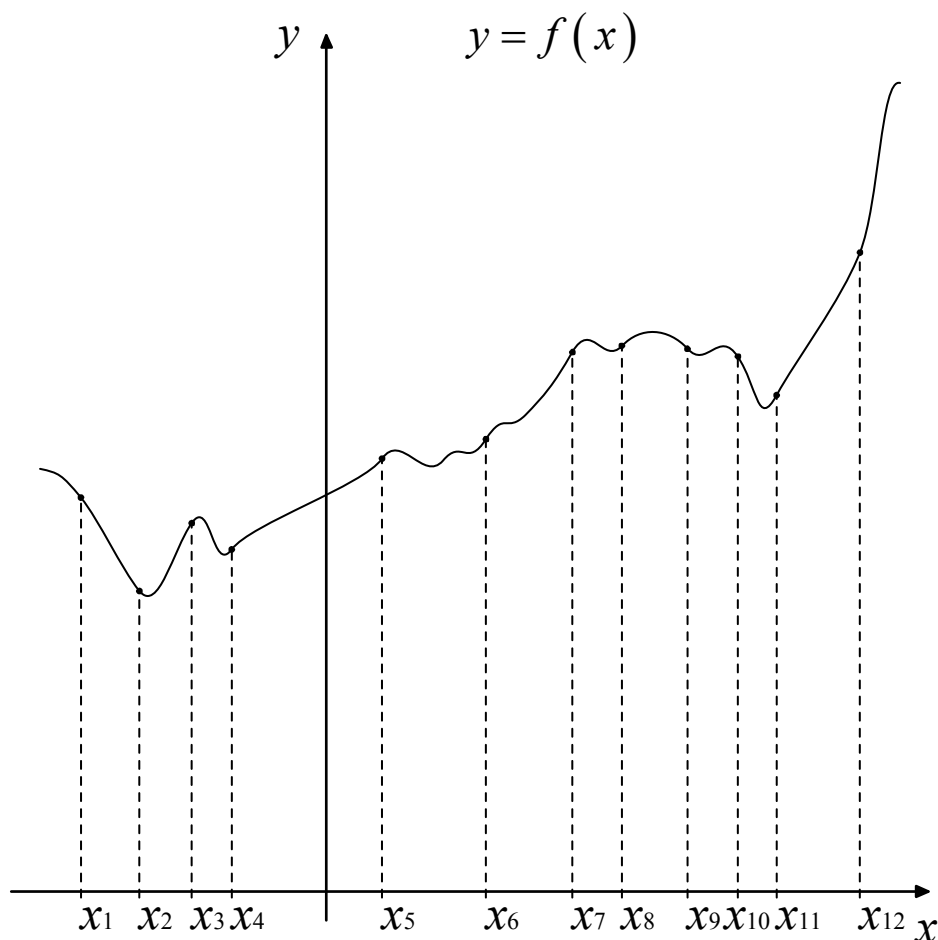
- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 41$, $CD = 46$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: _____.

7

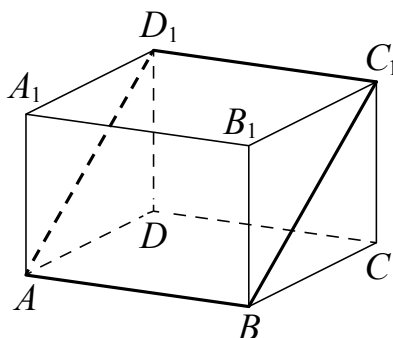
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

8

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 16$, $AD = 21$, $AA_1 = 28$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $(\log_3 243) \cdot (\log_2 256)$.

Ответ: _____.

10 Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 7500$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11 Первые 140 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 160 км — со скоростью 60 км/ч, а затем 120 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{64}{x} + 13$ на отрезке $[0,5; 19]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{2 \cos x + 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 6. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL:LC=1:2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK=16$.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3a+1)^2 + (y+2a)^2 = a-1, \\ 4x+3y = a+1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна трём.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 111?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 января 2016 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

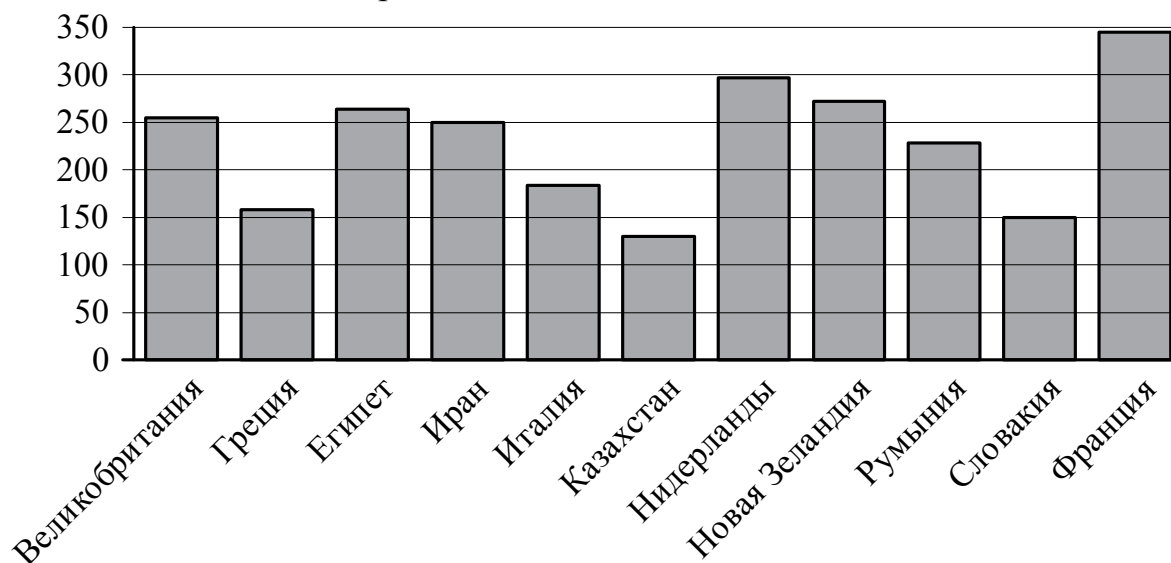
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 54 мили в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимал Иран?



Ответ: _____.

- 3** Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 2)$, $(1; 10)$, $(7; 2)$, $(7; 10)$.

Ответ: _____.

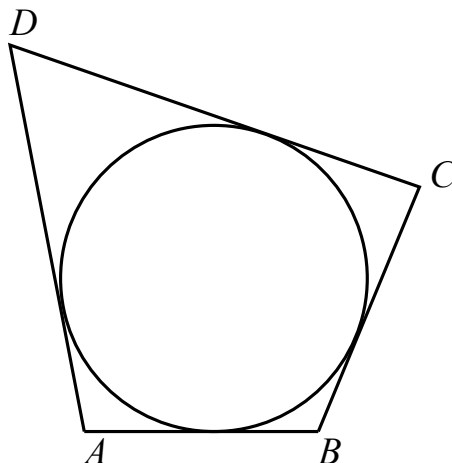
- 4 Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(3x - 7)^2 = (3x + 1)^2$.

Ответ: _____.

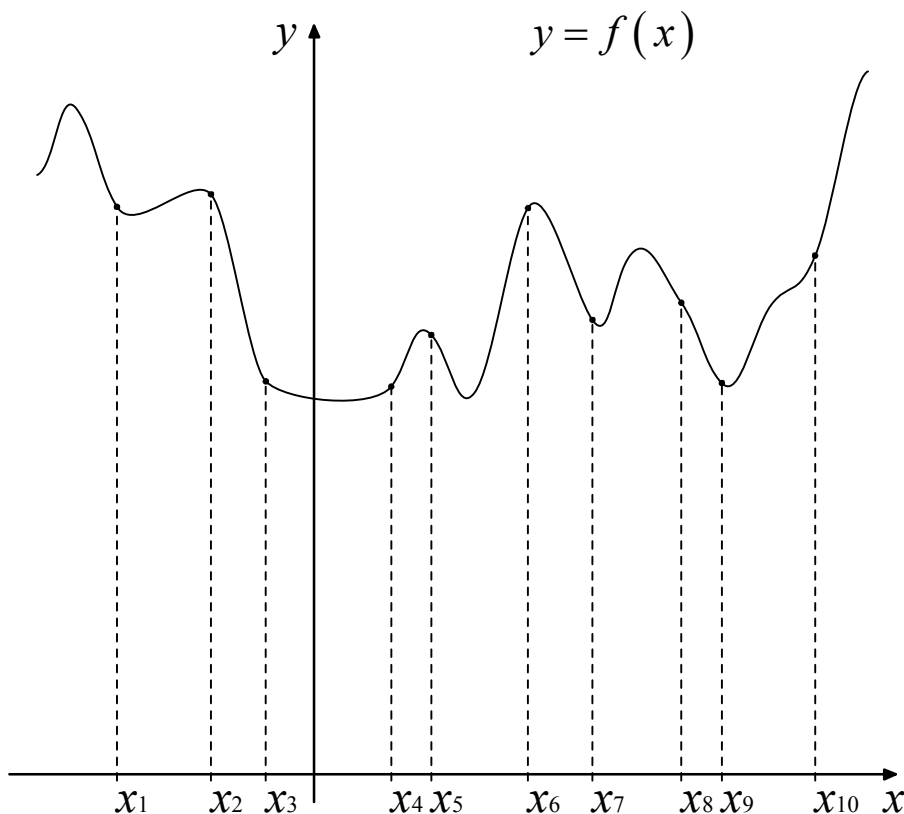
- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 77$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: _____.

7

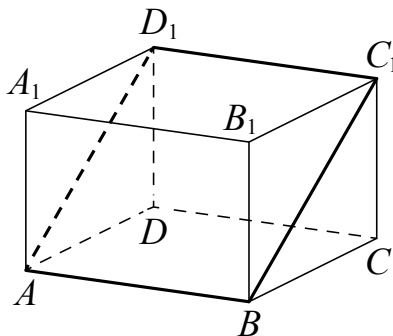
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

8

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 15$, $AD = 12$, $AA_1 = 16$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $(\log_5 625) \cdot (\log_4 64)$.

Ответ: _____.

10 Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 4050$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 600 000 Па. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11 Первые 110 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 130 км — со скоростью 100 км/ч, а затем 180 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{81}{x} + 14$ на отрезке $[0,5; 17]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14 Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 12. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL : LC = 1 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^{x+1} - 192 \cdot 0,25^{x+1} - 4}{x+2} \leq 0.$$

16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 15 и $AK = 32$.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 10 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+2a)^2 + (y+3a+1)^2 = a+1, \\ 3x-4y = a-1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна пяти.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 91?

в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.